Todo list

man wegmachen	3
Quelle?	25
Mit Hilfe der Halb- und Zehntelwertsbreite kann gezeigt werden, dass der Photopeak in guter Näherung einer Gaußverteilung folgt	25
theoretischen Wert nennen?	25

Versuch Nr. 18

Der Reinst-Germanium-Detektor

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@udo.edu

Philip Schäfers philip.schaefers@udo.edu

Durchführung: 09.01.2017

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung				
2	The	oretisch	ne Grundlage	3
	2.1	Wechs	selwirkung von γ -Strahlung mit Materie	3
		2.1.1	Der Wirkungsquerschnitt σ und der Extinktionskoeffizient μ	
		2.1.2	Der Photoeffekt	4
		2.1.3	Der Compton- und der Thomson-Effekt	4
		2.1.4	Die Paarbildung	5
	2.2	Wirku	ingsweise eines Halbleiter-Detektors (Germanium-Detektor)	7
	2.3	Eigens	schaften und Kenngrößen eines Halbleiter-Detektors	S
		2.3.1	Energetisches Auflösungsvermögen	8
		2.3.2	$\gamma\text{-Spektrum}$ eines Germanium-Detektors	10
		2.3.3	Aktivitäts- und Energiebestimmung einer γ -Quelle	11
	2.4	Fehler	rechnung	11
		2.4.1	Mittelwert	11
		2.4.2	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung	12
		2.4.3	Lineare Regression	12
3	Aufl	bau und	d elektronische Beschaltung	12
4	Vers	suchsdu	ırchführung	15
5	Aus	wertung	g	16
	5.1		rieren des Detektors anhand ¹⁵² EU Spektrums	16
		5.1.1	Energiekalibrierung	
		5.1.2	Effizienzbestimmung	18
	5.2	$^{137}\mathrm{Cs}$ -	Strahler	20
		5.2.1	Photopeak	
		5.2.2	Compton-Kontinum	21
		5.2.3	Verteilung des Photopeaks	22
		5.2.4	Absorptionswahrscheinlichkeit im Detektor	23
	5.3	Aktivi	itätsbestimmung der verwendeten ¹³³ Ba-Quelle	23
	5.4	Zerfall	lsreihe des unbekannten Minerals	24
6	Disk	cussion		25
Lit	teratı	ır		25

1 Einleitung

In dem Versuch wird die Funktionsweise des Reinst-Germanium-Detektor untersucht. Dazu werden wichtige Kenngrößen, wie das energetische Auflösungsvermögen und die spektrale Empfindlichkeit, des Detektors bestimmt. Im folgenden werden der Aufbau und die Funktionsweise des Ge-Detektors näher beschrieben.

2 Theoretische Grundlage

Der Germanium-Detektor ist ein wichtiges Messinstrument in der γ -Spektroskopie. Er gehört zu der Gruppe der Halbleiterdetektoren, welche ein sehr hohes Auflösungsvermögen im Vergleich zu Szintillationsdetektoren besitzten.

2.1 Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

Im folgenden werden der Begriff des Wirkungsquerschnittes σ und des Extinktionskoeffizients μ eingeführt, sowie die drei dominierenden Wechselwirkungen von γ -Strahlung mit Materie erläutert.

2.1.1 Der Wirkungsquerschnitt σ und der Extinktionskoeffizient μ

Der Wirkungsquerschnitt σ ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass eine Wechselwirkung zwischen der γ -Strahlung und dem Absorber stattfindet. σ hat die Dimension einer Fläche und man kann sich diese als "Zielscheibe" vorstellen. Es tritt genau dann eine Wechselwirkung auf, wenn ein γ -Quant die "Zielscheibe" trifft.

man wegmachen

Die Wahrscheinlichkeit dW einer Wechselwirkung zwischen dem einfallenden Strahl ("Projektil") und dem Absorber ("Target") wird mit Hilfe der Abbildung (1) zu

$$dW = n \sigma dx \tag{1}$$

bestimmt. n ist die Teilchendichte des Absorbers. Daraus folgt das Absorbtionsgesetzt

$$N(D) = N_0 \exp(-n \sigma D) . \tag{2}$$

Darin ist N_0 die Anzahl der auftreffenden Quanten und N(D) ist die Anzahl der austretenden Quanten. Der Extinktionskoeffizient μ wird als

$$\mu = n\,\sigma\tag{3}$$

deffiniert. Sein reziproker Wert ist gleich der mittleren Reichweite \overline{x} der γ -Quanten in Materie [2, S. 2].

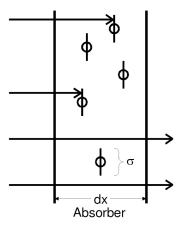


Abbildung 1: Definition des Wirkungsquerschnitts: Die Pfeile kennzeichnen die Projektile welche auf das Target treffen [2].

2.1.2 Der Photoeffekt

Ein Photon kann ein Elektron aus der Atomhülle schlagen. Dafür muss das Photon mindestens die Bindungsenergie $E_{\rm B}$ des Elektrons besitzten. Bei diesem Vorgang wird die gesamte Energie $h\nu$ des Photons auf das Elektron übertragen. Das Elektron besitzt also eine kinetische Energie von

$$E_{\rm kin} = h\nu - E_{\rm B} \ . \tag{4}$$

Aufgrund der Energie-Impuls-Erhaltung kann dieser Prozess nur in der nähe eines Atomkerns stattfinden. Deshalb werden bevorzugt Elektronen aus der K-Schale ausgelöst (vgl. [2, S. 3]). Da sich das Atom nach dem Effekt in einem instabilen Zustand befindet, fallen Elektronen aus höheren Schalen in das enstandene "Loch". Dabei wird Röntgenstrahlung emittiert welche aber fast komplet in dem Absorber verbleibt. Deshalb kann gesagt werden, dass der Absorber die gesamte Energie des Photons absorbiert.

Der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\rm Ph}$ des Photoeffekts kann zu

$$\sigma_{\rm Ph} \approx z^{\alpha} E^{\delta}$$
 (5)

bestimmt werden. Für den Energiebereich der bei natürlichen Strahlern vorkommt (E < 5 MeV) ist $4<\alpha<5$ und $\delta=-3.5$.

2.1.3 Der Compton- und der Thomson-Effekt

Der Compton-Effekt ist die inelastische Streuung von Photonen an Elektronen. Das Photon gibt bei dem Stoß mit einem (schwachgebundenen) Elektron aus der Atomhülle

einen Teil seiner Energie ab und wird aus der ursprünglichen Bahn herausgelenkt. Die Energie des gestreuten Photons kann Mithilfe des Energie-Impuls-Erhaltungssatzes zu

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \varepsilon \left(1 - \cos(\psi_{\gamma})\right)} \tag{6}$$

bestimmt werden. Dabei ist E_{γ} die Energie des Photons vor dem Stoß und $E_{\gamma'}$ ist die Energie nach dem Stoß. ε entspricht der normierten Energie $\varepsilon = \frac{E_{\gamma}}{m_0\,c^2}$ und ψ_{γ} ist der Streuwinkel des γ -Quants. Aus Formel (6) folgt die Energie $E_{\rm l}$ des gestoßenen Elektrons zu

$$E_{\rm l} = E_{\gamma} - E_{\gamma'} = E_{\gamma} \frac{\varepsilon \left(1 - \cos(\psi_{\gamma})\right)}{1 + \varepsilon \left(1 - \cos(\psi_{\gamma})\right)} \ . \tag{7}$$

Der Compton-Effekt ist eine unerwünschte Erscheinung, weil nur ein variierender Bruchteil der Energie des γ -Quants an den Detektor abgegeben wird (vgl. [2, S. 5]). Dadurch entsteht ein kontinuirliches Spektrum, welches schwer zu identifizieren ist. Der über alle Streuwinkel integrierte Wirkungsquerschnitt σ_{Co} wurde von KLEIN und NISHINA hergeleitet und lautet:

$$\sigma_{\text{Co}} = \frac{3\,\sigma_{\text{Th}}}{4} \left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2} \left[\frac{2+2\,\varepsilon}{1+2\,\varepsilon} - \frac{\ln(1+2\,\varepsilon)}{\varepsilon} \right] + \frac{\ln(1+2\,\varepsilon)}{2\,\varepsilon} - \frac{1+3\,\varepsilon}{(1+2\,\varepsilon)^2} \right) \tag{8}$$

Für sehr kleine Energien ($\varepsilon \ll 1$) kann $\sigma_{\rm Co}$ zu

$$\sigma_{\rm Co} = \frac{3\,\sigma_{\rm Th}}{4} \left(1 - 2\,\varepsilon + \frac{26}{5}\,\varepsilon^2 + \dots \right) \tag{9}$$

genähert werden. Für $\varepsilon \to 0$ geht der Compton-Wirkungsquerschnitt in den Thomsonschen Streuquerschnitt $\sigma_{\rm Th}$ über.

$$\sigma_{\rm Th} = \frac{8\pi}{3} r_{\rm e}^2 \tag{10}$$

 $r_{\rm e}$ wird als klassischer Elektronenradius bezeichnet.

2.1.4 Die Paarbildung

Bei der Paarbildung wird ein Photon annihilliert und ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Dieser Prozess kann nur in der nähe von einem Atomkern oder einem Elektron als Stoßpartner auftretten, weil sonst die Impulserhaltung nicht gilt. Mit dem Atomkern als Stoßpartner muss die Photonenergie größer als die doppelte Ruheenergie eines Elektrons sein, also

$$E_{\gamma} > 2 \, m_0 \, c^2$$
.

Damit die Paarbildung mit einem Elektron als Stoßpartner stattfinden kann muss das Photon die vierfache Ruheenergie eines Elektrons haben, also

$$E_{\gamma} > 4 \, m_0 \, c^2$$
.

Die kinetische Energie des entstandenen Elektron-Positron-Paares beträgt:

$$\overline{E_{e^{-}}} = \overline{E_{e^{+}}} = \frac{1}{2} (E_{\gamma} - m_0 c^2) \tag{11}$$

Der Wirkungsquerschnitt der Paarbildung $\sigma_{\rm Pa}$ hängt von der Kernladungszahl z und der Abschirmung des Coulomb-Feldes ab. Im folgenden werden zwei Grenzfälle betrachtet. Wenn die Paarbildung in Kernnähe auftritt, also bei verschwindender Abschirmung wird der Wirkungsquerschnitt zu

$$\sigma_{\rm Pa} = \alpha \, r_{\rm e}^2 \, z^2 \, \left(\frac{28}{9} \ln(2 \, \varepsilon) - \frac{218}{27} \right)$$
 (12)

$$(\alpha = Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante)$$
 (13)

bestimmt. Die Gleichung (13) ist in einem Energiebereich von $10 < E_{\gamma} < 25$ MeV gültig. Wenn die Paarbildung am Rand der Elektronenhülle stattfindet, das Coulomb-Feld also vollständig abgeschirmt wird, ergibt sich folgende Gleichung

$$\sigma_{\rm Pa} = \alpha \, r_{\rm e}^2 \, z^2 \, \left(\frac{28}{9} \ln \frac{183}{\sqrt[3]{z}} - \frac{2}{27} \right) \, .$$
 (14)

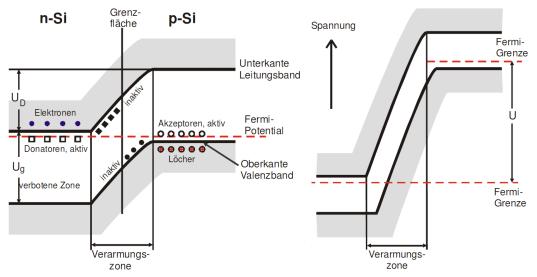
Diese ist aber erst ab 500 MeV gültig.

Bei der Paarbildung wird die gesamte Energie des Photons in dem Absorber deponiert. Allerdings kann nicht immer die gesamte Energie von dem Detektor gemessen werden, weil dazu Elektron und Positron in den Detektor fallen müssen. Wenn nur eines der Beiden Teilchen in den Detektor fällt wird $E_{\gamma}-m_0\,c^2$ gemessen. Treffen beide Teilchen den Detektor nicht wird eine Linie bei $E_{\gamma}-2\,m_0\,c^2$ beobachtet. Auch verlieren Elektron und Positron durch Bremsstrahlung Energie, wodurch das Spektrum nach unten verbreitert wird.

2.2 Wirkungsweise eines Halbleiter-Detektors (Germanium-Detektor)

Halbleiter-Detektoren werden häufig verwendet um ionisierende Strahlung nachzuweisen und die Energie der Strahlung zu bestimmen. Im folgenden wird der Germanium-Detektor für die γ -Spektroskopie genauer betrachtet.

Der wesentliche Bestandteil des Detektors ist eine Halbleiter-Diode. Das bedeutet es gibt einen p- und einen n-dotierten Bereich. Diese Bereiche grenzen aneinander und können freie Ladungsträger (Elektronen und Löcher) austauschen. Die Elektronen und Löcher rekombinieren in den unterschiedlich dotierten Bereichen. Zurück bleiben in der p-Schicht die ortsfesten Akzeptoren und in der n-Schicht die ortsfesten Donatoren [2, S. 10]. Diese erzeugen ein elektrisches Potential $U_{\rm D}$, wodurch die Elektronen und Löcher nicht mehr rekombinieren können und es entsteht eine ladungsträgerarme Zone. Wie in Abbildung (2) dargestellt ist, kann die ladungsträgerarme Zone durch eine Sperrspannung U vergrößert werden. Im folgenden wird näher darauf eingegangen wie die Verarmungszone vergrößert werden kann.



- (a) Potentialverhältnis ohne äußere Spannung.
- (b) Potentialverhältnis mit äußere Spannung.

Abbildung 2: Schematische Darstellung der Potentialverhältnisse an einem pn-Übergang [2].

Wenn ein γ -Quant in die ladungsträgerarme Zone eindringt kann einer der drei beschriebenen Prozesse eintretten. Das bei diesen Prozessen freigesetzte Elektron stößt auf seinem Weg durch den Festkörper mit vielen anderen Elektronen aus dem Valenzband zusammen. Dabei gibt das freigesetzte Elektron einen Teil seiner Energie zur Erzeugung von Phononen ab. Die restliche Energie wird an die Valenzelektronen abgegeben, wodurch diese in das Leitfähigkeitsband oder darüber hinaus gehoben werden. Es entsteht dadurch

ein Elektronen-Loch-Paar, welches durch die anliegende Spannung getrennt wird und einen Ladungsimpuls erzeugen.

Die Absorbtionswahrscheinlichkeit (siehe Gl. (2)) eines γ -Quants hängt exponentiell von der Schichtdicke des Absorbermaterials ab. Deshalb ist es besonders wichtig, dass die Verarmungszone so groß wie möglich ist. Dies wird im wesentlichen über eine unsymmetrische Dotierung und die Sperrspannung U gewährleistet. Die Breite der n-Schicht $d_{\rm n}$ und die Breite der p-Schicht $d_{\rm p}$ sind durch

$$d_{\rm n}^2 = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{e_0} \frac{U_{\rm D} + U}{n_{\rm A} + n_{\rm D}} \frac{n_{\rm A}}{n_{\rm D}}$$

$$\tag{15}$$

$$d_{\rm p}^2 = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{e_0} \frac{U_{\rm D} + U}{n_{\rm A} + n_{\rm D}} \frac{n_{\rm D}}{n_{\rm A}}$$

$$\tag{16}$$

 $(\varepsilon=\text{relative Dielektrizitätszahl},\,\varepsilon_0=\text{elektrische Feldkonstante})$

gegeben. Um die p-Schicht groß gegenüber der n-Schicht zu machen, wird die Donatordichte $n_{\rm D}$ viel größer als die Akzeptordichte $n_{\rm A}$ gewählt. Deshalb kann die Breite der Verarmungszone zu

$$d = d_{\rm p} + d_{\rm n} \approx d_{\rm p} \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{e_0} \frac{U_{\rm D} + U}{n_{\rm A}}}$$
 (17)

genähert. Da die Akzeptordichte von der Verunreinigung des Kristalls abhängt, ist es wichtig diese gerin zu halten. Dies wird über spezielle Kristallzüchtungsverfahren gewährleistet.

Außerdem kann die Verarmungszone durch eine möglichst hohe Sperrspannung weiter vergrößert werden. Diese Maßnahme ist allerdings begrenzt, weil in der Verarmungszone Ladungsträger vorhanden sind welche durch thermische Aktivierung entstehen. Diese können spontan die Energielücke $E_{\rm g}$ (=0.67 eV bei Ge [2, S. 13]) zwischen Valenzband und Leitfähigkeitsband überwinden. Diese Ladungsträger erzeugen einen Leckstrom, welcher als Rauschen gemessen wird. Die Dichte $n_{\rm i}$ dieser Ladungsträger ist proportional zu

$$n_{\rm i} \propto T^3 \exp\left(-\frac{E_{\rm g}}{k_{\rm b} T}\right) \ .$$
 (18)

 $(k_{\rm b}={
m Boltzmann}$ Konstante, $T={
m absolute}$ Temperatur)

Wie aus der Gleichung hervorgeht, kann der Leckstrom durch das herabsetzten der Temperatur des Detektormaterials vermindert werden.

Üblicherweise werden Germanium-Detektoren auf $T = 77 \,\mathrm{K}$ abgekühlt. Dadurch kann die Verarmungszone mit einer Sperrspannung von $U = 5 \,\mathrm{kV}$ auf

$$d \approx 3 \,\mathrm{cm}$$
 (19)

verbeitert werden.

2.3 Eigenschaften und Kenngrößen eines Halbleiter-Detektors

Im folgenden werden das energetische Auflösungsvermögen und die Effizienz eines Halbleiter-Detektors bestimmt. Außerdem wird das aufgenommene Spektrum des Detektors beschrieben und daraus die Aktivität der γ -Quelle bestimmt.

2.3.1 Energetisches Auflösungsvermögen

Ein Maß für das energetische Auflösungsvermögen ist die Halbwertsbreite $\Delta E_{\frac{1}{2}}$ der Impulshöhenverteilung. Um zwei Spektrallinien unterscheiden zu können müssen sich deren Mittelwerte mindestens um die Halbwertsbreite unterscheiden.

Die Impulshöhenverteilung wird im wesentlichen durch die Anzahl n der Elektron-Loch-Paare festgelegt, die bei der Absorbtion eines γ -Quants entstehen. Der Mittelwert \overline{n} von n ist gleich dem Quotienten aus der Energie E_{γ} des einfallenden γ -Quants und der Bildungsenergie $E_{\rm El}$ eines Elektron-Loch-Paares [2, S. 14]. Die Energielücke $E_{\rm g}$ in Germanium beträgt 0.67 eV, allerdings wird eine Bildungsenergie in Germanium von 2.9 eV gemessen. Das bedeutet, dass die Bildung von Elektron-Loch-Paaren nur unter der Beteiligung von Phononen möglich ist. Die Energie, die das γ -Quant an den Detektor abgegeben hat, wird statistisch auf die Phononen- und Elektron-Loch-Paar-Erzeugung verteilt. Dieser Prozess wird durch eine Poisson-Verteilung beschrieben und die Standardabweichung für den unkorrelierten Fall ist durch

$$\sigma = \sqrt{\overline{n}} \tag{20}$$

gegeben. Allerdings kompensieren sich die Fluktuationen der Ladungsträgererzeugung und der Phononenanregung. Dadurch wird σ kleiner, dies wird durch die Einführung des Fano-Faktors F ausgeglichen.

$$\sigma = \sqrt{F\overline{n}} = \sqrt{F\frac{E_{\gamma}}{E_{\rm El}}} \tag{21}$$

Für Germanium beträgt F=0.1 [2, S. 15]. Da n sehr viel größer ist als 1, wird die Poisson-Verteilung durch eine Gauß-Verteilung angenähert. Damit folgt für die Halbwertsbreite

$$\Delta E_{\frac{1}{2}} = \sqrt{8 \ln 2} \, \frac{\sigma}{n} E_{\gamma} = \sqrt{0.8 \ln 2 \, E_{\gamma} \, E_{\text{El}}} \ . \tag{22}$$

Das energetische Auflösungsvermögen hängt zusätzlich noch von dem Leckstrom, den Feldinhomogenitäten und dem Verstärkerrauschen (Darauf wird in Kapitel (??) weiter eingegangen) ab. Diese Effekte sind unkorreliert, deshalb kann die Gesamthalbwertsbreite zu

$$H_{\text{ges}}^2 = \Delta E_{\frac{1}{2}}^2 + H_{\text{R}}^2 + H_{\text{I}}^2 + H_{\text{E}}^2$$
 (23)

zusammengesetzt werden. $H_{\rm R}$ ist die Halbwertsbreite des Leckstroms, $H_{\rm I}$ ist die Halbwertsbreite der Feldinhomogenität und $H_{\rm E}$ ist die Halbwertsbreite des Verstärkerrauschens. Der Leckstrom und das Verstärkerrauschen können durch abkühlen deutlich vermindert werden. Auch muss die Sperrspannung eine Mindesthöhe überschreiten (U > Depletionsspannung).

2.3.2 \(\gamma\)-Spektrum eines Germanium-Detektors

In Abbildung (3) ist das Spektrum eines monochromatischen γ -Strahlers aufgenommen.

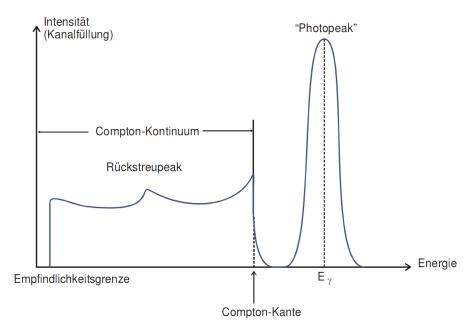


Abbildung 3: Das γ -Spektrum eines Germanium-Detektors [2].

Das Spektrum besteht aus dem Photopeak, dem Compton-Kontinuum und dem Rückstreupeak. Der Photopeak entsteht wenn der Photoeffekt an der Absorbtion beteiligt ist. Dabei wird die gesamte Energie des γ -Quants an den Absorber abgegeben. Seine Halbwertsbreite ist, wie in Kap.2.3.1 dargelegt, ein Maß für die Energieauflösung des Detektors [2, S. 22].

Das Compton-Kontinuum ist ein störender Bereich bei der γ -Spektroskopie. Dieser Bereich reicht von 0 bis zur Compton-Kante $E_{\rm e,max}=E_{\gamma}\frac{2\,\varepsilon}{1+2\,\varepsilon}$. Er entsteht durch die Compton-Streuung an den Elektronen. Der Rückstreupeak liegt in dem Compton-Kontinuum und entsteht durch Quanten die nicht direkt in den Detektor fallen. Beispielsweise Quanten die an der Pb-Abschirmung oder der Quelle selbst getreut werden. Der Ort des Rückstreupeaks kann durch einsetzten von 180° in Gleichung (6) abgeschätzt werden.

2.3.3 Aktivitäts- und Energiebestimmung einer γ -Quelle

Für die Energiebestimmung eines einzelnen Peaks muss zunächst der Detektor kalibriert. Dazu wird ein γ -Strahler mit bekannten Energien aufgenommen. Damit wird den Kanälen des Vielkanalanalysators eine Energie zugeordnet. Um die Fehler der linearen Regression zu minimieren wird ein linienreiches Spektrum benötigt.

Zur Bestimmung der Aktivität A muss zunächst die Effizienz Q durch eine Kalibrierungsmessung ermittelt werden. Die Effizienz ist die Nachweißwahrscheinlichkeit eines Quants mit einer Energie E_{γ} . Dafür wird ein γ -Strahler mit bekannter Aktivität verwendet und mit dem gemessenen Zählergebnis Z in Verbindung gebracht.

$$Z = \Omega A W Q \tag{24}$$

Da die Strahlung Kugelförmig aus dem Strahler austritt, wird nur ein kleiner Teil der Strahlung in dem Detektor aufgenommen. Diese Größe wird durch den Raumwinkel Ω beschrieben. W ist die Emissionswahrscheinlichkeit einer bestimmten Energie bei Mehrlinienstrahlern. Um die Effizienz zu bestimmen müssen also A, Z, W und Ω bekannt sein. Die Aktivität wird aus Herstellerangaben entnommen und das Zählergebnis aus einer Messung. Die Emissionswahrscheinlichkeit kann einschlägigen Tabellen entnommen werden [2]. Der Raumwinkel kann über

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \right) \tag{25}$$

(a = Abstand zwischen Quelle und Detektor, r = Detektorradius)

berechnet werden. Solbald die Effizienz bestimmt wurde kann die Energie und die Aktivität von unbekannten Strahlern bestimmt werden.

2.4 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

2.4.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe $x_1,...,x_n$ lässt sich durch die Formel

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} x_k \tag{26}$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta \overline{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^{N} (x_k - \overline{x})^2}$$
(27)

2.4.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn $x_1, ..., x_n$ fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler Δf mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2}$$
 (28)

2.4.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

$$y = m \cdot x + b \tag{29}$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \overline{xy}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{30}$$

$$b = \frac{\overline{x^2}\overline{y} - \overline{x}\,\overline{xy}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{31}$$

3 Aufbau und elektronische Beschaltung

In Abbildung (4) ist der schematische Aufbau des gesamten Gerätes aufgezeigt. Allerdings fehlen die Kühlung und die Blei-Burg für den Detektor und den Vorverstärker. Das Ziel des Aufbaus ist es einen Spannungsimpuls zu erzeugen der proportional zu der γ -Energie ist. Die benötigten Komponenten werden im folgenden beschrieben.

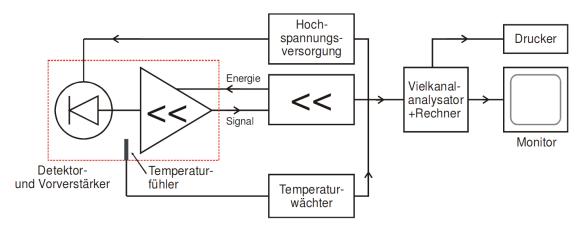


Abbildung 4: Der schematische Aufbau des γ -Spektrometers ohne Kühlung [2].

Detektor:

Der verwendete Detektor ist in Abbildung (5) skizziert. Der Germanium-Kristall hat die Gestalt eines Zylinders und ist von außen mit Lithium bedampft und von innen mit Gold. Dadurch ist der Kristall außen n-dotiert und innen p-dotiert. Der Pluspol für die Sperrspannung wird an der Lithium-Schicht angebracht.

Um den Kristall befindet sich eine Schutzhaube aus Aluminium. Diese schließt den Kristall Luftdicht ein, dadurch kann der Kristall nicht verunreinigt werden. Allerdings können wegen der Schutzhaube und der Lithium-Schicht nur γ -Energien größer als 40 keV nachgewiesen werden.

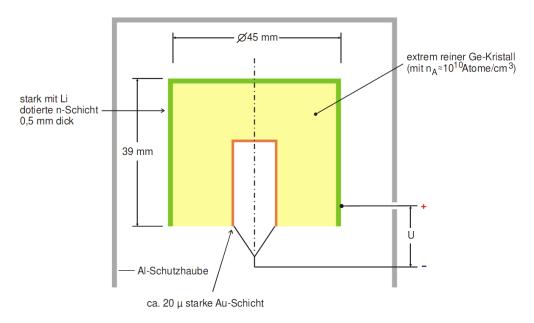


Abbildung 5: Schematischer Aufbau eines koaxialen Reinst-Germanium-Detektors [2].

Vorverstärker:

Die elektrische Ladungsmenge die in einem Germanium-Detektor erzeugt wird, kann durch elektrische Integration zu einem Spannungspegel umgewandelt werden. Dies wird mit Hilfe eines kapazitiv rückgekoppelten Operationsverstärkers durchgeführt. In Abbildung (6) ist ein Vorverstärker skizziert. Für das Potential $U_{\rm A}$ gilt

$$U_{\mathcal{A}} = -\frac{1}{C_{\mathcal{K}}} \int_{0}^{t_{\mathcal{S}}} I(t) dt \tag{32}$$

 $(t_{\rm s}=$ Pulslänge der Sammelzeit)

Wichtig für die Impulshöhenanalyse ist, dass der Integrationskondensator $C_{\rm K}$ nach jedem Quantennachweis wieder entladen wird. Dies geschieht über eine optoelektrische

Rückkopplung, "dabei wird nach jedem Impuls die Gate-Drain-Schicht des Eingangs-Feldeffekttransistors (FET) im Operationsverstärker von einer Lumineszenzdiode (LED) beleuchtet, sodass die Sperrschicht vorübergehend leitend wird und die Ladung auf $C_{\rm K}$ darüber abfließen kann" (vgl. [2, S. 18]). Dieses Bauteil wird im folgenden als $R_{\rm K}$ eingezeichnet.

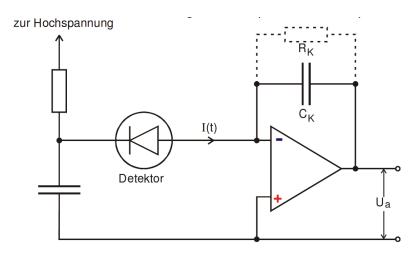
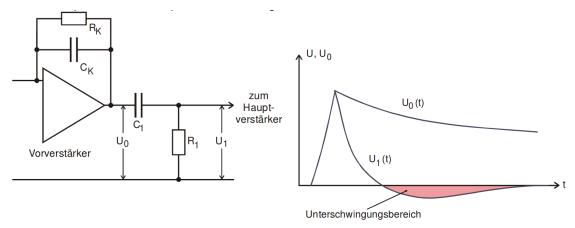


Abbildung 6: Beschaltung eines Vorverstärkers im Reinst-Germanium-Detektor [2].

Hauptverstärker:

Die Aufgabe des Hauptverstärkers ist es, die Spannungssignale auf maximal $10\,\mathrm{V}$ zu normieren, da der Analog-Digital-Konverter (ADC) auf $10\,\mathrm{V}$ genormt ist. Der Verstärker muss ausßerdem eine sehr hohe Linearität und Langzeitstabilität besitzten, weil die ADC's eine Auflösung von 16384 ($14\,\mathrm{bit}$) besitzten. Außerdem muss die Badnbreite des Verstärkers geeignet gewählt werden, damit nur die wesentlichen Komponenten des Eingangssignals verstärkt werden. Diese Aufgabe übernehmen RC-Glieder als Hoch- und Tiefpassfilter.

Der Hauptverstärker wird häufig über ein RC-Glied an den Vorverstärker gekoppelt, siehe Abbildung (7a).



(a) Das RC-Glied zum koppeln des Vorverstär- (b) Zeitlicher Spannungsverlauf von U_0 und U_1 . kers an den Hauptverstärker.

Abbildung 7: Das Koppelglied R_1C_1 und der zeitliche Verlauf der Signalspannung vor und nach dem Koppelglied [2].

Dadurch werden Gleichspannungsdriften und Offsetspannungen nicht mit verstärkt. Allerdings kann dadurch eine Unterschwingung (siehe Abbildung (7b)) entstehen, weil die Abklingkonstanten $R_{\rm K}C_{\rm K}$ und R_1C_1 des Koppelgliedes verschieden sind. Dies kann verhindert werden, indem ein kleiner Teil der Gleichspannung vom Vorverstärker direkt zum Hauptverstärker geleitet wird ("Pole-Zero-Kompensation"). Am Ausgang des Hauptverstärkers kann ein ähnliches Problem auftreten. Dies wird aber über einen "Base-Line-Restorer" verhindert.

Vielkanal-Analysator:

Der Vielkanal-Analysator (VKA) besteht im wesentlich aus dem ADC, einem Adressregister und einem Speicher. Diese dienen zum speichern der Impulshöhen und der Häufigkeit der auftretenden Impulshöhen. In einem Diagramm kann nun die Impulshöhe bzw. die γ -Energie gegen die Häufigkeit aufgetragen werden. Aus diesem Diagramm können dann die Aktivität und die Energie bestimmt werden.

4 Versuchsdurchführung

Zu Beginn wird der Abstandshalter zwischen der Probe und dem Detektor vermessen, um den Raumwinkel bestimmen zu können.

Danach wird ein bekannter ¹⁵²Eu-Strahler in den Detektor eingesetzt. Dann wird die Messung gestartet, um den Messbereich der Energie festzulegen. Der MEssbereich wird an einem Signifikanten Doppelpeak bestimmt und soll von 0 bis 2500 keV reichen. Sobald

das Spektrum kalibriert ist wird eine 60 minütige Messung gestartet. Nach dieser Messung werden noch drei weitere Spektren von ¹³⁷Cs, ¹³³Ba und einem unbekannten Mineral aufgenommen. Die Diagramme werden jeweils gespeichert und später ausgewertet.

5 Auswertung

Für die Untersuchung der verschiedenen aufgenommenen γ -Spektren werden die Kanäle des "ADC" auf die entsprechenden Energien kalibriert. Desweiteren wird die Effizienz des Detektors exemplarisch an dem Eu-Spektrum berechnet und anschließend die Messwerte zur Bestimmung der Aktivität der verwendeten Bariumquelle mit ihr bereinigt. Desweiteren wird das Compton-Kontinum sowie der Photopeak einer Cs-Quelle untersucht, sowie geprüft ob der Photopeak Gaußverteilt ist. Zuletzt wird anhand des Spektrums versucht auf die Zerfallsprodukte eines Minerals zu schließen und somit deren Zerfallskette zu bestimmen.

5.1 Kalibrieren des Detektors anhand ¹⁵²EU Spektrums

Zum Kalibrieren des Detektors wird im folgenden die Kanalnummer entsprechenden Energien zugewiesen, sowie die Effizenz des Detektors bestimmt.

5.1.1 Energiekalibrierung

Zunächst wird die Kanalnummer auf die Energie anhand des Spektrums des EU^{152} Strahlers kalibriert. Die Energie mit den entsprechenden Kanalnummern sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Um die Korrelation zwischen der Energie und der Kanalnummer zu bestimmen wird eine lineare Regression durch die Tupel aus Energie und Kanalnummer gelegt. Das Ergebniss ist in Abbildung 8 zu sehen.

Aus der Regression ergibt sich eine Energiedifferenz zweier benachbarter Kanäle beträgt von

$$\Delta E = (306.97 \pm 0.03) \,\text{keV}$$
 (33)

Anhand der Energieskala werden die gemessenen Counts im weiteren in Abhängikeit der γ -Quanten Energie E_{γ} dargestellt.

Tabelle 1: Kenngrößen eines 152 Eu-Strahlers, sowie des Detektors

Energie E_{γ} / keV	Kanal	Emissionwahrscheinlichkeit / %	Counts	Effizienz / %
121.78	403	28.6	3078	_
244.70	803	7.6	485	10.40 ± 0.10
344.30	1128	26.5	1048	6.40 ± 0.10
411.12	1345	2.2	79	5.80 ± 0.10
443.96	1452	3.1	112	5.90 ± 0.10
778.90	2544	12.9	193	2.44 ± 0.04
867.37	2832	4.2	61	2.36 ± 0.03
964.08	3147	14.6	132	1.47 ± 0.02
1085.90	3543	10.2	88	1.40 ± 0.02
1112.10	3629	13.6	108	1.29 ± 0.02
1408.00	4593	21.0	134	1.04 ± 0.02

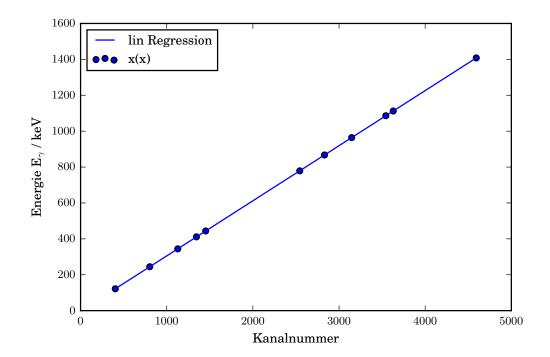


Abbildung 8: Lineare Regression zur Bestimmung der Korrelation zwischen Kanalnummer und $\gamma\text{-Quantenenergie}$

5.1.2 Effizienzbestimmung

Das für den Eu-Strahler aufgenommene Spektrum ist in Abbildung 9 zu sehen.

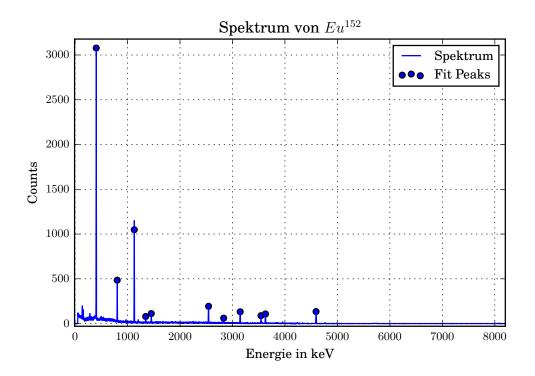


Abbildung 9: <+caption text+>

Die Aktivität $A_{\rm Eich}$ der verwendeten Europium Isotop betrug am 01.10.2000

$$A_{\text{Eich}} = (4130 \pm 60) \,\text{Bq}$$
 (34)

und die Halbwertszeit

$$\tau_{1/2} = (4943 \pm 5) \, {\rm Tage} \ . \eqno(35)$$

Anhand Formel ?? lässt sich mittels der Zeitdifferenz zwischen der geeichten Aktivität und dem am Tag der Durchführung der Messung (09.01.2017) eine Aktivität von

$$A_{\text{Durch}} = (1242 \pm 35) \,\text{Bq}$$
 (36)

berechnen. Dem Versuchsaufbau wird ein Abstand a zwischen Quelle und Detektor von

$$a = 8.8 \,\mathrm{cm} \tag{37}$$

und ein Radius r des Detektors von

$$r = 2.25 \,\mathrm{cm} \tag{38}$$

gemessen. Aus diesen lässt sich durch einsetzen in Formel $\ref{eq:condition}$ ein Raumwinkel \varOmega von

$$\Omega = 0.196 \tag{39}$$

berechnen. Der Raumwinkel Ω ist jedoch nur unter vorbehalt zu verwenden, da der Abstand zwischen Quelle und Detektor kleiner als 10 cm ist und dies nicht mehr im gültigkeitsbereich der Formel $\ref{eq:constraint}$ liegt. Aus dem Raumwinkel Ω , der Wechselwirkungswahrscheinlickeit W, der Aktivität A_{Durch} sowie die effektive Messzeit lässt sich nach Formel $\ref{eq:constraint}$ die Effizienz Q berechnen. Die Ergebnisse in Abhängikeit der Energie sind in Tabelle 1 aufgeführt. Um die Effizienz in den folgenden Auswertungsteil $\ref{eq:constraint}$ zur berücksichtigen, wird die Effizenz in erster Näherung durch ein Potenzfunktion dargestellt.

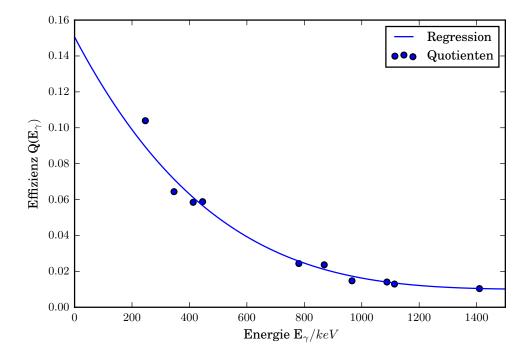


Abbildung 10: Effizienz des verwendeten Germaniumdetektors

Die ermittelte Potenzfunktion zur berechnung der Effizienz in Abhängigkeit der Energie, hat die Form

$$Q(E_{\gamma}) = 1.2 \cdot 10^{-14} (x - 1850)^4 + 0.01 . \tag{40}$$

5.2 ¹³⁷Cs-Strahler

Zunächst wird die Laage des Photopeaks bestimmt und das Compton-Kontinum genauer untersucht . Anschließend wird geprüft ob der Photopeak einer Gaußverteilung entspricht. Zuletzt wird die Absorptionswahrscheinlichkeit des Detektors berechnet und erklärungen für die Gestalt des Compton-Kontinums, sowie des Photopeaks gesucht.

5.2.1 Photopeak

In dem Aufgenommenen Spektrum wird mittels der Funktion find_peaks_cwt aus der numpy Biblothek die Laage des Photopeaks bestimmt. Das Ergebniss ist in Abbildung 9 zu sehen.

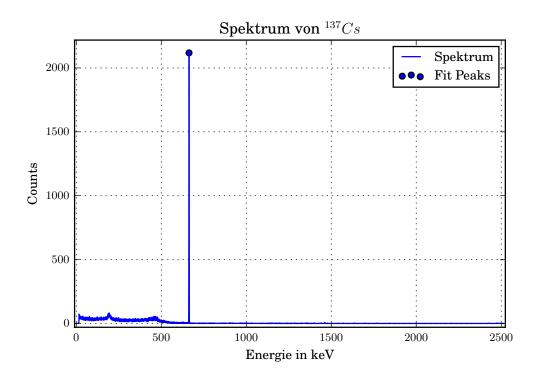


Abbildung 11: Spektrum des Cs-Strahlers

Dabei wurde die X-Achse schon mittels der in Auswertungsteil ?? Energie skaliert. Der Photopeak wird bei Energie von

$$E_{\gamma} = 663 \,\text{keV} \tag{41}$$

detektiert. Im späteren Teil der Auswertung wird geprüft ob der Photopeak einer gaußförmigen Verteilung zu Grunde liegt.

5.2.2 Compton-Kontinum

Für die weiteren Rechnungen wird zunächst die natürliche Energie ε nach Formel ?? eingeführt, welche

$$\varepsilon = 1.292 \tag{42}$$

beträgt. Aus der natürlichen Energie ε des Strahlers kann die theoretische Laage der Comptonkante $E_{\mathrm{ComKan,\ theo}}$ nach Formel ?? berechnet werden. Sie beträgt

$$E_{\text{ComKan, theo}} = 478 \,\text{keV}$$
 (43)

Das Spektrum im bereich des Compton-Kontinums ist in Abbildung 12 zu sehen.

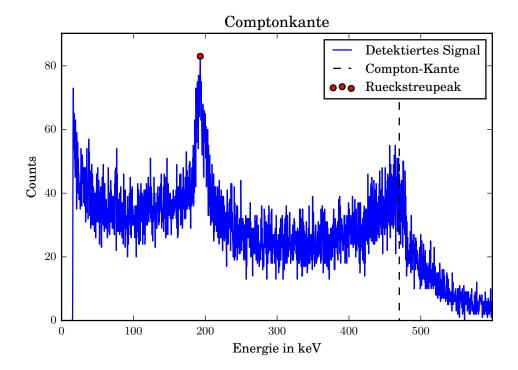


Abbildung 12: Compton-Kontinum mit Rückstreupeak und maximalen Energieübertrag

Aus ihm wird ein Rückstreupeak von

$$E_{\rm r\ddot{u}ck} = 193 \,\text{keV} \tag{44}$$

und die Energie der maximalen Energieübertragung von

$$E_{\rm l,max} = 470 \,\text{keV} \tag{45}$$

abgelesen.

5.2.3 Verteilung des Photopeaks

Um zu überprüfen ob der Photopeak gaußverteilt ist wird der Zusammenhang zwischen der Zehntelwertsbreite und der Halbwertsbreite überprüft. Dazu wird zunächst das Maximum M bestimmt. Anschließend wird eine Linie in die Messwerte gelegt die dem M/n fachen entspricht. Zwischen den jeweiligen Werten die am nächsten an der Linien des M/n fachen liegt wird eine lineare Regression durchgeführt und der Punkt bestimmt bei dem die Regression den Wert M/n angenommen hatt. Die Punkte werden jeweils für die Seite links und rechts vom Maximum bestimmt und der Abstand dortzwischen ermittelt. Der Abstand wird als 1/n-Wertsbreite bezeichnet. Die Halbwertsbreite sowie die Zehntelwertsbreite sind in Abbildung 13 zu sehen.

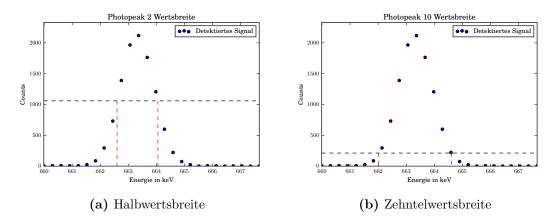


Abbildung 13: Caption place holder

Die ermittelte Halbwertsbreite $E_{1/2}$ beträgt

$$E_{1/2} = 1.46 \,\text{keV}$$
 (46)

und die Zehntelwertsbreite $E_{1/10}$ beträgt

$$E_{1/10} = 2.60 \,\text{keV}$$
 (47)

Im Falle einer Gaußverteilung müsste das Verhältniss zwischen Halb- und Zehntelwertsbreite

$$E_{1/10} = 1.823E_{1/2} \tag{48}$$

seien. Das Verhältniss zwischen den experimentell Bestimmten breiten ist

$$E_{1/10} = 1.78E_{1/2} \tag{49}$$

Daraus wird geschlossen das hinreichend viele Werte genommen worden sind, sodass die Poissonverteilung in die Gaußverteilung übergeht.

5.2.4 Absorptionswahrscheinlichkeit im Detektor

Aus Abbildung ?? kann der Extinktionskoeffizient μ in abhängigkeit von Germanium entsprechend der auftretenden Effekte abgelesen werden . Der Extinktionskoeffizient beim Photoeffekt bei einer Energie von 650 keV ist in etwa

$$\mu_{\text{Photo}} = 0.002 \,\text{cm}^{-1} \ .$$
 (50)

Unter Verwendung von Formel ?? lässt sich die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Photoeffekt auf

$$W_{\text{Absorp, Photo}} = 0.5 \%$$
 (51)

berechnen. Der Extinktionskoeffizient beim Comptoneffekt bei 650 keV beträgt

$$\mu_{\text{Compt}} = 0.4 \,\text{cm}^{-1} \ .$$
 (52)

Daraus errrechnet sich eine Absorptionswahrscheinlichkeit von

$$W_{\text{Absorp, Compton}} = 70 \%$$
 (53)

Eine mögliche Erklärung dafür, dass der Photopeak dennoch im Spektrum so hoch ausfällt könnte seien, dass der Extinktionskoeffizient in dem Abschirmmaterial deutlich größer ist. Die Elektronen könnten möglicherweise mit aufgrund ihrer kinetischen Energie zwar aus dem Aluminium herausgelöst werden, aber erst in der Sperrschicht detektiert.

5.3 Aktivitätsbestimmung der verwendeten ¹³³Ba-Quelle

Die Intensitäten der Spektrallinien Z und die Wechselwirkungswahrscheinlickeit W sind in Tabelle 2 zusammen mit den kalibrierten Energien aufgetragen. Der Raumwinkel wurde bereits in Kapitel 5.1.2 bestimmt und beträgt $\Omega=0.19$. Durch umstellen der

Tabelle 2: Aktivität in Abhängigkeit der Energie sowie der Effizienz und der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit

Energie E_{γ} keV	Intensität Z	Wechselwirkungsw. / % W	Aktivität A
82	3177	34.1	1307
162	144	0.6	3994
304	918	18.3	1142
357	2509	62.1	1038
389	320	8.9	995

Gleichung ?? nach A lässt sich die Aktivität der Probe ermitteln wobei die Zählergebnisse noch einmal durch die Messdauer geteilt werden müssen. Die Lifetime des Detektors

beträgt 3595 s. Die Aktivitäten der einzelnen Energien sind in Tabelle 2 aufgetragen. Das gemittelte Ergebniss beträgt

$$(1120 \pm 30) \,\mathrm{Bq}$$
 (54)

wobei die Aktivität der Messunf mit der Energie von 162 keV vernachlässigt wurde, da der Messfehler bei der geringen Aktivität, verhältnissmäßig groß in anbetracht der anderen Aktivitäten scheint.

5.4 Zerfallsreihe des unbekannten Minerals

Es wird versucht aus dem Linienspektrum des verwendeten Minerals auf die Zerfallsreihe der Probe zu schließen. Das Linienspektrum des Minerals ist in Abbildung 14 zu sehen. Bei dem Vergleich mit der ²³⁸Uran-Zerfallsreine fällt auf das das die Isotope von ²³⁶Ra

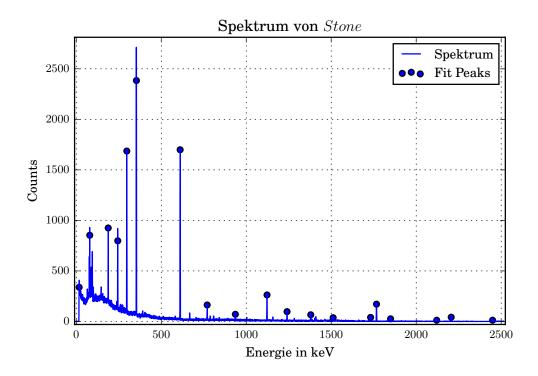


Abbildung 14: Spektrum von verwendeten Mineral

bis 210 Bi^m alle auftreten. Dabei wird der Zerfall von 210 Pb jedoch aufgrund der langen Halbwertszeit im vergleich zur Versuchdauer nicht detektiert.

6 Diskussion

Die kalibrierung der Energieskala ergibt, dass die Energiedifferenz zwischen zwei benachtbarten Kanälen (306.97 \pm 0.03) eV beträgt. Die Aktivität des ¹⁵²Eu Strahlers beträgt am Vesuchstag (1242 \pm 35) Bq und der Raumwinkel $\Omega = 0.196$. Der Raumwinkel ist jedoch nur eine schlechte Näherung, da die Bedingung das die Probe eine größere Distanz zum Detektor als 10 cm haben sollte nicht erfüllt wurde. In wie Fern sich dieser Fehler auf die folgenden Rechnungen auswirkt kann nicht eingeschätzt werden. Die Effizienz des Detektors wird durch die Funktion $Q(E_{\gamma}) = 1.2 \cdot 10^{-14} (x - 1850)^4 + 0.01$ beschrieben. Dabei wurden die Fitparameter per Hand reguliert, da kein Fit entsprechend schnell konvergiert, sodass es möglich ist eine numerische Lösung zu bestimmen. Dennoch scheint die Abschätzung einigermaßen gelungen da bei der Aktivitätsbestimmung der ¹³³Ba-Quelle für die verschieden Energie annähernd konstante Aktivitäten ergeben. Die experimentell ermittelte Photoenergie beträgt 663 keV. Dies ist eine Abweichung von unter einem Prozenzt vom Literaturwert (662 keV [1]). Die Experimentell bestimmte Comptonkante beträgt 470 keV. Dies ist eine Abweichung von 2 % vom theoretischen Wert von 478 keV. Eine mögliche Ursache dafür ist, dass die Compton-Kante nicht deutlich zu erkennen ist und ein ganzer Bereich dafür in Frage kommt. Die Rückstreuenergie beträgt 193 keV worüber zunächst erstmal keine Aussage getroffen werden kann. Anhand dem zusammenhang zwischen Halb- und Zehntelswertbreite wird gezeigt, dass die annahme das der Photopeak Gaußverteilt ist eine gute Näherung ist. Das Halb- und Zehntelwertsverhältniss weichen um 2.4~% von dem theoretischen Wert ab. Die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Photoeffekt beträgt 0.5 %. Jedoch werden deutlich häufiger Impulse im Detektor gemessen. Möglicherweise absorbiert das Aluminium schon die γ -Quanten welche anschließend aufgrund ihrere Kin-Energie dennoch im Detektor detektiert werden können. Die Absorptionswahrscheinlichkeit durch den Comptoneffekt beträgt 70 %. Die Aktivität der verwendeten Barium-Quelle beträgt 1120 ± 30 . Dieser Wert scheint in der größenordnung realistisch, kann aber nicht weiter diskutiert werden. Die Zerfallsreihe des Minerals reicht von ²³⁶Ra bis zu ²¹⁰Bi. Diese Zerfallsreihe kommt in der Natur vor und scheint realistisch.

Quelle?

Mit Hilfe der Halbund Zehntelwertsbreite kann gezeigt werden, dass der Photopeak in guter Näherung einer Gaußverteilung folgt.

Literatur

- [1] EHS. RADIONUCLIDE DATA SHEET. ehs.missouri.edu/rad/isotopedata/cs-137.pdf,
 Jan. 2017
- [2] Physikalisches Praktikum der TU Dortmund. Versuch 18, Der Germanium-Detektor. http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V18.pdf, Jan. 2017.

theoretischen Wert nennen?