

## **Beugung am Spalt**

Maximilian Sackel  
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers  
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: 19.04.2016

Abgabe: 26.04.2016

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theoretische Grundlage</b>	<b>3</b>
1.1	Fehlerrechnung . . . . .	4
1.1.1	Mittelwert . . . . .	4
1.1.2	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung . . . . .	5
1.1.3	Lineare Regression . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Durchführung und Aufbau</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>7</b>

# 1 Theoretische Grundlage

Zur Beugung von Licht kommt es, wenn die Abmessung des Hinderniss in der Größenordnung der Wellenlänge  $\lambda$  liegt. Dabei kommt es zur Abweichung des Lichtes von der Geometrischen Optik. Für den Versuch wird angenommen das der Schirm eine weite Entfernung zur Blende aufweist, so dass die Fraunhofer-Näherung genutzt werden kann. In Abbildung 1 ist zu sehen das das Licht jeweils um den Winkel  $\phi$  gebeugt wird. Anhand des Huygensschen Prinzip lässt sich bei hinreichend großer intensität die Interfe-

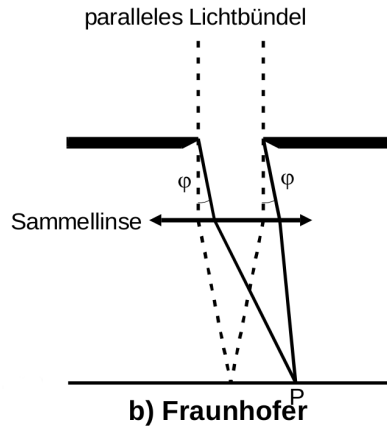


Abbildung 1: Fraunhofer Beugung

renzbeschreibung beschreiben. Es besagt einerseits, dass jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle ist, als auch dass die Einhüllende der Elementarwellen die neue Wellenfront ergibt. Um eine Aussage in einem Punkt zu machen, müssen aufgrund des Huygensschen Prinzip alle Wellen die in diesem Punkt ankommen überlagert werden. Der einfacherheit halber wird zunächst ein Doppelspalt betrachtet und anschließend auf andere Querschnitte geschlossen. Beim Einzelspalt müssen dafür die einzelnen Strahlennüdel unter dem entsprechenden Ablenkungswinkel  $\phi$  summiert werden. Es wird eine ebene Welle mit der Feldstärke

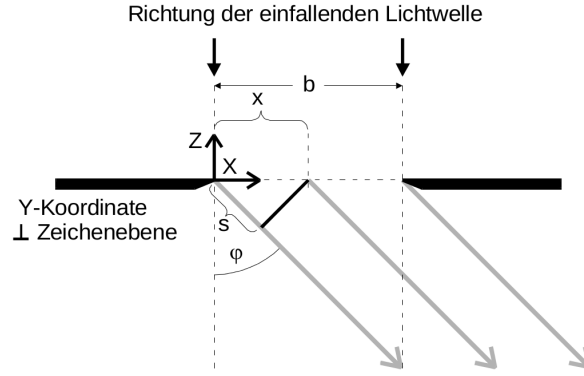
$$A(z, t) = A_0 \exp \left( i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \quad (1)$$

angenommen die durch den Spalt mit Breite  $b$  einfällt. Der Phasenunterschied zweier Strahlen mit dem Abstand  $x$  beträgt:

$$\delta = \frac{2\pi x \sin(\phi)}{\lambda} \quad (2)$$

Durch Integration über alle Strahlen die um den Winkel  $\phi$  abgelenkt sind ergibt sich:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left( i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \cdot \exp \left( \frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right) \quad (3)$$



**Abbildung 2:** Phasenbeziehung zwischen zwei Teilstrahlen

Für die experimentelle Auswertung müssen die Exponentialfunktionen nicht weiter betrachtet werden, da diese ausschließlich Informationen über die Phase der Funktion enthalten. Da aufgrund der hohen Lichtfrequenz eine Messung der Amplitude nicht möglich ist muss die Intensitätsverteilung ermittelt werden.

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (4)$$

Die Intensitätsverteilung des  $I(\phi)$  des Doppelspalts beruht darauf das im Abstand  $s$  ein zweiter Einzelspalt der Breite  $b$  überlagert wird.

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left( \frac{\pi s \sin(\phi)}{\lambda} \right) \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (5)$$

## 1.1 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

### 1.1.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe  $x_1, \dots, x_n$  lässt sich durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (6)$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (7)$$

### 1.1.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn  $x_1, \dots, x_n$  fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler  $\Delta f$  mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_k} \right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2} \quad (8)$$

### 1.1.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

$$y = m \cdot x + b \quad (9)$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (10)$$

$$b = \frac{\overline{x^2y} - \bar{x}\overline{xy}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (11)$$

## 2 Durchführung und Aufbau

## 3 Auswertung

Der zu Beginn ausgemessene Abstand  $L$  von dem Spalt zu der Messdiode und die Wellenlänge des verwendeten Lasers lauten:

$$L = 0.93 \text{ m}$$

$$\lambda = 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Alle Messwerte zur Bestimmung der Spaltgrößen  $b$ , über das Interferenzmuster, befinden sich in Tabelle ?? bis ??. Der gemessene Dunkelstrom beträgt,

$$I_D = 0.1 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

und wird für alle Messungen als konstant angesehen. Mithilfe der Messwerte und Gleichung (4) für die Einzelspalte und mit Gleichung (5) für den Doppelspalt wird eine Ausgleichsrechnung durchgeführt. Der Winkel wird als  $\Phi \approx \frac{x}{L}$  angenommen. Da in beiden Gleichungen durch  $\sin(\frac{x}{L})$  geteilt wird, muss der Wert  $x = 0$  aus der Ausgleichsrechnung entfernt werden.

a / mm	I / m A
-25	0.00062
-24	0.00058
-23	0.00046
-22	0.00032
-21	0.00028
-20	0.00038
-19	0.00092
-18	0.00130
-17	0.00180
-16	0.00225
-15	0.00225
-14	0.00175
-13	0.00110
-12	0.00060
-11	0.00075
-10	0.00200
-9	0.00600
-8	0.01250
-7	0.02200
-6	0.03600
-5	0.05400
-4	0.07200
-3	0.08800
-2	0.09000
-1	0.10000
0	0.12500
1	0.10000
2	0.10000
3	0.09000
4	0.07400
5	0.05600
6	0.04000
7	0.02400
8	0.01200
9	0.00750
10	0.00300
11	0.00150
12	0.00140
13	0.00225
14	0.00260
15	0.00340
16	0.00340
17	0.00280
18	0.00200
19	0.00175
20	0.00125
21	0.00100
22	0.00075
23	0.00090
24	0.00100
25	0.00100

Tabelle 1

## 4 Diskussion