

## Todo list

was ist hier falsch? . . . . .	7
Warum ist dieser Abschnitt falsch? . . . . .	7
welches spektrum sonst? . . . . .	11
Einheiten? . . . . .	12
und $E > 150 \text{ keV}$ ? . . . . .	14

Versuch Nr. 18

# **Der Reinst-Germanium-Detektor als Instrument der Gamma-Spektroskopie**

Maximilian Sackel  
Maximilian.sackel@udo.edu

Philip Schäfers  
philip.schaefers@udo.edu

Durchführung: 09.01.2017

Abgabe: 08.02.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlage</b>	<b>3</b>
2.1	Wechselwirkung von $\gamma$ -Strahlung mit Materie . . . . .	3
2.1.1	Der Wirkungsquerschnitt $\sigma$ und der Extinktionskoeffizient $\mu$ . . . .	3
2.1.2	Der Photoeffekt . . . . .	4
2.1.3	Der Compton- und der Thomson-Effekt . . . . .	6
2.1.4	Die Paarbildung . . . . .	7
2.2	Wirkungsweise eines Halbleiter-Detektors (Germanium-Detektor) . . . . .	8
2.3	Eigenschaften und Kenngrößen eines Halbleiter-Detektors . . . . .	10
2.3.1	Energetisches Auflösungsvermögen . . . . .	10
2.3.2	$\gamma$ -Spektrum eines Germanium-Detektors . . . . .	11
2.3.3	Aktivitäts- und Energiebestimmung einer $\gamma$ -Quelle . . . . .	12
2.4	Fehlerrechnung . . . . .	12
2.4.1	Mittelwert . . . . .	13
2.4.2	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung . . . . .	13
2.4.3	Lineare Regression . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Aufbau und elektronische Beschaltung</b>	<b>13</b>
<b>4</b>	<b>Versuchsdurchführung</b>	<b>16</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>17</b>
5.1	Kalibrieren des Detektors anhand $^{152}\text{Eu}$ Spektrums . . . . .	17
5.1.1	Energiekalibrierung . . . . .	17
5.1.2	Effizienzbestimmung . . . . .	19
5.2	$^{137}\text{Cs}$ -Strahler . . . . .	21
5.2.1	Photopeak . . . . .	21
5.2.2	Compton-Kontinuum . . . . .	22
5.2.3	Verteilung des Photopeaks . . . . .	23
5.2.4	Absorptionswahrscheinlichkeit im Detektor . . . . .	24
5.3	Aktivitätsbestimmung der verwendeten $^{133}\text{Ba}$ -Quelle . . . . .	24
5.4	Zerfallsreihe des unbekannten Minerals . . . . .	25
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>26</b>
	<b>Literatur</b>	<b>26</b>

# 1 Einleitung

Der Reinst-Germanium-Detektor ist ein wichtiges Messinstrument in der  $\gamma$ -Spektroskopie. Er gehört zu der Gruppe der Halbleiterdetektoren, welche ein sehr hohes Auflösungsvermögen im Vergleich zu zum Beispiel Szintillationsdetektoren besitzen. Wichtige Kenngrößen des Germanium-Detektor sind das energetische Auflösungsvermögen, die Effizienz und die spektrale Empfindlichkeit.

Im Folgenden werden die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie, die Funktionsweise und die Kenngrößen eines Germanium-Detektors beschrieben.

Ziel des Versuches ist es die Aktivität und Energie von unbekannten Strahlern aus dem  $\gamma$ -Spektrum zu bestimmen.

## 2 Theoretische Grundlage

### 2.1 Wechselwirkung von $\gamma$ -Strahlung mit Materie

Im folgenden werden der Begriff des Wirkungsquerschnittes  $\sigma$  und des Extinktionskoeffizients  $\mu$  eingeführt, sowie die drei dominierenden Wechselwirkungen von Photonen mit Materie erläutert.

#### 2.1.1 Der Wirkungsquerschnitt $\sigma$ und der Extinktionskoeffizient $\mu$

Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass eine Wechselwirkung zwischen den Photonen und dem Absorber stattfindet.  $\sigma$  hat die Dimension einer Fläche und man kann sich diese als "Zielscheibe" vorstellen. Es tritt genau dann eine Wechselwirkung auf, wenn ein Photon die "Zielscheibe" trifft.

Die Wahrscheinlichkeit  $dW$  einer Wechselwirkung zwischen dem einfallenden Strahl und dem Absorber ("Target") wird mit Hilfe der Abbildung (1) zu

$$dW = n \sigma dx \quad (1)$$

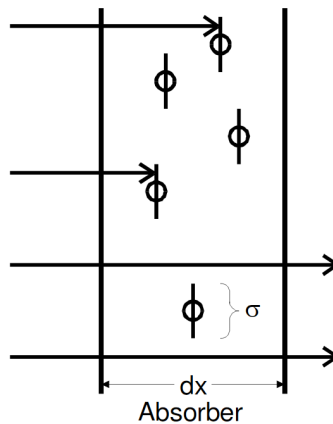
bestimmt.  $n$  ist die Teilchendichte des Absorbers. Daraus folgt das Absorptionsgesetz

$$N(D) = N_0 \exp(-n \sigma D) . \quad (2)$$

Darin ist  $N_0$  die Anzahl der auftreffenden Photonen und  $N(D)$  ist die Anzahl der austretenden Photonen. Der Extinktionskoeffizient  $\mu$  wird als

$$\mu = n \sigma \quad (3)$$

definiert. Die Werte für die Extinktionskoeffizienten, für die drei Effekte in Abhängigkeit der Strahlungsenergie, können in Abbildung (2) abgelesen werden. "Sein reziproker Wert ist gleich der mittleren Reichweite  $\bar{x}$  der [Photonen] in Materie" [2, S. 2].



**Abbildung 1:** Definition des Wirkungsquerschnitts: Die Pfeile kennzeichnen die Projektile welche auf das Target treffen [2].

### 2.1.2 Der Photoeffekt

Ein Photon kann ein Elektron aus der Atomhülle schlagen. Dafür muss das Photon mindestens die Bindungsenergie  $E_B$  des Elektrons besitzen. Bei diesem Vorgang wird die gesamte Energie  $E_\gamma = h\nu$  des Photons auf das Elektron übertragen. Das Elektron besitzt also eine kinetische Energie von

$$E_{\text{kin}} = E_{\gamma} - E_{\text{B}} \text{ .} \quad (4)$$

Aufgrund der Energie-Impuls-Erhaltung kann dieser Prozess nur in der Nähe eines Atomkerns stattfinden. "Deshalb werden bevorzugt Elektronen aus der K-Schale ausgelöst" (vgl. [2, S. 3]). Da sich das Atom nach dem Effekt in einem instabilen Zustand befindet, fallen Elektronen aus höheren Schalen in das entstandene "Loch". Dabei wird Röntgenstrahlung emittiert welche fast komplett in dem Absorber verbleibt. Deshalb kann gesagt werden, dass der Absorber die gesamte Energie des Photons absorbiert.

Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{ph}}$  des Photoeffekts ist proportional zu

$$\sigma_{\text{Ph}} \propto z^\alpha E^\delta. \quad (5)$$

Für den Energiebereich der bei natürlichen Strahlern vorkommt ( $E_\gamma < 5 \text{ MeV}$ ) ist  $4 < \alpha < 5$  und  $\delta \approx -3.5$ .

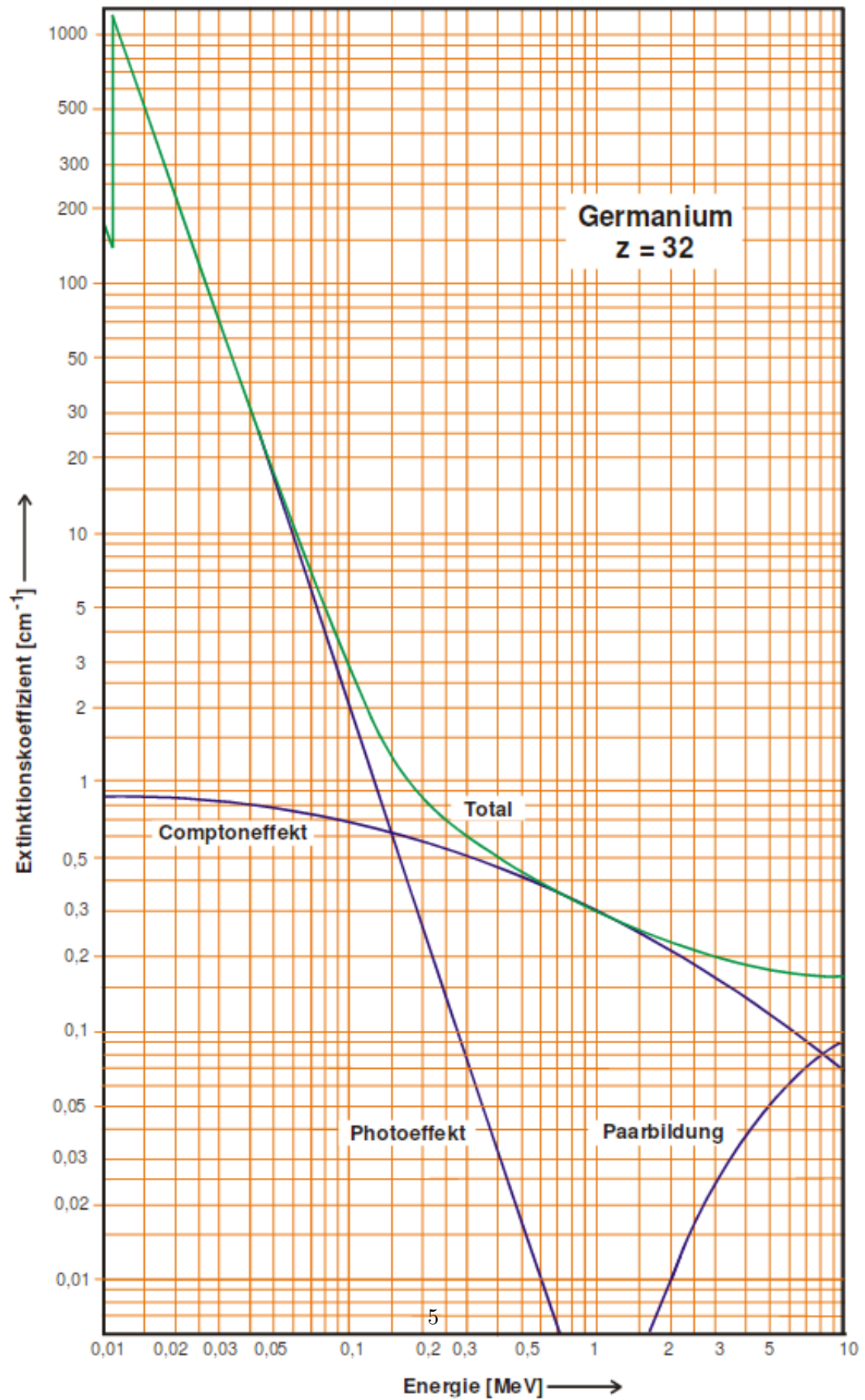


Abbildung 2: Der Extinktionskoeffizient gegen die Energie der Strahlung aufgetragen [2].

### 2.1.3 Der Compton- und der Thomson-Effekt

Der Compton-Effekt ist die inelastische Streuung von Photonen an Elektronen. Das Photon gibt bei dem Stoß mit einem (schwachgebundenen) Elektron aus der Atomhülle einen Teil seiner Energie ab und wird aus der ursprünglichen Bahn abgelenkt. Die Energie des gestreuten Photons kann mithilfe des Energie-Impuls-Erhaltungssatzes zu

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \varepsilon (1 - \cos(\psi_{\gamma}))} \quad (6)$$

bestimmt werden. Dabei ist  $E_{\gamma}$  die Energie des Photons vor dem Stoß und  $E_{\gamma'}$  ist die Energie nach dem Stoß.  $\varepsilon$  entspricht der normierten Energie

$$\varepsilon = \frac{E_{\gamma}}{m_0 c^2} \quad (7)$$

und  $\psi_{\gamma}$  ist der Streuwinkel des  $\gamma$ -Quants. Aus Formel (6) folgt die Energie  $E_1$  des gestoßenen Elektrons zu

$$E_1 = E_{\gamma} - E_{\gamma'} = E_{\gamma} \frac{\varepsilon (1 - \cos(\psi_{\gamma}))}{1 + \varepsilon (1 - \cos(\psi_{\gamma}))} . \quad (8)$$

”Der Compton-Effekt ist eine unerwünschte Erscheinung, weil nur ein variierender Bruchteil der Energie des  $\gamma$ -Quants an den Detektor abgegeben wird” (vgl. [2, S. 5]). Dadurch entsteht ein kontinuierliches Spektrum, welches schwer zu identifizieren ist. Der über alle Streuwinkel integrierte Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{Co}}$  wurde von KLEIN und NISHINA hergeleitet und lautet:

$$\sigma_{\text{Co}} = \frac{3 \sigma_{\text{Th}}}{4} \left( \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon^2} \left[ \frac{2 + 2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} - \frac{\ln(1 + 2\varepsilon)}{\varepsilon} \right] + \frac{\ln(1 + 2\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{1 + 3\varepsilon}{(1 + 2\varepsilon)^2} \right) \quad (9)$$

Für sehr kleine Energien ( $\varepsilon \ll 1$ ) kann  $\sigma_{\text{Co}}$  zu

$$\sigma_{\text{Co}} = \frac{3 \sigma_{\text{Th}}}{4} \left( 1 - 2\varepsilon + \frac{26}{5} \varepsilon^2 + \dots \right) \quad (10)$$

genähert werden. Für  $\varepsilon \rightarrow 0$  geht der Compton-Wirkungsquerschnitt in den Thomsonschen Streuquerschnitt  $\sigma_{\text{Th}}$  über.

$$\sigma_{\text{Th}} = \frac{8 \pi}{3} r_e^2 \quad (11)$$

$r_e$  wird als klassischer Elektronenradius bezeichnet.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma_{\text{Co}}}{dE}$  gibt die Energieverteilung des gestoßenen Elektrons an. Dabei ist  $E$  die Elektronenenergie, die an den Detektor abgegeben wird.

$$\frac{d\sigma_{\text{Co}}}{dE} = \frac{3 \sigma_{\text{Th}}}{8 m_0 c^2 \varepsilon^2} \left[ 2 + \left( \frac{E}{E_{\gamma} - E} \right)^2 \left( \frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{E_{\gamma} - E}{E_{\gamma}} - \frac{2}{\varepsilon} \frac{E_{\gamma} - E}{E_{\gamma}} \right) \right] \quad (12)$$

### 2.1.4 Die Paarbildung

Bei der Paarbildung wird ein Photon annihilert und ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Dieser Prozess kann nur in der Nähe von einem Atomkern oder einem Elektron als Stoßpartner auftreten, weil sonst die Impulserhaltung nicht gilt. Mit dem Atomkern als Stoßpartner muss die Photonenergie größer als die doppelte Ruheenergie eines Elektrons sein, also

$$E_\gamma > 2 m_0 c^2 .$$

Damit die Paarbildung mit einem Elektron als Stoßpartner stattfinden kann muss das Photon die vierfache Ruheenergie eines Elektrons haben, also

$$E_\gamma > 4 m_0 c^2 .$$

Die kinetische Energie des entstandenen Elektron-Positron-Paares beträgt:

$$\overline{E_{e^-}} = \overline{E_{e^+}} = \frac{1}{2}(E_\gamma - m_0 c^2) \quad (13)$$

Der Wirkungsquerschnitt der Paarbildung  $\sigma_{\text{Pa}}$  hängt von der Kernladungszahl  $z$  des Absorbers und der Abschirmung des Coulomb-Feldes ab. Bei natürlichen Strahlern findet die Paarbildung nur im Feld eines Atomkernes statt und nicht im elektrischen Feld eines Elektrons. Der Wirkungsquerschnitt kann dann zu

$$\sigma_{\text{Pa}} = \alpha r_e^2 z^2 \left( \frac{28}{9} \ln(2\varepsilon) - \frac{218}{27} \right) \quad (14)$$

$$(\alpha = \text{Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante}) \quad (15)$$

bestimmt werden. Die Gleichung (15) ist in einem Energiebereich von  $20 < \varepsilon < 50$  gültig.

Bei der Paarbildung wird die gesamte Energie des Photons in dem Absorber deponiert. Allerdings kann nicht immer die gesamte Energie von dem Detektor gemessen werden, weil dazu Elektron und Positron detektiert werden müssen. Wenn nur eines der Beiden Teilchen in den Detektor fällt wird  $E_\gamma - m_0 c^2$  gemessen. Treffen beide Teilchen den Detektor nicht wird eine Linie bei  $E_\gamma - 2 m_0 c^2$  beobachtet. Auch verlieren Elektron und Positron durch Bremsstrahlung Energie, wodurch das Spektrum nach unten verbreitert wird.

was ist  
hier  
falsch?

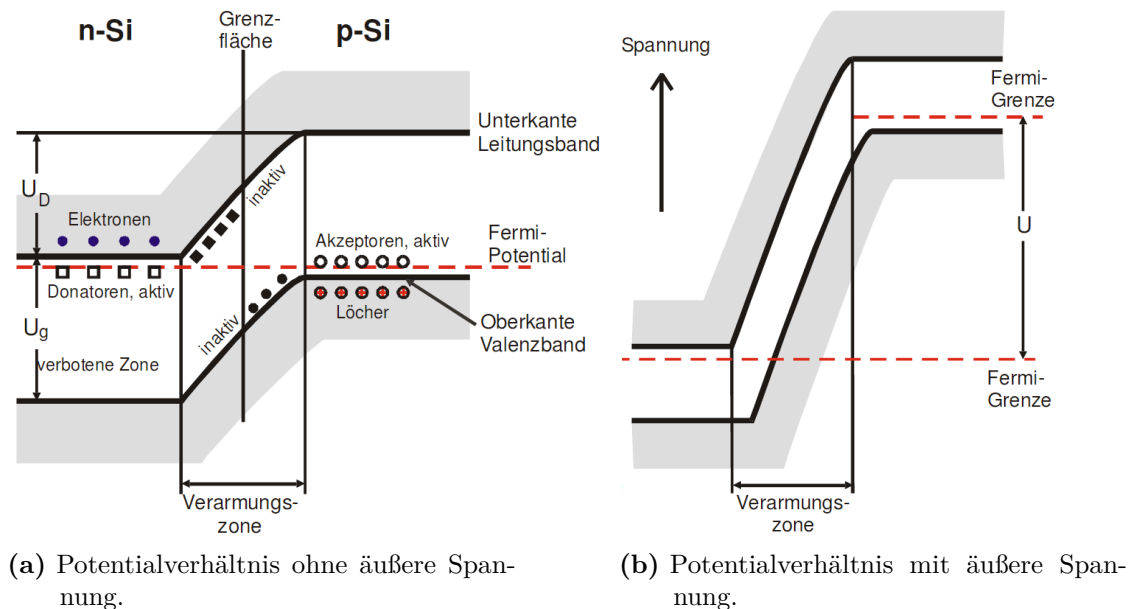
Warum  
ist dieser  
Abschnitt  
falsch?



## 2.2 Wirkungsweise eines Halbleiter-Detektors (Germanium-Detektor)

Halbleiter-Detektoren werden häufig verwendet um ionisierende Strahlung nachzuweisen und die Energie der Strahlung zu bestimmen. Im Folgenden wird der Germanium-Detektor für die  $\gamma$ -Spektroskopie genauer betrachtet.

Der wesentliche Bestandteil des Detektors ist eine Halbleiter-Diode. Das bedeutet es gibt einen p- und einen n-dotierten Bereich. Diese Bereiche grenzen aneinander und können freie Ladungsträger (Elektronen und Löcher) austauschen. Die Elektronen und Löcher rekombinieren in den unterschiedlich dotierten Bereichen. "Zurück bleiben in der p-Schicht die ortsfesten Akzeptoren und in der n-Schicht die ortsfesten Donatoren" [2, S. 10]. Diese erzeugen ein elektrisches Potential  $U_D$ , wodurch die Elektronen und Löcher nicht mehr rekombinieren können und es entsteht eine ladungsträgerarme Zone. Wie in Abbildung (3) dargestellt ist, kann die ladungsträgerarme Zone durch eine Sperrspannung  $U$  vergrößert werden. Im Folgenden wird näher darauf eingegangen wie die Verarmungszone vergrößert werden kann.



**Abbildung 3:** Schematische Darstellung der Potentialverhältnisse an einem pn-Übergang [2].

Wenn ein  $\gamma$ -Quant in die ladungsträgerarme Zone eindringt kann eine der drei beschriebenen Wechselwirkungen eintreten. Das bei diesen Prozessen freigesetzte Elektron stößt auf seinem Weg durch den Festkörper mit vielen anderen Elektronen aus dem Valenzband zusammen. Dabei gibt das freigesetzte Elektron einen Teil seiner Energie zur Erzeugung von Phononen ab. Die restliche Energie wird an die Valenzelektronen abgegeben, wodurch diese in das Leitfähigkeitsband oder darüber hinaus gehoben werden. Es entstehen

dadurch Elektron-Loch-Paare, welche durch die anliegende Spannung getrennt werden und einen Ladungsimpuls erzeugen.

Die Absorptionswahrscheinlichkeit (siehe Gl. (2)) eines  $\gamma$ -Quants hängt exponentiell von der Schichtdicke des Absorbermaterials ab. Deshalb ist es besonders wichtig, dass die Verarmungszone so groß wie möglich ist. Dies wird im Wesentlichen über eine unsymmetrische Dotierung und die Sperrspannung  $U$  gewährleistet. Die Breite der n-Schicht  $d_n$  und die Breite der p-Schicht  $d_p$  sind durch

$$d_n^2 = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{e_0} \frac{U_D + U}{n_A + n_D} \frac{n_A}{n_D} \quad (16)$$

$$d_p^2 = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{e_0} \frac{U_D + U}{n_A + n_D} \frac{n_D}{n_A} \quad (17)$$

( $\varepsilon$  = relative Dielektrizitätszahl,  $\varepsilon_0$  = elektrische Feldkonstante)

gegeben. Um die p-Schicht groß gegenüber der n-Schicht zu machen, wird die Donatordichte  $n_D$  viel größer als die Akzeptordichte  $n_A$  gewählt. Deshalb kann die Breite der Verarmungszone zu

$$d = d_p + d_n \approx d_p \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{e_0} \frac{U_D + U}{n_A}} \quad (18)$$

genähert. Da die Akzeptordichte von der Verunreinigung des Kristalls abhängt, ist es wichtig diese gering zu halten. Dies wird über spezielle Kristallzüchtungsverfahren gewährleistet.

Außerdem kann die Verarmungszone durch eine möglichst hohe Sperrspannung weiter vergrößert werden. Diese Maßnahme ist allerdings begrenzt, weil in der Verarmungszone Ladungsträger vorhanden sind welche durch thermische Aktivierung entstehen. Diese können spontan die Energielücke  $E_g$  ( $= 0,67$  eV bei Ge [2, S. 13]) zwischen Valenzband und Leitfähigkeitsband überwinden. Diese Ladungsträger erzeugen einen Leckstrom, welcher als Rauschen gemessen wird. Die Dichte  $n_i$  dieser Ladungsträger ist proportional zu

$$n_i \propto T^3 \exp\left(-\frac{E_g}{k_b T}\right) . \quad (19)$$

( $k_b$  = Boltzmann Konstante,  $T$  = absolute Temperatur)

Wie aus der Gleichung hervorgeht, kann der Leckstrom durch das Herabsetzen der Temperatur des Detektormaterials vermindert werden.

Üblicherweise werden Germanium-Detektoren auf  $T = 77$  K abgekühlt. Dadurch kann bei dem verwendeten Detektor die Verarmungszone mit einer Sperrspannung von  $U = 5$  kV auf

$$d \approx 3 \text{ cm} \quad (20)$$

verbreitert werden.

## 2.3 Eigenschaften und Kenngrößen eines Halbleiter-Detektors

Im Folgenden werden das energetische Auflösungsvermögen und die Effizienz eines Halbleiter-Detektors bestimmt. Außerdem wird das aufgenommene Spektrum des Detektors beschrieben und daraus die Aktivität der  $\gamma$ -Quelle bestimmt.

### 2.3.1 Energetisches Auflösungsvermögen

Ein Maß für das energetische Auflösungsvermögen ist die Halbwertsbreite  $\Delta E_{\frac{1}{2}}$  der Impulshöhenverteilung. Um zwei Spektrallinien unterscheiden zu können müssen sich deren Mittelwerte mindestens um die Halbwertsbreite unterscheiden.

Die Impulshöhenverteilung wird im Wesentlichen durch die Anzahl  $n$  der Elektron-Loch-Paare festgelegt, die bei der Absorption eines  $\gamma$ -Quants entstehen. "Der Mittelwert  $\bar{n}$  von  $n$  ist gleich dem Quotienten aus der Energie  $E_\gamma$  des einfallenden  $\gamma$ -Quants und der Bildungsenergie  $E_{\text{El}}$  eines Elektron-Loch-Paares" [2, S. 14]. Die Energielücke  $E_g$  in Germanium beträgt 0,67 eV, allerdings wird eine Bildungsenergie in Germanium von 2,9 eV gemessen. Das bedeutet, dass die Bildung von Elektron-Loch-Paaren nur unter der Beteiligung von Phononen möglich ist. Die Energie, die das  $\gamma$ -Quant an den Detektor abgegeben hat, wird statistisch auf die Phononen- und Elektron-Loch-Paar-Erzeugung verteilt. Dieser Prozess wird durch eine Poisson-Verteilung beschrieben und die Standardabweichung für den unkorrelierten Fall ist durch

$$\sigma = \sqrt{\bar{n}} \quad (21)$$

gegeben. Allerdings kompensieren sich die Fluktuationen der Ladungsträgererzeugung und der Phononenanregung. Dadurch wird  $\sigma$  kleiner, dies wird durch die Einführung des Fano-Faktors  $F$  ausgeglichen.

$$\sigma = \sqrt{F\bar{n}} = \sqrt{F \frac{E_\gamma}{E_{\text{El}}}} \quad (22)$$

Für Germanium beträgt  $F = 0.1$  [2, S. 15]. Da  $n$  sehr viel größer ist als 1, wird die Poisson-Verteilung durch eine Gauß-Verteilung angenähert. Damit folgt für die Halbwertsbreite

$$\Delta E_{\frac{1}{2}} = \sqrt{8 \ln 2} \frac{\sigma}{\bar{n}} E_\gamma = \sqrt{0.8 \ln 2} E_\gamma E_{\text{El}}^{-1/2} \quad (23)$$

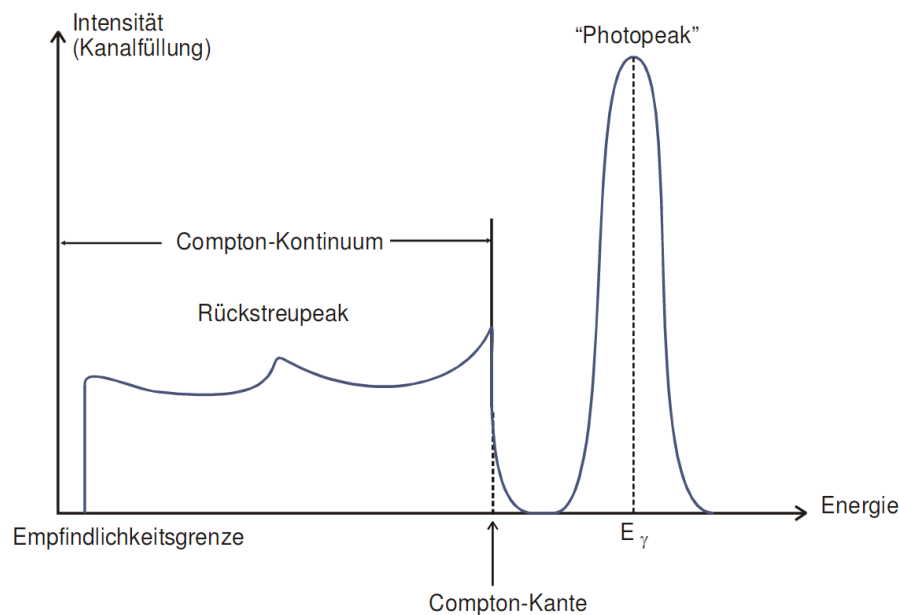
Das energetische Auflösungsvermögen hängt zusätzlich noch von dem Leckstrom, den Feldinhomogenitäten und dem Verstärkerrauschen ab. Diese Effekte sind unkorreliert, deshalb kann die Gesamthalbwertsbreite zu

$$H_{\text{ges}}^2 = \Delta E_{\frac{1}{2}}^2 + H_{\text{R}}^2 + H_{\text{I}}^2 + H_{\text{E}}^2 \quad (24)$$

zusammengesetzt werden.  $H_R$  ist die Halbwertsbreite des Leckstroms,  $H_I$  ist die Halbwertsbreite der Feldinhomogenität und  $H_E$  ist die Halbwertsbreite des Verstärkerrauschens. Der Leckstrom und das Verstärkerrauschen können durch abkühlen deutlich vermindert werden. Auch muss die Sperrspannung eine Mindesthöhe überschreiten ( $U > \text{Depletionsspannung}$ ), weil  $H_I$  und  $H_E$  dadurch kleiner werden.

### 2.3.2 $\gamma$ -Spektrum eines Germanium-Detektors

In Abbildung (4) ist das Spektrum eines monochromatischen  $\gamma$ -Strahlers aufgenommen.



**Abbildung 4:** Das  $\gamma$ -Spektrum eines Germanium-Detektors [2].

Das Spektrum besteht aus dem Photopeak, dem Compton-Kontinuum und dem Rückstreupeak. Der Photopeak entsteht wenn der Photoeffekt an der Absorption beteiligt ist. Dabei wird die gesamte Energie des  $\gamma$ -Quants an den Absorber abgegeben. "Seine Halbwertsbreite ist, wie in Kap.2.3.1 dargelegt, ein Maß für die Energieauflösung des Detektors" [2, S. 22].

Das Compton-Kontinuum ist ein störender Bereich bei der  $\gamma$ -Spektroskopie. Dieser Bereich reicht von 0 bis zur Compton-Kante  $E_{l,max}$ , diese ist durch einsetzen von  $180^\circ$  in Gleichung (8) gegeben:

$$E_{l,max} = E_\gamma \frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} \quad (25)$$

Der Bereich entsteht durch die Compton-Streuung an den Elektronen. Der Rückstreupeak liegt in dem Compton-Kontinuum und entsteht durch Quanten die nicht direkt in den

welches  
spektrum  
sonst?

Detektor fallen. Beispielsweise Quanten die an der Blei-Abschirmung oder der Quelle selbst getreut werden. Die Energie des Rückstreupeaks kann durch einsetzen von  $180^\circ$  in Gleichung (6) abgeschätzt werden.

### 2.3.3 Aktivitäts- und Energiebestimmung einer $\gamma$ -Quelle

Für die Energiebestimmung eines einzelnen Peaks muss zunächst der Detektor kalibriert werden. Dazu wird ein  $\gamma$ -Strahler mit bekannten Energien aufgenommen. Damit wird den Kanälen des Vielkanalanalysators eine Energie zugeordnet. Um die Unsicherheiten der linearen Regression zu minimieren wird ein linienreiches Spektrum benötigt.

Zur Bestimmung der Aktivität  $A$  muss zunächst die Effizienz  $Q$  durch eine Kalibrierungsmessung ermittelt werden. Die Effizienz ist die voll Energienachweiswahrscheinlichkeit eines Quants mit einer Energie  $E_\gamma$ . Dafür wird ein  $\gamma$ -Strahler mit bekannter Aktivität verwendet und mit dem gemessenen Zählergebnis  $Z$  in Verbindung gebracht.

$$Z = \Omega A W Q \quad (26)$$

Einheiten?

Da die Strahlung Isotrop aus dem Strahler austritt, wird nur ein kleiner Teil der Strahlung in dem Detektor aufgenommen. Diese Größe wird durch den Raumwinkel  $\Omega$  beschrieben.  $W$  ist die Emissionswahrscheinlichkeit einer bestimmten Energie bei Mehrlinienstrahlern. Um die Effizienz zu bestimmen, müssen also  $A$ ,  $Z$ ,  $W$  und  $\Omega$  bekannt sein. Die Aktivität wird aus den Herstellerangaben entnommen und das Zählergebnis aus einer Messung. Die Emissionswahrscheinlichkeit kann einschlägigen Tabellen entnommen werden [2]. Der Raumwinkel kann über

$$\Omega = 2\pi \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \right) \quad (27)$$

( $a$  = Abstand zwischen Quelle und Detektor,  $r$  = Detektorradius)

berechnet werden. Sobald die Effizienz bestimmt wurde, kann die Energie und die Aktivität von unbekannten Strahlern bestimmt werden.

## 2.4 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

### 2.4.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe  $x_1, \dots, x_n$  lässt sich durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (28)$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (29)$$

### 2.4.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn  $x_1, \dots, x_n$  fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler  $\Delta f$  mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_k} \right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2} \quad (30)$$

### 2.4.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

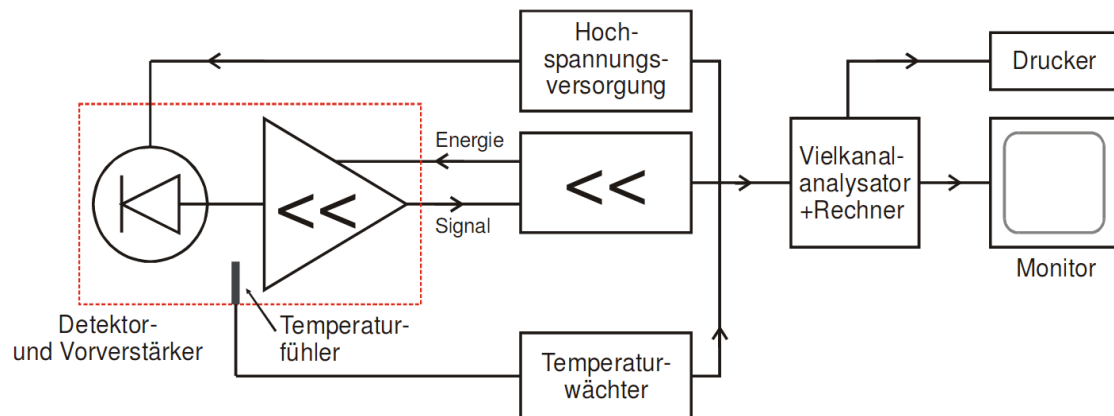
$$y = m \cdot x + b \quad (31)$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (32)$$

$$b = \frac{\overline{x^2y} - \bar{x}\overline{xy}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (33)$$

## 3 Aufbau und elektronische Beschaltung

In Abbildung (5) ist der schematische Aufbau des gesamten Gerätes aufgezeigt. Allerdings sind die Kühlung und die Blei-Burg für den Detektor und den Vorverstärker nicht eingezeichnet. Das Ziel des Aufbaus ist es einen Spannungsimpuls zu erzeugen der proportional zu der deponierten  $\gamma$ -Energie ist. Die benötigten Komponenten werden im folgenden beschrieben.



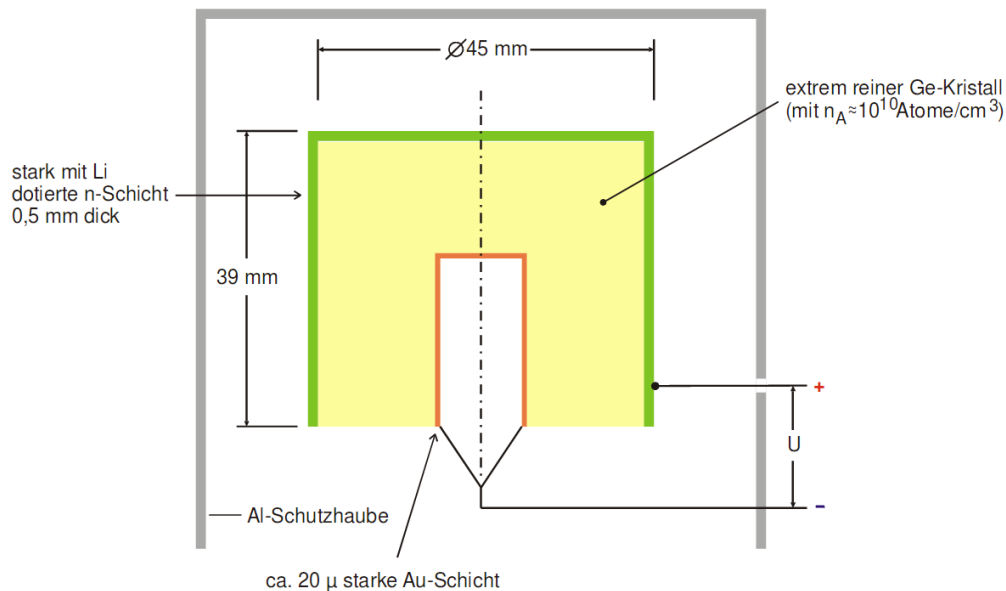
**Abbildung 5:** Der schematische Aufbau des  $\gamma$ -Spektrometers ohne Kühlung [2].

### Detektor:

Der verwendete Detektor ist in Abbildung (6) skizziert. Der Germanium-Kristall hat die Gestalt eines Hohlzylinders und ist von außen mit Lithium bedampft und von innen mit Gold beschichtet. Dadurch ist der Kristall außen n-dotiert und innen p-dotiert. Der Pluspol für die Sperrspannung wird an der Lithium-Schicht angebracht.

Um den Kristall befindet sich eine Schutzhaube aus Aluminium. Diese schließt den Kristall luftdicht ein, dadurch kann der Kristall nicht verunreinigt werden. Allerdings können wegen der Schutzhaube und der Lithium-Schicht nur  $\gamma$ -Energien größer als 40 keV nachgewiesen werden.

und  
 $E > 150 \text{ keV}$ ?



**Abbildung 6:** Schematischer Aufbau eines coaxialen Reinst-Germanium-Detektors [2].

### Vorverstärker:

Die elektrische Ladungsmenge die in einem Germanium-Detektor erzeugt wird, kann durch elektrische Integration zu einem Spannungspegel umgewandelt werden. Dies wird mit Hilfe eines kapazitiv rückgekoppelten Operationsverstärkers durchgeführt. In Abbildung (7) ist ein Vorverstärker skizziert. Für das Potential  $U_A$  gilt

$$U_A = -\frac{1}{C_K} \int_0^{t_s} I(t) dt \quad (34)$$

( $t_s$  = Pulslänge der Sammelzeit)

Wichtig für die Impulshöhenanalyse ist, dass der Integrationskondensator  $C_K$  nach jedem Quantennachweis wieder entladen wird. Dies geschieht über eine optoelektrische Rückkopplung, "dabei wird nach jedem Impuls die Gate-Drain-Schicht des Eingangs-Feldeffekttransistors (FET) im Operationsverstärker von einer Lumineszenzdiode (LED) beleuchtet, sodass die Sperrschicht vorübergehend leitend wird und die Ladung auf  $C_K$  darüber abfließen kann" (vgl. [2, S. 18]). Dieses Bauteil wird im Folgenden als  $R_K$  eingezeichnet.

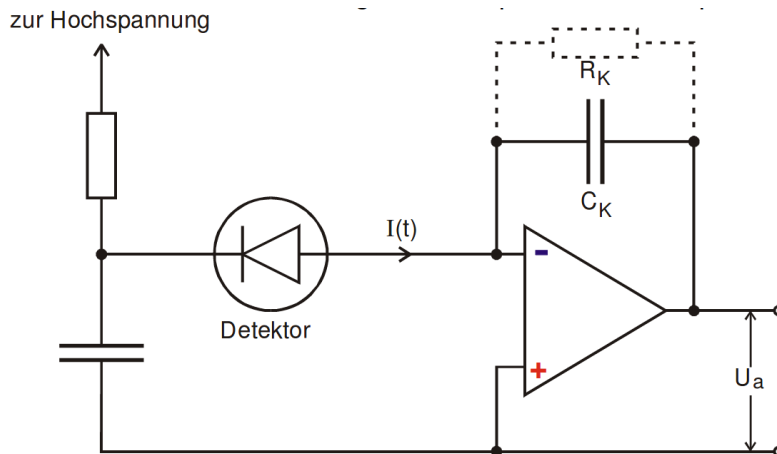
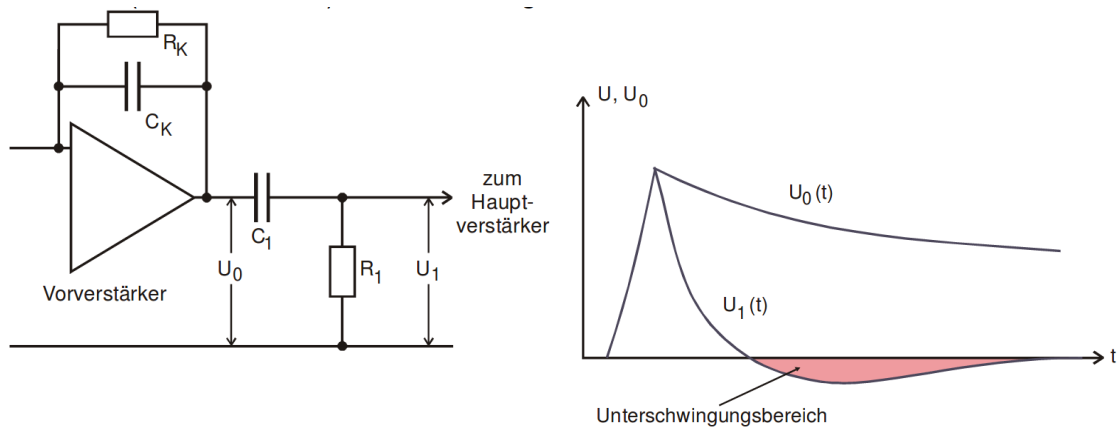


Abbildung 7: Beschaltung eines Vorverstärkers im Reinst-Germanium-Detektor [2].

### Hauptverstärker:

Die Aufgabe des Hauptverstärkers ist es, die Spannungssignale auf maximal 10 V zu normieren, da der Analog-Digital-Konverter (ADC) auf 10 V genormt ist. Außerdem muss der Verstärker eine sehr hohe Linearität und Langzeitstabilität besitzen, weil die ADC's eine Auflösung von 8192 (13 bit) besitzen. Auch muss die Bandbreite des Verstärkers geeignet gewählt werden, damit nur die wesentlichen Komponenten des Eingangssignals verstärkt werden. Diese Aufgabe übernehmen RC-Glieder als Hoch- und Tiefpassfilter. Der Hauptverstärker wird häufig über ein RC-Glied an den Vorverstärker gekoppelt, siehe Abbildung (8a).





(a) Das RC-Glied zum koppeln des Vorverstärkers an den Hauptverstärker. (b) Zeitlicher Spannungsverlauf von  $U_0$  und  $U_1$ .

**Abbildung 8:** Das Koppelglied  $R_1 C_1$  und der zeitliche Verlauf der Signalspannung vor und nach dem Koppelglied [2].

Dadurch werden Gleichspannungsdriften und Offsetspannungen nicht mit verstärkt. Allerdings kann dadurch eine Unterschwingung (siehe Abbildung (8b)) entstehen, weil die Abklingkonstanten  $R_K C_K$  und  $R_1 C_1$  des Koppelgliedes verschieden sind. Dies kann verhindert werden, indem ein kleiner Teil der Gleichspannung vom Vorverstärker direkt zum Hauptverstärker geleitet wird ("Pole-Zero-Kompensation"). Am Ausgang des Hauptverstärkers kann ein ähnliches Problem auftreten. Dies wird aber über einen "Base-Line-Restorer" verhindert.

#### Vielkanal-Analysator:

Der Vielkanal-Analysator (VKA) besteht im Wesentlichen aus dem ADC, einem Adressregister und einem Speicher. Diese dienen zum Speichern der Impulshöhen und der Häufigkeit der auftretenden Impulshöhen. In einem Diagramm kann nun die Impulshöhe bzw. die deponierte  $\gamma$ -Energie gegen die Häufigkeit aufgetragen werden. Aus diesem Diagramm können dann die Aktivität und die Energie bestimmt werden.

## 4 Versuchsdurchführung

Zu Beginn wird der Abstandshalter zwischen der Probe und dem Detektor vermessen, um den Raumwinkel bestimmen zu können.

Danach wird ein bekannter  $^{152}\text{Eu}$ -Strahler in den Detektor eingesetzt. Dann wird die Messung gestartet, um den Messbereich der Energie festzulegen. Der Messbereich wird an einem signifikanten Doppelpeak bestimmt und soll von 0 bis 2500 keV reichen. Sobald

das Spektrum kalibriert ist wird eine 60 minütige Messung gestartet. Nach dieser Messung werden noch drei weitere Spektren von  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{133}\text{Ba}$  und einem unbekannten Mineral aufgenommen. Die Diagramme werden jeweils gespeichert und später ausgewertet.

## 5 Auswertung

Für die Untersuchung der verschiedenen aufgenommenen  $\gamma$ -Spektren werden die Kanäle des “ADC” auf die entsprechenden Energien kalibriert. Desweiteren wird die Effizienz des Detektors exemplarisch an dem Eu-Spektrum berechnet und anschließend die Messwerte zur Bestimmung der Aktivität der verwendeten Bariumquelle mit ihr bereinigt. Desweiteren wird das Compton-Kontinuum sowie der Photopeak einer Cs-Quelle untersucht, sowie geprüft ob der Photopeak Gaußverteilt ist. Zuletzt wird anhand des Spektrums versucht auf die Zerfallsprodukte eines Minerals zu schließen und somit deren Zerfallskette zu bestimmen.

### 5.1 Kalibrieren des Detektors anhand $^{152}\text{Eu}$ Spektrums

Zum Kalibrieren des Detektors wird im folgenden die Kanalnummer entsprechenden Energien zugewiesen, sowie die Effizienz des Detektors bestimmt.

#### 5.1.1 Energiekalibrierung

Zunächst wird die Kanalnummer auf die Energie anhand des Spektrums des  $\text{Eu}^{152}$  Strahlers kalibriert. Die Energie mit den entsprechenden Kanalnummern sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Um die Korrelation zwischen der Energie und der Kanalnummer zu bestimmen wird eine lineare Regression durch die Tupel aus Energie und Kanalnummer gelegt. Das Ergebniss ist in Abbildung 9 zu sehen.

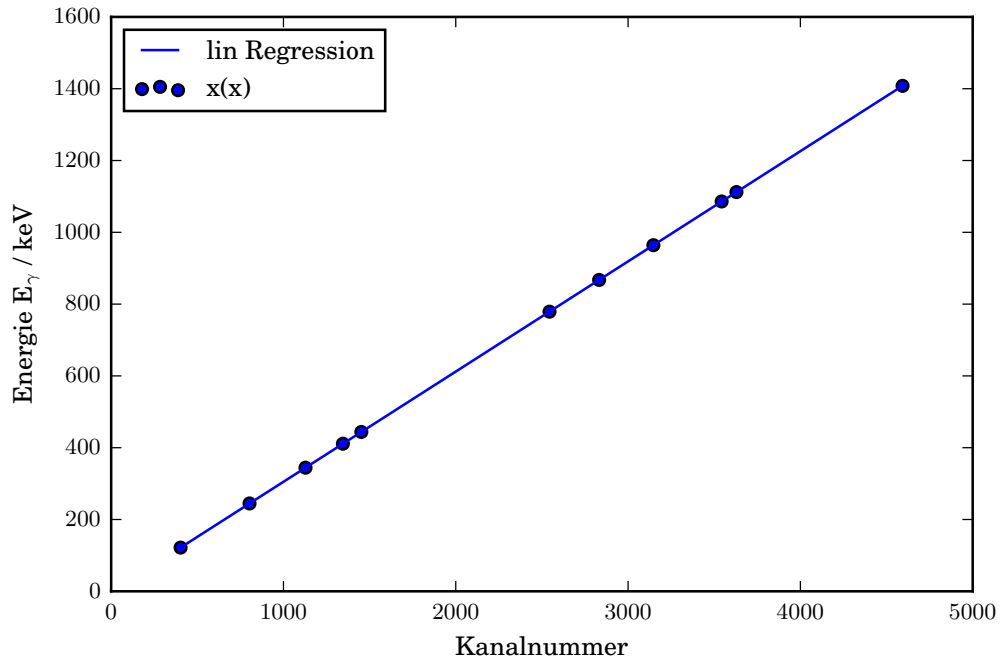
Aus der Regression ergibt sich eine Energiedifferenz zweier benachbarter Kanäle beträgt von

$$\Delta E = (306.97 \pm 0.03) \text{ keV} \quad (35)$$

Anhand der Energieskala werden die gemessenen Counts im weiteren in Abhängigkeit der  $\gamma$ -Quanten Energie  $E_\gamma$  dargestellt.

**Tabelle 1:** Kenngrößen eines  $^{152}\text{Eu}$ -Strahlers, sowie des Detektors

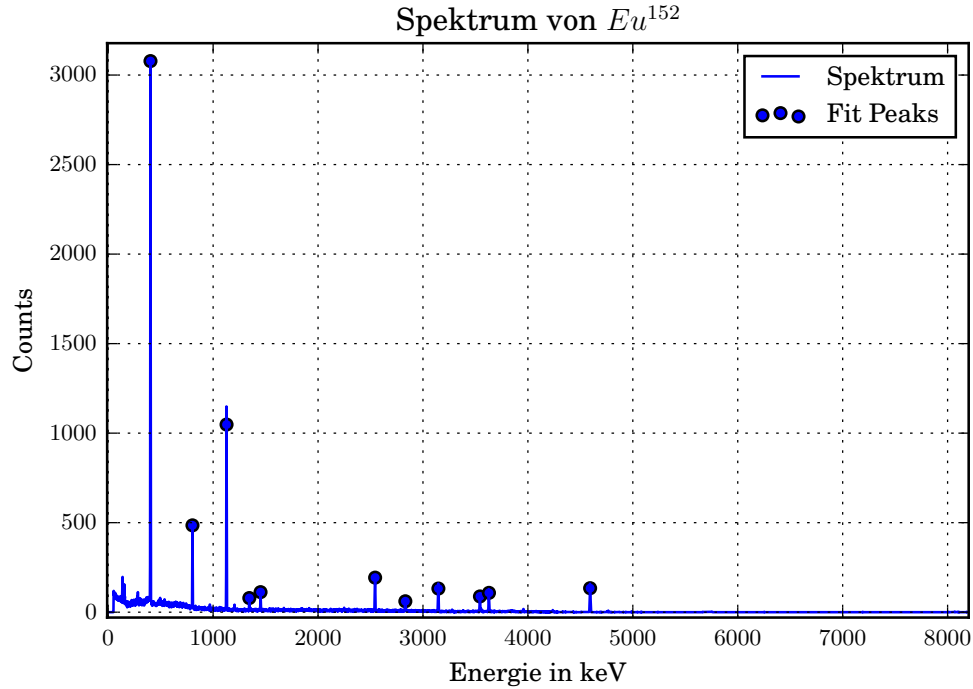
Energie $E_\gamma$ / keV	Kanal	Emissionwahrscheinlichkeit / %	Counts	Effizienz / %
121.78	403	28.6	3078	—
244.70	803	7.6	485	$10.40 \pm 0.10$
344.30	1128	26.5	1048	$6.40 \pm 0.10$
411.12	1345	2.2	79	$5.80 \pm 0.10$
443.96	1452	3.1	112	$5.90 \pm 0.10$
778.90	2544	12.9	193	$2.44 \pm 0.04$
867.37	2832	4.2	61	$2.36 \pm 0.03$
964.08	3147	14.6	132	$1.47 \pm 0.02$
1085.90	3543	10.2	88	$1.40 \pm 0.02$
1112.10	3629	13.6	108	$1.29 \pm 0.02$
1408.00	4593	21.0	134	$1.04 \pm 0.02$



**Abbildung 9:** Lineare Regression zur Bestimmung der Korrelation zwischen Kanalnummer und  $\gamma$ -Quantenenergie

### 5.1.2 Effizienzbestimmung

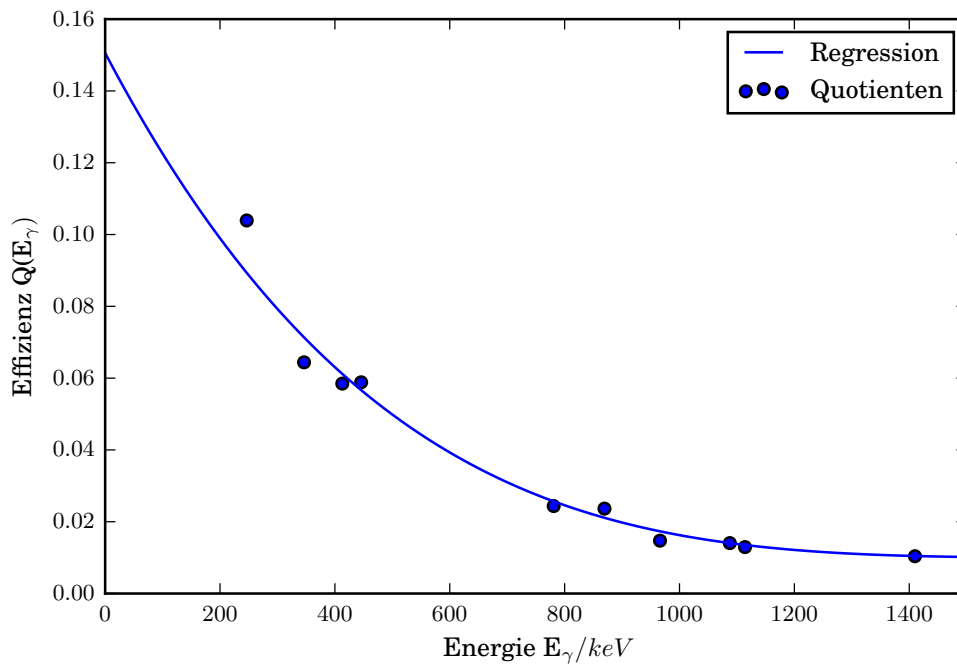
Das für den Eu-Strahler aufgenommene Spektrum ist in Abbildung 10 zu sehen.



gemessen. Aus diesen lässt sich durch einsetzen in Formel 27 ein Raumwinkel  $\Omega$  von

$$\Omega = 0.196 \quad (41)$$

berechnen. Der Raumwinkel  $\Omega$  ist jedoch nur unter vorbehalt zu verwenden, da der Abstand zwischen Quelle und Detektor kleiner als 10 cm ist und dies nicht mehr im gültigkeitsbereich der Formel 27 liegt. Aus dem Raumwinkel  $\Omega$ , der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit  $W$ , der Aktivität  $A_{\text{Durch}}$  sowie der effektiven Messzeit lässt sich nach Formel 26 die Effizienz  $Q$  berechnen. Die Ergebnisse in Abhängigkeit der Energie sind in Tabelle 1 aufgeführt. Um die Effizienz in den folgenden Auswertungsteil 5.1.2 zur berücksichtigen, wird die Effizienz in erster Näherung durch ein Potenzfunktion dargestellt.



**Abbildung 11:** Effizienz des verwendeten Germaniumdetektors

Die ermittelte Potenzfunktion zur berechnung der Effizienz in Abhängigkeit der Energie, hat die Form

$$Q(E_\gamma) = 1.2 \cdot 10^{-14} (x - 1850)^4 + 0.01 . \quad (42)$$

## 5.2 $^{137}\text{Cs}$ -Strahler

Zunächst wird die Lage des Photopeaks bestimmt und das Compton-Kontinuum genauer untersucht. Anschließend wird geprüft ob der Photopeak einer Gaußverteilung entspricht. Zuletzt wird die Absorptionswahrscheinlichkeit des Detektors berechnet und erklärungen für die Gestalt des Compton-Kontinuums, sowie des Photopeaks gesucht.

### 5.2.1 Photopeak

In dem aufgenommenen Spektrum wird mittels der Funktion `find_peaks_cwt` aus der numpy Bibliothek die Lage des Photopeaks bestimmt. Das Ergebnis ist in Abbildung 10 zu sehen.

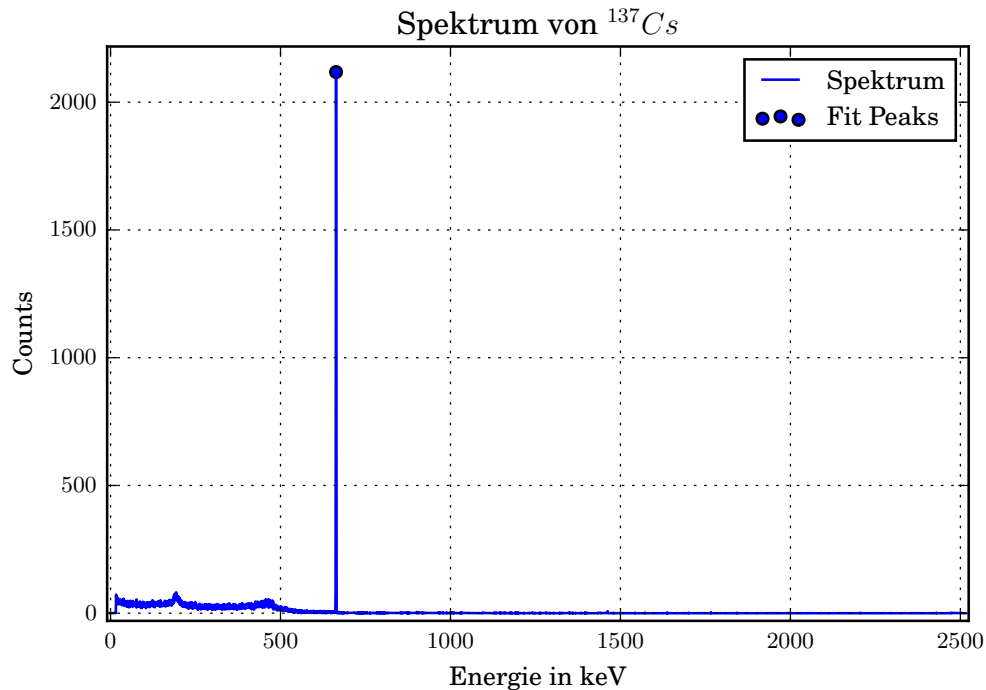


Abbildung 12: Spektrum des Cs-Strahlers

Dabei wurde die X-Achse schon mittels der in Auswertungsteil 5.1.1 Energie skaliert. Der Photopeak wird bei Energie von

$$E_{\gamma} = 663 \text{ keV} \quad (43)$$

detektiert. Im späteren Teil der Auswertung wird geprüft ob der Photopeak einer gaußförmigen Verteilung zu Grunde liegt.

### 5.2.2 Compton-Kontinuum

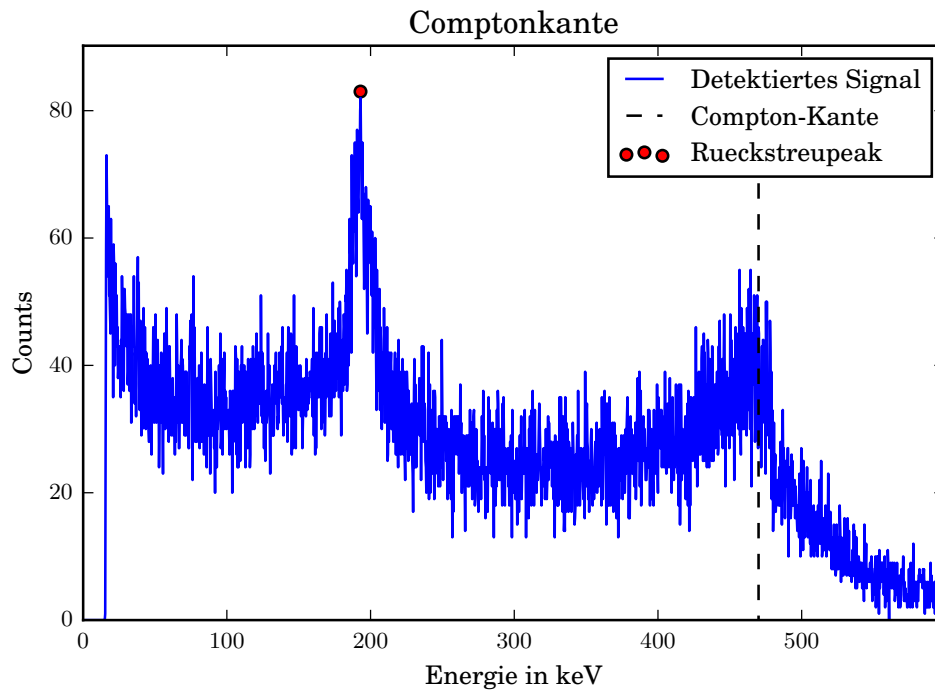
Für die weiteren Rechnungen wird zunächst die natürliche Energie  $\varepsilon$  nach Formel 7 eingeführt, welche

$$\varepsilon = 1.292 \quad (44)$$

beträgt. Aus der natürlichen Energie  $\varepsilon$  des Strahlers kann die theoretische Lage der Comptonkante  $E_{\text{ComKan, theo}}$  nach Formel 25 berechnet werden. Sie beträgt

$$E_{\text{ComKan, theo}} = 478 \text{ keV} \quad (45)$$

Das Spektrum im Bereich des Compton-Kontinuums ist in Abbildung 13 zu sehen.



**Abbildung 13:** Compton-Kontinuum mit Rückstreupeak und maximalen Energieübertrag

Aus ihm wird ein Rückstreupeak von

$$E_{\text{rück}} = 193 \text{ keV} \quad (46)$$

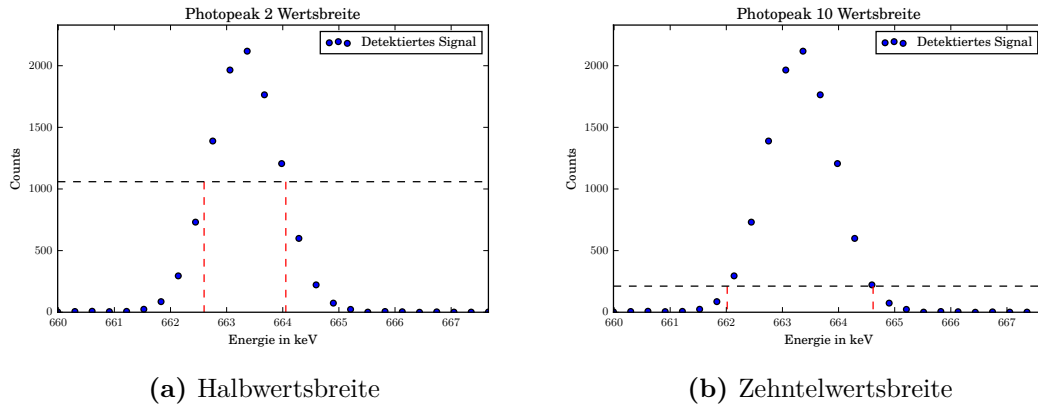
und die Energie der maximalen Energieübertragung von

$$E_{1,\text{max}} = 470 \text{ keV} \quad (47)$$

abgelesen.

### 5.2.3 Verteilung des Photopeaks

Um zu überprüfen ob der Photopeak gaußverteilt ist wird der Zusammenhang zwischen der Zehntelwertsbreite und der Halbwertsbreite überprüft. Dazu wird zunächst das Maximum  $M$  bestimmt. Anschließend wird eine Linie in die Messwerte gelegt die dem  $M/n$  fachen entspricht. Zwischen den jeweiligen Werten die am nächsten an der Linien des  $M/n$  fachen liegt wird eine lineare Regression durchgeführt und der Punkt bestimmt bei dem die Regression den Wert  $M/n$  angenommen hatt. Die Punkte werden jeweils für die Seite links und rechts vom Maximum bestimmt und der Abstand dortzwischen ermittelt. Der Abstand wird als  $1/n$ -Wertsbreite bezeichnet. Die Halbwertsbreite sowie die Zehntelwertsbreite sind in Abbildung 14 zu sehen.



**Abbildung 14:** Vergleich zwischen Halb- und Zehntelwertsbreite der Messwerte

Die ermittelte Halbwertsbreite  $E_{1/2}$  beträgt

$$E_{1/2} = 1.46 \text{ keV} \quad (48)$$

und die Zehntelwertsbreite  $E_{1/10}$  beträgt

$$E_{1/10} = 2.60 \text{ keV} \quad (49)$$

Im Falle einer Gaußverteilung müsste das Verhältniss zwischen Halb- und Zehntelwertsbreite

$$E_{1/10} = 1.823 E_{1/2} \quad (50)$$

sein. Das Verhältniss zwischen den experimentell Bestimmten breiten ist

$$E_{1/10} = 1.78 E_{1/2} \quad (51)$$

Daraus wird geschlossen das hinreichend viele Werte genommen worden sind, sodass die Poissonverteilung in die Gaußverteilung übergeht.



### 5.2.4 Absorptionswahrscheinlichkeit im Detektor

Aus Abbildung 2 kann der Extinktionskoeffizient  $\mu$  in abhängigkeit von Germanium entsprechend der auftretenden Effekte abgelesen werden . Der Extinktionskoeffizient beim Photoeffekt bei einer Energie von 650 keV ist in etwa

$$\mu_{\text{Photo}} = 0.002 \text{ cm}^{-1} . \quad (52)$$

Unter Verwendung von Formel ?? lässt sich die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Photoeffekt auf

$$W_{\text{Absorp, Photo}} = 0.5 \% \quad (53)$$

berechnen. Der Extinktionskoeffizient beim Comptoneffekt bei 650 keV beträgt

$$\mu_{\text{Compt}} = 0.4 \text{ cm}^{-1} . \quad (54)$$

Daraus errechnet sich eine Absorptionswahrscheinlichkeit von

$$W_{\text{Absorp, Compton}} = 70 \% . \quad (55)$$

Eine mögliche Erklärung dafür, dass der Photopeak dennoch im Spektrum so hoch ausfällt könnte sein, dass der Extinktionskoeffizient in dem Abschirmmaterial deutlich größer ist. Dies hat zur Folge, dass die Elektronen im Aluminium herausgelöst werden und anschließend in der Sperrschicht detektiert werden.

### 5.3 Aktivitätsbestimmung der verwendeten $^{133}\text{Ba}$ -Quelle

Die Intensitäten der Spektrallinien  $Z$  und die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit  $W$  sind in Tabelle 2 zusammen mit den kalibrierten Energien aufgetragen. Der Raumwinkel wurde bereits in Kapitel 5.1.2 bestimmt und beträgt  $\Omega = 0.19$ . Durch umstellen der

**Tabelle 2:** Aktivität in Abhängigkeit der Energie sowie der Effizienz und der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit

Energie $E_\gamma$ keV	Intensität $Z$	Wechselwirkungsw. / % $W$	Aktivität $A$
82	3177	34.1	1307
162	144	0.6	3994
304	918	18.3	1142
357	2509	62.1	1038
389	320	8.9	995

Gleichung 26 nach A lässt sich die Aktivität der Probe ermitteln wobei die Zählergebnisse noch einmal durch die Messdauer geteilt werden müssen. Die Lifetime des Detektors

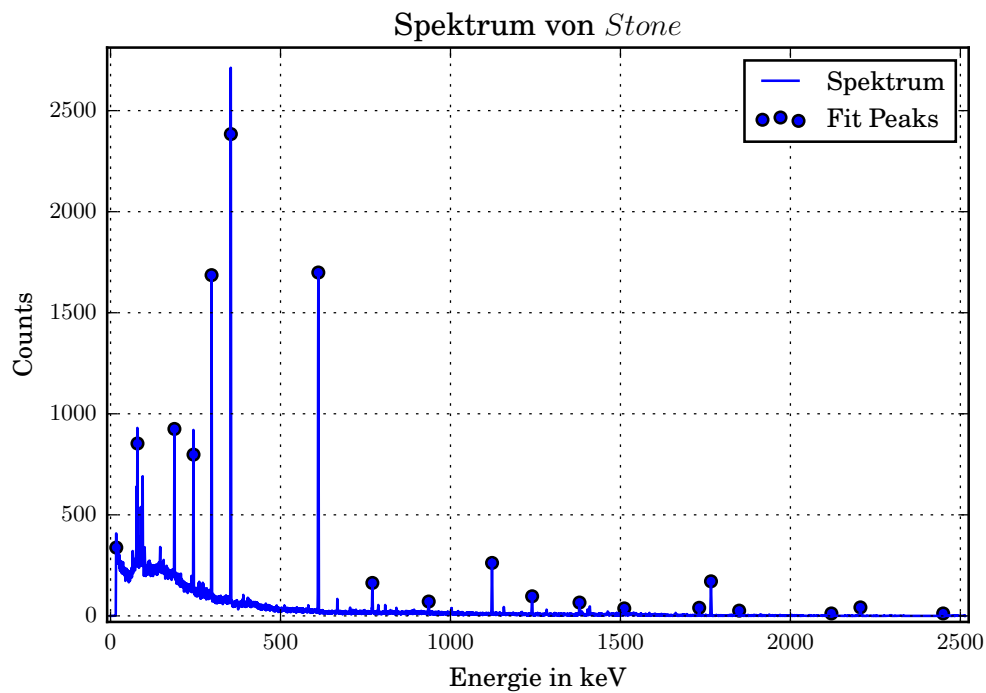
beträgt 3595 s. Die Aktivitäten der einzelnen Energien sind in Tabelle 2 aufgetragen. Das gemittelte Ergebniss beträgt

$$(1120 \pm 30) \text{ Bq} \quad (56)$$

wobei die Aktivität der Messung mit der Energie von 162 keV vernachlässigt wurde, da der Messfehler bei der geringen Aktivität, verhältnismäßig groß in anbetracht der anderen Aktivitäten scheint.

## 5.4 Zerfallsreihe des unbekannten Minerals

Es wird versucht aus dem Linienspektrum des verwendeten Minerals auf die Zerfallsreihe der Probe zu schließen. Das Linienspektrum des Minerals ist in Abbildung 15 zu sehen. Bei dem Vergleich mit der  $^{238}\text{U}$ -Zerfallsreihe fällt auf dass die Isotope von  $^{236}\text{Ra}$



**Abbildung 15:** Spektrum von verwendetem Mineral

bis  $^{210}\text{Bi}^m$  alle auftreten. Dabei wird der Zerfall von  $^{210}\text{Pb}$  jedoch aufgrund der langen Halbwertszeit im Vergleich zur Versuchsdauer nicht detektiert.

## 6 Diskussion

Die Kalibrierung der Energieskala ergibt, dass die Energiedifferenz zwischen zwei benachbarten Kanälen  $(306.97 \pm 0.03)$  eV beträgt. Die Aktivität des  $^{152}\text{Eu}$  Strahlers beträgt am Versuchstag  $(1242 \pm 35)$  Bq und der Raumwinkel  $\Omega = 0.196$ . Der Raumwinkel ist jedoch nur eine schlechte Näherung, da die Bedingung, dass die Probe eine größere Distanz zum Detektor als 10 cm haben sollte nicht erfüllt wurde. In wie fern sich dieser Fehler auf die folgenden Rechnungen auswirkt kann nicht eingeschätzt werden. Die Effizienz des Detektors wird durch die Funktion  $Q(E_\gamma) = 1.2 \cdot 10^{-14}(x - 1850)^4 + 0.01$  beschrieben. Dabei wurden die Fitparameter per Hand reguliert, da kein Fit entsprechend schnell konvergiert, sodass es möglich ist eine numerische Lösung zu bestimmen. Dennoch scheint die Abschätzung einigermaßen gelungen da bei der Aktivitätsbestimmung der  $^{133}\text{Ba}$ -Quelle für die verschiedenen Energie annähernd konstante Aktivitäten ergeben. Die experimentell ermittelte Photoenergie beträgt 663 keV. Dies ist eine Abweichung von unter einem Prozent vom Literaturwert (662 keV [1]). Die experimentell bestimmte Comptonkante beträgt 470 keV. Dies ist eine Abweichung von 2 % vom theoretischen Wert von 478 keV. Eine mögliche Ursache dafür ist, dass die Compton-Kante nicht deutlich zu erkennen ist und ein ganzer Bereich dafür in Frage kommt. Die Rückstreuenergie beträgt 193 keV worüber zunächst erstmal keine Aussage getroffen werden kann. Anhand des Verhältnisses zwischen Halb- und Zehntelwertbreite wird gezeigt, dass die Annahme, dass der Photopeak Gaußverteilt ist, eine gute Näherung ist. Das Halb- und Zehntelwertsverhältnis weichen um 2.4 % von der Gaußverteilung ab. Die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Photoeffekt beträgt 0.5 %. Jedoch werden deutlich häufiger Impulse im Detektor gemessen. Möglicherweise absorbiert das Aluminium schon die  $\gamma$ -Quanten welche anschließend aufgrund ihrer Kin-Energie dennoch im Detektor detektiert werden können. Die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Comptoneffekt beträgt 70 %. Die Aktivität der verwendeten Barium-Quelle beträgt  $1120 \pm 30$ . Dieser Wert scheint in der Größenordnung realistisch, kann aber nicht weiter diskutiert werden. Die Zerfallsreihe des Minerals reicht von  $^{236}\text{Ra}$  bis zu  $^{210}\text{Bi}$ . Diese Zerfallsreihe kommt in der Natur vor und scheint realistisch.

## Literatur

- [1] EHS. *RADIONUCLIDE DATA SHEET*. ehs.missouri.edu/rad/isotopedata/cs-137.pdf, Jan. 2017.
- [2] Physikalisches Praktikum der TU Dortmund. *Versuch 18, Der Germanium-Detektor*. <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V18.pdf>, Jan. 2017.