

Beugung am Spalt

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: 19.04.2016

Abgabe: 26.04.2016

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlage	3
1.1	Fehlerrechnung	4
1.1.1	Mittelwert	4
1.1.2	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung	5
1.1.3	Lineare Regression	5
2	Durchführung und Aufbau	5
3	Auswertung	6
4	Diskussion	11

1 Theoretische Grundlage

Zur Beugung von Licht kommt es, wenn die Abmessung des Hindernisses in der Größenordnung der Wellenlänge λ , des Lichts, liegt. Dabei kommt es zur Abweichung des Lichtes von der Geometrischen Optik. Für den Versuch wird angenommen, dass der Schirm sehr weit von der Blende entfernt ist, so dass die Fraunhofer-Näherung genutzt werden kann. In Abbildung 1 ist zu sehen, dass das Licht jeweils um den Winkel ϕ gebeugt wird. Anhand

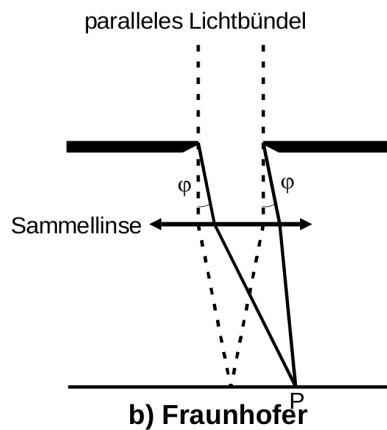


Abbildung 1: Fraunhofer Beugung

des Huygensschen Prinzip lässt sich bei hinreichend großer Intensität die Interferenz beschreiben. Es besagt einerseits, dass jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle ist und andererseits, dass die Einhüllende der Elementarwellen die neue Wellenfront ergibt. Um eine Aussage in einem Punkt zu machen, müssen aufgrund des Huygensschen Prinzip alle Wellen die in diesem Punkt ankommen überlagert werden. Der einfacherheit halber wird zunächst ein Einzelspalt betrachtet und anschließend auf andere Querschnitte geschlossen. Beim Einzelspalt müssen dafür die einzelnen Amplituden eines Strahlenbündels unter dem entsprechenden Ablenkungswinkel ϕ summiert werden. Es

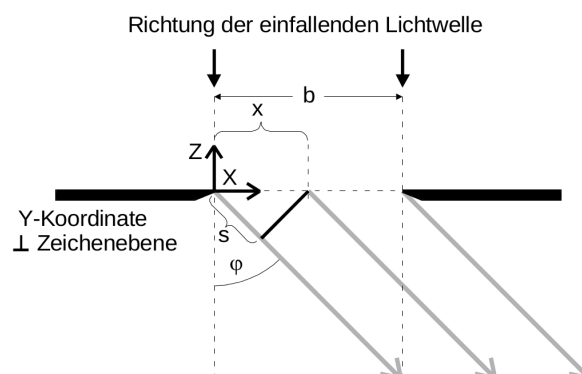


Abbildung 2: Phasenbeziehung zwischen zwei Teilstrahlen

wird eine ebene Welle mit der Feldstärke

$$A(z, t) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \quad (1)$$

angenommen die durch den Spalt mit Breite b einfällt. Der Phasenunterschied zweier Strahlen, mit dem Abstand x beträgt:

$$\delta = \frac{2\pi x \sin(\phi)}{\lambda} \quad (2)$$

Durch Integration über alle Strahlen die um den Winkel ϕ abgelenkt sind ergibt sich:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \cdot \exp \left(\frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right) \quad (3)$$

Für die experimentelle Auswertung müssen die Exponentialfunktionen nicht weiter betrachtet werden, da diese ausschließlich Informationen über die Phase der Funktion enthalten. Da aufgrund der hohen Lichtfrequenz eine Messung der Amplitude nicht möglich ist muss die Intensitätsverteilung ermittelt werden.

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (4)$$

Die Intensitätsverteilung $I(\phi)$ des Doppelspalts beruht darauf, das im Abstand s ein zweiter Einzelspalt der Breite b überlagert wird.

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\phi)}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (5)$$

1.1 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

1.1.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe x_1, \dots, x_n lässt sich durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (6)$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (7)$$

1.1.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn x_1, \dots, x_n fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler Δf mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2} \quad (8)$$

1.1.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

$$y = m \cdot x + b \quad (9)$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (10)$$

$$b = \frac{\overline{x^2y} - \bar{x}\bar{xy}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (11)$$

2 Durchführung und Aufbau

Als erstes wird die Strecke L zwischen Photoelektrode und Spalt, wie in Abbildung 3 zu sehen ist, vermessen. Anschließend wird einmal der Dunkelstrom I_D der Photodiode

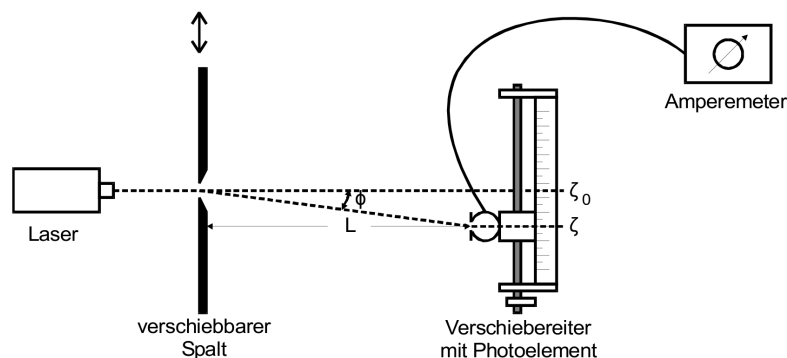


Abbildung 3: Versuchsaufbau

gemessen. Dannach kann nach einspannen des Spaltes in die dafür vorgesehene Messapparatur der Laser eingeschaltet werden und das Beugungsbild vermessen werden. Dazu wird zunächst einmal das Hauptmaxima ermittelt und von diesem ausgehend zu beiden Seiten 25 Messwerte genommen. Dies geschieht indem die Fotodiode jeweils um 1mm auf der Schiene vom Hauptmaximum entfernt wird und der Fotostrom I ausgemessen wird. Nachdem das Beugungsbild vermessen ist, wird anschließend die Spaltbreite an einem Mikroskop vermessen. Dafür wird zunächst der Maßstab anhand eines geeigneten

Referenzobjekt ermittelt und mit Hilfe diesem, die Spaltbreite b des Spalts ausgerechnet. Der Versuch ist für alle 3 Einzelspalte als auch für den Doppelspalt durchzuführen.

3 Auswertung

Der zu Beginn ausgemessene Abstand L von dem Spalt zu der Messdiode und die Wellenlänge des verwendeten Lasers lauten:

$$L = 0.93 \text{ m}$$

$$\lambda = 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Alle Messwerte zur Bestimmung der Spaltgrößen b , über das Interferenzmuster, befinden sich in Tabelle 1. Der gemessene Dunkelstrom beträgt,

$$I_D = 0.1 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

und wird für alle Messungen als konstant angesehen. Mithilfe der Gleichungen (4) und (5) und der Messwerte aus Tabelle (1) werden die Spaltbreiten b der Spalte bestimmt. Der Winkel wird als $\Phi \approx \frac{x}{L}$ angenommen. Da in beiden Gleichungen durch $\sin\left(\frac{x}{L}\right)$ geteilt wird, muss der Wert $x = 0$ aus der Ausgleichsrechnung entfernt werden. Die Ausgleichsrechnungen werden in den Abbildungen (4) bis (7) dargestellt.

Abstand	Einzelspalt mit			Doppelspalt mit
a / mm	b = 0.075 mm I / μ A	b = 0.15 mm I / μ A	b = 0.4 mm I / μ A	b = 0.1 mm, g = 0.4 mm I / μ A
-25	0.00062	0.00175	0.0065	0.00240
-24	0.00058	0.00170	0.0072	0.00250
-23	0.00046	0.00125	0.0060	0.00200
-22	0.00032	0.00120	0.0032	0.00150
-21	0.00028	0.00220	0.0046	0.00150
-20	0.00038	0.00200	0.0100	0.00200
-19	0.00092	0.00260	0.0135	0.00240
-18	0.00130	0.00420	0.0105	0.00300
-17	0.00180	0.00460	0.0150	0.00240
-16	0.00225	0.00320	0.0125	0.00175
-15	0.00225	0.00300	0.0180	0.00100
-14	0.00175	0.00600	0.0185	0.00180
-13	0.00110	0.00100	0.0125	0.00500
-12	0.00060	0.00750	0.0220	0.01000
-11	0.00075	0.00100	0.0240	0.01500
-10	0.00200	0.00800	0.0300	0.01400
-9	0.00600	0.00500	0.0420	0.00800
-8	0.01250	0.01000	0.0400	0.02500
-7	0.02200	0.02600	0.0500	0.02500
-6	0.03600	0.03600	0.1100	0.16000
-5	0.05400	0.02000	0.0800	0.50000
-4	0.07200	0.01200	0.2000	1.00000
-3	0.08800	0.10000	0.4900	2.00000
-2	0.09000	0.25000	0.5000	2.60000
-1	0.10000	0.75000	8.0000	3.80000
0	0.12500	1.20000	17.500	5.10000
1	0.10000	1.10000	4.6000	5.00000
2	0.10000	0.80000	0.5000	4.00000
3	0.09000	0.50000	0.2600	2.60000
4	0.07400	0.18000	0.2600	1.80000
5	0.05600	0.03500	0.0750	1.15000
6	0.04000	0.01000	0.0900	0.16000
7	0.02400	0.03600	0.0750	0.01800
8	0.01200	0.04200	0.0400	0.00640
9	0.00750	0.02400	0.0680	0.00880
10	0.00300	0.00900	0.0340	0.01300
11	0.00150	0.01000	0.0300	0.01700
12	0.00140	0.01500	0.0280	0.01800
13	0.00225	0.01500	0.0280	0.01500
14	0.00260	0.00800	0.0200	0.00750
15	0.00340	0.00300	0.0220	0.00380
16	0.00340	0.00320	0.0090	0.00260
17	0.00280	0.00450	0.0120	0.00260
18	0.00200	0.00380	0.0160	0.00360
19	0.00175	0.00240	0.0080	0.00440
20	0.00125	0.00200	0.0074	0.00400
21	0.00100	0.00200	0.0064	0.00280
22	0.00075	0.00160	0.0064	0.00200
23	0.00090	0.00120	0.0060	0.00180
24	0.00100	0.00140	0.0070	0.00220
25	0.00100	0.00180	0.0065	0.00250

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Spaltbreite b .

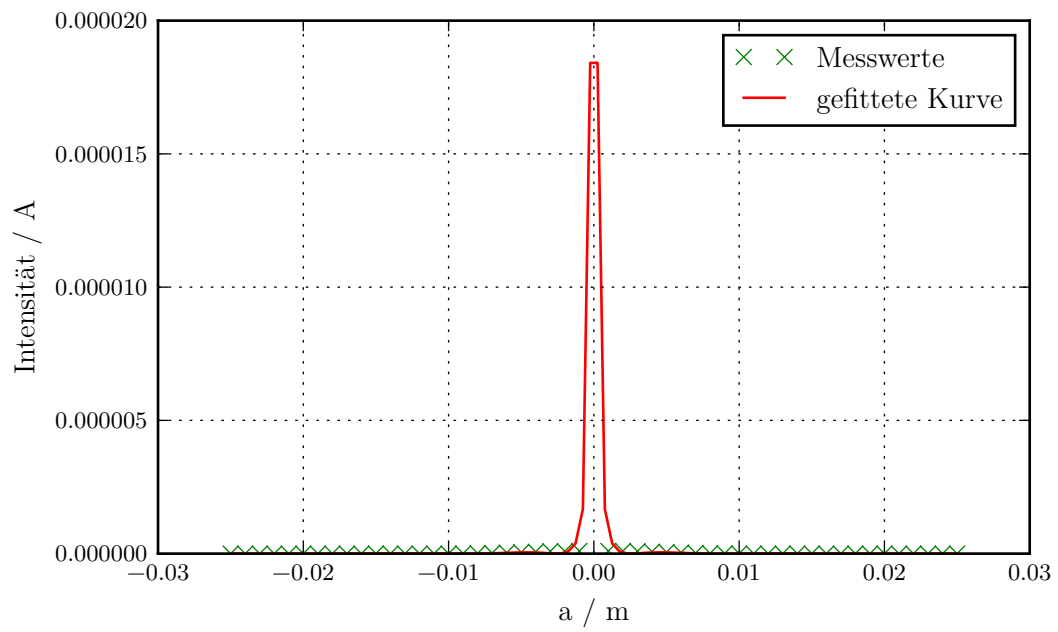


Abbildung 4: Ausgleichsrechnung zum dünnen Einzelspalt.

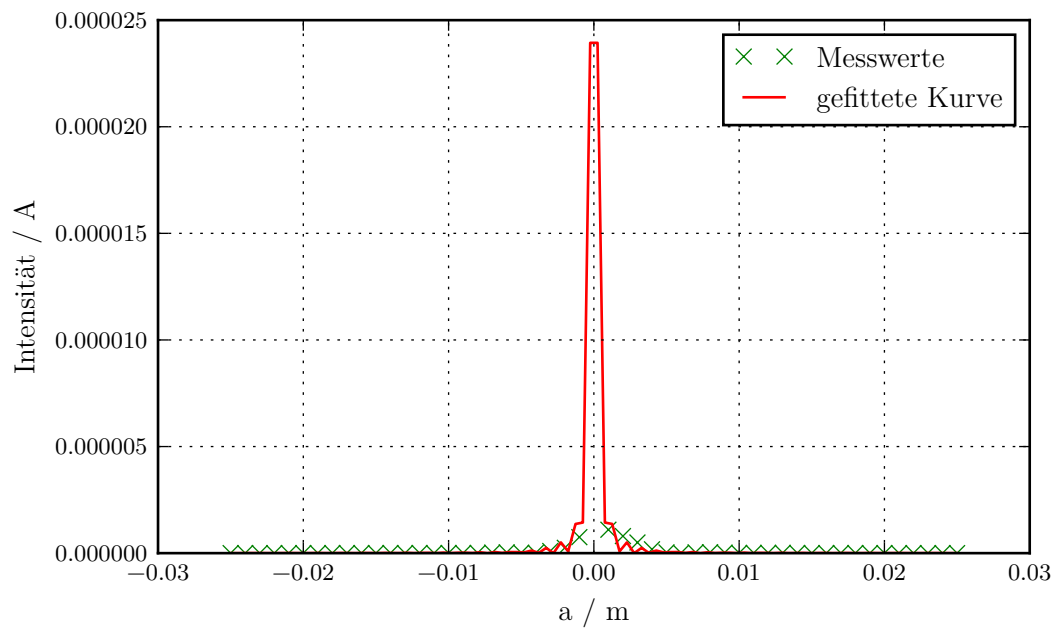


Abbildung 5: Ausgleichsrechnung zum mittleren Einzelspalt.

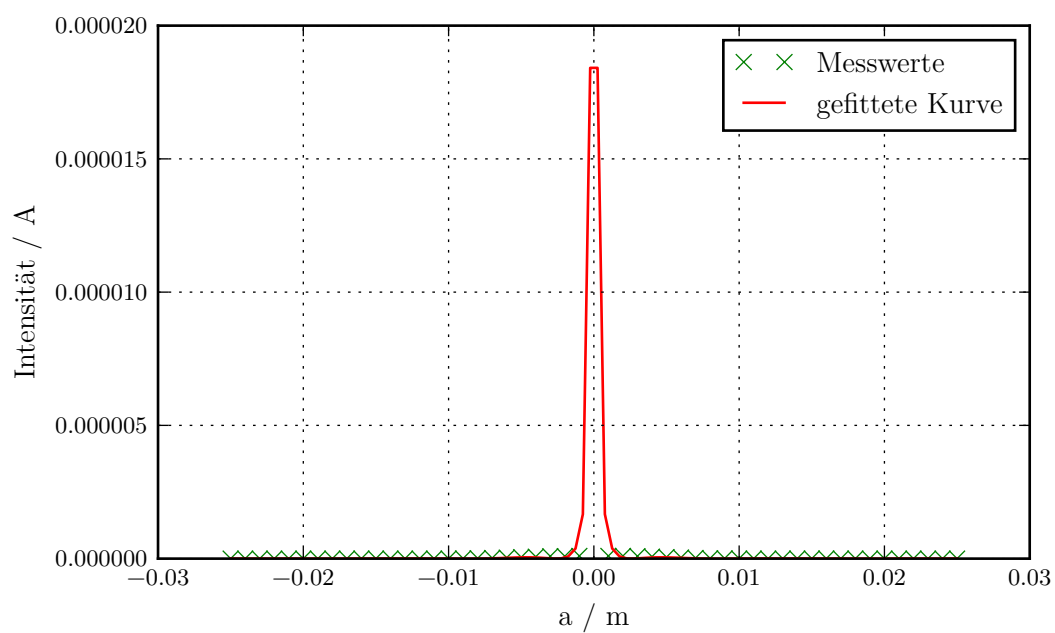


Abbildung 6: Ausgleichsrechnung zum dicken Einzelspalt.

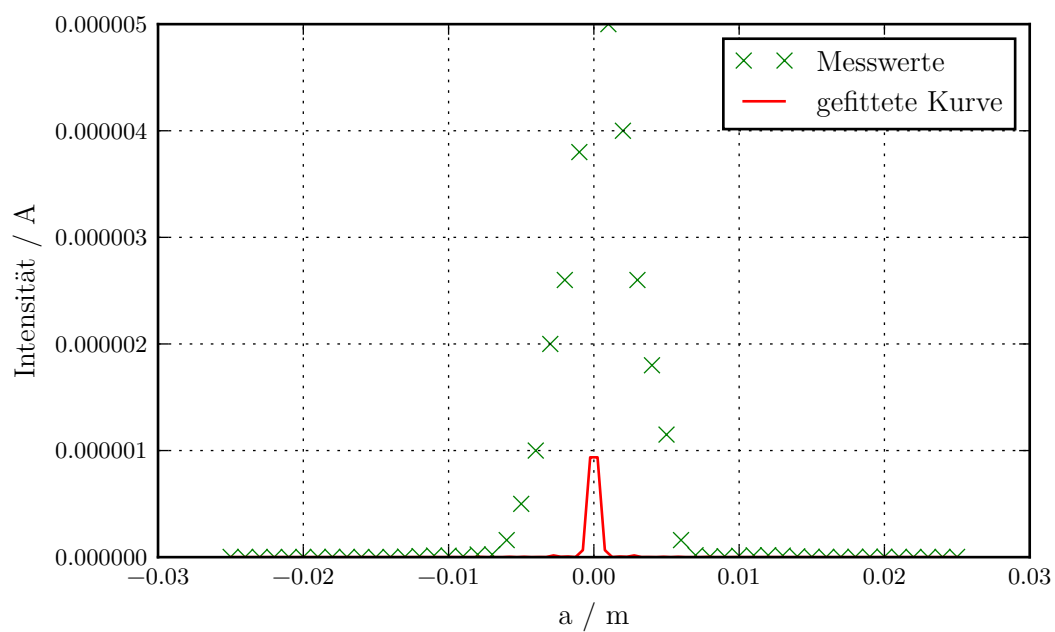


Abbildung 7: Ausgleichsrechnung zum Doppelspalt.

Es ergeben sich folgende Werte für den dünnen Einzelspalt:

$$\text{Spaltbreite per Intensitätsverteilung : } b_{\text{Beugung}} = (0.9999 \pm 0.0000) \text{ m}$$

$$\text{Spaltbreite per Mikroskop : } b_{\text{Mikroskop}} = 7.22 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{Herstellerangabe : } b_{\text{Her}} = 7.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{Abweichung : } \frac{b_{\text{Her}} \cdot 100}{b_{\text{Beugung}}} - 100 = 99.99\%$$

$$\text{Abweichung : } \frac{b_{\text{Mikroskop}} \cdot 100}{b_{\text{Beugung}}} - 100 = 3.88\%$$

Es ergeben sich folgende Werte für den mittleren Einzelspalt:

$$\text{Spaltbreite per Intensitätsverteilung : } b_{\text{Beugung}} = (1.0003 \pm 0.0000) \text{ m}$$

$$\text{Spaltbreite per Mikroskop : } b_{\text{Mikroskop}} = 1.33 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{Herstellerangabe : } b_{\text{Her}} = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{Abweichung : } \frac{b_{\text{Her}} \cdot 100}{b_{\text{Beugung}}} - 100 = 99.99\%$$

$$\text{Abweichung : } \frac{b_{\text{Mikroskop}} \cdot 100}{b_{\text{Beugung}}} - 100 = 12.78\%$$

Es ergeben sich folgende Werte für den dicken Einzelspalt:

$$\text{Spaltbreite per Intensitätsverteilung : } b_{\text{Beugung}} = (0.9997 \pm 0.0000) \text{ m}$$

$$\text{Spaltbreite per Mikroskop : } b_{\text{Mikroskop}} = 4.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{Herstellerangabe : } b_{\text{Her}} = 4.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{Abweichung : } \frac{b_{\text{Her}} \cdot 100}{b_{\text{Beugung}}} - 100 = 99.96\%$$

$$\text{Abweichung : } \frac{b_{\text{Mikroskop}} \cdot 100}{b_{\text{Beugung}}} - 100 = 0.00\%$$

Es ergeben sich folgende Werte für den Doppelspalt:

$$\text{Spaltbreite : } b_{\text{Beugung}} = (1.0018 \pm 0.0000) \text{ m}$$

$$\text{Spaltabstand : } s_{\text{Beugung}} = (0.9968 \pm 0.0000) \text{ m}$$

$$\text{Herstellerangabe : } b_{\text{Her}} = 1.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{Herstellerangabe : } s_{\text{Her}} = 4.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{Abweichung : } \frac{b_{\text{Her}} \cdot 100}{b_{\text{Beugung}}} - 100 = 99.99\%$$

$$\text{Abweichung : } \frac{s_{\text{Her}} \cdot 100}{s_{\text{Beugung}}} - 100 = 99.96\%$$

4 Diskussion

Wie bereits an den Graphen aus Abbildung (??) bis (7) zu erkennen ist, wird die Funktion nicht richtig gefittet. Dadurch kommt es auch zu den starken Abweichungen von den Herstellerangaben. Die starken Abweichungen sind allerdings nicht durch Messfehler zu begründen.