VERSUCH NUMMER

TITEL

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theoretische Grundlage

1.1 Ziel

Ziel des Versuches ist es der elastisches Modul eines Metalls mittels einer Drehschwingung zu bestimmten, als auch das magnetische Moment eines Permanentmagneten.

1.2 Normal-, Schubspannung und Hooksches Gesetz

Kräfte die an die Oberfläche eines elastischen Körper angreifen, verformen diesen. Aufgrund dessen werden die Größe Spannung definiert, welche ein Verhältniss von der Kraft zum ein Flächenelement herstellt.

$$\sigma = \frac{F}{m^2}\,\frac{\mathrm{N}}{m^2} \tag{1}$$

Sie lassen sich in zwei Kategorien aufteilen. Als Normalspannung σ_{N} werden die Kräfte bezeichnet welche senkrecht zur Oberfläche stehen. Die Kräfte welche parallel zur Oberfläche stehen heißen Schubspannung σ_{S}. Desweiteren gibt es noch Volumenkräfte. Bei solchen greift die Kraft an jedem Volumenelement an, zum Beispiel die Schwerkraft.

Zwischen hinreichend kleinen Spannungen und Deformation besteht ein proportionaler Zusammenhang welcher als Hooksches bezeichnet wird.

$$\sigma = E\frac{\Delta L}{L} \qquad \text{und} \qquad P = Q\frac{\Delta V}{V} \tag{2}$$

Um alle Spannungen in einem Kristall volständig zu beschreiben werden jeweils 6 Komponenten benötigt, wobei 3 für die Gestaltsund 3 für die Volumenelastizität zuständig sind. Bei einem einfachen Kristall mit niedriger Symmetrie entsteht deswegen eine 6x6-Matrix mit 36 Einträgen. Bei kubischen Kristallen lässt sich aufgrund der symmetrie der Matrix und des Körpers auf 3 Einträge verringern.

1.3 Elastische Konstanten isotroper Stoffe

Zur Berechnung des elastizitschen Konstanten wird einerseits die Torsionsmodul G als auch das Komprssionsmodul Q benötigt bzw das Elastizitätsmodul σ. Die Poissonsche Querkontraktionszahl µ Verknüpft die Längenänderung mit der Normalspannung. Die Abbildung 1 soll die anhand eines einseitig eingespannten Stab verdeulichen.

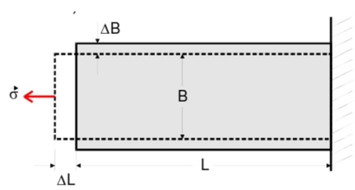

Abbildung 1: <+caption text+>

$$:= -\frac{\Delta B}{B}\cdot\frac{L}{\Delta L} \tag{3}$$

1.4 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

1.4.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe $x_1, ..., x_\mathrm{n}$ lässt sich durch die Formel

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{N}} x_k \tag{4}$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta\overline{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{N}} (x_\mathrm{k} - \overline{x})^2} \tag{5}$$

1.4.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn $x_1, ..., x_\mathrm{n}$ fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler Δf mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{N}} \left(\frac{\partial f}{\partial x_\mathrm{k}}\right)^2 \cdot (\Delta x_\mathrm{k})^2} \tag{6}$$

1.4.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

$$y = m \cdot x + b \tag{7}$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{8}$$

$$b = \frac{\overline{x^2}\,\overline{y} - \overline{x}\,\overline{xy}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{9}$$

2 Durchführung und Aufbau

3 Auswertung

3.1 Geometrische Daten der Messapperatur

Im weiteren werden der Kugelradius R_K, die Kugelmasse m_K, das Trägheitsmoment der Kugelhalterung θ_H, die Windungszahl der Helmholzspule N und der Radius der

Helmholzspule R_H aufgelistet.

$$
\begin{aligned}
R_\mathrm{K} &= (0.0288 \pm 0.0002)\ \mathrm{m} \\
m_\mathrm{K} &= (0.5122 \pm 0.0002)\ \mathrm{kg} \\
\theta_\mathrm{H} &= 2.25 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg\ m^2} \\
N &= 390 \\
R_\mathrm{H} &= 0.078\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

Die Abmessungen des Drahtes sind in der folgenden Tabelle aufgeführt.

	L / m	2R / 10^{-3} m
	0.598	0.210
	0.597	0.205
	0.600	0.210
		0.200
		0.205
Mittelwert	0.5983	0.2060
Fehler	0.0008	0.0004

Tabelle 1: Die Abmessung des Drahtes.

Das Gesamtträgheitsmoment ergibt sich aus der Summation von dem Trägheitsmoment der Kugel und der Halterung.

$$
\begin{aligned}
\theta_\mathrm{k} &= \frac{2}{5} m_\mathrm{k} r_\mathrm{k}^2 = (1.3197 \pm 0.0012) \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg\ m^2} \\
\theta_\mathrm{ges} &= \theta_\mathrm{K} + \theta_\mathrm{H} = (1.3422 \pm 0.0012) \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg\ m^2}
\end{aligned}
$$

3.2 Bestimmung des Schubmoduls G und der anderen elastischen Konstanten

Mit den Tabellen 1 und 2 und der Gleichung (**??**) folgt der Schubmodul G zu

$$
G = (4.99 \pm 0.04) \cdot 10^{10} \cdot 10^{10} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\ .
$$

	T / s
1.	18.798
2.	18.800
3.	18.800
4.	18.751
5.	18.794
6.	18.799
7.	18.798
8.	18.795
9.	18.797
10.	18.800
Mittelwert	18.793
Fehler	0.014

Tabelle 2: Periodendauer der Schwingung ohne Magnet.

Die Werte für den Elastizitätsmodul und den Schubmodul wurden vorgegeben:

$$E = 21 \cdot 10^{10} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

$$G = 8.2 \cdot 10^{10} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Im weiteren Verlauf wird das gegebene G verwendet. Mit Hilfe von E und G werden nun die poissonsche Querkontraktionszahl μ und der Kompressionsmodul Q bestimmt. Mit den Gleichungen (**??**) und (**??**) ergeben sich:

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1 = 0.28 \tag{10}$$

und

$$Q = \frac{EG}{9G - 3E} = 1.59 \cdot 10^{11} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \ . \tag{11}$$

3.3 Bestimmung des magnetischen Momentes m

Zur Bestimmung des magnetischen Momentes, wird die Periodendauer T_{m} in Abhängigkeit vom Spulenstrom I gemessen, sämtliche Messwerte sind in Tabelle 3 angegeben.

	I = 0.2A	I = 0.4A	I = 0.6A	I = 0.8A	I = 1.0A
T_m / s	17.184	16.027	15.081	14.152	13.197
T_m / s	17.166	15.992	15.048	14.104	13.251
T_m / s	17.378	16.005	15.052	14.142	13.163
T_m / s	17.333	16.006	15.041	14.109	13.244
T_m / s	17.336	15.992	15.026	14.104	13.174
Mittelwert	17.280	16.004	15.050	14.122	13.210
Fehler	0.090	0.013	0.018	0.021	0.040

Tabelle 3: Messwerte für die Schwingungsdauern in Abhängigkeit vom Spulenstrom.

Zunächst wird über den Spulenstrom das Magnetfeld im Zentrum der Spule mit Hilfe von Gleichung (12) berechnet.

$$B = \frac{8\mu_0 N I}{\sqrt{125}R} \ . \tag{12}$$

Mit $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$. Nun kann Gleichung (**??**) zu

$$mB + D = \frac{4\pi^2\theta}{T_\mathrm{m}^2} \tag{13}$$

umgestellt werden. Das magnetische Moment wird nun mit Hilfe einer linearen Regression bestimmt. Die Steigung der Geraden entspricht dann dem magnetischen Moment. In Tabelle 4 sind B und $\frac{4\pi^2\theta}{T_\mathrm{m}^2}$ aufgelistet.

B / mT	$\frac{4\pi^2\theta}{T_\mathrm{m}^2}$ / 10^{-4} Nm
0.68	1.77
1.36	2.07
2.04	2.34
2.72	2.66
3.40	3.04

Tabelle 4

In Abbildung 2 ist B gegen $\frac{4\pi^2\theta}{T_\mathrm{m}^2}$ aufgetragen und es wurde zusätzlich eine Ausgleichgerade aufgetragen.

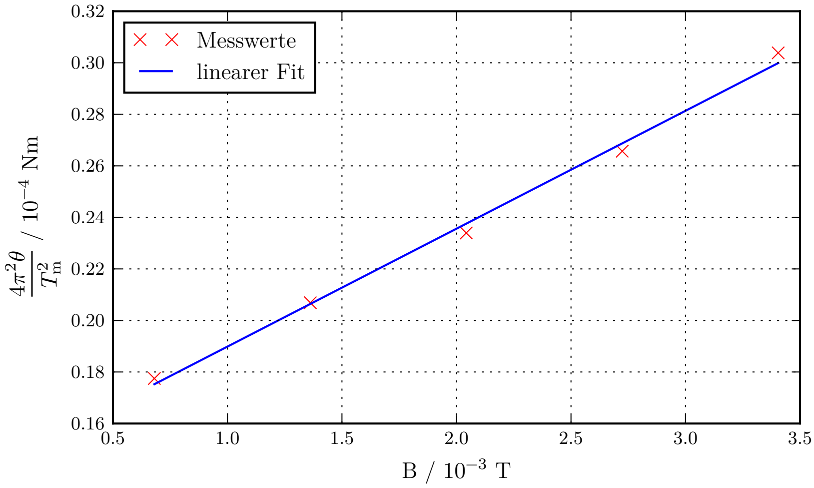

Abbildung 2: Messpunkte und Ausgleichsgerade zur Messung des magnetischen Moments m.

Damit folgt das magnetische Moment m zu

$$m = (4.58 \pm 0.18) \cdot 10^{-3} \frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{T}} \tag{14}$$

3.4 Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes

Aufgrund der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes, wirkt auf den Magneten in der Kugel ein zusätzliches Drehmoment. Dazu muss der Dipolmagnet in der Kugel in Richtung des Erdmagnetfeldes zeigen. Je nach Orientierung geht davon eine Vergrößerung oder Verkleinerung der Periodendauer aus. Für die Periodendauer im Erdmagnetfeld siehe Tabelle 5.

	T_{m} / s
1.	18.638
2.	18.607
3.	18.582
4.	18.592
5.	18.625
6.	18.629
7.	18.613
8.	18.588
9.	18.599
10.	18.620
Mittelwert	18.609
Fehler	0.018

Tabelle 5: Periodendauer der Schwingung mit Magnet.

Die Horizontalkomponente lässt sich aus Gleichung (**??**) nach B umgestellt bestimmen.

$$B_{\mathrm{h}} = \frac{4\pi^2 I_{\mathrm{ges}}}{m} \left(\frac{1}{T_{\mathrm{m}}^2} - \frac{1}{T^2} \right) = (65.0 \pm 8.0)\ \mu T \tag{15}$$

4 Diskussion

4.1 Elastische Konstanten

Aus dem gegebenen Wert für den Elastizitätsmodul $E = 21 \cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$ lässt sich vermuten, dass der Draht aus Stahl besteht. Der Unterschied zwischen dem Literaturwert für den Schubmodul und dem praktisch ermittelten Schubmodul beträgt:

$$G_{\mathrm{Literatur}} = 8.2 \cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$
$$G_{\mathrm{exp}} = (4.99 \pm 0.04) \cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$
$$\text{Abweichung von: } 40.9\%$$

Da der Unterschied sehr groß ist, ist vermutlich der Magnet in der Kugel nicht richtig ausgerichtet gewesen, wodurch sich die Periodendauer verändert. Außerdem kann es sein, dass die Helmholzspulen unter dem Effekt der Hysterese litten, da sie vorher bereits verwendet wurden.

4.2 Erdmagnetfeld

Der Literaturwert der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes ist $B_{\mathrm{H,Literatur}} = 19.317\mu\mathrm{T}$ [**Literatur**]. Der in diesem Versuch ermittelte Wert $B_{\mathrm{h}} = (65.0 \pm 8.0)\mu$ T weicht sehr stark von dem Literaturwert ab, dies kann unteranderem an der falschen Ausrichtung des Dipolmagneten in der Kugel liegen.