Comment s'adapte une économie fermée à différents impôts dans un modèle RBC? Notes à partir du livre de Thomas Sargent et Lars Ljungqvist "Recursive macroeconomic theory"

7 mars 2018

1 Introduction

Le but est d'étudier les effets de chocs technologiques et fiscaux dans une économie fermée, à la fois du point de vue déterministe mais aussi stochastique. Dans ce modèle simple, le gouvernement se comporte de manière exogène, choisit son niveau de dépenses publiques g_t, et le montant des différents taxes $\tau_{ct}, \tau_{kt}, \tau_{nt}, \tau_{ht}$ (respectivement : consommation, capital, revenu du travail, et taxe forfaitaire).

2 L'économie

2.1 Préférences, technologie

On raisonne dans un environnement certain, et les agents font des anticipations rationnelles. Le ménage représentatif maximise son utilité temporelle en choisissant un sentier de consommation c_t, ainsi que son temps de loisir $1 - n_t$:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \qquad \beta^t U\Big(c_t, 1 - n_t\Big), \qquad \beta \in [0, 1] \tag{2.1}$$

La fonction d'utilité U ayant les propriétés classiques : strictement croissante en ces deux arguments, deux fois différentiables, et strictement quasi concave. On suppose que $c_t \geqslant 0$ et $n_t \in [0, 1]$. On suppose que $U\Big(c_t, 1 - n_t\Big) = log(c_t) + B * (1 - n_t)$. Dans un premier temps, on supposera que $B = 0$, autrement dit on se situera dans une économie où l'offre de travail est inélastique (on relâchera cette hypothèse par la suite).

La technologie est donnée par :

$$g_t + c_t + i_t \leqslant F\Big(k_t, n_t\Big) \tag{2.2a}$$

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t \tag{2.2b}$$

Ou $\delta \in [0, 1]$ est le taux de dépréciation du capital, k_t est le stock de capital physique, et i_t l'investissement brut. $F\Big(k_t, n_t\Big)$ est la fonction de production, homogène de degré un, positive, et à rendements décroissants en fonction du travail et du capital. On peut réarranger (2.2) et (2.2) de la manière suivante :

$$g_t + c_t + k_t \leqslant F\Big(k_t, n_t\Big) + (1-\delta)k_t \tag{2.3}$$

2.2 Équilibre

Le ménage représentatif est propriétaire du capital, fait les choix d'investissement, loue le capital et son travail à l'entreprise représentative. Cette entreprise utilise à son tour le capital et le travail pour produire un bien à l'aide de la fonction de production. Un système de prix s'établit $\{q_t, \eta_t, w_t\}_{t=0}^{\infty}$ où q_t est le prix avant impôts d'une unité d'investissement ou de consommation (i_t ou c_t) à la date t, η_t est le rendement avant impôts que le ménage reçoit pour avoir loué le capital à la date t à l'entreprise, et w_t est le salaire reçu avant impôts par le ménage pour avoir loué son travail à l'entreprise.

Le gouvernement choisit son niveau de dépenses publiques, g_t ainsi que les différents impôts $\{\tau_{ct}, \tau_{kt}, \tau_{nt}, \tau_{ht}\}_{t=0}^{\infty}$. La contrainte budgétaire du ménage est donc :

$$\textstyle\sum_{t=0}^{\infty} q_t\{(1+\tau_{ct})c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t\}$$

$$\leqslant \textstyle\sum_{t=0}^{\infty} q_t\{\eta_t k_t - \tau_{kt}(\eta_t - \delta)k_t + \tau_{nt}w_t n_t + \tau_{ht}\} \tag{2.4}$$

Dans l'équation (2.4), on suppose que le gouvernement autorise une déduction δk_t du calcul de l'impôt sur les revenus du capital [1].

La contrainte budgétaire du gouvernement est donc [2] :

$$\sum_{t=0}^{\infty} q_t g_t \leqslant \sum_{t=0}^{\infty} q_t\{\tau_{ct}c_t + \tau_{kt}(\eta_t - \delta)k_t + \tau_{nt}w_t n_t + \tau_{ht}\} \tag{2.5}$$

2.3 structure du taux d'intérêt

le système de prix $\{q_t\}_{t=0}^{\infty}$ comporte évidemment une structure des taux d'intérêt à terme soit :

$$\begin{aligned} q_t &= q_0 \frac{q_1}{q_0}\frac{q_2}{q1}\cdots\frac{q_t}{q_{t-1}} \\ &= q_0 m_{0,1} m_{1,2}\dots m_{t-1,t} \end{aligned}$$

Où $m_{t,t+1} = \frac{q_{t+1}}{q_t}$. On peut représenter le facteur d'escompte d'une période $m_{t,t+1}$ comme :

$$m_{t,t+1} = R_{t,t+1}^{-1} = \frac{1}{1 + r_{t,t+1}} \approx \exp(-r_{t,t+1}) \tag{2.6}$$

A partir de (2.6), on peut exprimer q_t différemment :

$$\begin{aligned} q_t &= q_0 \exp(-r_{0,1}) \exp(-r_{1,2}) \dots \exp(-r_{t-1,t}) \\ &= q_0 \exp(-(r_{0,1} + r_{1,2} + \dots + -r_{t-1,t}) \\ &= q_0 \exp(-t r_{0,t}) \end{aligned}$$

1. cette hypothèse sera centrale pour la suite de l'article
2. instaurer autant de taxes différentes permet d'analyser comment celles-ci vont distordre la production et la consommation

Où

$$r_{0,t} = t^{-1}\Big(r_{0,1} + r_{1,2} + \ldots + -r_{t-1,t}\Big) \tag{2.7}$$

Ici, $r_{0,t}$ est le taux d'intérêt net sur t périodes entre 0 et t. Puisque q_t est le prix en 0 de la consommation de une unité en t, $r_{0,t}$ est le rendement à maturité d'une obligation à coupon-zéro [3].L'équation (2.7) exprime la structure du taux d'intérêt comme étant, égal sur longue périodes (t périodes) à la moyenne des taux sur courte période. De manière plus générale, le taux d'intérêt sur s périodes à la date t est :

$$\begin{aligned} r_{t,t+s} &= \frac{1}{s}\Big(r_{t,t+1} + r_{t+1,t+2} + r_{t+2,t+3}...r_{t+s-1,t+s}\Big) \\ &= \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} r_{t+i-1,t+i} \end{aligned} \tag{2.8}$$

2.4 Équilibre et impôts distordant

Le ménage représentatif choisit $\{c_t, n_t, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ de sorte de maximiser (**??**), sous la contrainte (2.4). L'entreprise choisit $\{k_t, n_t\}_{t=0}^{\infty}$ dans le but de maximiser son profit $\sum_{t=0}^{\infty} q_t \Big[F\Big(k_t, n_t\Big) - \eta_t k_t - w_t n_t\Big]$.

2.4.1 Le ménage représentatif : formules de non-arbitrage et du prix des actifs

La contrainte budgétaire du ménage (2.4) peut se réécrire :

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} q_t \Big[\Big(1+\tau_{ct}\Big)c_t\Big] &\leqslant \sum_{t=0}^{\infty} q_t \Big(1-\tau_{nt}\Big) w_t n_t \\ &- \sum_{t=0}^{\infty} q_t \tau_{ht} + \sum_{t=1}^{\infty} \Big[\Big((1-\tau_{kt})(\eta_t-\delta)+1\Big)q_t - q_{t-1}\Big]k_t \\ &+ \Big[\Big(1-\tau_{k0}\Big)\Big(\eta_0-\delta\Big)+1\Big]q_0 k_0 - \lim_{T\to\infty} q_T k_{T+1} \end{aligned} \tag{2.9}$$

Les termes en $k_0 q_0$ et $\lim_{T\to\infty} q_T k_{T+1}$ restent après avoir sommés les termes en k_t pour $t \geqslant 1$. Le ménage représentatif dispose d'un stock initial de capital k_0, et il choisit à partir de celui-ci la séquence $\{c_t, n_t, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ qui satisfait (2.9). Rappelons que l'objectif du ménage est de maximiser son utilité qui dépend positivement de la consommation $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ et du temps de loisir $\{1-n_t\}_{t=0}^{\infty}$. Ainsi, toutes choses restant égales par ailleurs, plus la partie droite de l'inégalité (2.9) sera importante (tendra vers plus l'infini), plus l'utilité du ménage sera élevée, grâce à une consommation de plus en plus importante. Parce que les ressources sont limitées, la partie droite de l'équation doit être bornée. De sorte que, le terme de (2.9) multipliant k_t doit être égal à 0. En effet, en supposant que ce terme puisse être strictement positif pour $t \geqslant 1$, le ménage pourrait acheter du capital en $t-1$ pour un coût (en valeur présente) égal à $q_{t-1}k_t$, et louer les services rendus par ce même capital - ainsi que ceux du capital non déprécié - à la date t dont le revenu (e,n valeur présente) serait $\Big((1-\tau_{kt})(\eta_t-\delta)+1\Big)q_t$. Si une telle situation était rendue possible,

3. Une obligation à zéro coupon se définit comme étant une obligation sans versement d'intérêt durant toute la durée de vie de l'obligation. La rémunération est assurée par la différence entre valeur d'émission et valeur de remboursement

le profit serait positif, ce qui offrirait au ménage une opportunité d'arbitrage et la partie droite de (2.9) serait alors non bornée. Ainsi, le terme multipliant k_t doit être égal à zéro, de sorte que :

$$\frac{q_t}{q_{t+1}} = \Big((1-\tau_{kt+1})(\eta_{t+1}-\delta)+1\Big) \tag{2.10}$$

De même, on peut montrer aisément que $\lim_{T\to\infty} q_T k_{T+1} = 0$ et ainsi que :

$$-\lim_{T\to\infty} \beta^T \frac{U_{1T}}{1+\tau_{cT}} k_{T+1} = 0 \tag{2.11}$$

2.5 Formule du coût d'usage du capital

La condition de non-arbitrage (2.10) peut se réécrire pour exprimer le coût d'usage du capital η_{t+1} :

$$\eta_{t+1} = \delta + \frac{1}{(1-\tau_{kt+1})}\left(\frac{q_t}{q_{t+1}} - 1\right) \tag{2.12}$$

Remplaçons (2.6) dans (2.12) :

$$\eta_{t+1} = \delta + \frac{r_{t,t+1}}{(1-\tau_{kt+1})} \tag{2.13}$$

Ainsi, le coût d'usage du capital tient compte de l'imposition sur les revenus du capital, du taux d'intérêt, et de la dépréciation du capital. L'équation (2.13) est la version discrète de la formule obtenue en temps continu par [?]

2.5.1 Conditions du premier ordre du ménage :

Tant que la condition de non-arbitrage (2.10) est respectée, le ménage est indifférent sur la quantité de capital qu'il détient. En définissant les dérivés partielles de la fonction d'utilité par rapport à la consommation c_t et au temps de travail $1-n_t$ par : $U_1 = \frac{\partial U}{\partial c_t}$ et $U_2 = \frac{\partial U}{1-n_t}$ soit $-U_2 = \frac{\partial U}{n_t}$. Le lagrangien est, :

$$\begin{aligned}
\mathscr{L} &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U\Big(c_t, 1-n_t\Big) \\
&+ \mu\Big(q_t(1+\tau_{ct})c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t \\
&- q_t(\eta_t k_t - \tau_{kt}(\eta_t-\delta)k_t + (1-\tau nt)w_t n_t - \tau_{ht}\Big)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Les conditions du premier ordre associées à ce lagrangien sont :

$$\beta^t U_{1t} = \mu q_t(1+\tau_{ct}) \tag{2.15a}$$

$$\beta^t U_{2t} = \mu q_t w_t(1-\tau_{nt}) \tag{2.15b}$$

2.5.2 Lien entre le taux d'intérêt, la consommation et son imposition

Il est possible d'exprimer q_t d'après (2.15) en prenant le cas particulier où la fonction d'utilité est $U(c_t, 1-n_t) = u(c_t)$:

$$\mu q_t = \beta^t \frac{u'(c_t)}{1+\tau_{ct}} \tag{2.16}$$

La politique gouvernementale affecte directement le taux d'intérêt à travers τ_{ct} et indirectement à travers ses effets sur le niveau de consommation $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$.

2.5.3 L'entreprise représentative

L'entreprise va quant à elle maximiser son profit intertemporel, la valeur présente des profits de l'entreprise étant :

$$\sum_{t=0}^{\infty} q_t \Big[F(k_t, n_t) - w_t n_t - \eta_t k_t\Big]$$

En appliquant le théorème d'Euler [4] sur la fonction de production $F(k_t, n_t) = F_k(k_t, n_t)k_t + F_n(k_t, n_t)n_t$, la valeur présente de l'entreprise est :

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{\infty} q_t \Big[F_k(k_t, n_t)k_t + F_n(k_t, n_t)n_t - w_t n_t - \eta_t k_t\Big] \\ \iff & \sum_{t=0}^{\infty} q_t \Big[\Big(F_k(k_t, n_t) - \eta_t\Big)k_t + \Big(F_n(k_t, n_t) - w_t\Big)n_t\Big] \end{aligned} \tag{2.17}$$

Les conditions de maximisation du profit intertemporel sont :

$$\eta_t = F_{kt} \tag{2.18a}$$

$$w_t = F_{nt} \tag{2.18b}$$

3 Équilibre

3.1 Offre de travail inélastique :

Supposons que le ménage ne tire aucune utilité de son temps de loisir, et supposons que $n = 1$. Dans ce cas, la fonction d'utilité se résume à $U(c_t, 1-n_t) = u(c_t)$. Définissons $f(k) = F(k, 1)$, on peut exprimer la condition d'emploi-ressources :

$$k_{t+1} = f(k_t) + (1-\delta)k_t - g_t - c_t \tag{3.1}$$

4.

$$\forall x = (x_1 \dots x_n) \in \mathbb{R}^n,$$
$$\sum x_i \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} = kf(x)$$

Il est possible de montrer que $F_k(k,1) = f'(k)$ et que $F_n(k,1) = f(k) - f'(k)k$ [5].

En substituant (2.15), (2.18), (2.18) et (3.1) dans (2.10), on aboutit à :

$$\begin{aligned} q_t &= q_{t+1}\Big[(1-\tau_{kt+1})(\eta_{t+1}-\delta)+1\Big] \\ \beta^t \frac{U_{1t}}{\mu(1+\tau_{ct})} &= \beta^{t+1}\frac{U_{1t+1}}{\mu(1+\tau_{ct+1})}\Big[(1-\tau_{kt+1})(\eta_{t+1}-\delta)+1\Big] \\ u'(c_t) &= \beta u'(c_{t+1})\frac{(1+\tau_{ct})}{1+\tau_{ct+1}}\Big[(1-\tau_{kt+1})(\eta_{t+1}-\delta)+1\Big] \qquad (3.2) \end{aligned}$$

Afin de trouver un équilibre, il faut trouver une solution à l'équation aux différences (3.2). Deux conditions limites sont nécessaires, une condition initiale définie par k_0, et une condition terminale qui doit respecter (2.11).

3.2 L'équilibre stationnaire

En définissans $z_t = [g_t \quad \tau_{kt} \quad \tau_{ct}]'$, réécrivons (3.2) sous la forme de :

$$H(k_t, k_{t+1}, k_{t+2}; z_t, z_{t+1}) = 0 \qquad (3.3)$$

Pour converger vers un état stationnaire, on suppose que la politique gouvernementale est constante, autrement dit :

$$\lim_{t\to\infty} z_t = \bar{z} \qquad (3.4)$$

A l'état stationnaire $k_t = k_{t+1} = k_{t+2} = \bar{k}$, ainsi (3.3) devient :

$$H(\bar{k}, \bar{k}, \bar{k}; \bar{z}, \bar{z}) = 0 \qquad (3.5)$$

A l'état stationnaire, l'équation (3.2) sera :

$$1 = \beta\Big((1+\bar{\tau}_k)(f'(\bar{k}-\delta)+1\Big) \qquad (3.6)$$

5. Pour cela, supposons que la fonction de production est de type Cobb Douglas :

$$\begin{aligned} & F(k,n) = Ak^\alpha n^{1-\alpha} \\ \iff & \frac{F(k,n)}{n} = A\Big(\frac{k}{n}\Big)^\alpha \\ \iff & f(k) = Ak^\alpha \end{aligned}$$

Dérivons $f(k)$ par rapport à k :

$$f'(k) = \alpha A k^{\alpha-1} = \frac{\partial F}{\partial k}$$

De même dérivons $F(k,n)$ par rapport à n :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial L} &= (1-\alpha)A\Big(\frac{k}{n}\Big)^\alpha \\ \iff \frac{\partial F}{\partial L} &= A\Big(\frac{k}{n}\Big)^\alpha - \alpha A\Big(\frac{k}{n}\Big)^\alpha \\ \iff \frac{\partial F}{\partial L} &= f(k) - f'(k)k \end{aligned}$$

En posant $\beta = \frac{1}{A+\rho}$, l'équation (3.6) peut s'exprimer

$$\delta + \frac{\rho}{1-\bar{\tau}_k} = f'(\bar{k}) \tag{3.7}$$

En l'absence d'impôt sur les revenus du capital, (3.7) devient $\rho + \delta = f'(\bar{k})$ qui n'est rien d'autre que la célèbre règle d'or.

3.3 Autres quantités d'équilibres

Après avoir résolu l'équation différence (3.2), on peut exprimer les autres quantités d'équilibres ainsi que les prix grâce à l'ensemble des équations :

$$c_t = f(k_t) + (1-\delta)k_t - k_{t+1} - g_t \tag{3.8a}$$

$$q_t = \beta^t \frac{u'(c_t)}{(1+\tau_{ct}} \tag{3.8b}$$

$$\eta_t = f'(k_t) \tag{3.8c}$$

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) \tag{3.8d}$$

$$\bar{R}_{t+1} = \frac{1+\tau_{ct}}{1+\tau_{ct+1}} \left[\Big(1-\tau_{kt+1}\Big)\Big(f'(k_{t+1}-\delta\Big)+1 \right]$$

$$\bar{R}_{t+1} = \frac{1+\tau_{ct}}{1+\tau_{ct+1}} R_{t,t+1} \tag{3.8e}$$

$$R^{-1}_{t,t+1} = m_{t,t+1} = \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \frac{1+\tau_{ct}}{1+\tau_{ct+1}} \tag{3.8f}$$

$$r_{t,t+1} \equiv R_{t,t+1} - 1 = (1-\tau_{k,t+1})(f'(k_{t+1})-\delta) \tag{3.8g}$$

Il peut être judicieux de définir (3.2) par :

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1})\bar{R}_{t+1} \iff \bar{R}^{-1}_{t+1} = \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \tag{3.9}$$

La partie gauche de (3.9) est le taux auquel le marché et le système de taxe permet au ménage de substituer une unité de consommation à la date t pour la reporter à la date $t+1$. Dans le cas d'une fonction d'utilité de type CRRA, $u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad \gamma \geqslant 1$ cela implique que (3.9) est égal à :

$$\log\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right) = \frac{\log \beta}{\gamma} + \frac{\log \bar{R}_{t+1}}{\gamma} \tag{3.10}$$

Ainsi, le taux de croissance de la consommation dépend directement de $\bar{R}_{t+1}$. Des modifications dans les taux d'impositions vont se transmettre à la consommation et à l'investissement à travers cette dernière équation, comme va le montrer les prochaines simulations.

3.3.1 Équilibre stationnaire $\bar{R}$

A partir de (3.7) et (3.8), on peut déterminer la valeur d'équilibre de $\bar{R}_{t+1}$:

$$\bar{R}_{t+1} = 1 + \rho \tag{3.11}$$

4 Effets des impôts sur l'équilibre et sur les prix :

On peut se servir du modèle présenté précédemment pour analyser les effets des dépenses publiques et des impôts. Le ménage modifiera son comportement suite à une modification de des dernières. On peut déduire les distorsions du gouvernement à partir des équations (3.7) et (3.8) à (3.8).

1. impôt forfaitaire. Supposons que tous les taux d'impositions sont nuls sauf l'impôt forfaitaire qui permet au gouvernement de disposer de ressources budgétaires. Comme τ_{ht} n'apparaît dans aucune des équations (3.8) à (3.8), l'effet à long terme d'un impôt forfaitaire n'aura pas d'incidence sur son équilibre.
2. lorsque l'offre de travail est inélastique, un taux constant τ_c et τ_n n'aura là non plus aucune incidence.
3. une variation de τ_c dans le temps entraine une distorsion de l'équilibre. Elle va affecter le stock de capital et la consommation à travers les équations (3.8) et (3.8).
4. l'impôt sur les revenus du capital génère des distorsions selon (3.7) et (3.8).

5 Simulations lorsque l'offre de travail est inélastique

En s'intéressant toujours au cas spécifique où l'offre de travail est inélastique on va, après avoir calibré le modèle (voir tableau 1), modifier soit les dépenses publiques, soit les taux d'impositions pour voir comment l'économie répond à ces différents chocs. Initialement, tous les taux d'imposition sont nuls. Les graphiques 1 à 5 illustrent les réponses de l'économie suite à une

Paramètres		valeurs
α	part du capital	0.33
γ	paramètre CRRA	0.2 ou 2
β	facteur d'escompte	0.95
δ	taux de dépreciation du K.	0.2
g	dépenses publiques initiales	0.2
A	productivité totale des facteurs	1

TABLE 1 – valeurs des paramètres utilisées pour calibrer le modèle

hausse des dépenses publiques g, des taux d'impositions τ_c et τ_k à la période $t = 10$, où $t = 0$ est la période initiale. Du fait que les agents sont rationnels et anticipent des modifications des politiques fiscales et des dépenses budgétaires, les agents s'adaptent à celles-ci avant leur survenance. Chaque adaptation préalable à $t = 10$ est purement anticipative, alors qu'à partir de $t = 10$ la réponse de chaque variable est une réponse purement transitoire vers un nouvel équilibre stationnaire du fait du choc exogène Sur chaque graphique, les lignes en pointillés, représentent la valeur initiale de l'état stationnaire. Les lignes pleines caractérisent l'évolution des différentes variables au choc.

L'actualisation des valeurs futures des taux d'imposition influence les résultats présents, du fait de l'endogénéisation du taux d'escompte. Le stock de capital est quant à lui influencé par rapport à sa valeur d'équilibre de long terme, elle même déterminée par la dépréciation du capital.

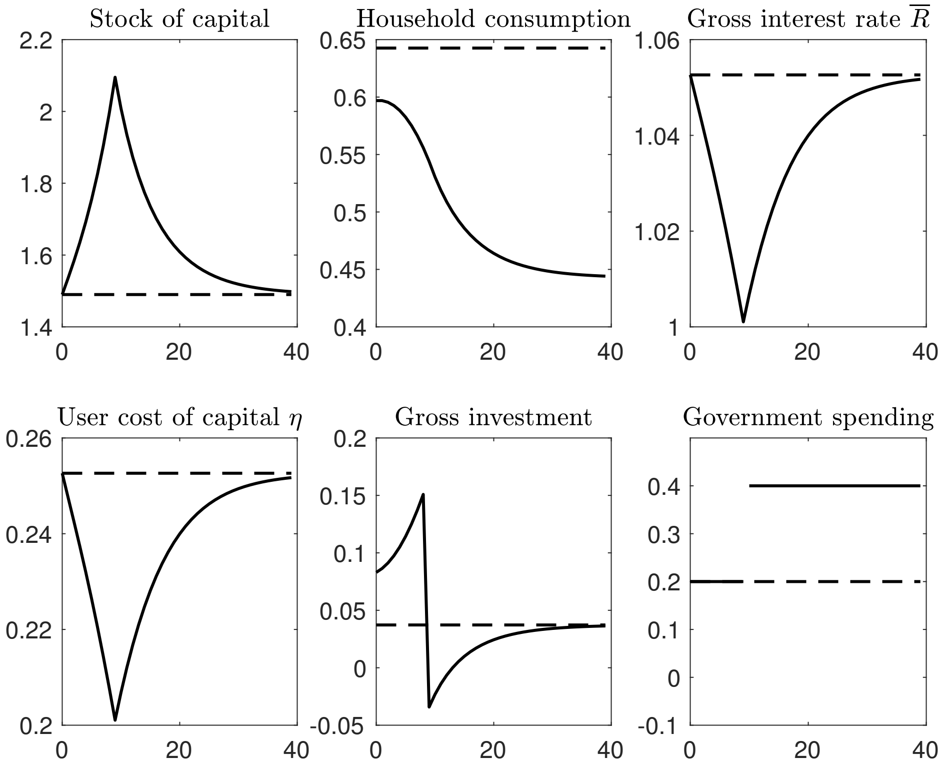

FIGURE 1 – Réponse d'une hausse permanente des dépenses publiques en $t = 10$

La figure 1 représente l'adaptation à une hausse permanente des dépenses publiques g de 0.2 à 0.4 financée par une hausse de l'impôt forfaitaire. Bien que le stock de capital de long terme n'est pas affecté par un tel choc (la dépense publique g est absente de l'équation d'Euler (3.2)), il varie tout de même au cours tu temps. En effet, pour le ménage représentatif la hausse des dépenses publiques, qui sera financée par une hausse de l'impôt forfaitaire est anticipée, il régait donc immédiatement en diminuant son niveau de consommation afin d'épargner d'avantage. Si le gouvernement consomme plus, alors le ménage consommera moins. L'adaptation ex ante de la consommation à l'effet de richesse négatif instauré par la hausse des dépenses publiques est due au fait que le ménage se soucie de la valeur présente de l'impôt forfaitaire. Parce que l'impôt forfaitaire correspond à un choc immédiat, la consommation réagit en chutant instantanément en $t = 0$ par anticipation. Ce comportement va se traduire à son tour par une accumulation du capital (entre $t = 0$ et $t = T$), celui-ci devenant relativement moins cher grâce à la hausse de l'épargne. L'accumulation du capital va aider à lisser la consommation à partir du choc, pour se stabiliser vers son nouvel équilibre de long terme. La variation temporelle du taux d'intérêt brut $\bar{R}$ fait qu'il devient moins intéressant d'épargner, le ménage va donc substituer une part de son épargne au profit de la consommation. En revanche, comme le taux d'intérêt augmente de nouveau, le coût de l'investissement augmente, le stock de capital diminue pour tendre vers sa valeur d'équilibre. Enfin, l'investissement brut va à in fine être égal au remplacement du capital $\delta * k$.

Variable	k	c	$\bar{R}$	η	i
sans intervention politique ($g = 0.2$)					
intervention politique ($g = 0.4, \quad t = 0$)					
intervention politique ($g = 0.4, \quad t = 10$)					
intervention politique ($g = 0.4, \quad t = 40$)					

Table 2 – Evolution des variables à CT et LT par rapport à l'absence d'intervention politique

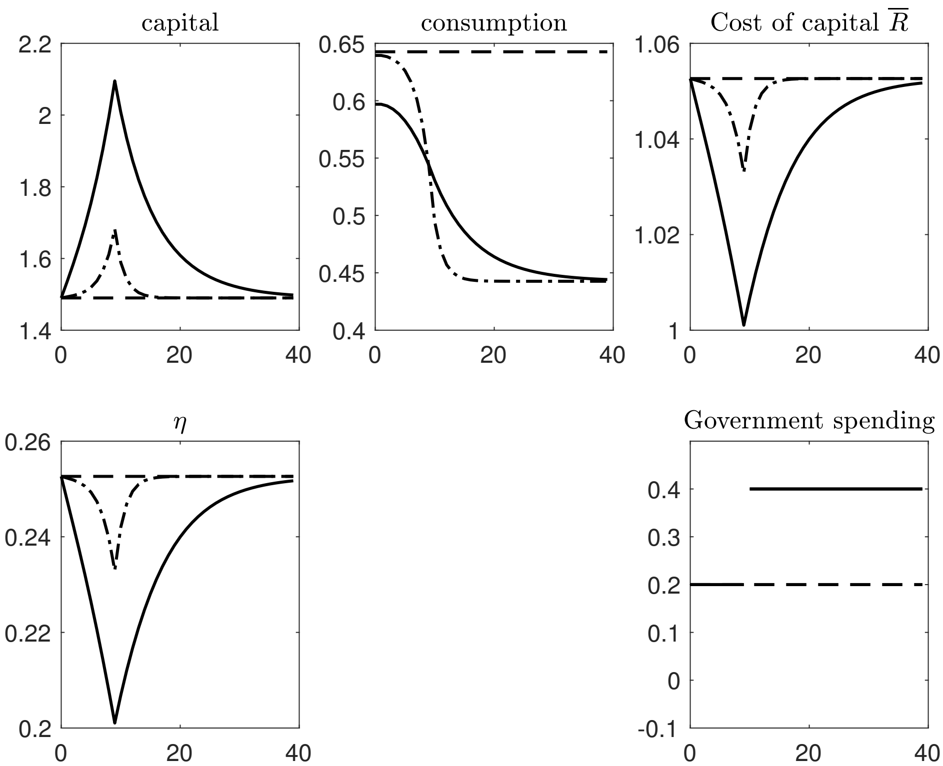

Figure 2 – Réponse d'une hausse permanente des dépenses publiques en $t = 10$ - ligne pleine $\gamma = 2$, ligne en pointillés $\gamma = .2$

Le graphique 2 reproduit le même choc en termes de hausses des dépenses publiques, mais cette fois deux cas sont envisagés : le premier représenté par une ligne pleine est caractérisé le paramètre de courbure de la fonction d'utilité [6] $\gamma = 2$, soit un choc en tout point identique à celui de la figure 1 ; dans le deuxième cas (lignes en pointillés) $\gamma = 0.2$. L'intérêt de faire varier ce paramètre, est de montrer l'influence qu'il a sur le comportement du ménage, notamment sur l'anticipation de la modification de la politique gouvernementale, et par conséquent sur le reste de l'économie. De sorte que, plus $\mid \gamma \mid \rightarrow 0$ plus l'élasticité de substitution intertemporelle est grande, plus le ménage représentatif est à même de modifier son comportement de consommation / épargne dans le temps. En revanche, plus $\mid \gamma \mid \gg 0$ plus l'élasticité de substitution intertemporelle est faible, plus le ménage lissera sa consommation / épargne dans le temps. Ainsi, comme l'illustre la figure 2, une baisse de γ augmente la capacité du ménage à substituer sa consommation dans le temps. Pour un choc identique en $t = 10$, lorsque $\gamma = 2$ le ménage avait déjà commencé à anticiper la hausse des dépenses publiques, en diminuant de plus de 7% sa consommation en $t = 0$, en revanche, lorsque $\gamma = 0.2$, le ménage ne modifie pas son comportement de consommation en $t = 0$. En effet, ce dernier attend la hausse des dépenses publiques pour diminuer sa consommation et augmenter son épargne. Puisque le ménage à une élasticité de substitution intertemporelle plus importante, il sera capable de s'adapter plus facilement, comme le montre la pente plus forte de la consommation (cas où $\gamma = 0.2$) dans le graphique 2. Avec une capacité plus grande d'adaptation de la part du ménage représentatif, le reste de l'économie est modifié dans une moindre mesure. Effectivement, avant la réforme, le ménage modifie peu son comportement de consommation, son épargne augmente moins par rapport au cas où $\gamma = 2$. L'épargne disponible étant plus faible, le taux d'intérêt diminue moins, l'investissement est donc relativement plus cher, tout comme le coût du capital. Le stock de capital augmente donc moins que dans le cas étudié précédemment. Ainsi, pour de faibles valeur de γ, l'évolution de la consommation épouse dans le temps la mise en place de la réforme. La consommation restera élevée jusqu'à la hausse des dépenses publiques, avant de chuter brusquement pour atteindre son nouvel équilibre. Hormis la consommation, les autres variables du modèles fluctuent relativement moins.

La figure 3 illustre quant à elle l'évolution du prix du bien de consommation /investissement q_t, ainsi que les réponses des taux d'intérêts à une hausse des dépenses publiques dans le cas où $\gamma = 2$. Le deuxième graphique en partant du haut de la figure 3, compare le prix q_t pour l'équilibre stationnaire initial avec le prix q_t suite à la hausse des dépenses publiques. Le troisième graphique représente le taux d'intérêt de court terme (voir équations (2.6) et (3.8)) calculé à partir de la formule $r_{t,t+1} = -\log\left(\frac{q_{t+1}}{q_t}\right) = -\log\left(\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \frac{(1+\tau_{ct})}{(1+\tau_{ct+1})}\right)$. Le quatrième graphique correspond au taux d'intérêt $r_{t,t+s}$ calculé à partir de l'équation (2.8), pour $t = 0, 10 \quad et \quad 60$. Contrairement aux autres graphiques où l'axe des abscisses correspond à t, dans celui ci l'axe correspond à la maturité s. Dans ce modèle, $q_t = \beta^t c_t^{-\gamma}$ et $r_{t,t+1} = -\log\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}$ (voir équations (3.8) et (3.10)). A $t = 60$, le modèle a déjà convergé vers son nouvel équilibre stationnaire, et la courbe du taux d'intérêt (pointillés sur la figure 3) est constante. Pour $t = 10$ (au moment du choc), la courbe du taux d'intérêt a une pente positive (tiret point tiret sur le graphique), ceci s'explique par le fait que le taux de croissance de la consommation est censée augmenter (on peut en effet observer un point d'inflexion vers $t = 10$). Enfin, pour $t = 0$ on remarque que la structure du taux d'intérêt adopte une forme en "U", diminuant jusqu'à la maturité $s = 10$ puis augmente pour des maturités plus grandes. Cette structure reflète l'évolution de la croissance de la consommation. Celle-diminue de plus en plus vite, jusqu'à

6. Ce paramètre, ou "*coefficient d'aversion relative pour le risque*", correspond à l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle σ :

$$\frac{1}{\gamma} = \sigma = -\frac{1}{c}\frac{u'(c)}{u''(c)}$$

$t = 10$ puis diminue de moins en moins vite pour tendre vers 0.

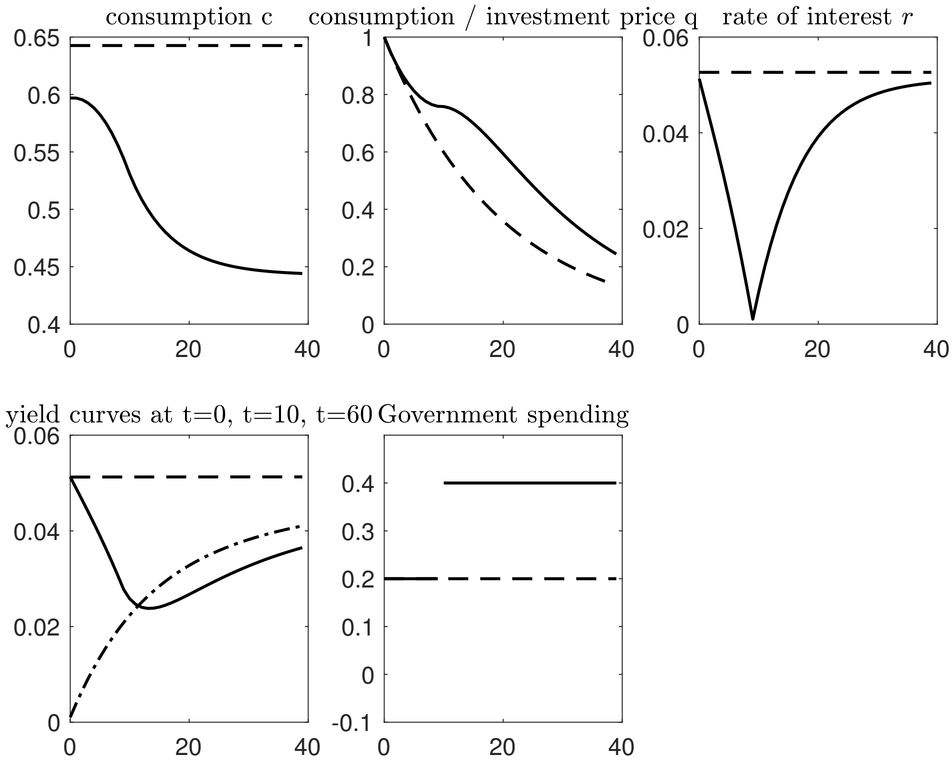

FIGURE 3 – Réponse des taux d'intérêts à une hausse permanente des dépenses publiques en $t = 10$

La figure 4 représente l'adaptation à une hausse temporaire (en $t = 10$) des dépenses publiques. Comme précédemment, le ménage anticipe la hausse des dépenses publiques financées par une hausse de l'impôt forfaitaire en diminuant immédiatement ($t = 0$) sa consommation pour épargner, en prévision de la modification de la politique gouvernementale. Puis, à partir de $t = 10$, date à partir de laquelle le gouvernement décide de restaurer les dépenses publiques à leur niveau initial, la consommation augmente pour tendre vers sa valeur d'équilibre. Bien évidemment, du fait de la hausse de l'épargne, le taux d'intérêt diminue, le coût du capital diminue, l'investissement augmente ce qui se traduit par une hausse du stock du capital, puis, après le choc temporaire, comme le ménage diminue son épargne au profit de la consommation, le taux d'intérêt augmente, le coût du capital devient relativement plus cher, l'investissement diminue, le stock de capital tend alors vers sa valeur d'équilibre, qui correspond à l'équilibre initial.

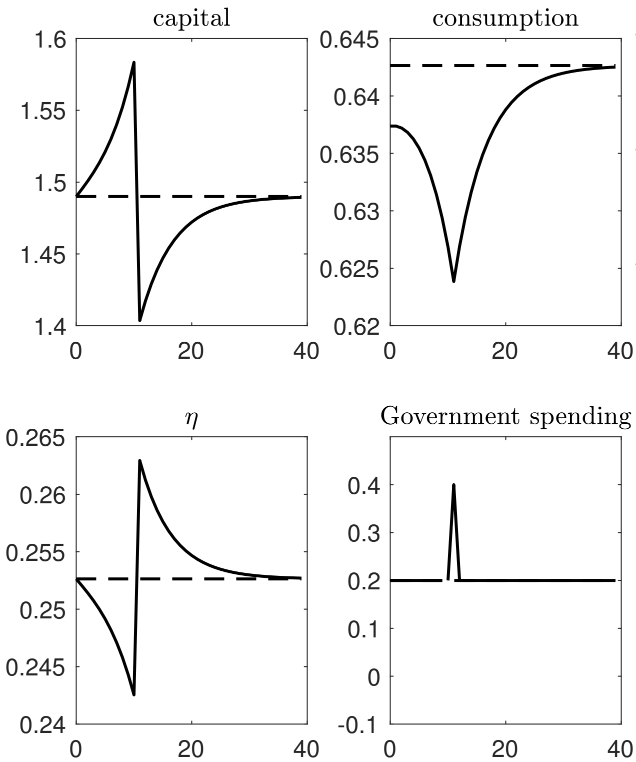

FIGURE 4 – Réponse à une hausse temporaire des dépenses publiques $t = 10$

La figure 5 montre l'adaptation de l'économie à une hausse permanente de l'impôt sur la consommation en $t = 10$. Dans une situation où l'offre de travail est inélastique, l'équation d'Euler (3.2) montre qu'une taxe sur la consommation *constante*, n'influence pas l'équilibre de long terme, en revanche les agents anticiperont cette modification. En effet, une anticipation d'une hausse de τ_{ct} (équivalent à une baisse de $\frac{1+\tau_{ct}}{1+\tau_{ct+1}}$) agira de la même manière qu'une hausse de τ_{kt}.Comme le représente la figure 5, le ménage représentatif anticipe immédiatement la hausse de l'impôt en augmentant en $t = 0$ sa consommation jusqu'à la réforme fiscale en $t = 10$, avant de chuter en dessous de son équilibre stationnaire. En réponse à cette hausse de la consommation, l'épargne diminue, le taux d'intérêt augmente légèrement, tout comme le coût d'usage du capital, ainsi le stock de capital diminue jusqu'au changement de régime en terme de fiscalité. Puis, comme l'épargne augmente en réaction à la baisse de la consommation, le taux d'intérêt plonge, et l'investissement devient relativement moins cher, tout comme le coût d'usage du capital donc le stock de capital augmente. De manière concomitante, comme l'impôt sur la consommation est désormais constant, l'équation d'Euler (3.2) n'est plus affectée par cet impôt. Parce que le taux d'intérêt diminue, le coût d'opportunité d'épargner augmente, le ménage représentatif aura donc tendance à accroître sa consommation pour tendre vers sa valeur initiale d'équilibre stationnaire. Au fur et à mesure que la consommation augmente, l'investissement ralentit, le stock de capital continue d'augmenter mais de moins en moins vite pour retrouver sa valeur d'équilibre.

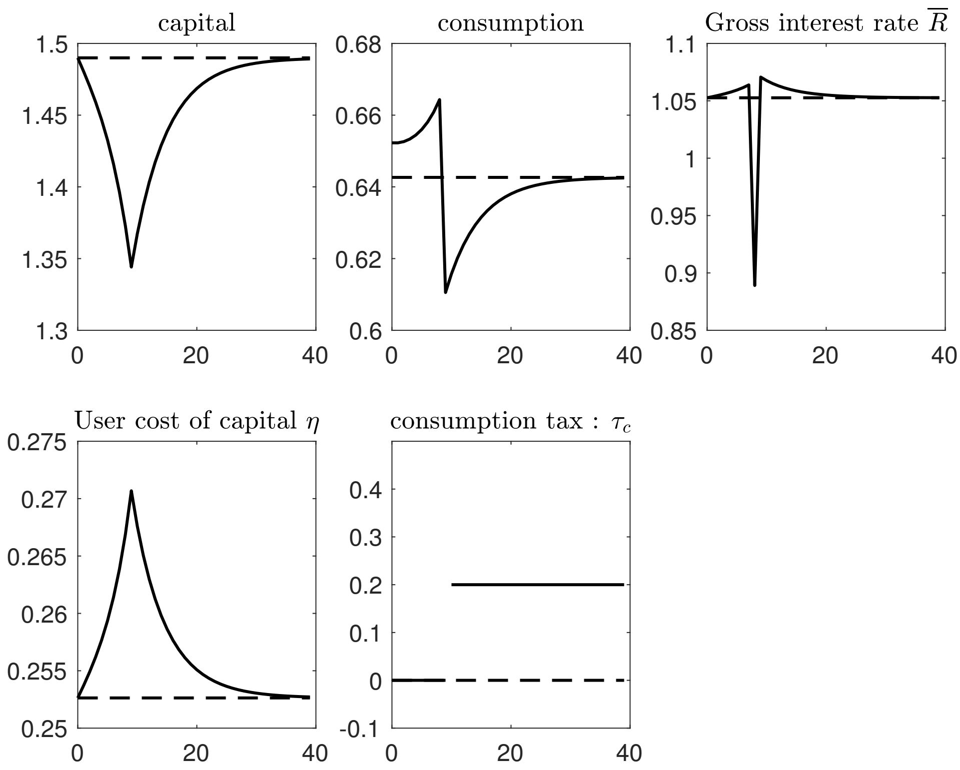

FIGURE 5 – Réponse d'une hausse permanente de l'impôt sur la consommation en $t = 10$

Une hausse permanente de la fiscalité du capital (figure 6) se traduit par une anticipation de la part du ménage qui va augmenter sa consommation, diminuant de facto son épargne qui se répercute par une hausse du taux du d'intérêt soit une baisse de l'investissement donc du stock de capital. La hausse de la fiscalité du capital en $t = 10$ se traduit par une chute instantanée du taux d'intérêt (voir équation (3.8)), puis le taux augmente de nouveau, amenant le stock de capital vers son nouvel équilibre (inférieur à l'équilibre initial). A l'équilibre stationnaire, la consommation est à un niveau inférieur par rapport à l'équilibre initial puisque, en augmentant l'impôt sur le capital, le stock de ce dernier diminue, ce qui va baisser la production, le revenu va donc diminuer lui aussi, limitant la consommation du ménage.

Enfin,la figure 7 reproduit la même expérience mais pour deux valeur différentes du paramètre CRRA : $\gamma = 2$ (en trait plein) et $\gamma = 0.2$ (en pointillés). Comme pour la hausse des dépenses publiques (figure 2), une hausse de $\mid \gamma \mid$ diminue la volatilité de la consommation, elle est lissée dans le temps. Les effets sur le taux d'intérêt d'une hausse de $\mid \gamma \mid$ se traduisent par une anticipation relativement tôt (relativement tard quand $\mid \gamma \mid \to 0$), et des effets persistant beaucoup plus longtemps après la hausse de l'imposition sur le capital (moins longtemps lorsque $\mid \gamma \mid \to 0$).

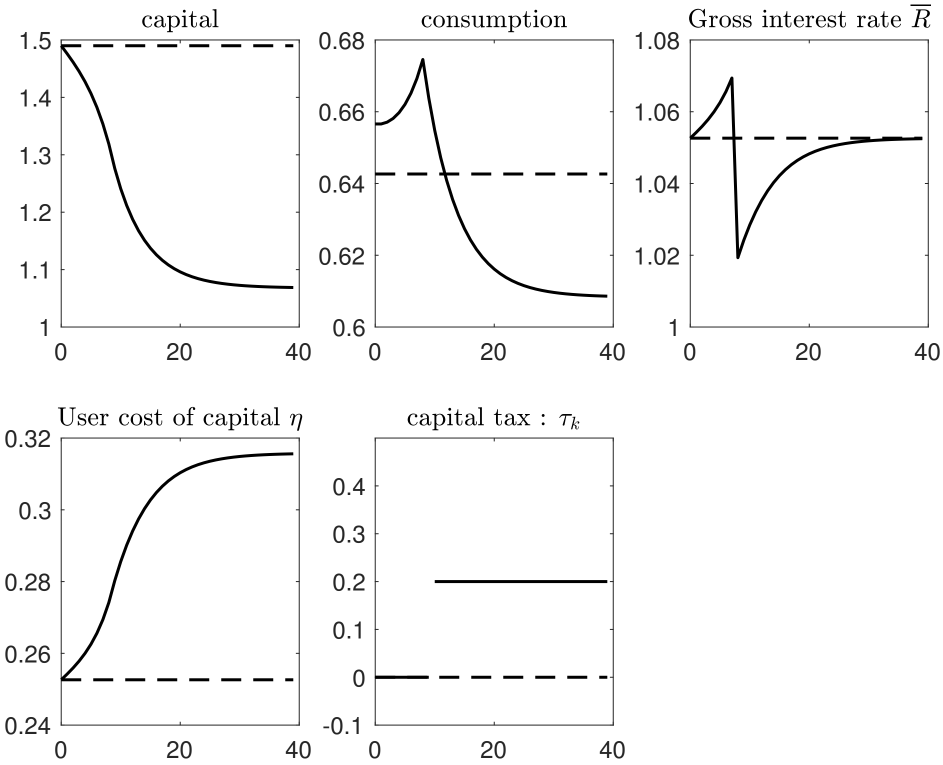

FIGURE 6 – Réponse d'une hausse permanente de l'impôt sur le capital en $t = 10$

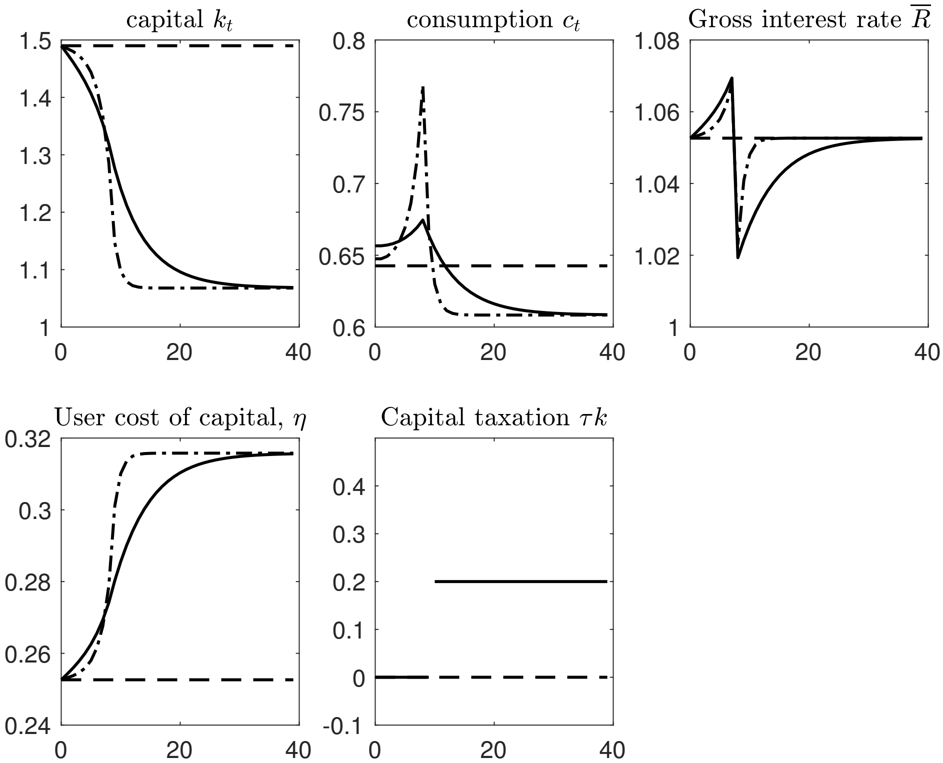

FIGURE 7 – Réponse d'une hausse permanente de l'impôt sur le capital en $t = 10$, pour différentes valeur de γ

6 Offre de travail élastique :

Désormais, supposons que l'élasticité de l'offre de travail est différente de zéro afin d'inclure dans la fonction d'utilité le temps de loisir. On adopte les mêmes notations que précédemment : U_i représentant la dérivé partielle de U par rapport au $i^{\text{ème}}$ argument. L'équilibre stationnaire doit dorénavant tenir compte des choix intertemporels pour l'accumulation du capital et le choix travail / temps libre. Ces choix sont déterminés par les équations :

$$\begin{cases} \dfrac{U_{1t}}{(1+\tau_{ct})} & = \beta \dfrac{U_{1t+1}}{(1+\tau_{ct+1})}\Big((1-\tau_{kt+1})(\eta_{t+1}-\delta)+1\Big) \\ \beta^t U_{2t} & = \beta^t U_{1t}\dfrac{1-\tau_{nt}}{1+\tau_{ct}} w_t \end{cases}$$

$$\frac{U_{1t}}{(1+\tau_{ct})} = \beta \frac{U_{1t+1}}{(1+\tau_{ct+1})}\Big((1-\tau_{kt+1})(F_k(k_{t+1}, n_{t+1})-\delta)+1\Big) \tag{6.1a}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1-\tau_{nt}}{1+\tau_{ct}} F_n(k_t, n_t) \tag{6.1b}$$

6.1 Équilibre stationnaire

Pour trouver un équilibre à ce modèle, supposons que les dépenses publiques, et les impôts restent constants. L'état stationnaire du système d'équations (6.1) et (6.1) est :

$$1 = \beta\Big((1-\tau_k)(F_k(\bar{k}\bar{n}) - \delta) + 1\Big) \tag{6.2}$$

$$\frac{U_2(\bar{c}, 1-\bar{n})}{U_1(\bar{c}, 1-\bar{n})} = \frac{1-\tau_{nt}}{1+\tau_{ct}} F_n(k,\bar{\ }\bar{n}) \tag{6.3}$$

A l'équilibre, l'équation emploi-ressources (2.3) est :

$$\bar{c} + \bar{g} + \delta\bar{k} = F(\bar{k}, \bar{n}) \tag{6.4}$$

Parce que la fonction $F(k,n)$ est homogène de degré 1, si l'on pose $\tilde{k} = \dfrac{k}{n}$, alors $F(k,n) = nf(\tilde{k})$ et $F_k(k,n) = f'(\tilde{k})$.[7] Il peut être utile d'utiliser ces propriétés pour réécrire (6.4) sous la forme :

$$\frac{\bar{c} + \bar{g}}{\bar{n}} = f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k} \tag{6.5}$$

De même, comme $\beta = \dfrac{1}{1+\rho}$, alors l'équation (6.2) peut se formuler :

$$\delta + \frac{\rho}{1-\tau_k} = f'(\tilde{k}) \tag{6.6}$$

L'équation (6.6) illustre le lien entre l'imposition du capital et l'intensité capitalistique $\tilde{k}$. Une hausse de τ_k entraine une baisse du ratio d'équilibre capital-travail[8], cependant cet équilibre ne dépend pas des valeurs de τ_c et τ_n. En revanche si ces impôts n'influencent pas le ratio capital-travail, ils auront tendance à modifier le niveau de consommation et le temps de travail à l'équilibre à travers les équations (6.3) et (6.4).

7. Preuve :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial k} &= \frac{d}{dk} nf(\tilde{k}) \\
&= = n\frac{df(\tilde{k})}{d\tilde{k}}\frac{\partial\tilde{k}}{\partial k} \\
&= n\frac{df(\tilde{k})}{d\tilde{k}}\frac{d\frac{k}{n}}{dk} \\
&= f'(\tilde{k})
\end{aligned}$$

8. Prenons le cas d'une fonction de production Cobb Douglas :$f(\tilde{k}) = A\tilde{k}^{\alpha} \iff f'(\tilde{k}) = \alpha A\tilde{k}^{\alpha-1}$ avec $\alpha \in]0,1[$. L'équation (6.6) s'exprime donc$\delta + \dfrac{\rho}{1-\tau_k} = \alpha A\dfrac{1}{\tilde{k}^{1-\alpha}}$. Donc :

$$\tilde{k}^{1-\alpha} = \frac{\alpha A}{\delta + \dfrac{\rho}{1-\tau_k}}$$

Or comme $\tau_k \in]0,1[$, $lim_{\tau_k\to 0}\dfrac{\rho}{1-\tau_k} = \rho$ et,$lim_{\tau_k\to 1}\dfrac{\rho}{1-\tau_k} \to +\infty$. On a donc $\lim_{\tau_k\to 1}\tilde{k} \to 0$

Définissons $\check{\tau}_c = \dfrac{\tau_n + \tau_c}{1+\tau_c}$ et $\check{\tau}_k = \dfrac{\tau_k}{1-\tau_k}$, il s'ensuit que $\dfrac{1-\tau_n}{1+\tau_c} = 1 - \check{\tau}_c$ et $\dfrac{1}{1-\tau_k} = 1 + \check{\tau}_k$.

6.2 Simulations

Pour rendre l'analyse plus concrète, faisons quelques hypothèses sur les préférences (voir Hansen (1985) et Rogerson (1988)) :

$$U(c, 1-n) = \ln c + B(1-n) \tag{6.7}$$

où $B > 1$ et $n \in (0,1)$. On fixera $B = 3$ dans les simulations. L'équation (6.3) devient :

$$B\bar{c} = \frac{1-\tau_n}{1+\tau_c}\Big(f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})\Big) \tag{6.8}$$

Pour la suite des simulations, on travaillera avec le système formé par les trois équations (6.5), (6.6) et (6.8) qui permettent de déterminer les valeurs $\tilde{k}$, $\bar{c}$, $\bar{n}$ de l'équilibre stationnaire :

$$\begin{cases} \delta + \dfrac{\rho}{1-\tau_k} & = f'(\tilde{k}) \\ B\bar{c} & = \dfrac{1-\tau_n}{1+\tau_c}\Big(f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})\Big) \\ \bar{c} & = \bar{n}\Big(f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k}\Big) - \bar{g} \end{cases} \tag{6.9}$$

La figure 8 représente les conséquences d'une hausse non anticipée des dépenses publiques en $t = 0$, entièrement financée par la hausse de l'impôt forfaitaire τ_h. Les équations du système (6.9) montrent que ni l'intensité capitalistique $\tilde{k}$, ni la consommation par tête ne sont durablement affectées par une hausse des dépenses publiques. Les conséquences d'une telle mesure différent considérablement par rapport aux cas étudiés précédemment (i.e. quand on supposait l'offre de travail inélastique). Pour rappel, lorsque $B = 0$, l'économie s'adaptait en diminuant la consommation par tête du même montant que la hausse des dépenses publiques. Lorsque l'on fait rentrer dans la fonction d'utilité le temps de loisir, l'effet est de laisser inchangé à la fois le niveau de consommation à long terme, et le capital par tête. Ce résultat est rendu possible par une hausse du stock de capital et de l'offre de travail. Une hausse des dépenses publiques génèrent un effet positif du point de vue de la croissance économique afin de maintenir inchangé le niveau de consommation par tête.

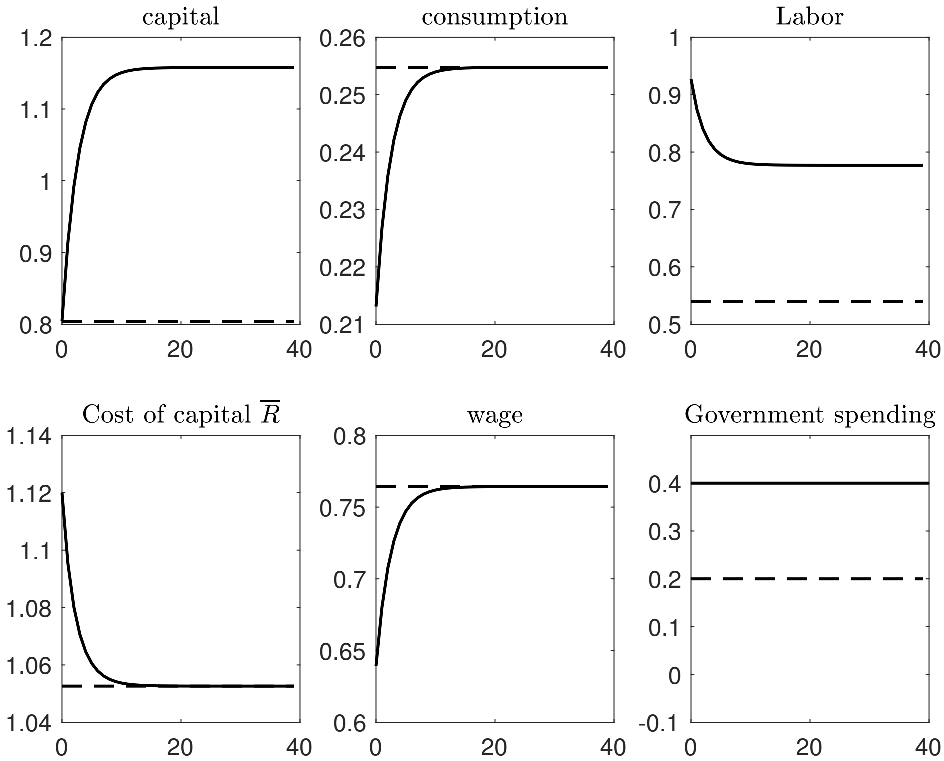

FIGURE 8 – Réponse d'une hausse permanente des dépenses publiques en $t = 0$

La figure 9 illustre une hausse inattendue du taux d'imposition sur les revenus du travail. Dans ce cas de figure, l'effet est d'éprouver l'économie. Comme le suggère le système d'équations (6.9), une hausse du taux d'imposition du travail n'altère pas l'intensité capitalistique de l'économie. En revanche, le niveau de consommation va quand lui diminuer (selon la deuxième équation du système). A l'inverse du cas précédent, le stock de capital, et le temps de travail vont diminuer dans le temps.

Enfin, la figure 10 correspond à une hausse anticipée du taux d'imposition marginal des revenus du travail en $t = 10$. Cette hausse se traduit par une hausse du travail ainsi que le stock du capital dans la période précédent la réforme, alors que le niveau de consommation reste identique. L'agent représentatif travaille plus en prévisions du fait que la rémunération nette du travail sera plus faible. Le système dynamique qui détermine cette évolution est :

$$c_{t+1} = \beta \bar{R}_{t+1} c_t \tag{6.10a}$$

$$\bar{R}_{t+1} = \frac{1+\tau_{ct}}{1+\tau_{ct+1}} \left[1 + \left(1 - \tau_{kt+1}\right)\left(f'\left(\frac{k_{t+1}}{n_{t+1}} - \delta\right)\right) \right] \tag{6.10b}$$

$$labeleq6.10b \tag{6.10c}$$

$$Bc_t = \frac{1-\tau_{nt}}{1+\tau_{ct}} F_n(k_t, n_t) \tag{6.10d}$$

$$labeleq6.10c \tag{6.10e}$$

$$k_{t+1} = F(k_t, n_t) + (1-\delta)k_t - g_t - c_t \tag{6.10f}$$

$$labeleq6.10d \tag{6.10g}$$

Ces équations nous renseignent sur la manière dont le ménage répartit son travail au cours du temps. L'effet d'une hausse permanent de τ_n en $t = 10$ est de réduire le salaire après impôts. La baisse de salaire après impôts fait qu'il est plus intéressant de travailler avant la réforme qu'après. Par conséquent, l'offre de travail n_t augmente au dessus de son équilibre stationnaire avant $t = 10$. Le ménage va utiliser ses revenus du travail pour acquérir suffisamment de capital pour maintenir l'intensité capitalistique et son niveau de consommation égal à l'équilibre initial jusqu'à l'intervention du gouvernement. A partir de $t = 10$, le stock de capital diminue tout comme la productivité marginale du travail, de sorte que le salaire avant impôts retrouve sa valeur d'équilibre initial.

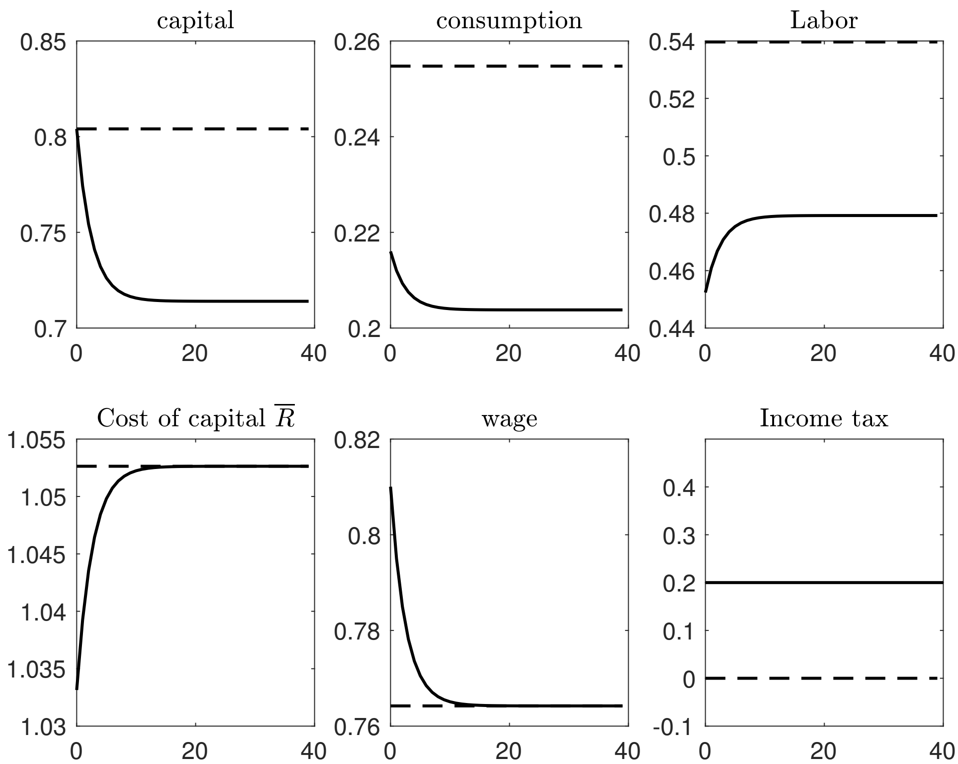

FIGURE 9 – Réponse d'une hausse permanente de l'impôt sur les revenus du travail (τ_n) en $t = 0$

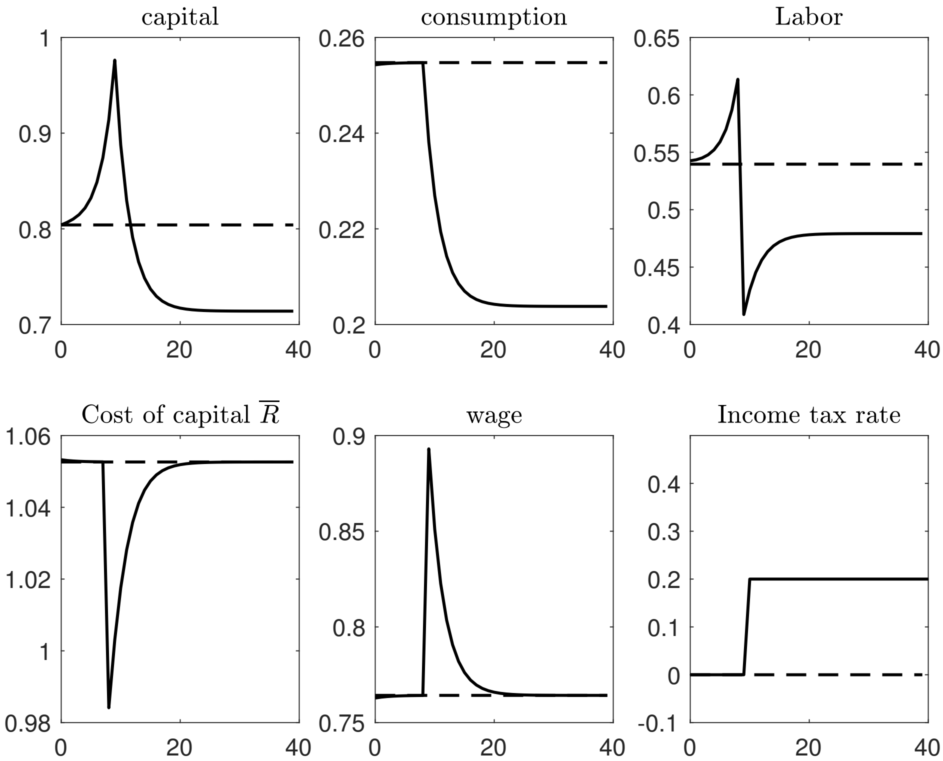

FIGURE 10 – Réponse d'une hausse anticipée, permanente de l'impôt sur les revenus du travail (τ_n) en $t = 10$

Références