

Beugung am Spalt

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: 19.04.2016

Abgabe: 26.04.2016

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Theoretische Grundlage | 3 |
| 1.1 | Fehlerrechnung | 4 |
| 2 | Durchführung und Aufbau | 4 |
| 3 | Auswertung | 5 |
| 3.1 | Ausgleichsrechnung zum dünnen Einzelspalt | 7 |
| 3.2 | Ausgleichsrechnung zum mittleren Einzelspalt | 8 |
| 3.3 | Ausgleichsrechnung zum dicken Einzelspalt | 9 |
| 3.4 | Ausgleichsrechnung zum Doppelspalt | 10 |
| 4 | Diskussion | 10 |
| | Literatur | 11 |

1 Theoretische Grundlage

Zur Beugung von Licht kommt es, wenn die Abmessung des Hindernisses in der Größenordnung der Wellenlänge λ des Lichts liegt. Dabei kommt es zur Abweichung des Lichtes von der Geometrischen Optik. Bei der Fresnel-Näherung ist die Lichtquelle und der Beobachtungspunkt nah zusammen, wodurch die Lichtstrahlen nicht um den gleichen Winkel gebrochen werden. Für den Versuch wird angenommen, dass der Schirm sehr weit von der Blende entfernt ist, so dass die Fraunhofer-Näherung genutzt werden kann. In Abbildung 1 ist zu sehen, dass das Licht jeweils um den Winkel ϕ gebeugt wird. Anhand

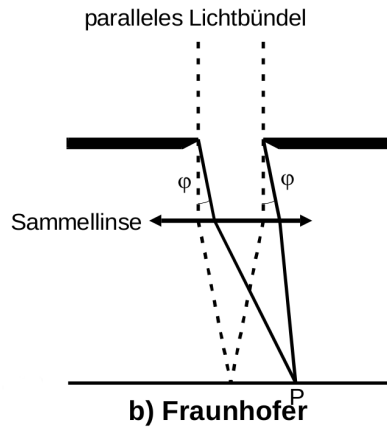


Abbildung 1: Fraunhofer Beugung. [1, S. 1]

des Huygensschen Prinzip lässt sich bei hinreichend großer Intensität die Interferenz beschreiben. Es besagt einerseits, dass jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle ist und andererseits, dass die Einhüllende der Elementarwellen die neue Wellenfront ergibt. Um eine Aussage in einem Punkt zu machen, müssen nach dem Huygensschen Prinzip alle Wellen die in diesem Punkt ankommen überlagert werden. Der Einfachheit halber wird zunächst ein Einzelspalt betrachtet und anschließend auf andere Spalte geschlossen. Interferenz bedeutet beim Einzelspalt, dass die einzelnen Amplituden der Elementarwellen, die gleichzeitig in einem Punkt sind, überlagert werden. Es wird eine ebene Welle mit der Feldstärke

$$A(z, t) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \quad (1)$$

angenommen die durch den Spalt mit Breite b einfällt. Der Phasenunterschied zweier Strahlen, mit dem Abstand x beträgt:

$$\delta = \frac{2\pi x \sin(\phi)}{\lambda} \quad (2)$$

Durch Integration über alle Strahlen die um den Winkel ϕ abgelenkt sind ergibt sich:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \cdot \exp \left(\frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right) \quad (3)$$

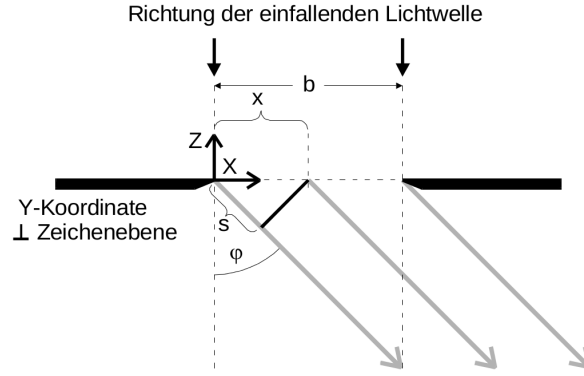


Abbildung 2: Phasenbeziehung zwischen zwei Teilstrahlen [1, S. 3]

Für die experimentelle Auswertung müssen die Exponentialfunktionen nicht weiter betrachtet werden, da diese ausschließlich Informationen über die Phase der Funktion enthalten. Da aufgrund der hohen Lichtfrequenz eine Messung der Amplitude nicht möglich ist muss die Intensitätsverteilung ermittelt werden.

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (4)$$

Die Intensitätsverteilung $I(\phi)$ des Doppelspalts beruht darauf, dass im Abstand s ein zweiter Einzelspalt der Breite b überlagert wird.

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\phi)}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (5)$$

1.1 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehler und Fits werden im folgenden mit der Funktion "Lmfit" aus Python berechnet.

2 Durchführung und Aufbau

Als erstes wird die Strecke L zwischen Photoelektrode und Spalt, wie in Abbildung 3 zu sehen ist, vermessen. Anschließend wird einmal der Dunkelstrom I_D der Photodiode gemessen. Dann kann nach dem Einspannen des Spaltes in die dafür vorgesehene Messapparatur der Laser eingeschaltet werden und das Beugungsbild vermessen werden. Dazu wird zunächst das Hauptmaxima ermittelt und von diesem ausgehend zu beiden Seiten 25 Messwerte genommen. Dies geschieht indem die Fotodiode jeweils um 1mm auf der Schiene vom Hauptmaximum entfernt wird und der Fotostrom I ausgemessen wird. Nachdem das Beugungsbild vermessen ist, wird anschließend die Spaltbreite an einem Mikroskop vermessen. Dafür wird zunächst der Maßstab anhand eines geeigneten Referenzobjekt ermittelt und mit Hilfe diesem, die Spaltbreite b des Spaltes ausgerechnet. Der Versuch ist für alle 3 Einzelspalte als auch für den Doppelspalt durchzuführen.

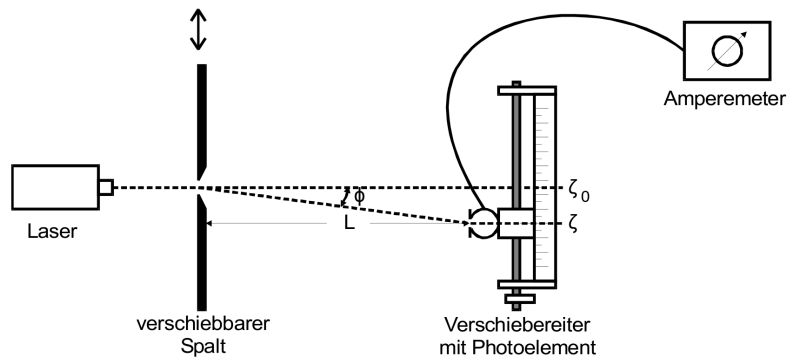


Abbildung 3: Versuchsaufbau [1, S. 6]

3 Auswertung

Der zu Beginn ausgemessene Abstand L von dem Spalt zu der Photodiode und die Wellenlänge des verwendeten Lasers sind:

$$L = 0.93 \text{ m}$$

$$\lambda = 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Alle Messwerte zur Bestimmung der Spaltgrößen b , über das Interferenzmuster, befinden sich in Tabelle 1. Der gemessene Dunkelstrom beträgt,

$$I_D = 0.1 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

und wird für alle Messungen als konstant angesehen. Mithilfe der Gleichungen (4) und (5) und der Messwerte aus Tabelle (1) werden die Spaltbreiten b der Spalte bestimmt. Der Winkel wird als $\Phi \approx \frac{x}{L}$ angenommen. Da in beiden Gleichungen durch $\sin\left(\frac{x}{L}\right)$ geteilt wird, muss der Wert $x = 0$ aus der Ausgleichsrechnung entfernt werden. Die Ausgleichsrechnungen werden in den Abbildungen (4) bis (7) dargestellt.

| Abstand | Einzelspalt mit | | | Doppelspalt mit |
|---------|-----------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------------------|
| a / mm | b = 0.075 mm I / μ A | b = 0.15 mm I / μ A | b = 0.4 mm I / μ A | b = 0.1 mm, g = 0.4 mm I / μ A |
| -25 | 0.00062 | 0.00175 | 0.0065 | 0.00240 |
| -24 | 0.00058 | 0.00170 | 0.0072 | 0.00250 |
| -23 | 0.00046 | 0.00125 | 0.0060 | 0.00200 |
| -22 | 0.00032 | 0.00120 | 0.0032 | 0.00150 |
| -21 | 0.00028 | 0.00220 | 0.0046 | 0.00150 |
| -20 | 0.00038 | 0.00200 | 0.0100 | 0.00200 |
| -19 | 0.00092 | 0.00260 | 0.0135 | 0.00240 |
| -18 | 0.00130 | 0.00420 | 0.0105 | 0.00300 |
| -17 | 0.00180 | 0.00460 | 0.0150 | 0.00240 |
| -16 | 0.00225 | 0.00320 | 0.0125 | 0.00175 |
| -15 | 0.00225 | 0.00300 | 0.0180 | 0.00100 |
| -14 | 0.00175 | 0.00600 | 0.0185 | 0.00180 |
| -13 | 0.00110 | 0.00100 | 0.0125 | 0.00500 |
| -12 | 0.00060 | 0.00750 | 0.0220 | 0.01000 |
| -11 | 0.00075 | 0.00100 | 0.0240 | 0.01500 |
| -10 | 0.00200 | 0.00800 | 0.0300 | 0.01400 |
| -9 | 0.00600 | 0.00500 | 0.0420 | 0.00800 |
| -8 | 0.01250 | 0.01000 | 0.0400 | 0.02500 |
| -7 | 0.02200 | 0.02600 | 0.0500 | 0.02500 |
| -6 | 0.03600 | 0.03600 | 0.1100 | 0.16000 |
| -5 | 0.05400 | 0.02000 | 0.0800 | 0.50000 |
| -4 | 0.07200 | 0.01200 | 0.2000 | 1.00000 |
| -3 | 0.08800 | 0.10000 | 0.4900 | 2.00000 |
| -2 | 0.09000 | 0.25000 | 0.5000 | 2.60000 |
| -1 | 0.10000 | 0.75000 | 8.0000 | 3.80000 |
| 0 | 0.12500 | 1.20000 | 17.500 | 5.10000 |
| 1 | 0.10000 | 1.10000 | 4.6000 | 5.00000 |
| 2 | 0.10000 | 0.80000 | 0.5000 | 4.00000 |
| 3 | 0.09000 | 0.50000 | 0.2600 | 2.60000 |
| 4 | 0.07400 | 0.18000 | 0.2600 | 1.80000 |
| 5 | 0.05600 | 0.03500 | 0.0750 | 1.15000 |
| 6 | 0.04000 | 0.01000 | 0.0900 | 0.16000 |
| 7 | 0.02400 | 0.03600 | 0.0750 | 0.01800 |
| 8 | 0.01200 | 0.04200 | 0.0400 | 0.00640 |
| 9 | 0.00750 | 0.02400 | 0.0680 | 0.00880 |
| 10 | 0.00300 | 0.00900 | 0.0340 | 0.01300 |
| 11 | 0.00150 | 0.01000 | 0.0300 | 0.01700 |
| 12 | 0.00140 | 0.01500 | 0.0280 | 0.01800 |
| 13 | 0.00225 | 0.01500 | 0.0280 | 0.01500 |
| 14 | 0.00260 | 0.00800 | 0.0200 | 0.00750 |
| 15 | 0.00340 | 0.00300 | 0.0220 | 0.00380 |
| 16 | 0.00340 | 0.00320 | 0.0090 | 0.00260 |
| 17 | 0.00280 | 0.00450 | 0.0120 | 0.00260 |
| 18 | 0.00200 | 0.00380 | 0.0160 | 0.00360 |
| 19 | 0.00175 | 0.00240 | 0.0080 | 0.00440 |
| 20 | 0.00125 | 0.00200 | 0.0074 | 0.00400 |
| 21 | 0.00100 | 0.00200 | 0.0064 | 0.00280 |
| 22 | 0.00075 | 0.00160 | 0.0064 | 0.00200 |
| 23 | 0.00090 | 0.00120 | 0.0060 | 0.00180 |
| 24 | 0.00100 | 0.00140 | 0.0070 | 0.00220 |
| 25 | 0.00100 | 0.00180 | 0.0065 | 0.00250 |

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Spaltbreite b .

3.1 Ausgleichsrechnung zum dünnen Einzelspalt

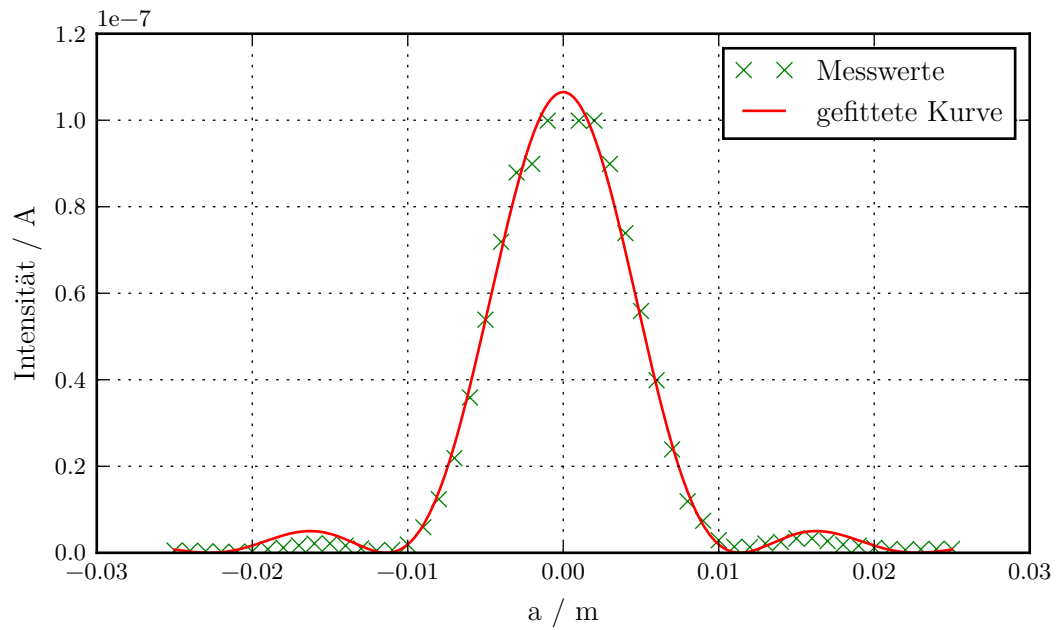


Abbildung 4: Ausgleichsrechnung zum dünnen Einzelspalt.

Aus dem Fit für den dünnen Einzelspalt ergeben sich die Spaltbreite b_{Beu} und die Normierungskonstante A :

$$b_{\text{Beu}} = (5.19 \pm 0.05) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$A = (6.29 \pm 0.05) \frac{1}{\text{m}}$$

Die gemessene Spaltbreite b mit Hilfe eines Mikroskops beträgt:

$$b_{\text{Mikro}} = 7.22 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

3.2 Ausgleichsrechnung zum mittleren Einzelspalt

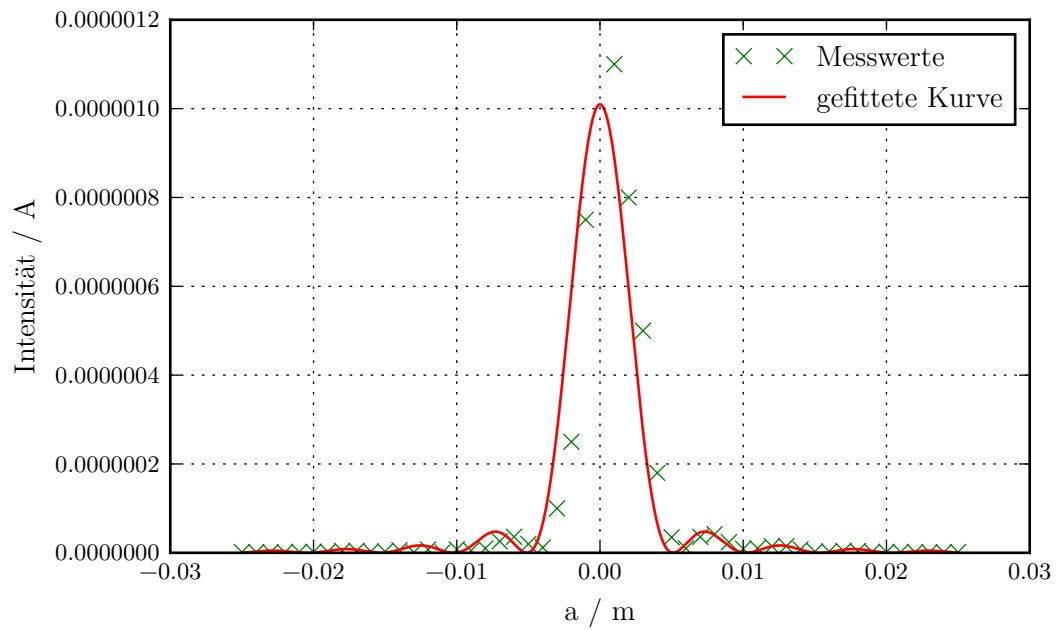


Abbildung 5: Ausgleichsrechnung zum mittleren Einzelspalt.

Aus dem Fit für den mittleren Einzelspalt ergeben sich die Spaltbreite b_{Beu} und die Normierungskonstante A :

$$b_{\text{Beu}} = (11.57 \pm 0.65) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$A = (8.69 \pm 0.39) \frac{1}{\text{m}}$$

Die gemessene Spaltbreite b mit Hilfe eines Mikroskops beträgt:

$$b_{\text{Mikro}} = 13.3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

3.3 Ausgleichsrechnung zum dicken Einzelspalt

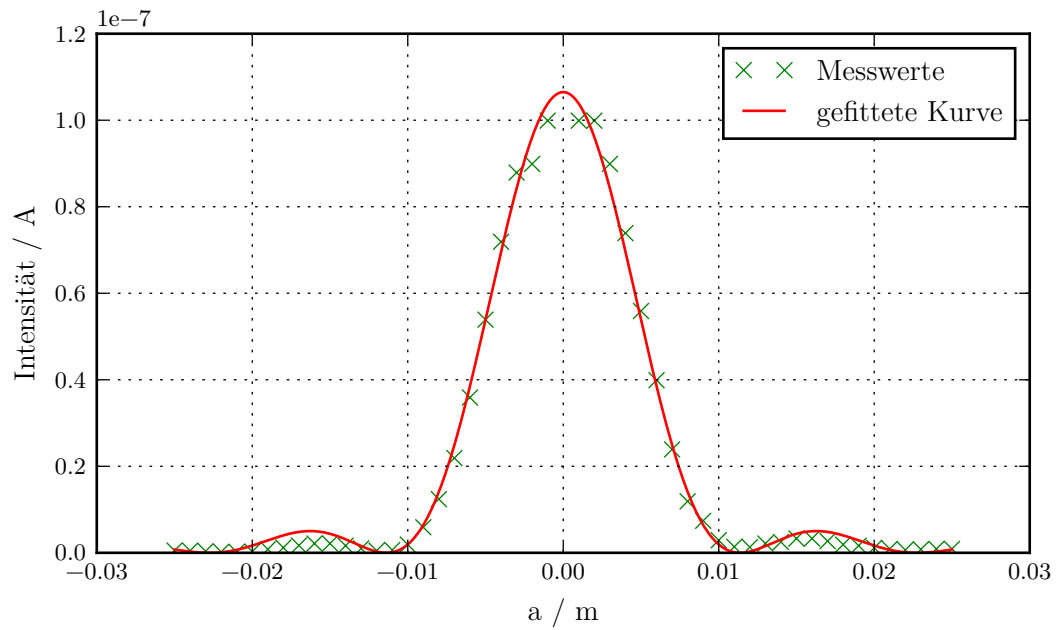


Abbildung 6: Ausgleichsrechnung zum dicken Einzelspalt.

Aus dem Fit für den mittleren Einzelspalt ergeben sich die Spaltbreite b_{Beu} und die Normierungskonstante A :

$$b_{\text{Beu}} = (24.47 \pm 1.03) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$A = (13.85 \pm 0.34) \frac{1}{\text{m}}$$

Die gemessene Spaltbreite b mit Hilfe eines Mikroskops beträgt:

$$b_{\text{Mikro}} = 40.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

3.4 Ausgleichsrechnung zum Doppelspalt

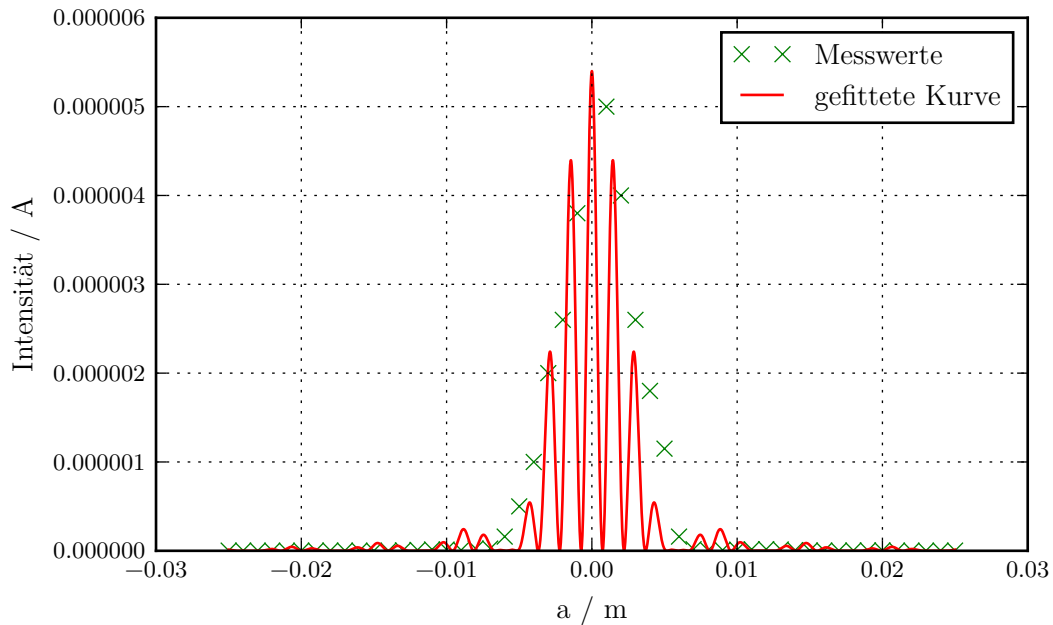


Abbildung 7: Ausgleichsrechnung zum Doppelspalt.

Die errechnete Spaltbreite b für den Doppelspalt ist:

$$b_{\text{Beu}} = (29.5201 \pm 0.0031) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

und der Spaltabstand s :

$$s_{\text{Beu}} = (29.5184 \pm 0.0025) \cdot 10^{-5} \text{ .}$$

4 Diskussion

Wie in den Tabellen (2) und (3) zu erkennen ist, liegen die errechneten Spaltbreiten zwischen 30 % und 70 % von den Herstellerangaben entfernt. Diese Abweichungen können viele Gründe haben, zum Beispiel könnte der Abstand zwischen der Lichtquelle und dem Schirm bzw. dem Spalt und dem Schirm nicht groß genug gewählt worden sein. Auch war der verwendete Laser nicht stark genug, wodurch die Nebenmaxima sehr klein werden. Desweiteren hat das Wechseln der Messskala des Amperimeters Schwankungen der Stromstärke hervorgerufen und zu letzt wurde das Licht in dem Raum immer wieder an und aus gemacht wodurch Schwankungen in der Intensität aufgetreten sind. Aus diesen Gründen ist auch die Messung mit dem Mikroskop deutlich genauer. Die Abweichung für die Messung mit dem Mikroskop liegen zwischen 0 % und 15 %.

| Einzelspalte | $b_{\text{Her}}/10^{-5} \text{ m}$ | $b_{\text{Beu}}/10^{-5} \text{ m}$ | Abweichung | $b_{\text{Mikro}}/10^{-5} \text{ m}$ | Abweichung |
|--------------|------------------------------------|------------------------------------|------------|--------------------------------------|------------|
| dünn | 7.5 | 5.19 ± 0.05 | 44.50 % | 7.22 | 3.88 % |
| mittel | 15.0 | 11.57 ± 0.65 | 30.34 % | 13.3 | 12.78 % |
| dick | 40.0 | 24.47 ± 1.03 | 63.47 % | 40.0 | 0.00 % |

Tabelle 2: Die Ergebnisse für die Einzelspalte und deren Abweichungen zu den Herstellerangaben.

| $b_{\text{Her}}/10^{-5} \text{ m}$ | $b_{\text{Beu}}/10^{-5} \text{ m}$ | Abweichung | $s_{\text{Her}}/10^{-5}$ | $s_{\text{Beu}}/10^{-5} \text{ m}$ | Abweichung |
|------------------------------------|------------------------------------|------------|--------------------------|------------------------------------|------------|
| 10.0 | 29.520 ± 0.003 | -66.12 % | 40.0 | 29.518 ± 0.003 | 35.51 % |

Tabelle 3: Die Ergebnisse für den Doppelspalte und deren Abweichungen zu den Herstellerangaben.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 406, Beugung am Spalt*. <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf>, 2016.