

VERSUCH NUMMER

TITEL

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@udo.edu

Philip Schäfers
philip.schaefers@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlage	3
2.1	Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie	3
2.1.1	Der Photoeffekt	3
2.1.2	Der Compton- und der Thomson-Effekt	4
2.1.3	Die Paarbildung	4
2.2	Wirkungsweise von Germanium-Detektoren	4
2.3	Fehlerrechnung	4
2.3.1	Mittelwert	4
2.3.2	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung	4
2.3.3	Lineare Regression	5
3	Durchführung und Aufbau	5
4	Auswertung	5
4.1	Kalibrieren des Detektors anhand ^{152}Eu Spektrums	5
4.1.1	Energiekalibrierung	5
4.1.2	Effizienzbestimmung	7
4.2	^{137}Cs -Strahler	9
4.2.1	Photopeak	9
4.2.2	Compton-Kontinuum	10
4.2.3	Verteilung des Photopeaks	11
4.2.4	Absorptionswahrscheinlichkeit im Detektor	12
4.3	Aktivitätsbestimmung der verwendeten ^{133}Ba -Quelle	12
4.4	Zerfallsreihe des unbekannten Minerals	13
5	Diskussion	14
	Literatur	14

1 Einleitung

In dem Versuch wird der Reinst-Germanium-Detektor näher betrachtet. Dazu werden wichtige Kenngrößen, wie das energetische Auflösungsvermögen und die spektrale Empfindlichkeit, des Detektors bestimmt. Im folgenden werden der Aufbau und die Funktionsweise des Ge-Detektors näher beschrieben.

2 Theoretische Grundlage

Der Germanium-Detektor ist ein wichtiges Messinstrument in der γ -Spektroskopie. Er gehört zu der Gruppe der Halbleiterdetektoren, welche ein sehr hohes Auflösungsvermögen im Vergleich zu Szintillationsdetektoren besitzen.

2.1 Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

Im folgenden werden die drei dominierenden Wechselwirkungen von γ -Strahlung mit Materie erläutert.

2.1.1 Der Photoeffekt

Ein Photon kann ein Elektron aus der Atomhülle schlagen, dafür muss das Photon mindestens die Bindungsenergie E_B des Elektrons besitzen. Bei diesem Vorgang wird die gesamte Energie $h\nu$ des Photons auf das Elektron übertragen. Das Elektron besitzt also eine kinetische Energie von

$$E_{\text{kin}} = h\nu - E_B . \quad (1)$$

Aus Energie-Impuls-Erhaltungsgründen kann dieser Prozess nur in der Nähe eines Atomkerns stattfinden. Deshalb werden bevorzugt Elektronen aus der K-Schale ausgelöst [V18]. Da sich das Atom nach dem Effekt in einem instabilen Zustand befindet, fallen Elektronen aus höheren Schalen in das entstandene "Loch". Dabei wird Röntgenstrahlung frei welche aber fast komplet in dem Absorber verbleibt. Deshalb kann gesagt werden, dass der Absorber die gesamte Energie des Photons absorbiert.

Der Wirkungsquerschnitt σ_{Ph} des Photoeffekts kann zu

$$\sigma_{\text{Ph}} \approx z^\alpha E^\delta . \quad (2)$$

bestimmt werden. Für den Energiebereich der bei natürlichen Strahlern vorkommt ($E < 5 \text{ MeV}$) ist $4 < \alpha < 5$ und $\delta = -3.5$.

2.1.2 Der Compton- und der Thomson-Effekt

Der Compton-Effekt ist die inelastische Streuung von Photonen an Elektronen. Das Photon gibt bei einem Stoß mit einem Elektron aus der Atomhülle einen Teil seiner Energie ab und wird aus der ursprünglichen Bahn herausgestreut.

2.1.3 Die Paarbildung

2.2 Wirkungsweise von Germanium-Detektoren

2.3 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

2.3.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe x_1, \dots, x_n lässt sich durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (3)$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (4)$$

2.3.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn x_1, \dots, x_n fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler Δf mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2} \quad (5)$$

2.3.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

$$y = m \cdot x + b \quad (6)$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \quad (7)$$

$$b = \frac{\overline{x^2\overline{y}} - \overline{x}\overline{xy}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \quad (8)$$

3 Durchführung und Aufbau

4 Auswertung

Für die Untersuchung der verschiedenen aufgenommenen γ -Spektren werden die Kanäle des “ADC” auf die entsprechenden Energien kalibriert. Desweiteren wird die Effizienz des Detektors exemplarisch an dem Eu-Spektrum berechnet und anschließend die Messwerte zur Bestimmung der Aktivität der verwendeten Bariumquelle mit ihr bereinigt. Desweiteren wird das Compton-Kontinuum sowie der Photopeak einer Cs-Quelle untersucht, sowie geprüft ob der Photopeak Gaußverteilt ist. Zuletzt wird anhand des Spektrums versucht auf die Zerfallsprodukte eines Minerals zu schließen und somit deren Zerfallskette zu bestimmen.

4.1 Kalibrieren des Detektors anhand ^{152}Eu Spektrums

Zum Kalibrieren des Detektors wird im folgenden die Kanalnummer entsprechenden Energien zugewiesen, sowie die Effizienz des Detektors bestimmt.

4.1.1 Energiekalibrierung

Zunächst wird die Kanalnummer auf die Energie anhand des Spektrums des Eu^{152} Strahlers kalibriert. Die Energie mit den entsprechenden Kanalnummern sind in Tabelle 1 aufgeführt. Um die Korrelation zwischen der Energie und der Kanalnummer zu bestimmen wird eine lineare Regression durch die Tupel aus Energie und Kanalnummer gelegt. Das Ergebniss ist in Abbildung 1 zu sehen. Aus der Regression ergibt sich eine Energiedifferenz

Tabelle 1: Kenngrößen eines ^{152}Eu -Strahlers, sowie des Detektors

Energie E_γ / keV	Kanal	Emissionwahrscheinlichkeit / %	Counts	Effizienz / %
121.78	403	28.6	3078	—
244.70	803	7.6	485	10.40 ± 0.10
344.30	1128	26.5	1048	6.40 ± 0.10
411.12	1345	2.2	79	5.80 ± 0.10
443.96	1452	3.1	112	5.90 ± 0.10
778.90	2544	12.9	193	2.44 ± 0.04
867.37	2832	4.2	61	2.36 ± 0.03
964.08	3147	14.6	132	1.47 ± 0.02
1085.90	3543	10.2	88	1.40 ± 0.02
1112.10	3629	13.6	108	1.29 ± 0.02
1408.00	4593	21.0	134	1.04 ± 0.02

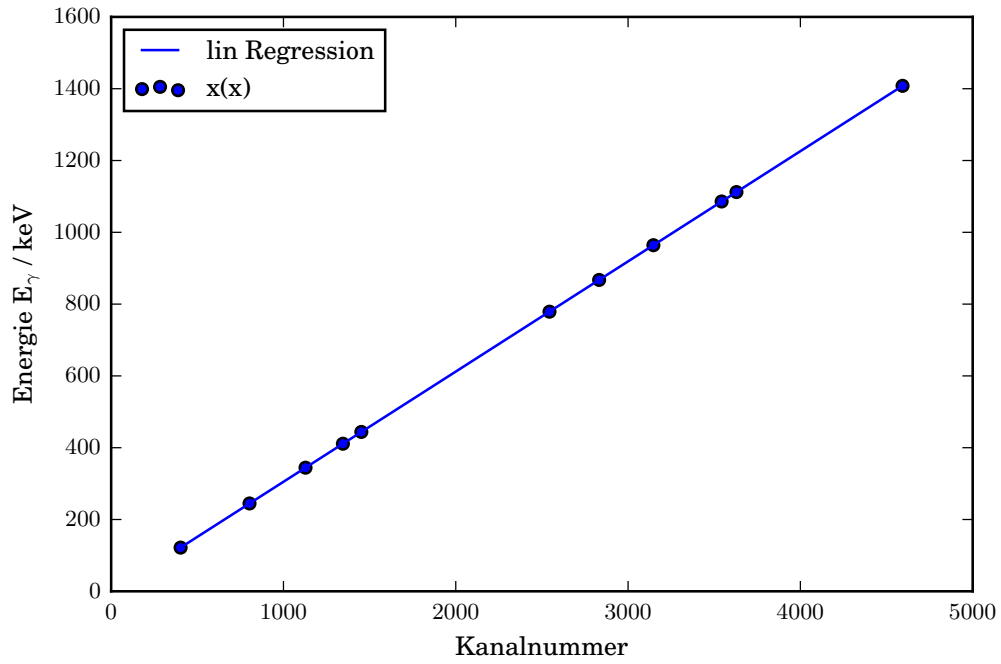


Abbildung 1: Lineare Regression zur Bestimmung der Korrelation zwischen Kanalnummer und γ -Quantenenergie

zweier benachbarter Kanäle beträgt von

$$\Delta E = (306.97 \pm 0.03) \text{ keV} \quad (9)$$

Anhand der Energieskala werden die gemessenen Counts im weiteren in Abhängigkeit der γ -Quanten Energie E_γ dargestellt.

4.1.2 Effizienzbestimmung

Das für den Eu-Strahler aufgenommene Spektrum ist in Abbildung 2 zu sehen. Die

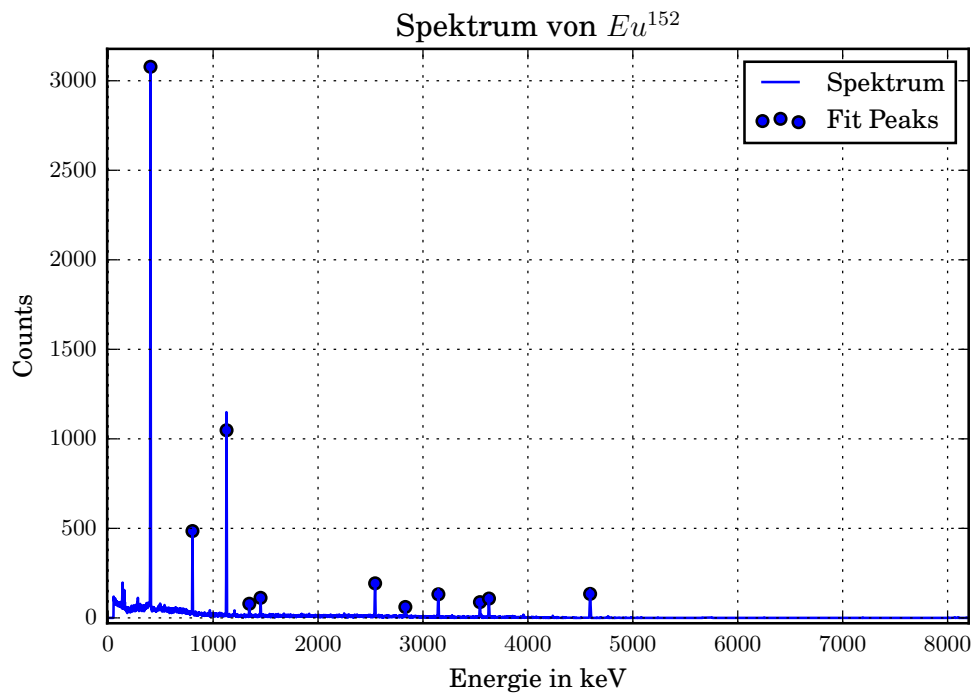


Abbildung 2: <+caption text+>

Aktivität A_{Eich} der verwendeten Europium Isotop betrug am 01.10.2000

$$A_{\text{Eich}} = (4130 \pm 60) \text{ Bq} \quad (10)$$

und die Halbwertszeit

$$\tau_{1/2} = (4943 \pm 5) \text{ Tage} . \quad (11)$$

Anhand Formel ?? lässt sich mittels der Zeitdifferenz zwischen der geeichten Aktivität und dem am Tag der Durchführung der Messung (09.01.2017) eine Aktivität von

$$A_{\text{Durch}} = (1242 \pm 35) \text{ Bq} \quad (12)$$

berechnen. Dem Versuchsaufbau wird ein Abstand a zwischen Quelle und Detektor von

$$a = 8.8 \text{ cm} \quad (13)$$

und ein Radius r des Detektors von

$$r = 2.25 \text{ cm} \quad (14)$$

gemessen. Aus diesen lässt sich durch einsetzen in Formel ?? ein Raumwinkel Ω von

$$\Omega = 0.196 \quad (15)$$

berechnen. Der Raumwinkel Ω ist jedoch nur unter Vorbehalt zu verwenden, da der Abstand zwischen Quelle und Detektor kleiner als 10 cm ist und dies nicht mehr im Gültigkeitsbereich der Formel ?? liegt. Aus dem Raumwinkel Ω , der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit W , der Aktivität A_{Durch} sowie die effektive Messzeit lässt sich nach Formel ?? die Effizienz Q berechnen. Die Ergebnisse in Abhängigkeit der Energie sind in Tabelle 1 aufgeführt. Um die Effizienz in den folgenden Auswertungsteil ?? zur berücksichtigen, wird die Effizienz in erster Näherung durch eine Potenzfunktion dargestellt.

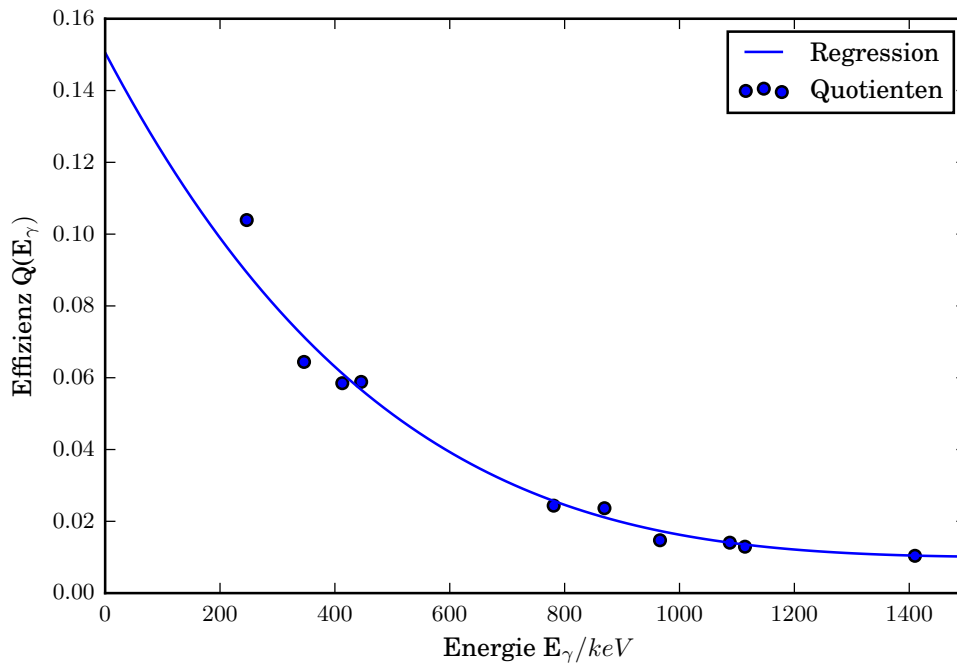


Abbildung 3: Effizienz des verwendeten Germaniumdetektors

Die ermittelte Potenzfunktion zur Berechnung der Effizienz in Abhängigkeit der Energie, hat die Form

$$Q(E_\gamma) = 1.2 \cdot 10^{-14} (x - 1850)^4 + 0.01 \quad (16)$$

4.2 ^{137}Cs -Strahler

Zunächst wird die Lage des Photopeaks bestimmt und das Compton-Kontinuum genauer untersucht. Anschließend wird geprüft ob der Photopeak einer Gaußverteilung entspricht. Zuletzt wird die Absorptionswahrscheinlichkeit des Detektors berechnet und erklärungen für die Gestalt des Compton-Kontinuums, sowie des Photopeaks gesucht.

4.2.1 Photopeak

In dem aufgenommenen Spektrum wird mittels der Funktion `find_peaks_cwt` aus der numpy Bibliothek die Lage des Photopeaks bestimmt. Das Ergebnis ist in Abbildung 2 zu sehen. Dabei wurde die X-Achse schon mittels der in Auswertungsteil ?? Energie

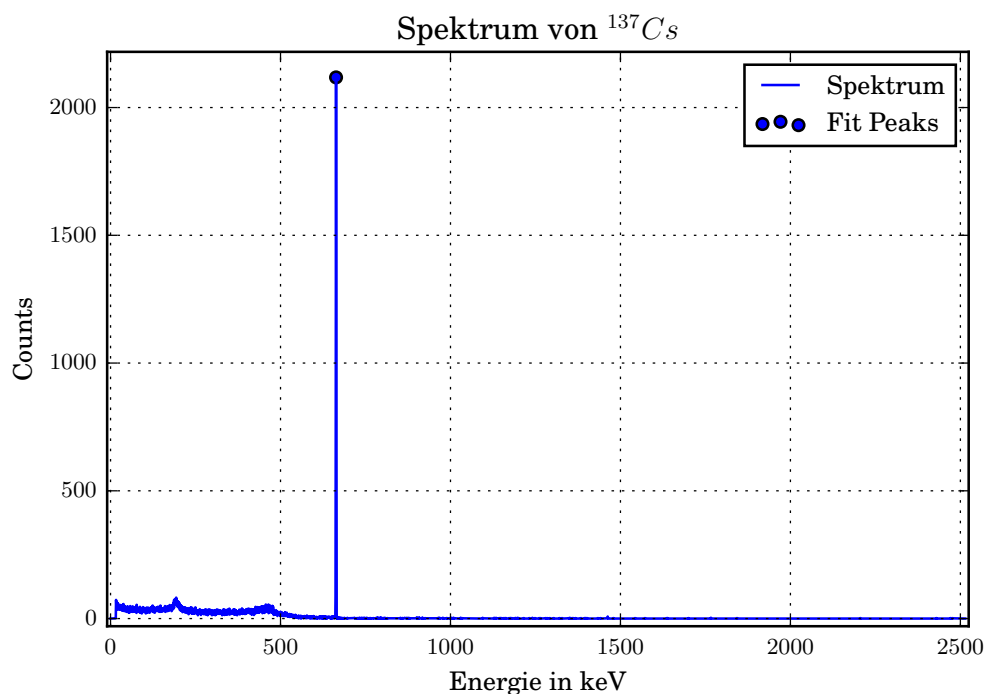


Abbildung 4: Spektrum des Cs-Strahlers

skaliert. Der Photopeak wird bei Energie von

$$E_\gamma = 663 \text{ keV} \quad (17)$$

detektiert. Im späteren Teil der Auswertung wird geprüft ob der Photopeak einer gaußförmigen Verteilung zu Grunde liegt.

4.2.2 Compton-Kontinuum

Für die weiteren Rechnungen wird zunächst die natürliche Energie ε nach Formel ?? eingeführt, welche

$$\varepsilon = 1.292 \quad (18)$$

beträgt. Aus der natürlichen Energie ε des Strahlers kann die theoretische Lage der Comptonkante $E_{\text{ComKan, theo}}$ nach Formel ?? berechnet werden. Sie beträgt

$$E_{\text{ComKan, theo}} = 478 \text{ keV} \quad (19)$$

Das Spektrum im Bereich des Compton-Kontinuums ist in Abbildung 5 zu sehen. Aus ihm

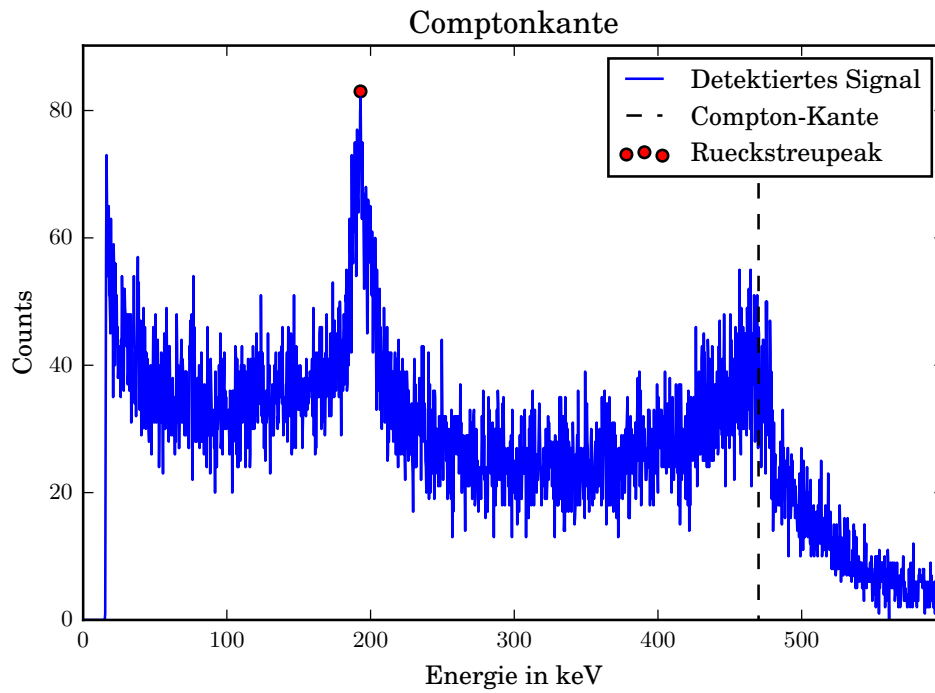


Abbildung 5: Compton-Kontinuum mit Rückstreupic und maximalen Energieübertrag

wird ein Rückstreupic von

$$E_{\text{rück}} = 193 \text{ keV} \quad (20)$$

und die Energie der maximalen Energieübertragung von

$$E_{\text{l,max}} = 470 \text{ keV} \quad (21)$$

abgelesen.

4.2.3 Verteilung des Photopeaks

Um zu überprüfen ob der Photopeak gaußverteilt ist wird der Zusammenhang zwischen der Zehntelwertsbreite und der Halbwertsbreite überprüft. Dazu wird zunächst das Maximum M bestimmt. Anschließend wird eine Linie in die Messwerte gelegt die dem M/n fachen entspricht. Zwischen den jeweiligen Werten die am nächsten an der Linien des M/n fachen liegt wird eine lineare Regression durchgeführt und der Punkt bestimmt bei dem die Regression den Wert M/n angenommen hatt. Die Punkte werden jeweils für die Seite links und rechts vom Maximum bestimmt und der Abstand dortzwischen ermittelt. Der Abstand wird als $1/n$ -Wertsbreite bezeichnet. Die Halbwertsbreite sowie die Zehntelwertsbreite sind in Abbildung 6 zu sehen. Die ermittelte Halbwertsbreite $E_{1/2}$

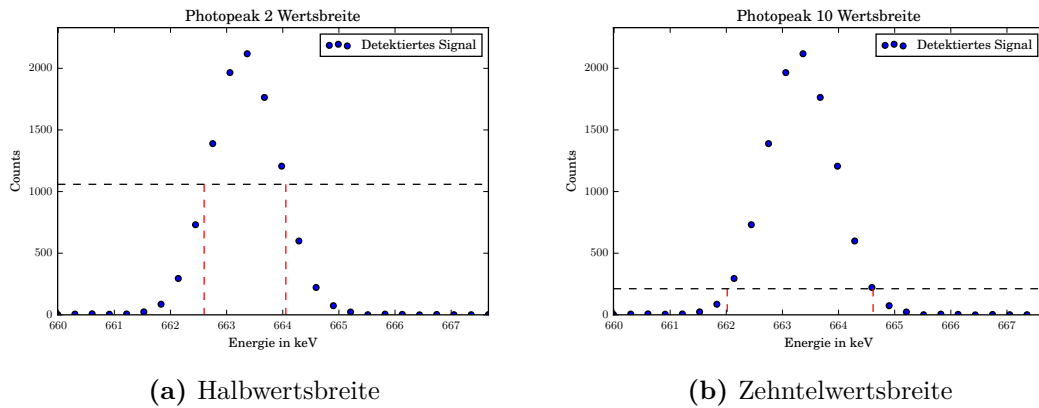


Abbildung 6: Caption place holder

beträgt

$$E_{1/2} = 1.46 \text{ keV} \quad (22)$$

und die Zehntelwertsbreite $E_{1/10}$ beträgt

$$E_{1/10} = 2.60 \text{ keV} \quad (23)$$

Im Falle einer Gaußverteilung müsste das Verhältniss zwischen Halb- und Zehntelwertsbreite

$$E_{1/10} = 1.823 E_{1/2} \quad (24)$$

seien. Das Verhältniss zwischen den experimentell Bestimmten breiten ist

$$E_{1/10} = 1.78 E_{1/2} \quad (25)$$

Daraus wird geschlossen das hinreichend viele Werte genommen worden sind, sodass die Poissonverteilung in die Gaußverteilung übergeht.

4.2.4 Absorptionswahrscheinlichkeit im Detektor

Aus Abbildung ?? kann der Extinktionskoeffizient μ in abhängigkeit von Germanium entsprechend der auftretenden Effekte abgelesen werden . Der Extinktionskoeffizient beim Photoeffekt bei einer Energie von 650 keV ist in etwa

$$\mu_{\text{Photo}} = 0.002 \text{ cm}^{-1} . \quad (26)$$

Unter Verwendung von Formel ?? lässt sich die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Photoeffekt auf

$$W_{\text{Absorp, Photo}} = 0.5 \% \quad (27)$$

berechnen. Der Extinktionskoeffizient beim Comptoneffekt bei 650 keV beträgt

$$\mu_{\text{Compt}} = 0.4 \text{ cm}^{-1} . \quad (28)$$

Daraus errechnet sich eine Absorptionswahrscheinlichkeit von

$$W_{\text{Absorp, Compton}} = 70 \% . \quad (29)$$

Eine mögliche Erklärung dafür, dass der Photopeak dennoch im Spektrum so hoch ausfällt könnte sein, dass der Extinktionskoeffizient in dem Abschirmmaterial deutlich größer ist. Die Elektronen könnten möglicherweise mit aufgrund ihrer kinetischen Energie zwar aus dem Aluminium herausgelöst werden, aber erst in der Sperrschicht detektiert.

4.3 Aktivitätsbestimmung der verwendeten ^{133}Ba -Quelle

Die Intensitäten der Spektrallinien Z und die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit W sind in Tabelle 2 zusammen mit den kalibrierten Energien aufgetragen. Der Raumwinkel wurde bereits in Kapitel 4.1.2 bestimmt und beträgt $\Omega = 0.19$. Durch umstellen der

Tabelle 2: Aktivität in Abhängigkeit der Energie sowie der Effizienz und der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit

Energie E_γ keV	Intensität Z	Wechselwirkungsw. / % W	Aktivität A
82	3177	34.1	1307
162	144	0.6	3994
304	918	18.3	1142
357	2509	62.1	1038
389	320	8.9	995

Gleichung ?? nach A lässt sich die Aktivität der Probe ermitteln wobei die Zählergebnisse noch einmal durch die Messdauer geteilt werden müssen. Die Lifetime des Detektors

beträgt 3595 s. Die Aktivitäten der einzelnen Energien sind in Tabelle 2 aufgetragen. Das gemittelte Ergebniss beträgt

$$(1120 \pm 30) \text{ Bq} \quad (30)$$

wobei die Aktivität der Messung mit der Energie von 162 keV vernachlässigt wurde, da der Messfehler bei der geringen Aktivität, verhältnismäßig groß in anbetracht der anderen Aktivitäten scheint.

4.4 Zerfallsreihe des unbekannten Minerals

Es wird versucht aus dem Linienspektrum des verwendeten Minerals auf die Zerfallsreihe der Probe zu schließen. Das Linienspektrum des Minerals ist in Abbildung 7 zu sehen. Bei dem Vergleich mit der ^{238}U -Zerfallsreihe fällt auf dass die Isotope von ^{236}Ra

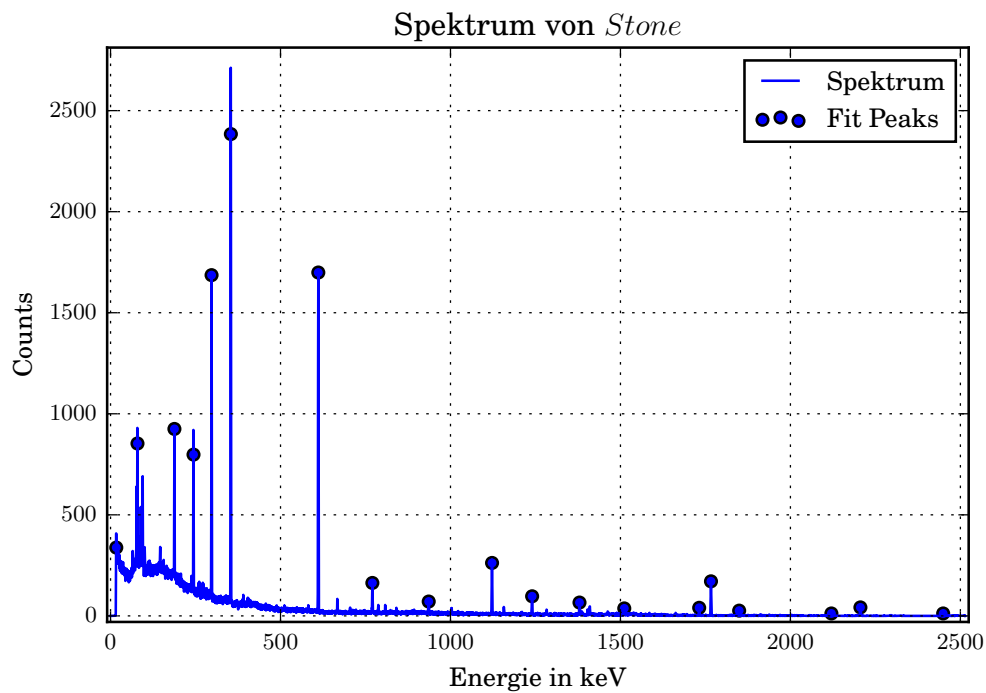


Abbildung 7: Spektrum von verwendetem Mineral

bis $^{210}\text{Bi}^m$ alle auftreten. Dabei wird der Zerfall von ^{210}Pb jedoch aufgrund der langen Halbwertszeit im Vergleich zur Versuchsdauer nicht detektiert.

5 Diskussion

Die kalibrierung der Energieskala ergibt, dass die Energiedifferenz zwischen zwei benachbarten Kanälen (306.97 ± 0.03) eV beträgt. Die Aktivität des ^{152}Eu Strahlers beträgt am Versuchstag (1242 ± 35) Bq und der Raumwinkel $\Omega = 0.196$. Der Raumwinkel ist jedoch nur eine schlechte Näherung, da die Bedingung das die Probe eine größere Distanz zum Detektor als 10 cm haben sollte nicht erfüllt wurde. In wie Fern sich dieser Fehler auf die folgenden Rechnungen auswirkt kann nicht eingeschätzt werden. Die Effizienz des Detektors wird durch die Funktion $Q(E_\gamma) = 1.2 \cdot 10^{-14}(x - 1850)^4 + 0.01$ beschrieben. Dabei wurden die Fitparameter per Hand reguliert, da kein Fit entsprechend schnell konvergiert, sodass es möglich ist eine numerische Lösung zu bestimmen. Dennoch scheint die Abschätzung einigermaßen gelungen da bei der Aktivitätsbestimmung der ^{133}Ba -Quelle für die verschiedenen Energie annähernd konstante Aktivitäten ergeben. Die experimentell ermittelte Photoenergie beträgt 663 keV. Dies ist eine Abweichung von unter einem Prozent vom Literaturwert (662 keV [1]). Die Experimentell bestimmte Comptonkante beträgt 470 keV. Dies ist eine Abweichung von 2 % vom theoretischen Wert von 478 keV. Eine mögliche Ursache dafür ist, dass die Compton-Kante nicht deutlich zu erkennen ist und ein ganzer Bereich dafür in Frage kommt. Die Rückstreuenergie beträgt 193 keV worüber zunächst erstmal keine Aussage getroffen werden kann. Anhand dem zusammenhang zwischen Halb- und Zehntelwertbreite wird gezeigt, dass die annahme das der Photopeak Gaußverteilt ist eine gute Näherung ist. Das Halb- und Zehntelwertsverhältniss weichen um 2.4 % von dem theoretischen Wert ab. Die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Photoeffekt beträgt 0.5 %. Jedoch werden deutlich häufiger Impulse im Detektor gemessen. Möglicherweise absorbiert das Aluminium schon die γ -Quanten welche anschließend aufgrund ihre Kin-Energie dennoch im Detektor detektiert werden können. Die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Comptoneffekt beträgt 70 %. Die Aktivität der verwendeten Barium-Quelle beträgt 1120 ± 30 . Dieser Wert scheint in der größenordnung realistisch, kann aber nicht weiter diskutiert werden. Die Zerfallsreihe des Minerals reicht von ^{236}Ra bis zu ^{210}Bi . Diese Zerfallsreihe kommt in der Natur vor und scheint realistisch.

Literatur

- [1] EHS. *RADIONUCLIDE DATA SHEET*. ehs.missouri.edu/rad/isotopedata/cs-137.pdf, Jan. 2017.