### VERSUCH NUMMER

# **TITEL**

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

## Inhaltsverzeichnis

1	The	oretische Grundlage	3
	1.1	Fehlerrechnung	5
		1.1.1 Mittelwert	
		1.1.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung	5
		1.1.3 Lineare Regression	5
2	Dur	chführung und Aufbau	<b>6</b>
	2.1	Teilversuch 1	7
	2.2	Photodetektorschaltung	7
3	Aus	vertung	7
	3.1	Funktionengenerator	7
		Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung	
4	Disk	ussion	9
Lit	teratı	ır	9

### 1 Theoretische Grundlage

Bei dem Lock-In-Verstärker handelt es sich um einen Verstärker mit einem eingebautem phasenempfindlichem Detektor. Der Lock-In-Verstärker wird hauptsächlich zur Messung stark verrauschter Signale verwendet. Um dies zu realisieren wird das Meßsignal mit einer Referenzfrequenz  $\omega_0$  moduliert. Die folgende Abbildung zeigt den schematischen Aufbau des Lock-In-Verstärkers:

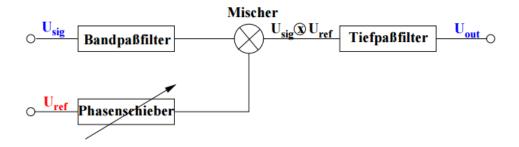


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Lock-In-Verstärkers. [1, S. 1]

Das Nutzsignal  $U_{\rm sig}$  wird mit einem Bandpassfilter von Rauschanteilen höherer  $(\omega\gg\omega_0)$  und niedrigerer  $(\omega\ll\omega_0)$  Frequenzen gereinigt. Danach wird das Signal in dem Mischer mit einem Referenzsignal  $U_{\rm ref}$ , welches die gleiche Frequenz wie  $U_{\rm sig}$  besitzt, multipliziert. Das Referenzsignal kann relativ zu dem Nutzsignal Phasenverschoben werden und so mit dem Signal synchronisiert werden  $(\Delta\Phi=0)$ . Der nachfolgende Tiefpaß  $(\tau=RC\gg1/\omega_0)$  integriert das Mischsignal  $U_{\rm sig}\times U_{\rm ref}$  über mehrere Perioden der Frequenz  $\omega_0$ . Dadurch wird eine großer Teil der Rauschbeiträge, welche nicht mit der Frequenz des Nutzsignals synchronisiert sind, herausgemittelt. Durch dieses Verfahren wird am Ausgang eine zur Eingangsspannung  $U_{\rm sig}$  proportionale Gleichspannung  $U_{\rm out}\propto U_0\cdot\cos\Phi$  gemessen. Außerdem definiert dieser Tiefpass auch die Bandbreite des Restrauschens, wenn die Zeitkonstante  $\tau=RC$  sehr groß gewählt wird, wird die Bandbreite  $\Delta\nu=1/(\pi RC)$  belibieg klein. So wird mit dem Lock-In-Verstärker ein Güte von Q=100000 erreicht, währenddessen kann ein Bandpass nur Güten von Q=1000 erreichen.

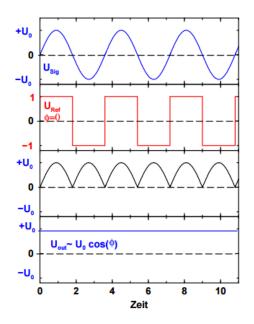


Abbildung 2: Signalverläufe. [1, S. 2]

In Abblidung 2 wird eine sinusförmige Signalspannung

$$U_{\rm sig} = U_0 \sin(\omega t) \ , \tag{1}$$

betrachtet, die durch  $U_{\rm ref}$  moduliert wird.  $U_{\rm ref}$  hat dabei eine auf 1 normierte Amplitude, die bei einer positiven Signalspannung auf 1 steht und bei einer negativen Signalspannung auf -1 steht. Dadurch wird das Nutzsignal von einer Wechselspannung zu einer Gleichspannung geändert, um bei der Integration ein Ergebniss ungleich 0 zu erhalten. Die Rechteckspannung  $U_{\rm ref}$  wird mit einer Fourrierreihe genähert, die sich aus den ungeraden Harmonischen der Grundfrequnz  $\omega$  zusammensetzt und die Form

$$U_{\rm ref} = \frac{4}{\pi} \left( \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right) \tag{2}$$

hat. Nach dem multiplizieren von der Signalspannung mit der Rechteckspannung folgt, dass

$$U_{\rm sig}\times U_{\rm ref} = \frac{2}{\pi}\left(1-\frac{2}{3}\cos(2\omega t)-\frac{2}{15}\cos(4\omega t)-\frac{2}{35}\cos(6\omega t)-\ldots\right) \eqno(3)$$

ist. Das entspricht nun der geraden Oberwelle der Grundfrequenz  $\omega_0$ . Danach durchläuft die gerade Oberwelle den Tiefpassfilter und wird zu einer Gleichspannung, die proportional zur Signalspannung ist,

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \ . \tag{4}$$

Wenn die Signalspannung und die Referenzspannung nicht in Phase sind folgt mit Abbildung 2 und Gleichung 4:

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\Phi) \ . \tag{5}$$

### 1.1 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

#### 1.1.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe  $x_1,...,x_{\rm n}$ lässt sich durch die Formel

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} x_k \tag{6}$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta \overline{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^{N} (x_k - \overline{x})^2}$$
 (7)

#### 1.1.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn  $x_1, ..., x_n$  fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler  $\Delta f$  mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2}$$
 (8)

#### 1.1.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

$$y = m \cdot x + b \tag{9}$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \overline{xy}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{10}$$

$$b = \frac{\overline{x^2}\overline{y} - \overline{x}\,\overline{xy}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{11}$$

### 2 Durchführung und Aufbau

In Abbildung 3 sieht man den verwendeten modular aufgebauten Lock-In-Verstärker.

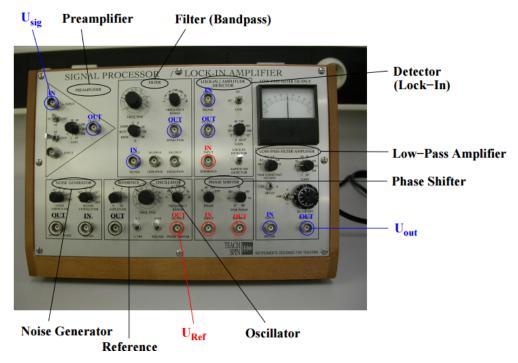


Abbildung 3: Im Versuch verwendeter Lock-In-Verstärker. [1, S. 3]

Im folgenden werden die einzelnen Module kurz erklärt:

- Der Preamplifier verstärkt das eingehende Signal.
- Der Filter (Bandpass) filtert höhere und niedrigere Frequenzen aus dem Nutzsignal.
- Mit dem Detector werden die Signal- und die Referenzspannung multipliziert und verstärkt.
- Mit dem Phase Shifter wir die Phasenverschiebung zwischen Signal- und Referenzspannung eingestellt.
- Der Noise Generator kann ein Störgeräusch zu dem Nutzsignal hinzufügen.
- Das Modul Reference / Oscillator erzeugt das Nutz- und das Referenzsignal mit der Frequenz  $\omega_0$ .
- Der Low-Pass Filter / Amplifier gibt  $U_{\rm out}$  aus und kann dieses noch verstärken.

#### 2.1 Teilversuch 1

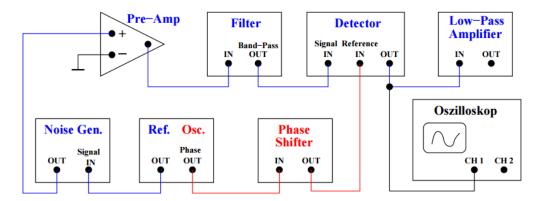


Abbildung 4: Schaltung für den ersten Versuch. [1, S. 4]

#### 2.2 Photodetektorschaltung

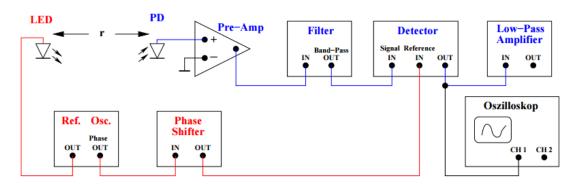


Abbildung 5: Die Photodetektorschaltung. [1, S. 5]

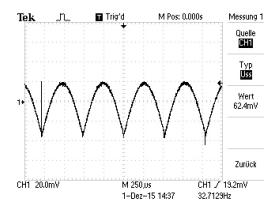
### 3 Auswertung

### 3.1 Funktionengenerator

Zunächst wird das Signal des Funktionengenerators auf dem Osziloskop ausgegeben. Dort wird die Frequenz der gewählten Sinusfunktion auf 1 kHz justiert und eine Spannung von 52 mV gewählt. Anschließend wird der Aufbau wie in der Beschreibung beschrieben aufgebaut. Dabei werden die Filter der Frequenz entsprechend auf 1 kHz angepasst und die Verstärkung am Low-Pass Amplifier auf 200 eingestellt. Der Noise Generator wird zunächst einmal überbrückt indem er auf off gestellt wird.

### 3.2 Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung

Ziel des Teilversuchs ist es die Abhängigkeit der Ausgangsspannung  $U_{\rm out}$  von der Phasendifferenz  $\phi$  der Eingangsspannung  $U_{\rm sig}$  und der Referenzsspannung  $U_{\rm ref}$  genauer zu beobachten. Zunächst wird eine offset Messung der Phasenverschiebung der beiden Spannungen durchgeführt. Dafür wird der Phasenwinkel solange justiert bis ein Oszilloskopausschlag wie in Bild 6 erscheint, was einem Phasenwinkel von  $\phi=0^\circ$  entspricht. Daran wird die Phasenskala für den weiteren Versuchsverlauf ausgerichtet. Mittels eines



**Abbildung 6:**  $\phi = 0$ , offset Messung.

Tiefpasses wird die Spannung, durch den Innenwiederstand integriert und die Zeitlich gemittelte Spannung auf einem Messgerät ausgegeben. Nach Berücksichtigung der Verstärkung ergibt sich nach Formel 12 für eine Phasenverschiebung von  $\phi=0^\circ$  eine Spannung von

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{52 \cdot 10^{-3} \, V}{200} = 33.1 \cdot 10^{-3} \, V \tag{12}$$

Nach Formel ?? werden die theoretischen und praktischen Spannungswerte ausgerechnet und in Tabelle 1 mit dem dazugehörigen Phasenwinkel aufgelistet. Der Abbildung 7 kann man entnehmen, dass die gemessene Spannung qualitativ erfüllt.

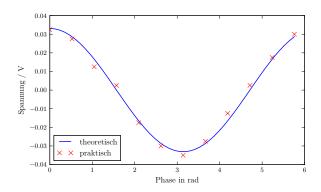


Abbildung 7: Spannungsverlauf

$\phi$	$U_{\rm theoretisch}/10^{-3} \cdot {\rm V}$	$U_{\mathrm{praktisch}}/10^{-3} \cdot \mathrm{V}$
0	33.1	32.5
30	28.6	27.5
60	16.5	12.5
90	0.0	2.5
120	-16.5	-17.5
150	-28.6	-30.0
180	-33.1	-35.0
210	-28.6	-27.5
240	-16.5	-12.5
270	0.0	2.5
300	16.5	17.5
330	28.6	30.0

Tabelle 1:  $U_{\mathrm{out}}$  bei verschiedenen Phasen.

## 4 Diskussion

### Literatur

[1] TU Dortmund. Versuch 303: Der Lock-In-Verstärker. 2014.