

### 3 Remplissage et Ré-ordonnancement

On considère la matrice creuse symétrique dont la structure creuse est décrite dans la figure suivante 1.

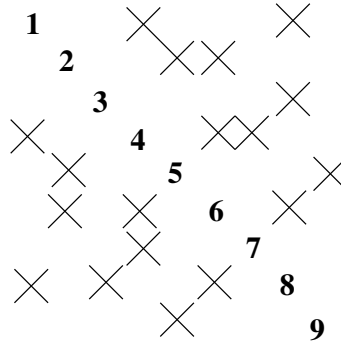


FIGURE 1 – Structure initiale de la matrice

1. Rappelez ce que l'on entend par remplissage (*fill-in*) en Algèbre Linéaire Creuse et pourquoi on essaie de le minimiser (plusieurs réponses attendues)
2. Construire le graphe associée à la matrice.
3. Indiquer le remplissage que l'on obtient si l'on factorise la matrice dans l'ordre naturel. On indiquera de façon précise les nouvelles entrées qui apparaissent dans la matrice et l'étape à laquelle elles ont été introduites (voir figure 2 avec le remplissage de la première étape)

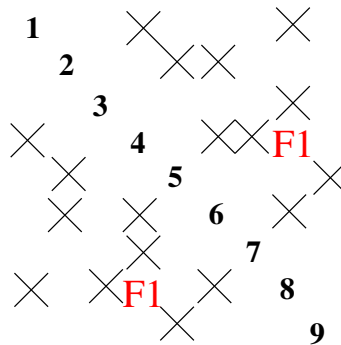


FIGURE 2 – Structure de la matrice après une étape de factorisation

4. Combien de valeurs non nulles ont été rajoutées ?
5. Appliquer l'algorithme de *Cuthill-McKee* sur la matrice initiale en partant du noeud 9 et en explicitant les différents niveaux du parcours en largeur et indiquer la structure tridiagonale par blocs de la matrice permutée.
6. Indiquer le remplissage de la matrice permutée en mettant des F dans la structure (expliquer la propriété utilisée pour déterminer ce remplissage) et montrer que 10 valeurs non nulles ont été ajoutées.
7. soit  $P = \{3, 1, 7, 8, 4, 6, 2, 5, 9\}$ , la permutation de l'algorithme *Reverse Cuthill-McKee* de la matrice initiale. Indiquer le remplissage de la matrice permutée correspondante et constater que cette fois-ci le remplissage est de 2 termes.