3 Réordonnancement

On considère la matrice creuse symétrique A dont la structure creuse est décrite dans la figure suivante (éléments non nuls : éléments diagonaux + croix).

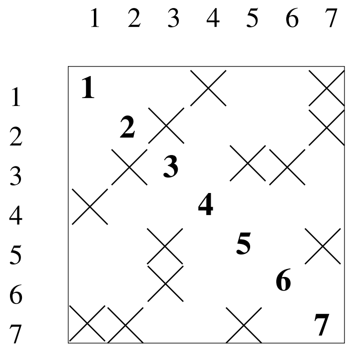

FIGURE 1 – Structure initiale de la matrice

1. Construisez le graphe associé à A.
2. Éliminez les noeuds du graphe dans l'ordre topologique (de 1 à 7) en dessinant les graphes obtenus à chaque étape avec les arrêtes ajoutées de couleur différente.
3. Vérifiez que le remplissage est de 8 $(2 * 4)$.
4. En partant du noeud 1, appliquer l'algorithme de Cuthill-McKee (parcours en largeur) en supposant qu'à chaque étape de l'algorithme, en cas de choix, le noeud de plus petit indice sera toujours préféré.
5. Dessinez le graphe associé ; combien de niveaux obtenez-vous ?

Voici la structure de la matrice après application de la permutation résultat de l'algorithme de Cuthill-McKee :

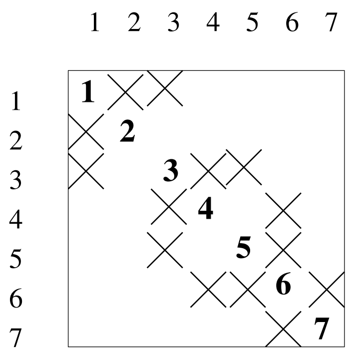

FIGURE 2 – Structure après ré-ordonnancement

6. Quelle propriété de la structure de la matrice permutée grâce à un parcours en largeur vous permet de conclure qu'il y aura 4 $(2 * 2)$ remplissages lors de la factorisation de cette matrice ?
7. Donnez les coordonnées de ces 4 nouveaux éléments non nuls dans la matrice permutée ?

8. De quel noeud faut-il partir pour augmenter le nombre de niveaux dans le résultat de l'algorithme de Cuthill-McKee ?
9. Dessinez le nouveau graphe obtenu et indiquez le remplissage (nombre de nouveaux éléments non-nuls).