

**VERSUCH NUMMER**

**TITEL**

Maximilian Sackel  
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers  
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlage</b>	<b>3</b>
2.1	Wechselwirkung von $\gamma$ -Strahlung mit Materie . . . . .	3
2.1.1	Der Photoeffekt . . . . .	3
2.1.2	Der Compton- und der Thomson-Effekt . . . . .	4
2.1.3	Die Paarbildung . . . . .	4
2.2	Wirkungsweise von Germanium-Detektoren . . . . .	4
2.3	Fehlerrechnung . . . . .	4
2.3.1	Mittelwert . . . . .	4
2.3.2	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung . . . . .	4
2.3.3	Lineare Regression . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Durchführung und Aufbau</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	Kalibrieren des Detektors anhand $\text{EU}^{152}$ Spektrums . . . . .	5
4.2	$^{137}\text{Cs}$ -Strahler . . . . .	9
4.2.1	Photopeak . . . . .	9
4.2.2	Compton-Kontinuum . . . . .	10
4.2.3	Verteilung des Photopeaks . . . . .	11
4.2.4	Absorptionswahrscheinlichkeit im Detektor . . . . .	12
4.3	Aktivitätsbestimmung der verwendeten $^{133}\text{Ba}$ -Quelle . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>13</b>

# 1 Einleitung

In dem Versuch wird der Reinst-Germanium-Detektor näher betrachtet. Dazu werden wichtige Kenngrößen, wie das energetische Auflösungsvermögen und die spektrale Empfindlichkeit, des Detektors bestimmt. Im folgenden werden der Aufbau und die Funktionsweise des Ge-Detektors näher beschrieben.

## 2 Theoretische Grundlage

Der Germanium-Detektor ist ein wichtiges Messinstrument in der  $\gamma$ -Spektroskopie. Er gehört zu der Gruppe der Halbleiterdetektoren, welche ein sehr hohes Auflösungsvermögen im Vergleich zu Szintillationsdetektoren besitzen.

### 2.1 Wechselwirkung von $\gamma$ -Strahlung mit Materie

Im folgenden werden die drei dominierenden Wechselwirkungen von  $\gamma$ -Strahlung mit Materie erläutert.

#### 2.1.1 Der Photoeffekt

Ein Photon kann ein Elektron aus der Atomhülle schlagen, dafür muss das Photon mindestens die Bindungsenergie  $E_B$  des Elektrons besitzen. Bei diesem Vorgang wird die gesamte Energie  $h\nu$  des Photons auf das Elektron übertragen. Das Elektron besitzt also eine kinetische Energie von

$$E_{\text{kin}} = h\nu - E_B . \quad (1)$$

Aus Energie-Impuls-Erhaltungsgründen kann dieser Prozess nur in der Nähe eines Atomkerns stattfinden. Deshalb werden bevorzugt Elektronen aus der K-Schale ausgelöst [V18]. Da sich das Atom nach dem Effekt in einem instabilen Zustand befindet, fallen Elektronen aus höheren Schalen in das entstandene "Loch". Dabei wird Röntgenstrahlung frei welche aber fast komplet in dem Absorber verbleibt. Deshalb kann gesagt werden, dass der Absorber die gesamte Energie des Photons absorbiert.

Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{Ph}}$  des Photoeffekts kann zu

$$\sigma_{\text{Ph}} \approx z^\alpha E^\delta . \quad (2)$$

bestimmt werden. Für den Energiebereich der bei natürlichen Strahlern vorkommt ( $E < 5 \text{ MeV}$ ) ist  $4 < \alpha < 5$  und  $\delta = -3.5$  .

### 2.1.2 Der Compton- und der Thomson-Effekt

Der Compton-Effekt ist die inelastische Streuung von Photonen an Elektronen. Das Photon gibt bei einem Stoß mit einem Elektron aus der Atomhülle einen Teil seiner Energie ab und wird aus der ursprünglichen Bahn herausgestreut.

### 2.1.3 Die Paarbildung

## 2.2 Wirkungsweise von Germanium-Detektoren

## 2.3 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

### 2.3.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe  $x_1, \dots, x_n$  lässt sich durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (3)$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (4)$$

### 2.3.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn  $x_1, \dots, x_n$  fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler  $\Delta f$  mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_k} \right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2} \quad (5)$$

### 2.3.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

$$y = m \cdot x + b \quad (6)$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \quad (7)$$

$$b = \frac{\overline{x^2\overline{y}} - \overline{x}\overline{xy}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \quad (8)$$

## 3 Durchführung und Aufbau

## 4 Auswertung

Für die Untersuchung der verschiedenen  $\gamma$ -Spektren werden die Kanäle des “ADC” auf die entsprechenden Energien kalibriert. Desweiteren wird die Effizienz des Detektors exemplarisch an dem EU-Spektrum berechnet und anschließend die Messwerte zur Bestimmung der Aktivität der verwendeten Bariumquelle mit ihr bereinigt. Zuletzt wird anhand des Spektrums versucht auf die Zerfallsprodukte eines Minerals zu schließen und somit deren Zerfallskette zu bestimmen.

### 4.1 Kalibrieren des Detektors anhand EU<sup>152</sup> Spektrums

Zunächst wird die Kanalnummer auf die Energie anhand des Spektrums des EU<sup>152</sup> Strahlers kalibriert. Die Energie mit den entsprechenden Kanalnummern sind in Tabelle 1 aufgeführt. Um die Korrelation zwischen der Energie und der Kanalnummer zu bestimmen wird eine lineare Regression durch die Tupel aus Energie und Kanalnummer gelegt. Das Ergebniss ist in Abbildung 1 zu sehen. Aus der Regression ergibt sich eine Energiedifferenz zweier benachbarter Kanäle beträgt von

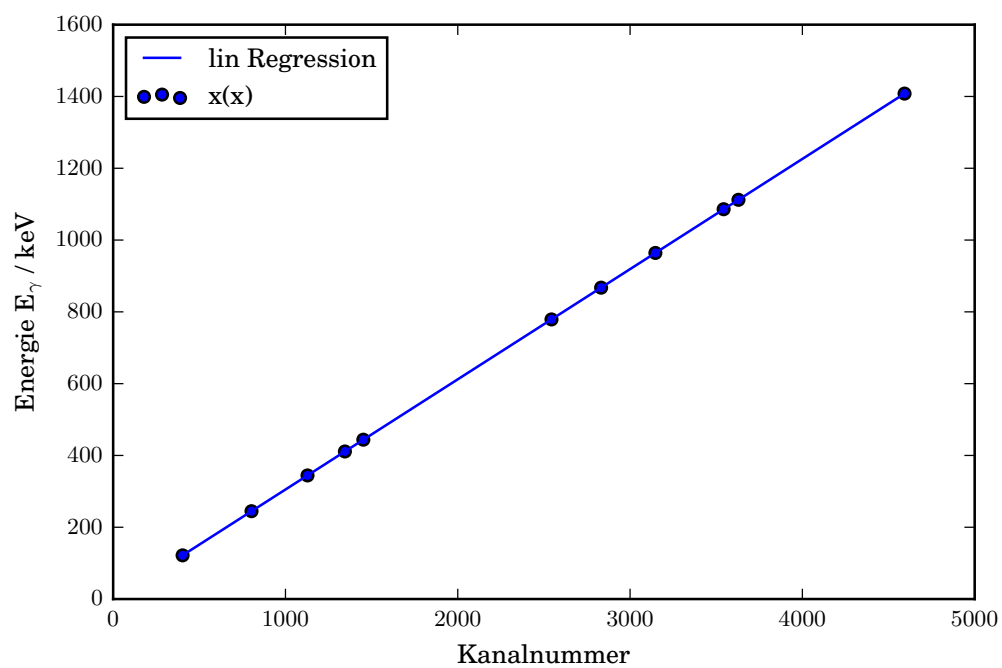
$$\Delta E = (0.306\,97 \pm 0.000\,03) \text{ eV} \quad (9)$$

Anhand der Energieskala werden die gemessenen Counts im weiteren in Abhängigkeit der  $\gamma$ -Quanten Energie  $E_\gamma$  dargestellt. Das für den Cs-Strahler aufgenommene Spektrum ist in Abbildung 2 zu sehen. Die Aktivität  $A_{\text{Eich}}$  der verwendeten Europium Isotop betrug am 01.10.2000

$$A_{\text{Eich}} = (4130 \pm 60) \text{ Bq} \quad (10)$$

Energie $E_\gamma$ / keV	Kanal	Emissionwahrscheinlichkeit / %	Counts	Effizienz / %
121.78	403	28.6	3078	—
244.70	803	7.6	485	$10.40 \pm 0.10$
344.30	1128	26.5	1048	$6.40 \pm 0.10$
411.12	1345	2.2	79	$5.80 \pm 0.10$
443.96	1452	3.1	112	$5.90 \pm 0.10$
778.90	2544	12.9	193	$2.44 \pm 0.04$
867.37	2832	4.2	61	$2.36 \pm 0.03$
964.08	3147	14.6	132	$1.47 \pm 0.02$
1085.90	3543	10.2	88	$1.40 \pm 0.02$
1112.10	3629	13.6	108	$1.29 \pm 0.02$
1408.00	4593	21.0	134	$1.04 \pm 0.02$

**Tabelle 1:** <+Caption text+>



**Abbildung 1:** <+caption text+>

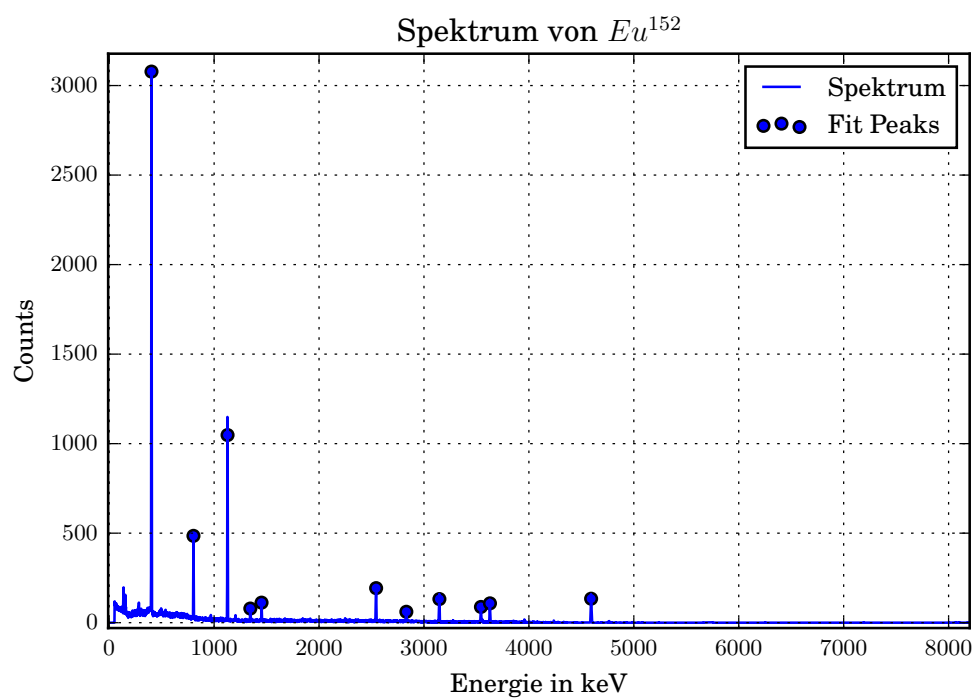


Abbildung 2: <+caption text+>

und die Halbwertszeit

$$\tau_{1/2} = (4943 \pm 5) \text{ Tage} \quad (11)$$

Anhand Formel ?? lässt sich mittels der Zeitdifferenz zwischen der geeichten Aktivität und dem am Tag der Durchführung der Messung (09.01.2017) eine Aktivität von

$$A_{\text{Durch}} = (1242 \pm 35) \text{ Bq} \quad (12)$$

berechnen. Dem Versuchsaufbau wird ein Abstand  $a$  zwischen Quelle und Detektor von

$$a = 8.8 \text{ cm} \quad (13)$$

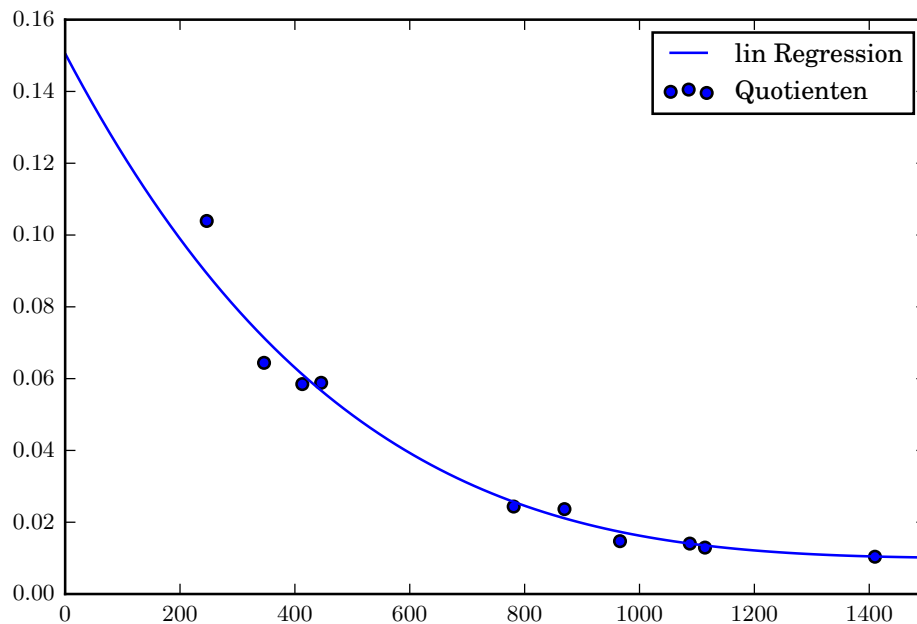
und ein Radius  $r$  des Detektors von

$$r = 2.25 \text{ cm} \quad (14)$$

gemessen. Aus diesen lässt sich durch einsetzen in Formel ?? ein Raumwinkel  $\Omega$  von

$$\Omega = 0.196 \quad (15)$$

berechnen. Aus dem Raumwinkel  $\Omega$ , der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit  $W$ , der Aktivität  $A_{\text{Durch}}$  sowie die effektiv gemessene Zeit lässt sich nach Formel ?? die Effizienz  $Q$  berechnen. Die Ergebnisse in Abhängigkeit der Energie sind in Tabelle 1 aufgeführt. Um in erster Näherung die Effizienz in den folgenden Auswertungsteil ?? zur berücksichtigen wird die Effizienz in erster Näherung durch ein Potenzfunktion dargestellt.



**Abbildung 3:** <+caption text+>



Die ermittelte Potenzfunktion hatt die Form

$$Q(E_\gamma) = 1.2 \cdot 10^{-14} (x - 1850)^4 + 0.01 . \quad (16)$$

## 4.2 $^{137}\text{Cs}$ -Strahler

Zunächst wird die Laage des Photopeaks bestimmt und das Compton-Kontinuum genauer untersucht . Anschließend wird geprüft ob der Photopeak einer Gaußverteilung entspricht. Zuletzt wird die Absorptionswahrscheinlichkeit des Detektors berechnet und erklärungen für die Gestalt des Compton-Kontinuums, sowie des Photopeaks gesucht.

### 4.2.1 Photopeak

In dem Aufgenommenen Spektrum wird mittels der Funktion `find_peaks_cwt` aus der numpy Biblotheek die Laage des Photopeaks bestimmt. Das Ergebniss ist in Abbildung 2 zu sehen. Dabei wurde die X-Achse schon mittels der in Auswertungsteil ?? Energie

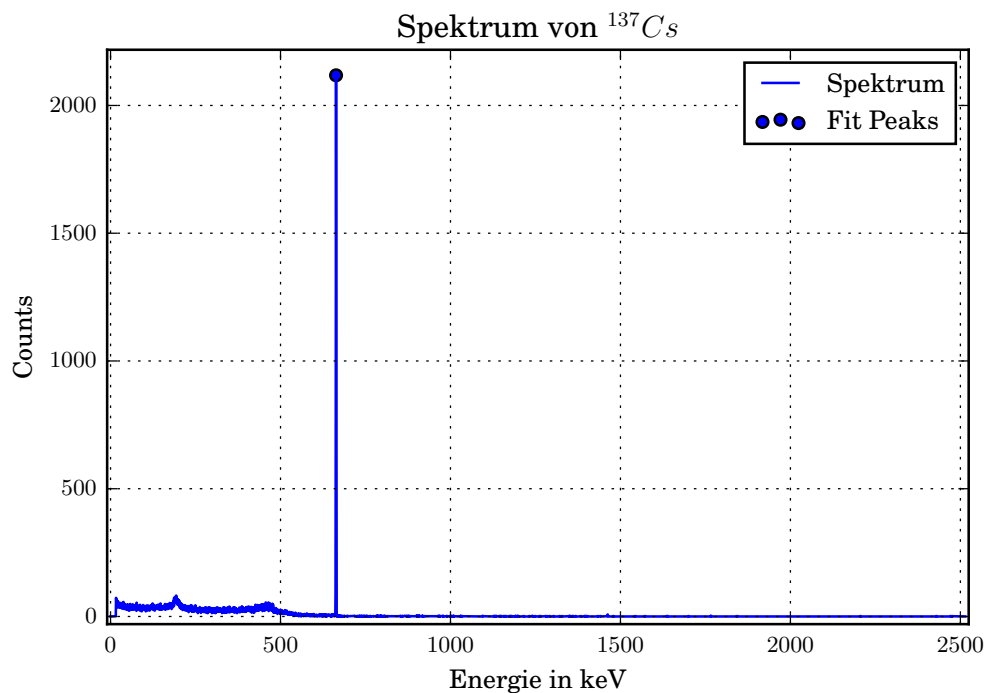


Abbildung 4: Spektrum des Cs-Strahlers

geeicht. Der Photopeak wird bei Energie von

$$E_{\gamma} = 663 \text{ keV} \quad (17)$$

detektiert. Im späteren Teil der Auswertung wird geprüft ob der Photopeak einer Gaußförmigen Verteilung zu Grunde liegt.

#### 4.2.2 Compton-Kontinuum

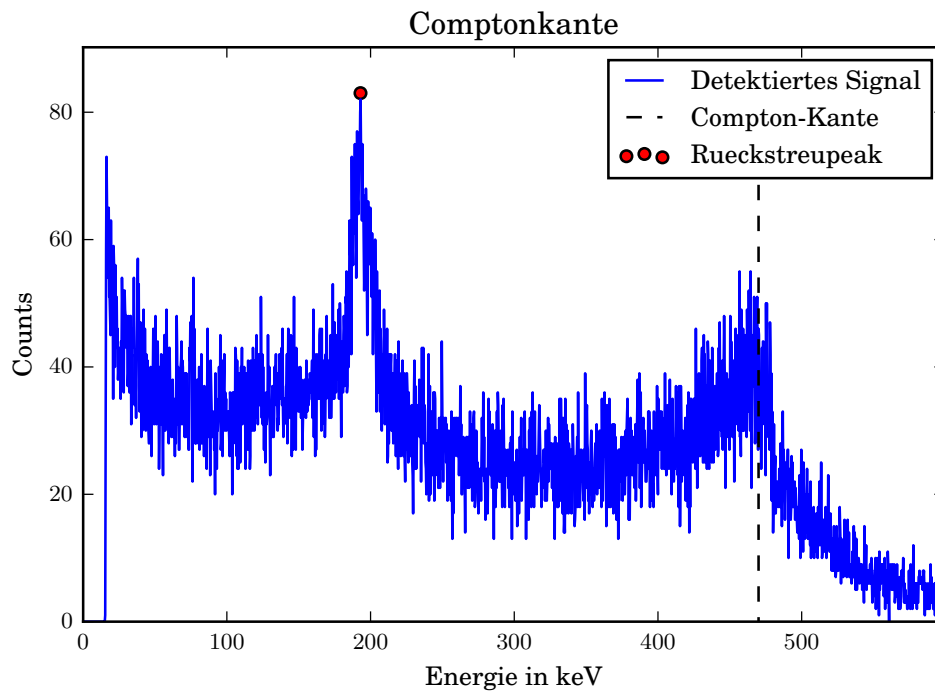
Für die weiteren Rechnungen wird zunächst die natürliche Energie  $\varepsilon$  nach Formel ?? eingeführt, welche

$$\varepsilon = 1.292 \quad (18)$$

beträgt. Aus der natürlichen Energie  $\varepsilon$  des Strahlers kann die theoretische Lage der Comptonkante  $E_{\text{ComKan, theo}}$  nach Formel ?? berechnet werden. Sie beträgt

$$E_{\text{ComKan, theo}} = 478 \text{ keV} \quad (19)$$

Das Spektrum im Bereich des Compton-Kontinuums ist in Abbildung 5 zu sehen. Aus ihm



**Abbildung 5:** Compton-Kontinuum mit Rückstreupeak und maximalen Energieübertrag

wird ein Rückstreupeak von

$$E_{\text{rück}} = 193 \text{ keV} \quad (20)$$

und die Energie der maximalen Energieübertragung von

$$E_{1,\max} = 470 \text{ keV} \quad (21)$$

abgelesen.

### 4.2.3 Verteilung des Photopeaks

Um zu überprüfen ob der Photopeak gaußverteilt ist wird der Zusammenhang zwischen der Zehntelwertsbreite und der Halbwertsbreite überprüft. Dazu wird zunächst das Maximum  $M$  bestimmt. Anschließend wird eine Linie in die Messwerte gelegt die dem  $M/n$  fachen entspricht. Zwischen den jeweiligen Werten die am nächsten an der Linien des  $M/n$  fachen liegt wird eine lineare Regression durchgeführt und der Punkt bestimmt bei dem die Regression den Wert  $M/n$  angenommen hatt. Die Punkte werden jeweils für die Seite links und rechts vom Maximum bestimmt und der Abstand dortzwischen ermittelt. Der Abstand wird als  $1/n$  fache Breite bezeichnet. Die Halbwertsbreite sowie die Zehntelwertsbreite sind in Abbildung 6 zu sehen. Die ermittelte Halbwertsbreite  $E_{1/2}$

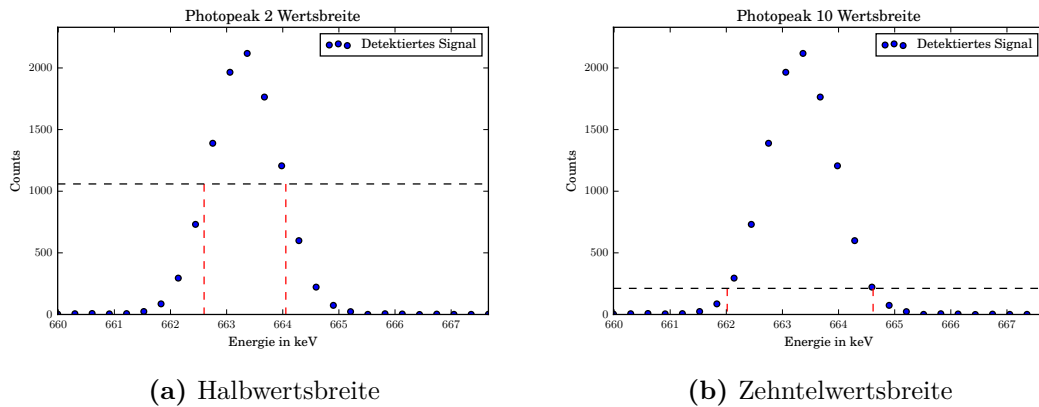


Abbildung 6: Caption place holder

beträgt

$$E_{1/2} = 1.46 \text{ keV} \quad (22)$$

und die Zehntelwertsbreite  $E_{1/10}$  beträgt

$$E_{1/10} = 2.60 \text{ keV} \quad (23)$$

Im Falle einer Gaußverteilung müsste das Verhältniss zwischen Halb- und Zehntelwertsbreite

$$E_{1/10} = 1.823E_{1/2} \quad (24)$$

sein. Das Verhältniss zwischen den experimentell Bestimmten breiten ist

$$E_{1/10} = 1.78E_{1/2} \quad (25)$$

Daraus wird geschlossen das hinreichend viele Werte genommen worden sind, sodass die Poissonverteilung in die Gaußverteilung übergeht.

#### 4.2.4 Absorptionswahrscheinlichkeit im Detektor

Aus Abbildung ?? kann der Extinktionskoeffizient  $\mu$  in abhängigkeit von Germanium entsprechend der auftretenden Effekte abgelesen werden . Es lässt sich ablesen das der Extinktionskoeffizient beim Photoeffekt bei einer Energie von 650 keV in etwa

$$\mu_{\text{Photo}} = 0.002 \text{ cm}^{-1} \quad (26)$$

ist. Unter Verwendung von Formel ?? lässt sich die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Photoeffekt auf

$$W_{\text{Absorp, Photo}} = 0.5 \% \quad (27)$$

berechnen. Der Extinktionskoeffizient beim Comptoneffekt bei 650 keV beträgt

$$\mu_{\text{Compt}} = 0.4 \text{ cm}^{-1} . \quad (28)$$

Daraus errechnet sich eine Absorptionswahrscheinlichkeit von

$$W_{\text{Absorp, Compton}} = 70 \% . \quad (29)$$

### 4.3 Aktivitätsbestimmung der verwendeten $^{133}\text{Ba}$ -Quelle

Die Intensitäten der Spektrallinien  $Z$  und die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit  $W$  sind in Tabelle ?? zusammen mit den kalibrierten Energien aufgetragen. Der Raumwinkel wurde bereits in Kapitel ?? bestimmt und beträgt  $\Omega = 0.19$ . Durch umstellen der Gleichung ??

Energie $E_\gamma$ keV	Intensität $Z$	Wechselwirkungsw. / % $W$	Aktivität $A$
82	3177	34.1	1307
162	144	0.6	3994
304	918	18.3	1142
357	2509	62.1	1038
389	320	8.9	995

**Tabelle 2:** <+Caption text+>

nach A lässt sich die Aktivität der Probe ermitteln wobei die Zählergebnisse noch einmal durch die Messdauer geteilt werden müssen. Die Lifetime des Detektors beträgt 3595 s. Die Aktivitäten der einzelnen Energien sind in Tabelle 2 aufgetragen. Das gemittelte Ergebniss beträgt

$$(1120 \pm 30) \text{ Bq} \quad (30)$$

wobei die Aktivität der Messung mit der Energie von 162 keV vernachlässigt wurde, da der Messfehler bei der geringen Aktivität, verhältnismäßig groß in anbetracht der anderen Aktivitäten scheint.

## **5 Diskussion**