

## **Beugung am Spalt**

Maximilian Sackel  
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers  
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: 19.04.2016

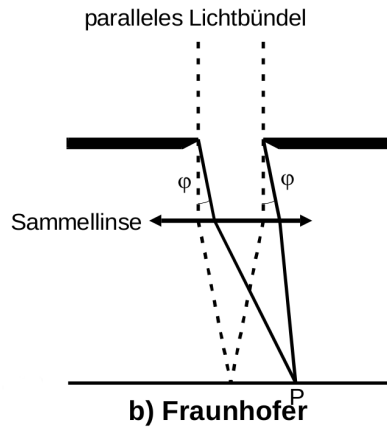
Abgabe: 26.04.2016

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theoretische Grundlage</b>	<b>3</b>
1.1	Fehlerrechnung . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Durchführung und Aufbau</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
3.1	Ausgleichsrechnung zum dünnen Einzelspalt . . . . .	7
3.2	Ausgleichsrechnung zum mittleren Einzelspalt . . . . .	8
3.3	Ausgleichsrechnung zum dicken Einzelspalt . . . . .	9
3.4	Ausgleichsrechnung zum Doppelspalt . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>11</b>

# 1 Theoretische Grundlage

Zur Beugung von Licht kommt es, wenn die Abmessung des Hindernisses in der Größenordnung der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts liegt. Dabei kommt es zur Abweichung des Lichtes von der Geometrischen Optik. Bei der Fresnel-Näherung ist die Lichtquelle und der Beobachtungspunkt nah zusammen, wodurch die Lichtstrahlen nicht um den gleichen Winkel gebrochen werden. Für den Versuch wird angenommen, dass der Schirm sehr weit von der Blende entfernt ist, so dass die Fraunhofer-Näherung genutzt werden kann. In Abbildung 1 ist zu sehen, dass das Licht jeweils um den Winkel  $\phi$  gebeugt wird. Anhand



**Abbildung 1:** Fraunhofer Beugung. [1, S. 1]

des Huygensschen Prinzip lässt sich bei hinreichend großer Intensität die Interferenz beschreiben. Es besagt einerseits, dass jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle ist und andererseits, dass die Einhüllende der Elementarwellen die neue Wellenfront ergibt. Um eine Aussage in einem Punkt zu machen, müssen nach dem Huygensschen Prinzip alle Wellen die in diesem Punkt ankommen überlagert werden. Der Einfachheit halber wird zunächst ein Einzelspalt betrachtet und anschließend auf andere Spalte geschlossen. Interferenz bedeutet beim Einzelspalt, dass die einzelnen Amplituden der Elementarwellen, die gleichzeitig in einem Punkt sind, überlagert werden. Es wird eine ebene Welle mit der Feldstärke

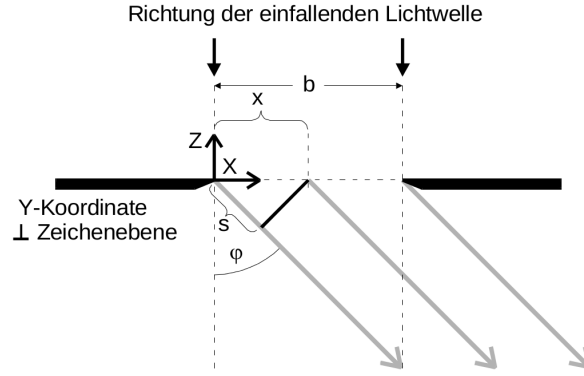
$$A(z, t) = A_0 \exp \left( i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \quad (1)$$

angenommen die durch den Spalt mit Breite  $b$  einfällt. Der Phasenunterschied zweier Strahlen, mit dem Abstand  $x$  beträgt:

$$\delta = \frac{2\pi x \sin(\phi)}{\lambda} \quad (2)$$

Durch Integration über alle Strahlen die um den Winkel  $\phi$  abgelenkt sind ergibt sich:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left( i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \cdot \exp \left( \frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right) \quad (3)$$



**Abbildung 2:** Phasenbeziehung zwischen zwei Teilstrahlen [1, S. 3]

Für die experimentelle Auswertung müssen die Exponentialfunktionen nicht weiter betrachtet werden, da diese ausschließlich Informationen über die Phase der Funktion enthalten. Da aufgrund der hohen Lichtfrequenz eine Messung der Amplitude nicht möglich ist muss die Intensitätsverteilung ermittelt werden.

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (4)$$

Die Intensitätsverteilung  $I(\phi)$  des Doppelspalts beruht darauf, dass im Abstand  $s$  ein zweiter Einzelspalt der Breite  $b$  überlagert wird.

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left( \frac{\pi s \sin(\phi)}{\lambda} \right) \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (5)$$

### 1.1 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehler und Fits werden im folgenden mit der Funktion "Lmfit" aus Python ausgeführt.

## 2 Durchführung und Aufbau

Als erstes wird die Strecke  $L$  zwischen Photoelektrode und Spalt, wie in Abbildung 3 zu sehen ist, vermessen. Anschließend wird einmal der Dunkelstrom  $I_D$  der Photodiode gemessen. Dann kann nach dem Einspannen des Spaltes in die dafür vorgesehene Messapparatur der Laser eingeschaltet werden und das Beugungsbild vermessen werden. Dazu wird zunächst das Hauptmaxima ermittelt und von diesem ausgehend zu beiden Seiten 25 Messwerte genommen. Dies geschieht indem die Fotodiode jeweils um 1mm auf der Schiene vom Hauptmaximum entfernt wird und der Fotostrom  $I$  ausgemessen wird. Nachdem das Beugungsbild vermessen ist, wird anschließend die Spaltbreite an einem Mikroskop vermessen. Dafür wird zunächst der Maßstab anhand eines geeigneten Referenzobjekt ermittelt und mit Hilfe diesem, die Spaltbreite  $b$  des Spalts ausgerechnet. Der Versuch ist für alle 3 Einzelspalte als auch für den Doppelspalt durchzuführen.

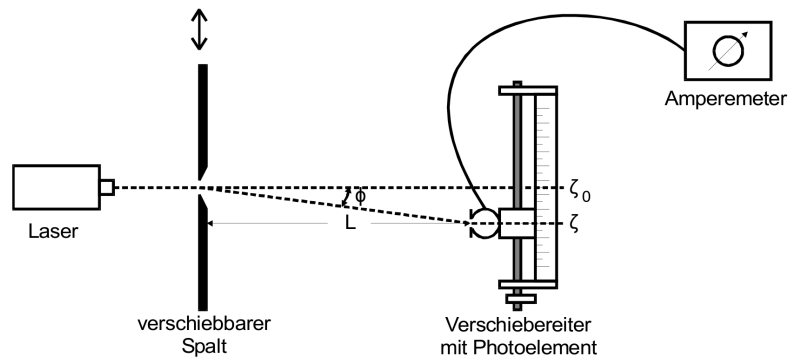


Abbildung 3: Versuchsaufbau [1, S. 6]

### 3 Auswertung

Der zu Beginn ausgemessene Abstand  $L$  von dem Spalt zu der Photodiode und die Wellenlänge des verwendeten Lasers sind:

$$L = 0.93 \text{ m}$$

$$\lambda = 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Alle Messwerte zur Bestimmung der Spaltgrößen  $b$ , über das Interferenzmuster, befinden sich in Tabelle 1. Der gemessene Dunkelstrom beträgt,

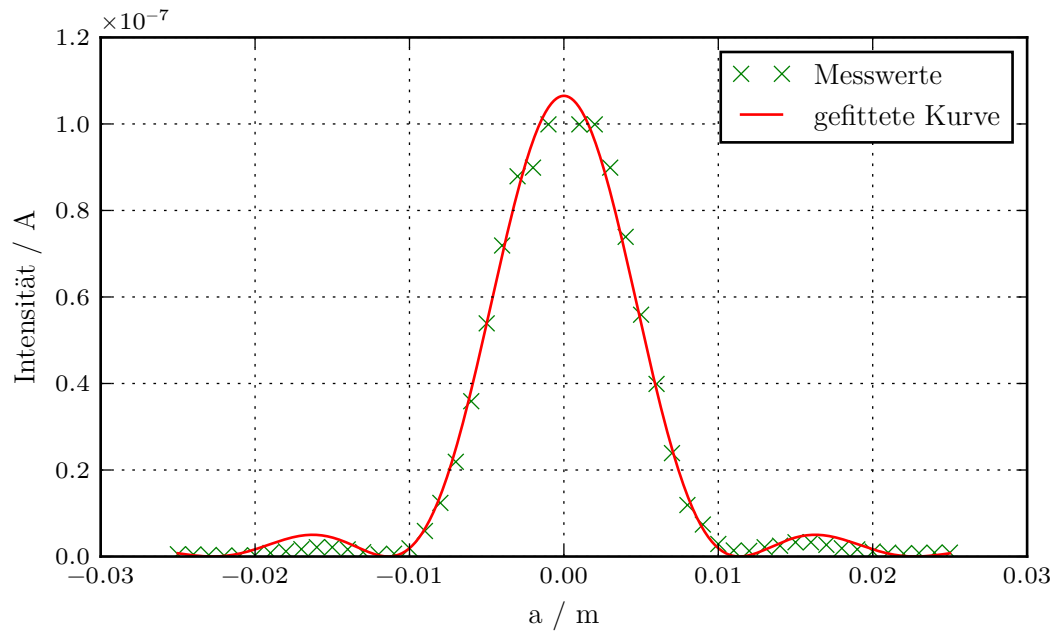
$$I_D = 0.1 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

und wird für alle Messungen als konstant angesehen. Mithilfe der Gleichungen (4) und (5) und der Messwerte aus Tabelle (1) werden die Spaltbreiten  $b$  der Spalte bestimmt. Der Winkel wird als  $\Phi \approx \frac{x}{L}$  angenommen. Da in beiden Gleichungen durch  $\sin\left(\frac{x}{L}\right)$  geteilt wird, muss der Wert  $x = 0$  aus der Ausgleichsrechnung entfernt werden. Die Ausgleichsrechnungen werden in den Abbildungen (4) bis (7) dargestellt.

Abstand	Einzelspalt mit			Doppelspalt mit
a / mm	b = 0.075 mm I / $\mu$ A	b = 0.15 mm I / $\mu$ A	b = 0.4 mm I / $\mu$ A	b = 0.1 mm, g = 0.4 mm I / $\mu$ A
-25	0.00062	0.00175	0.0065	0.00240
-24	0.00058	0.00170	0.0072	0.00250
-23	0.00046	0.00125	0.0060	0.00200
-22	0.00032	0.00120	0.0032	0.00150
-21	0.00028	0.00220	0.0046	0.00150
-20	0.00038	0.00200	0.0100	0.00200
-19	0.00092	0.00260	0.0135	0.00240
-18	0.00130	0.00420	0.0105	0.00300
-17	0.00180	0.00460	0.0150	0.00240
-16	0.00225	0.00320	0.0125	0.00175
-15	0.00225	0.00300	0.0180	0.00100
-14	0.00175	0.00600	0.0185	0.00180
-13	0.00110	0.00100	0.0125	0.00500
-12	0.00060	0.00750	0.0220	0.01000
-11	0.00075	0.00100	0.0240	0.01500
-10	0.00200	0.00800	0.0300	0.01400
-9	0.00600	0.00500	0.0420	0.00800
-8	0.01250	0.01000	0.0400	0.02500
-7	0.02200	0.02600	0.0500	0.02500
-6	0.03600	0.03600	0.1100	0.16000
-5	0.05400	0.02000	0.0800	0.50000
-4	0.07200	0.01200	0.2000	1.00000
-3	0.08800	0.10000	0.4900	2.00000
-2	0.09000	0.25000	0.5000	2.60000
-1	0.10000	0.75000	8.0000	3.80000
0	0.12500	1.20000	17.500	5.10000
1	0.10000	1.10000	4.6000	5.00000
2	0.10000	0.80000	0.5000	4.00000
3	0.09000	0.50000	0.2600	2.60000
4	0.07400	0.18000	0.2600	1.80000
5	0.05600	0.03500	0.0750	1.15000
6	0.04000	0.01000	0.0900	0.16000
7	0.02400	0.03600	0.0750	0.01800
8	0.01200	0.04200	0.0400	0.00640
9	0.00750	0.02400	0.0680	0.00880
10	0.00300	0.00900	0.0340	0.01300
11	0.00150	0.01000	0.0300	0.01700
12	0.00140	0.01500	0.0280	0.01800
13	0.00225	0.01500	0.0280	0.01500
14	0.00260	0.00800	0.0200	0.00750
15	0.00340	0.00300	0.0220	0.00380
16	0.00340	0.00320	0.0090	0.00260
17	0.00280	0.00450	0.0120	0.00260
18	0.00200	0.00380	0.0160	0.00360
19	0.00175	0.00240	0.0080	0.00440
20	0.00125	0.00200	0.0074	0.00400
21	0.00100	0.00200	0.0064	0.00280
22	0.00075	0.00160	0.0064	0.00200
23	0.00090	0.00120	0.0060	0.00180
24	0.00100	0.00140	0.0070	0.00220
25	0.00100	0.00180	0.0065	0.00250

**Tabelle 1:** Messwerte zur Bestimmung der Spaltbreite  $b$ .

### 3.1 Ausgleichsrechnung zum dünnen Einzelspalt



**Abbildung 4:** Ausgleichsrechnung zum dünnen Einzelspalt.

Die Herstellerangabe für die Spaltbreite  $b$  von dem dünnen Einzelspalt ist:

$$b_{\text{Her}} = 7.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Die errechnete Spaltbreite  $b$  für den dünnen Einzelspalt ist:

$$b_{\text{Beugung}} = (5.19 \pm 0.05) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

und die Normierungskonstante  $A$ :

$$A = (6.29 \pm 0.05) .$$

Die Prozentuale Abweichung zwischen  $b_{\text{Her}}$  und  $b_{\text{Beugung}}$  beträgt:

$$\frac{b_{\text{Her}} - b_{\text{Beugung}}}{b_{\text{Beugung}}} \cdot 100 = 44.50 \%$$

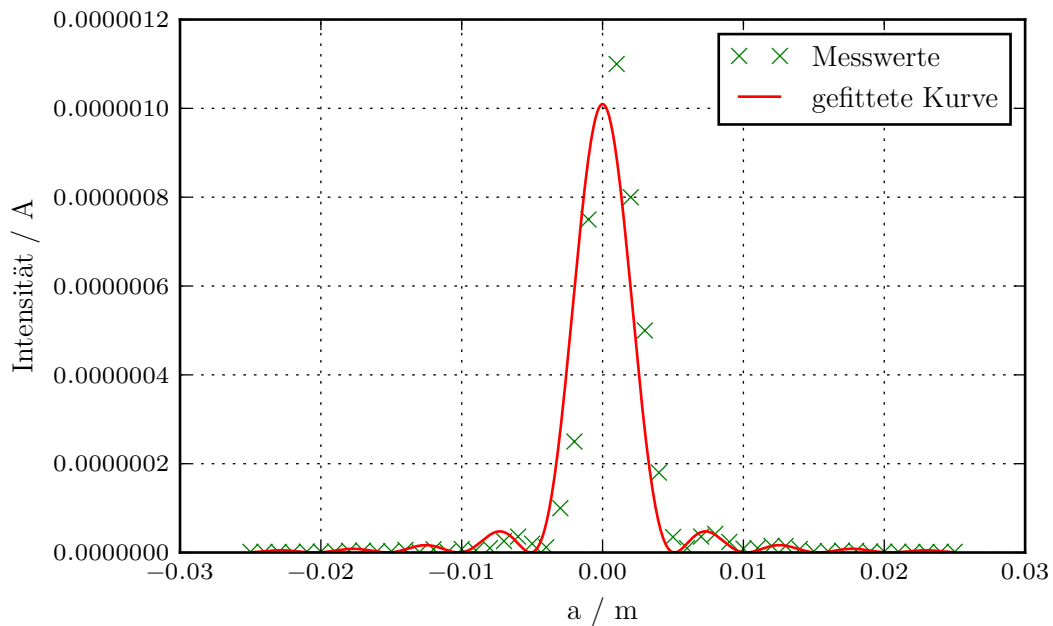
Die gemessene Spaltbreite  $b$  mit Hilfe eines Mikroskops beträgt:

$$b_{\text{Mikroskop}} = 7.22 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Die Prozentuale Abweichung zwischen  $b_{\text{Her}}$  und  $b_{\text{Mikroskop}}$  beträgt:

$$\frac{b_{\text{Her}} - b_{\text{Mikroskop}}}{b_{\text{Mikroskop}}} \cdot 100 = 3.88 \%$$

### 3.2 Ausgleichsrechnung zum mittleren Einzelspalt



**Abbildung 5:** Ausgleichsrechnung zum mittleren Einzelspalt.

Die Herstellerangabe für die Spaltbreite  $b$  von dem mittleren Einzelspalt ist:

$$b_{\text{Her}} = 15.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Die errechnete Spaltbreite  $b$  für den mittleren Einzelspalt ist:

$$b_{\text{Beugung}} = (11.57 \pm 0.65) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

und die Normierungskonstante  $A$ :

$$A = (8.69 \pm 0.39) .$$

Die Prozentuale Abweichung zwischen  $b_{\text{Her}}$  und  $b_{\text{Beugung}}$  beträgt:

$$\frac{b_{\text{Her}} - b_{\text{Beugung}}}{b_{\text{Beugung}}} \cdot 100 = 30.34 \%$$

Die gemessene Spaltbreite  $b$  mit Hilfe eines Mikroskops beträgt:

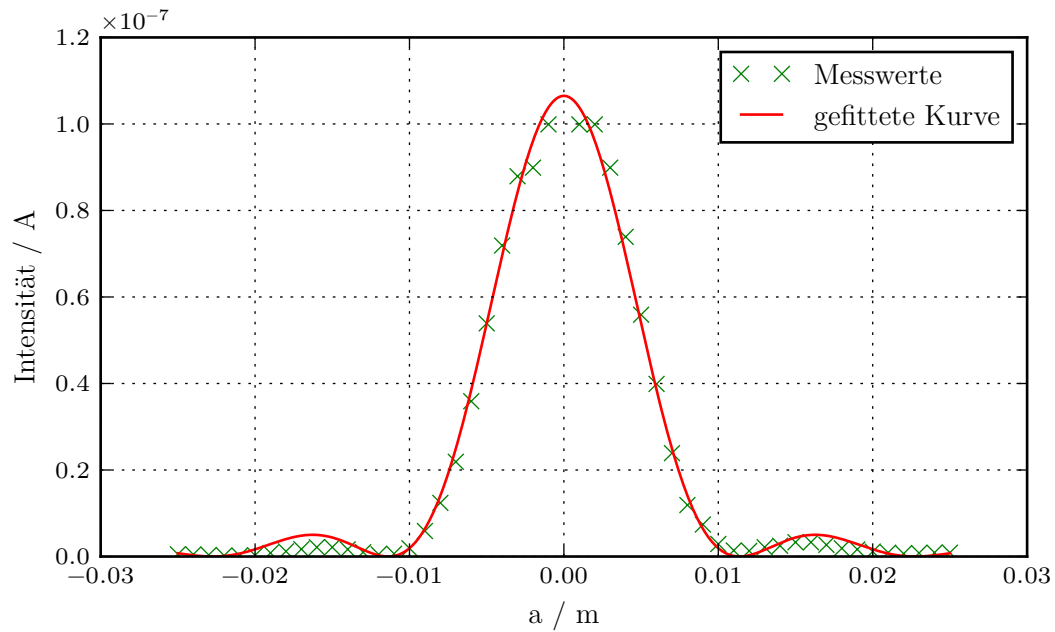
$$b_{\text{Mikroskop}} = 13.3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Die Prozentuale Abweichung zwischen  $b_{\text{Her}}$  und  $b_{\text{Mikroskop}}$  beträgt:

$$\frac{b_{\text{Her}} - b_{\text{Mikroskop}}}{b_{\text{Mikroskop}}} \cdot 100 = 12.78 \%$$



### 3.3 Ausgleichsrechnung zum dicken Einzelspalt



**Abbildung 6:** Ausgleichsrechnung zum dicken Einzelspalt.

Die Herstellerangabe für die Spaltbreite  $b$  von dem dicken Einzelspalt ist:

$$b_{\text{Her}} = 40.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Die errechnete Spaltbreite  $b$  für den dicken Einzelspalt ist:

$$b_{\text{Beugung}} = (24.47 \pm 1.03) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

und die Normierungskonstante  $A$ :

$$A = (13.85 \pm 0.34) .$$

Die Prozentuale Abweichung zwischen  $b_{\text{Her}}$  und  $b_{\text{Beugung}}$  beträgt:

$$\frac{b_{\text{Her}} - b_{\text{Beugung}}}{b_{\text{Beugung}}} \cdot 100 = 63.47 \%$$

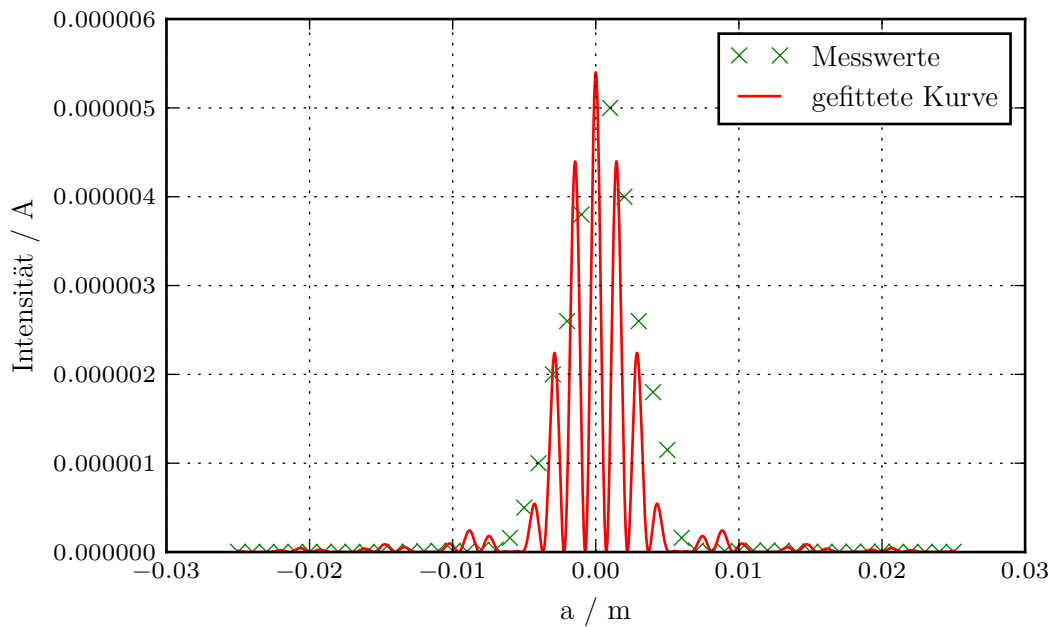
Die gemessene Spaltbreite  $b$  mit Hilfe eines Mikroskops beträgt:

$$b_{\text{Mikroskop}} = 40.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Die Prozentuale Abweichung zwischen  $b_{\text{Her}}$  und  $b_{\text{Mikroskop}}$  beträgt:

$$\frac{b_{\text{Her}} - b_{\text{Mikroskop}}}{b_{\text{Mikroskop}}} \cdot 100 = 0.00 \%$$

### 3.4 Ausgleichsrechnung zum Doppelspalt



**Abbildung 7:** Ausgleichsrechnung zum Doppelspalt.

Die Herstellerangabe für die Spaltbreite  $b$  und den Spaltabstand  $s$  vom Doppelspalt sind:

$$b_{\text{Her}} = 10.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$s_{\text{Her}} = 40.0 \cdot 10^{-5} \text{ m} .$$

Die errechnete Spaltbreite  $b$  für den Doppelspalt ist:

$$b_{\text{Beugung}} = (29.5201 \pm 0.0031) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

und der Spaltabstand  $s$ :

$$s_{\text{Beugung}} = (29.5184 \pm 0.0025) \cdot 10^{-5} .$$

Die Prozentuale Abweichung zwischen  $b_{\text{Her}}$  und  $b_{\text{Beugung}}$  beträgt:

$$\frac{b_{\text{Her}} - b_{\text{Beugung}}}{b_{\text{Beugung}}} \cdot 100 = -66.12 \%$$

und für die Abweichung zwischen  $s_{\text{Her}}$  und  $s_{\text{Beugung}}$  folgt:

$$\frac{s_{\text{Her}} - s_{\text{Beugung}}}{s_{\text{Beugung}}} \cdot 100 = 35.51 \%$$

## 4 Diskussion

Die errechneten Werte liegen zwischen 30 % und 70 % von den Herstellerangaben entfernt. Diese Abweichungen können viele Gründe haben, zum Beispiel:

- das der Abstand zwischen der Lichtquelle und dem Schirm bzw. dem Spalt und dem Schirm nicht groß genug gewählt war.
- das der Laser zu schwach war wodurch die Nebenmaxima ebenfalls sehr klein geworden sind.
- das Wechseln der Messskala des Amperimeters hat Schwankungen hervorgerufen.
- Außerdem wurde das Licht in dem Raum immer wieder an und aus gemacht wodurch Schwankungen in der Intensität aufgetreten sind.

Aus diesen Gründen ist auch die Messung mit dem Mikroskop deutlich genauer. Die Abweichung für die Messung mit dem Mikroskop liegen zwischen 0 % und 15 %.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 406, Beugung am Spalt*. <http://129.217.224.2/HOME-PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf>, 2016.