Содержание

1. Введение

- 1.1. Назначение библиотеки
- 1.2. Цели документации
- 1.3. Глоссарий

2. Архитектурный обзор

- 2.1. Основные принципы
- 2.2. Высокоуровневая диаграмма архитектуры
- 2.3. Технологический стек

3. Архитектурные компоненты

- 3.1. Mpest Core
- 3.2. Methods
- 3.3. EM
- 3.4. Вспомогательные

4. Потоки данных

- 4.1. Поток данных при оценке параметров смеси
- 5. Анализ текущей архитектуры
- 6. Примеры использования
 - 6.1. Работа с MixtureDistribution
 - 6.2. Работа с классом ЕМ

1. Введение

1.1. Назначение библиотеки

Библиотека pysatl-mpest предназначена для решения задачи оценки параметров смеси вероятностных распределений. Она предоставляет инструментарий для:

- Работы со смесями распределений как с едиными вероятностными объектами.
- Оценки параметров компонент смеси на основе выборочных данных с использованием различных алгоритмов.
- Конфигурирования и проведения вычислительных экспериментов по исследованию свойств алгоритмов оценки.

Основные сценарии использования:

1. Оценка параметров смеси:

Пользователь предоставляет набор данных (выборку) и начальное предположение о структуре данных (компоненты смеси, начальные приближения параметров, веса). Пользователь выбирает алгоритм и конфигурирует его (выбирает критерий удаления компонент, критерий останова) и система используя алгоритм оценивает оптимальные параметры.

- 2. Работа со смесью распределений: Пользователь может создавать класс смеси и работать с ним как с распределением (сэмплировать, считать плотность в точке и т.д.)
- 3. Конфигурирование и запуск эксперимента: Пользователь может сконфигурировать все этапы эксперимента (генерацию, оценку и анализ), выбрать конкретные алгоритмы после чего запустить эксперимент. На третьем этапе, пользователь может оценить эффективность конкретного алгоритма, или сравнить два алгоритма.

1.2. Цели документации

Документ предназначен для описания текущего состояния проекта pysatl-mpest.

Целевой аудиторией являются разработчики, которые будут принимать участие в разработке/ расширении библиотеки. По большей части данная документация предназначается для тех, кто будет разбираться со структурой проекта на *Летней школе*.

Помимо информации о проекте и его структуре, в данном файле будет предоставлена проблематика текущей архитектуры, ее недостатки и возможные способы их исправить.

1.3. Глоссарий

Смесь распределений — вероятностный объект, включающий в себя n компонент, каждая из которых представляет собой вероятностное распределение с плотностью f_i и параметрами θ_i . Плотность смеси распределений можно задать таким образом:

$$f(x\mid F,\Theta,\Omega) = \sum_{k=1}^n \omega_k \cdot f_k(x\mid heta_k)$$

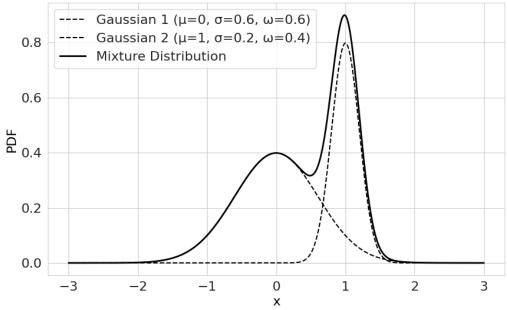
где:

- $F = \{f_1, \dots, f_n\}$ множество плотностей компонент
- $\Theta = \{ heta_1, \dots, heta_n \}$ множество параметров для каждой компоненты
- ullet $\Omega=\{\omega_1,\ldots,\omega_n\}$ множество весов компонент, причем $\sum_{i=1}^n\omega_i=1$ и orall i $\omega_i\geq 0$

Смесь позволяет моделировать более сложные распределения, которые могут возникать, когда данные происходят из нескольких различных подгрупп.

Пример плотности смеси распределений с двумя Нормальными компонентами:





ЕМ алгоритм — семейство итеративных алгоритмов, которые оценивают параметры смеси распределений. Обычно состоят из двух шагов:

- 1. Е-шаг: Поиск наиболее вероятных значений скрытых переменных/
- 2. М-шаг: Вычисление открытых параметров на основе значений полученных на Е-шаге.

MLE-EM алгоритм — частный случай EM алгоритма, основанный на функции правдоподобия:

- 1. **Е-шаг**: Оцениваем апостериорные вероятности принадлежности каждого наблюдения каждой компоненте смеси.
- 2. **М-шаг**: Решаем задачу оптимизации по параметрам смеси, на основе вероятностей из Е-шага.

ELM алгоритм — частный случай EM алгоритма, основанный на оценке с помощью L-моментов:

- 1. **Е-шаг**: Оцениваем апостериорные вероятности принадлежности каждого наблюдения каждой компоненте смеси.
- 2. М-шаг: Оцениваем параметры на основе вероятностей из Е-шага при помощи L-моментов.

2. Архитектурный обзор

2.1. Основные принципы

Основным принципом текущей архитектуры является четкое разделение алгоритмов и функциональности, которая отвечает за смесь распределений. Пользователь создает объект, с которым будет работать алгоритм с помощью класса Problem и передает его в заранее сконфигурированный EM. То есть точкой соприкосновения этих двух частей являются классы Problem и EM.

EM

Класс EM на данный момент представляет собой некий "*Оркестратор*", который управляет всем процессом внутри себя. При инициализации он принимает объект класса Method, который указывает, какой алгоритм будет запущен.

На данный момент реализуются лишь итеративные алгоритмы на основе EM (Expectation Maximization) состоящие из двух шагов: E-step и M-step. Вариаций шагов может быть много, поэтому было решено поделить их на AExpectation и AMaximization соответственно, от который будут наследоваться конкретные реализации шагов. Ими управляет класс Method.

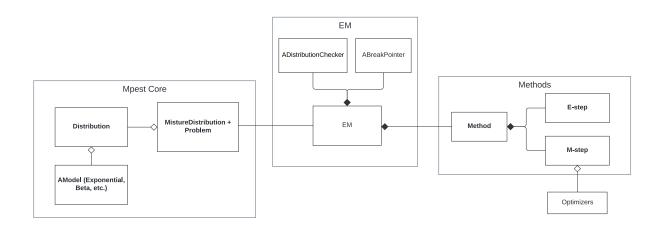
После каждой итерации необходимо удалять лишние компоненты смеси (например вырождающиеся или с неправильными параметрами). За это отвечают объекты класса ADistributionChecker. Объект класса Breakpointer отвечает за условие остановки алгоритма (например максимальное число итераций).

Смеси распределений

Работа со смесями распределений идет через класс MixtureDistribution, который инициализируется с помощью списка объектов Distribution. Конкретные реализации распределений наследуются от AModel, после чего оборачиваются в класс Distribution.

Некоторые реализации EM используют оптимизацию, при которой параметры могут выйти из области определения. Таким образом необходимо нормализовать параметры для того, чтобы они были определены на всем \mathbb{R} . Методы объектов AModel использует внутренние (internal) параметры, тогда как Distribution использует внешние (external) параметры, которые являются общепринятыми.

2.2. Высокоуровневая диаграмма архитектуры



2.3. Технологический стек

Технологический стек включает в себя:

- Python: Как основной язык.
- scipy: На эту библиотеку делегировано сэмплирование, а так же написаны адаптеры к их оптимизаторам.
- питру: Для векторизации.
- matplotlib + seaborn: Для визуализации данных (В основном используется в экспериментальном окружении).

3. Архитектурные компоненты

3.1. Mpest Core

Этот компонент является ядром системы и предоставляет основные абстракции и структуры данных для работы с вероятностными распределениями и задачами их оценки.

- AModel (mpest.models.abstract_model.AModel):
 - Назначение: Абстрактный базовый класс (интерфейс), определяющий контракт для всех моделей вероятностных распределений. Он требует реализации методов для вычисления функции плотности вероятности (pdf), ее логарифма (lpdf), а также методов для конвертации параметров (params_convert_to_model), params_convert_from_model). Последние необходимы для преобразования внешних (общепринятых) параметров распределения во внутреннее представление, удобное для оптимизаторов (например, для обеспечения положительности параметров через логарифмирование).
 - Подклассы: AModelDifferentiable (добавляет вычисление производных логарифма PDF по параметрам), AModelWithGenerator (добавляет генерацию выборок).
 - **Конкретные реализации**: Beta, Cauchy, ExponentialModel, GaussianModel, Pareto, Uniform, WeibullModelExp. Каждая модель реализует специфическую математику для своего распределения.
- Distribution (mpest.core.distribution.Distribution):
 - **Назначение**: Представляет одиночное вероятностное распределение. Инкапсулирует конкретную модель (AModel) и ее параметры (Params). Предоставляет методы для вычисления pdf и генерации выборок (если модель поддерживает это).
 - **Особенность**: Вне ЕМ алгоритма содержит внешнее представление параметров, а внутри внутреннее.
- DistributionInMixture (mpest.core.mixture_distribution.DistributionInMixture):
 - **Назначение**: Pacширяет Distribution, добавляя априорную вероятность (prior_probability) для данного компонента в контексте смеси распределений.
- MixtureDistribution (mpest.core.mixture_distribution.MixtureDistribution):

- **Назначение**: Представляет смесь вероятностных распределений. Содержит список объектов DistributionInMixture. Отвечает за нормализацию априорных вероятностей и может вычислять общую pdf смеси, а также генерировать выборки из смеси
- Problem (mpest.core.problem.Problem):
 - **Назначение**: Инкапсулирует постановку задачи оценки параметров: содержит выборку данных (samples) и начальное приближение смеси распределений (MixtureDistribution). Передается в EM алгоритм.

3.2. EM

Этот компонент реализует сам ЕМ-алгоритм, его управляющую логику, условия остановки и проверку корректности распределений на каждой итерации.

- EM (mpest.em.em.EM):
 - **Назначение**: Основной класс, реализующий ЕМ-алгоритм. Является реализацией ASolver. Оркестрирует процесс, выполняя шаги Е и М до выполнения условия останова.
 - Взаимосвязи:
 - Использует ABreakpointer для определения момента остановки.
 - Использует ADistributionChecker для проверки и удаления "вырожденных" распределений.
 - Использует Method для выполнения конкретных Е- и М-шагов.
 - Работает с Problem из Mpest Core.
 - Внутренне использует _DistributionMixtureAlive для управления активными компонентами смеси в процессе работы.
- EM.ABreakpointer (mpest.em.em.EM.ABreakpointer):
 - Назначение: Абстрактный класс (интерфейс) для стратегий определения условия останова ЕМ-алгоритма.
 - Конкретные реализации:
 - StepCountBreakpointer: остановка после заданного числа итераций.
 - ParamDifferBreakpointer: остановка, если изменения параметров и априорных вероятностей между итерациями меньше заданного порога.
 - UnionBreakpointer: позволяет комбинировать несколько условий останова.
 Можно это делать с помощью знака +.
- EM.ADistributionChecker (mpest.em.em.EM.ADistributionChecker):
 - **Назначение**: Абстрактный класс (интерфейс) для стратегий проверки "жизнеспособности" компонентов смеси на каждой итерации. Позволяет динамически удалять вырожденные распределения.
 - Конкретные реализации:
 - FiniteChecker: проверяет, что параметры и априорная вероятность конечны (не NaN/inf).

- PriorProbabilityThresholdChecker: проверяет, что априорная вероятность компонента выше заданного порога (после определенного числа шагов).
- UnionDistributionChecker: позволяет комбинировать несколько проверок.
 Можно это делать с помощью знака +.
- EM.DistributionMixtureAlive (mpest.em.EM.DistributionMixtureAlive):
 - **Назначение**: Внутренний вспомогательный класс ЕМ. Представляет смесь распределений в процессе работы ЕМ-алгоритма, управляя активными (не вырожденными) компонентами и их индексами.

3.3. Methods

Этот компонент определяет конкретные реализации E-шага (Expectation) и M-шага (Maximization) EM-алгоритма.

- Method (mpest.em.methods.method.Method):
 - **Назначение**: Контейнер для пары конкретных реализаций E-шага (AExpectation) и М-шага (AMaximization). Представляет собой стратегию выполнения одной полной итерации EM-алгоритма.
 - **Взаимосвязи**: Композиционно включает объекты AExpectation и AMaximization. Используется классом EM.
- AExpectation (mpest.em.methods.abstract_steps.AExpectation):
 - Назначение: Абстрактный класс (интерфейс) для Е-шага.
 - Конкретные реализации:
 - BayesEStep (для MLE-EM): вычисляет апостериорные вероятности
 принадлежности каждой точки выборки к каждому компоненту смеси на основе формулы Байеса.
 - IndicatorEStep (для ELM): вычисляет "индикаторы" принадлежности на основе текущих PDF и априорных вероятностей.
- AMaximization (mpest.em.methods.abstract_steps.AMaximization):
 - Назначение: Абстрактный класс (интерфейс) для М-шага.
 - Конкретные реализации:
 - LikelihoodMStep (для MLE-EM): пересчитывает параметры моделей, максимизируя взвешенную логарифмическую функцию правдоподобия. Может использовать A0ptimizer или A0ptimizer для численной оптимизации.
 - LMomentsMStep (для ELM): пересчитывает параметры моделей на основе вычисленных L-моментов для каждого компонента смеси.

3.4. Вспомогательные

Optimizers

Этот компонент предоставляет различные алгоритмы численной оптимизации, которые могут использоваться на M-шаге (в частности, в LikelihoodMStep) для нахождения параметров, минимизирующих/максимизирующих целевую функцию.

- AOptimizer / AOptimizerJacobian (mpest.optimizers.abstract_optimizer):
 - **Назначение**: Абстрактные базовые классы (интерфейсы) для оптимизаторов. A0ptimizerJacobian предназначен для методов, использующих якобиан (градиент).
 - Конкретные реализации: Обертки над методами из scipy.optimize:
 - ScipyCG (Conjugate Gradient)
 - ScipyCOBYLA
 - ScipyNelderMead
 - ScipySLSQP
 - ScipyTNC
 - ScipyNewtonCG (использует якобиан)

Utils

Этот модуль предоставляет набор утилит, декораторов и классов-оберток, которые используются в различных частях библиотеки для решения общих задач, таких как структурирование результатов, логирование, измерение времени выполнения и работа с итераторами.

- Классы-обертки (Wrappers):
 - ObjectWrapper[T]:
 - **Назначение**: Простой дженерик-класс, оборачивающий некоторый объект (content). Служит базовым классом для других, более специализированных оберток. Позволяет единообразно обращаться к содержимому через свойство content.
 - ResultWrapper [T]:
 - Назначение: Наследуется от ObjectWrapper. Предназначен для обертывания результатов выполнения операций. Предоставляет свойство result.
 - ResultWithError[T]:
 - Назначение: Наследуется от ResultWrapper. Используется для инкапсуляции результата операции, который может либо содержать данные типа Т, либо ошибку типа Exception.
 - Особенности:
 - Если при выполнении операции произошла ошибка, она сохраняется в поле _error.
 - Свойство result при обращении проверяет наличие ошибки. Если ошибка есть, она выбрасывается. Если нет ни ошибки, ни результата (оба None), выбрасывается ValueError. Это гарантирует, что потребитель либо получит корректный результат, либо будет уведомлен об ошибке.

 Используется, например, как тип возвращаемого значения для методов solve() и шагов EM-алгоритма.

- **Назначение**: Наследуется от ResultWrapper . Добавляет возможность прикрепить к результату (content типа Т) произвольный лог (log типа R).
- Применение: Используется в EM. solve_logged() для возврата не только итоговой смеси распределений, но и объекта EM. Log, содержащего историю итераций.

o TimerResultWrapper[T]:

- Назначение: Наследуется от ResultWrapper. Оборачивает результат операции (content типа Т) и добавляет информацию о времени ее выполнения (runtime).
- Применение: Используется декоратором @timer и @logged для автоматического измерения времени выполнения функций и сохранения этой информации.

o IteratorWrapper[T, R]:

- **Назначение**: Дженерик-класс для создания пользовательских итераторов. Принимает экземпляр некоторого объекта и функцию, которая определяет, как получить следующий элемент на основе этого экземпляра и текущего индекса.
- Применение: Используется в MixtureDistribution для реализации протокола итерации по содержащимся в ней DistributionInMixture.

• Декораторы:

- o @apply(mapper: Callable[[R], T]):
 - **Назначение**: Декоратор, который применяет заданную функцию mapper к результату декорируемой функции.

o @timer:

- Назначение: Декоратор для измерения времени выполнения функции.
 Оборачивает результат функции в TimerResultWrapper, который содержит сам результат и время выполнения.
- @history(holder: list[T], mapper: Callable[[R], T] = lambda x: x):
 - **Назначение**: Фабрика декораторов. Декорированная функция будет добавлять свой результат (опционально преобразованный функцией mapper) в предоставленный список holder при каждом вызове.
- @logged(holder: list, save_results: bool, save_results_mapper: Callable, save_time: bool):
 - **Назначение**: Комплексный декоратор, упрощающий одновременное использование @timer и @history.

Функциональность:

- Ecли save_time истинно, измеряет время выполнения.
- Ecли save_results истинно, сохраняет результат (возможно, преобразованный save_results_mapper).
- Записывает в holder либо только время (float), либо ObjectWrapper с результатом, либо TimerResultWrapper с результатом и временем, в зависимости от флагов.

- Применение: Используется в EM.make_step() для сбора логов и информации о производительности каждой итерации EM-алгоритма.
- @in_bounds(min_value: float, max_value: float):
 - **Назначение**: Декоратор для функций, возвращающих float. Ограничивает результат функции заданным диапазоном [min_value, max_value].

• Другие утилиты:

- O ANamed:
 - **Назначение**: Абстрактный базовый класс, требующий от наследников реализации свойства name. Позволяет единообразно получать имя различных объектов (например, моделей, оптимизаторов, стратегий останова/проверки).
- o Factory[T]:
 - Назначение: Простая реализация паттерна Фабрика. Позволяет инкапсулировать логику создания объектов определенного класса с заданными аргументами. Метод construct() создает новый экземпляр.
- o find_file(name, path):
 - **Назначение**: Утилита для поиска файла по имени в указанной директории и ее поддиректориях.

4. Потоки данных

Этот раздел описывает основные потоки данных в библиотеке pysatl-mpest, иллюстрируя, как информация передается и обрабатывается между ключевыми компонентами во время выполнения типичных задач, таких как оценка параметров смеси.

На самом деле сейчас такой поток единственный.

4.1. Поток данных при оценке параметров смеси

Это основной поток данных в системе. Его можно разбить на несколько этапов:

1. Инициализация и подготовка:

- Входные данные:
 - o samples: np.ndarray массив выборочных данных.
 - initial_mixture_distribution: MixtureDistribution начальное предположение о смеси, включающее:
 - Список DistributionInMixture, каждый из которых содержит:
 - AModel (конкретная модель распределения, например, GaussianModel).
 - initial_params: np.ndarray начальные параметры для этой модели (внешние).
 - initial_prior_probability: float начальная априорная вероятность компонента.

• Процесс:

1. Пользователь создает объект Problem, инкапсулируя samples и initial_mixture_distribution.

- 2. Пользователь создает объект ЕМ, передавая ему:
 - Method (например, LikelihoodMethod, состоящий из BayesEStep и LikelihoodMStep).
 - ABreakpointer (например, StepCountBreakpointer + ParamDifferBreakpointer).
 - ADistributionChecker (например, FiniteChecker + PriorProbabilityThresholdChecker).
- 3. Вызывается метод EM.solve().
- 4. (Если normalize=True) B EM. solve_logged():
 - preprocess_problem(): Параметры каждого DistributionInMixture в problem.distributions конвертируются из внешнего представления во внутреннее с помощью model.params_convert_to_model(). Создается новый Problem с этими внутренними параметрами.
- 5. Создается внутренний объект EM._DistributionMixtureAlive из problem.distributions. Этот объект будет отслеживать "живые" компоненты смеси.

2. Итерационный процесс EM-алгоритма (цикл while в EM.solve_logged()):

На каждой итерации step:

- **Сохранение предыдущего состояния:** previous_step (копия distributions.all_distributions) сохраняется для ABreakpointer.
- Вызов make_step(step, distributions):
 - 1. Создается новый Problem с текущими distributions
 - 2. E-war: EM.step(new_problem, self.method) вызывает
 self.method.step(new_problem), что, в свою очередь, вызывает
 self.method.e_step.step(new_problem):

Реализуется Е-шаг алгоритма, после чего результат передается в М-шаг алгоритма.

3. **M-шаг:** вызывается method.m_step.step(e_result):

Реализуется М-шаг алгоритма, возвращая результирующую смесь.

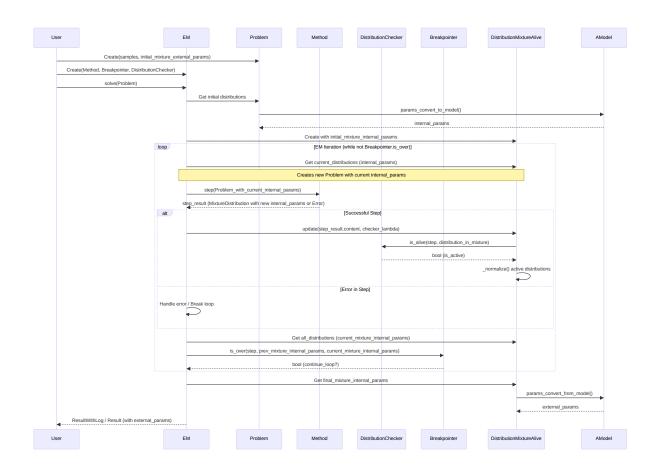
- 4. Обновление состояния смеси:
 - distributions.update(result.content, distribution_checker_lambda):
 - Для каждого компонента d в обновленной смеси вызывается self.distribution_checker.is_alive(step, d):
 - Если компонент "не жив", его prior_probability устанавливается в None.
 - Активные компоненты и их индексы обновляются, происходит нормализация весов.
- 5. Логгирование (если create_history=True):
 - Результат шага (с ошибкой, если есть) преобразуется log_map (получая all_distributions из _DistributionMixtureAlive) и добавляется в history (возможно, с временем выполнения, если remember_time=True).
- Проверка условия останова: self.breakpointer.is_over(step, previous_step, distributions.all_distributions):

3. Завершение и постобработка:

- (Если normalize=True) В EM.solve_logged():
 - Итоговая MixtureDistribution передается в postprocess_result().
 - Параметры каждого DistributionInMixture конвертируются из внутреннего представления обратно во внешнее с помощью model.params_convert_from_model().

• Формирование результата:

- Coздается ResultWithError с финальной MixtureDistribution (с внешними параметрами, если была нормализация).
- Если solve_logged вызывался, создается EM.Log из history.
- Возвращается ResultWithLog (содержащий ResultWithError и EM.Log) или просто ResultWithError.



5. Анализ текущей архитектуры

Ядро (Mpest core)

1. Kласc Distribution хоть и является оберткой для AModel, но не реализует всех его методов (например lpdf). Таким образом, для вызова нереализованных методов необходимо вызывать model, что плохо.

- 2. Для некоторых алгоритмов (не для всех) необходимо преобразовывать параметры так, чтобы они были на всем ℝ. Из-за этого появляется разделение на внутренние (internal_params) и внешние (external_params) параметры. Сейчас в коде, преобразование во внутренние параметры происходит перед началом алгоритма (для всех алгосов, даже для тех, для которых это не является необходимым), а в конце происходит переход к внешним параметрам (общепринятым).
 - При этом объекты AModel используют внутренние параметры, что расходится с классом Distribution.
- 3. Не у всех распределений необходимо конвертировать параметры (примером является равномерное распределение)
- 4. Из-за того, что <code>Distribution</code> является обёрткой для <code>AModel</code>, нельзя при инициализации адекватно проверить правильность введенных параметров (Например в равномерном распределении a < b)
- 5. У моделей распределений происходит подсчёт L-моментов через миксины, что является лишним.

Алгоритмы

- 1. Существует множество вариаций EM алгоритма (EM, ELM, ELQM, ETLM, etc.) в каждой из которых можно изменить E и M шаги (например в E шаге вместо Байесовского подхода к оценке матрицы Z, использовать классификатор).
 - Сейчас реализован общий ЕМ, который принимает Е и М шаги. Внутри него же происходит конвертация параметров.
- 2. Выбранные Е и М шаги работают для всех компонент смеси. В этом и проблема. Если мы используем ELM алгоритм на смеси нормального распределения и распределения Коши, то получим ошибку, т.к. этот метод не применим к Коши. Соответственно необходимо уметь для каждой компоненты выбирать метод которым будем оценивать.

Общие соображения

В пакете реализовано много ненужных классов, как абстрактных так и в модуле utils.py. Например, непонятно зачем нужен APDFAble или IteratorWrapper.

6. Примеры использования

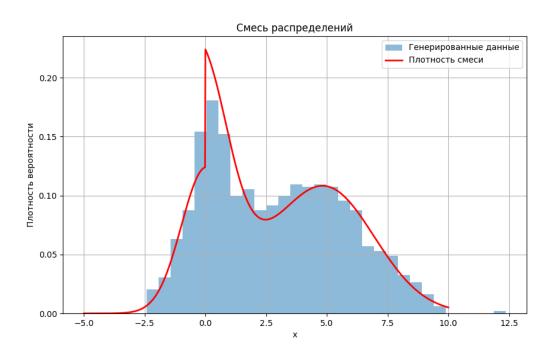
6.1. Работа с MixtureDistribution

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpest import Distribution, MixtureDistribution
from mpest.models import GaussianModel, ExponentialModel

# Создание смеси распределений
mixture1 = MixtureDistribution.from_distributions(
    distributions=[
        Distribution.from_params(GaussianModel, [0.0, 1.0]),
```

```
Distribution.from_params(GaussianModel, [5.0, 2.0]),
Distribution.from_params(ExponentialModel, [0.5]),
],
prior_probabilities=[0.3, 0.5, 0.2]
)

# Генерация случайной выборки из смеси
n_samples = 1000
samples = mixture1.generate(n_samples)
```



6.2. Работа с классом ЕМ

```
from mpest import Distribution, MixtureDistribution, Problem
from mpest.em import EM
from mpest.em.breakpointers import StepCountBreakpointer
from mpest.em.distribution_checkers import FiniteChecker
from mpest.em.methods.likelihood_method import BayesEStep, LikelihoodMStep
from mpest.em.methods.method import Method
from mpest.models import GaussianModel, ExponentialModel
from mpest.optimizers.scipy_cobyla import ScipyCOBYLA
# 1. Создаем истинное распределение (смесь гауссовского и экспоненциального)
true_mixture = MixtureDistribution.from_distributions(
    Distribution.from_params(GaussianModel, [0.0, 1.5]),
        Distribution.from_params(ExponentialModel, [2.0]),
    [0.6, 0.4],
)
# 2. Генерируем выборку
n_samples = 200
samples = true_mixture.generate(n_samples)
```

```
# 3. Создаем начальное приближение
initial_mixture = MixtureDistribution.from_distributions(
    Distribution.from_params(GaussianModel, [-2.0, 3.0]),
        {\tt Distribution.from\_params(ExponentialModel,\ [1.0]),}
    ],
    [0.5, 0.5],
)
# 4. Формулируем проблему
problem = Problem(samples, initial_mixture)
# 5. Настройка ЕМ алгоритма
e_step = BayesEStep()
m_step = LikelihoodMStep(ScipyCOBYLA())
method = Method(e_step, m_step)
breakpointer = StepCountBreakpointer(max_step=50)
checker = FiniteChecker()
# 6. Запуск ЕМ алгоритма
em = EM(breakpointer, checker, method)
result = em.solve(problem)
```

