ECONOMETRIA I
TAREA 16
MAESTRIA EN ECONOMIA, 2023-2025
EL COLEGIO DE MEXICO

Profr. Eneas A. Caldiño García
Entrega: 10 de mayo de 2024

1. Estudiar las secciones 4.4 a 4.6 del capítulo 4 "*Multiple Regression Analysis: Inference*" de Wooldridge J. M., *Introductory Econometrics: A Modern Approach, 5th* or *6th Edition*, South-Western CENGAGE Learning.

2. $\left\{ \begin{pmatrix} Y_j \\ \mathbf{X}_j \end{pmatrix} \right\}_{j=1}^{n}$ vectores aleatorios i.i.d. de dimensión k.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Xb} + \mathbf{U} \qquad E[\mathbf{U}|\mathbf{X}] = \mathbf{0}$$

$$\text{Prob}[\text{Rango}(\mathbf{X}) = k] = 1$$

$$\text{var}(\mathbf{U}|\mathbf{X}) = \sigma_u^2 \mathbb{I}_n$$

$$\mathbf{U}|_{\mathbf{X}=X} \sim N_n \qquad \forall\ X$$

donde $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix}$

i) Para $i \in \{1,..,k\}$ proponer una prueba de la hipótesis, i.e. una *regla de decisión* para aceptar o rechazar la hipótesis,

$$\mathbf{H}_0: b_i = b_i^*$$

contra la alternativa:

$$\mathbf{H}_1: b_i > b_i^*$$

con nivel de significancia α.

(Nota: En clase se propuso una prueba de $\mathbf{H}_0$ vs la alternativa $\mathbf{H}_1$: $b_i \neq b_i^*$).

ii) Para $i \in \{1,..,k\}$ proponer una prueba de la hipótesis (regla de decisión)

$$\mathbf{H}_0: b_i = b_i^*$$

contra la alternativa:

$$\mathbf{H}_1: b_i < b_i^*$$

con nivel de significancia α.

Los siguientes problemas están en Wooldridge, J.M. *Introductory Econometrics: A Modern Approach. 6th Edition*. South-Western. CENGAGE Learning. Las bases de datos se encuentran en www.cengagebrain.com

3. Problema 2, capítulo 4, pág. 141

4. Problema 4, capítulo 4, pág. 141

5. $\left\{\begin{pmatrix} Y_j \\ X_{1j} \\ X_{2j} \end{pmatrix}\right\}_{j=1}^{100}$ vectores aleatorios i.i.d. de dimensión 3. $\begin{pmatrix} Y_i \\ X_{1j} \\ X_{2j} \end{pmatrix} \sim N_3$.

$$Y_j = b_1 + b_2X_{1j} + b_3X_{2j} + U_j \ , \quad E[U_j | X_{1j}, X_{2j}] = 0 \qquad j = 1,2,..,100$$

i) Generar (usando algún paquete econométrico) una muestra i.i.d.

$$\left\{\begin{pmatrix} Y_j \\ X_{1j} \\ X_{2j} \end{pmatrix}\right\}_{j=1}^{100} \quad \text{donde} \quad \begin{pmatrix} Y_j \\ X_{1j} \\ X_{2j} \end{pmatrix} \sim N_3\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.8 & 0.4 & -0.2 \\ 0.4 & 1.0 & -0.8 \\ -0.2 & -0.8 & 2.0 \end{pmatrix}\right].$$

ii) Se quiere probar la hipótesis:

$$\mathbf{H}_0: \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}$$

contra la alternativa

$$\mathbf{H}_1: \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}$$

Determinar $\mathbf{R}$ y $\mathbf{r}$ cuando la hipótesis se escribe en la forma $\mathbf{H}_0$: $\mathbf{Rb} = \mathbf{r}$.

¿Se cumple que rango($\mathbf{R}$) < k?

iii) Probar $\mathbf{H}_0$ con un nivel de significancia del 5% usando los estadísticos:

a) $$\frac{(\mathbf{R}\hat{\mathbf{b}}_{MCO}-\mathbf{r})'[\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}']^{-1}(\mathbf{R}\hat{\mathbf{b}}_{MCO}-\mathbf{r})}{m\ \hat{\sigma}^2_{uMCO}} \sim F_{m,n-k}$$

b) $$\frac{\hat{\mathbf{U}}'_{MCR}\hat{\mathbf{U}}_{MCR} - \hat{\mathbf{U}}'_{MCO}\hat{\mathbf{U}}_{MCO}}{m\ \frac{1}{n-k}\ \hat{\mathbf{U}}'_{MCO}\hat{\mathbf{U}}_{MCO}} \sim F_{m,n-k}$$

c) $$\frac{(\hat{\mathbf{b}}_{MCR} - \hat{\mathbf{b}}_{MCO})'\mathbf{X}'\mathbf{X}(\hat{\mathbf{b}}_{MCR} - \hat{\mathbf{b}}_{MCO})}{m\ \frac{1}{n-k}\ (\hat{\mathbf{U}}'_{MCO}\hat{\mathbf{U}}_{MCO})} \sim F_{m,n-k}$$

donde $\hat{\sigma}^2_{uMCO} = \frac{1}{n-k}\ \hat{\mathbf{U}}'_{MCO}\hat{\mathbf{U}}_{MCO} = \frac{1}{n-k}\ (\mathbf{Y}-\mathbf{X}\hat{\mathbf{b}}_{MCO})'(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\hat{\mathbf{b}}_{MCO})$

iv) Se quiere probar la hipótesis conjunta:

$\mathbf{H}_0$: $b_1 + b_3 = 1$ y $b_1 - b_2 + b_3 = 0.5$

contra la alternativa

$\mathbf{H}_1$: $b_1 + b_3 \neq 1$ o $b_1 - b_2 + b_3 \neq 0.5$

Determinar $\mathbf{R}$ y $\mathbf{r}$ cuando la hipótesis se escribe en la forma $\mathbf{H}_0$: $\mathbf{Rb} = \mathbf{r}$.

¿Se cumple que rango($\mathbf{R}$) < k?

v) Probar $\mathbf{H}_0$ con un nivel de significancia del 10% calculando y usando los estadísticos:

a) $$\frac{(\mathbf{R}\hat{\mathbf{b}}_{MCO}-\mathbf{r})'[\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}']^{-1}(\mathbf{R}\hat{\mathbf{b}}_{MCO}-\mathbf{r})}{m\ \hat{\sigma}^2_{uMCO}} \sim F_{m,n-k}$$

b) $$\frac{\hat{\mathbf{U}}'_{MCR}\hat{\mathbf{U}}_{MCR} - \hat{\mathbf{U}}'_{MCO}\hat{\mathbf{U}}_{MCO}}{m\ \frac{1}{n-k}\ \hat{\mathbf{U}}'_{MCO}\hat{\mathbf{U}}_{MCO}} \sim F_{m,n-k}$$

c) $$\frac{(\hat{\mathbf{b}}_{MCR} - \hat{\mathbf{b}}_{MCO})'\mathbf{X}'\mathbf{X}(\hat{\mathbf{b}}_{MCR} - \hat{\mathbf{b}}_{MCO})/m}{(\hat{\mathbf{U}}'_{MCO}\hat{\mathbf{U}}_{MCO})/(n-k)} \sim F_{m,n-k}$$

vi) Usando los parámetros dados en i), calcular los valores verdaderos de los parámetros b_1, b_2, b_3 y σ^2_u.

6. $\left\{ \begin{pmatrix} Y_i \\ \mathbf{X}_i \end{pmatrix} \right\}_{i=1}^{100}$ vectores aleatorios de dimensión k. k < 100

Se tiene el modelo de regresión lineal:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{U} \qquad E[\mathbf{U}|\mathbf{X}] = \mathbf{0}$$

$$\text{Prob}[\text{Rango}(\mathbf{X}) = k] = 1$$

$$\text{var}(\mathbf{U}|\mathbf{X}) = \sigma^2_u \mathbb{I}_{100}$$

$$\mathbf{U}|_{\mathbf{X}=X} \sim N_n(\mathbf{0}, \sigma^2_u \mathbb{I}_{100}) \qquad \forall\ X$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix},\quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{X}'_1 \\ 1 & \mathbf{X}'_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{X}'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1,k-1} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2,k-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{n,k-1} \end{pmatrix},\quad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix},\quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix}$$

Sabemos que $\sigma^2_{u0} = 0.16$

i) Para $i \in \{1,..,k\}$ proponer una prueba de la hipótesis (i.e. definir una regla de decisión para aceptarla o rechazarla)

$$\mathbf{H}_0\text{: } b_i = b_i^0$$

contra la alternativa

$$\mathbf{H}_1\text{: } b_i \neq b_i^0$$

con nivel de significancia $\alpha = 0.10$

ii) Proponer una prueba de la hipótesis

$$\mathbf{H}_0\text{: } \mathbf{c}'\mathbf{b}_0 = d$$

contra la alternativa

$$\mathbf{H}_1\text{: } \mathbf{c}'\mathbf{b}_0 \neq d$$

donde $\mathbf{c}$ es un vector en $\mathbb{R}^k$, con nivel de significancia $\alpha = 0.10$

iii) Proponer una prueba de la hipótesis

$$\mathbf{H}_0\text{: } \mathbf{R}\mathbf{b}_0 = \mathbf{r}$$

contra la alternativa

$$\mathbf{H}_1\text{: } \mathbf{R}\mathbf{b}_0 \neq \mathbf{r}$$

donde $\mathbf{R}$ es una matriz $q\times k$ y $\mathbf{r}\in\mathbb{R}^q$, con nivel de significancia $\alpha = 0.10$

Los siguientes problemas están en Wooldridge, J.M. *Introductory Econometrics: A Modern Approach. 6th Edition*. South-Western. CENGAGE Learning. Las bases de datos se encuentran en www.cengagebrain.com

7. Problema C6, capítulo 4, pág. 147

8. Problema C8, capítulo 4, pág. 147