1:TAREA12.CHI STANDARD OVT FULL SGL V:1.17in H:1.00in PG:1

ECONOMETRIA I

TAREA 12

MAESTRIA EN ECONOMIA, 2023-2025

EL COLEGIO DE MEXICO

Profr. Eneas A. Caldiño Gar

Entrega: 12 de abril de 202

1. En este ejercicio se ilustra que bajo ciertos supuestos el estimador mínimos cuadrados ordinarios de **b** es *incondicionalmente insesgado.*

i) Generar (usando algún paquete econométrico) una muestra i.i.d.

$$\left\{\begin{pmatrix} Y_i \\ X_{1i} \\ X_{2i} \end{pmatrix}\right\}_{i=1}^{100} \quad \text{donde} \quad \begin{pmatrix} Y_i \\ X_{1i} \\ X_{2i} \end{pmatrix} \sim N_3\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 & -0.2 \\ 0.4 & 1.0 & -0.8 \\ -0.2 & -0.8 & 2.0 \end{bmatrix}\right].$$

ii) Con los datos obtenidos en i), estimar por mínimos cuadrados ordinarios

Mark Edit Read Write Layout View Options New Print Spell Quit Help

 20 52

1:TAREA12.CHI STANDARD OVT FULL DBL V:5.04in H:1.00in PG:1

ii) Con los datos obtenidos en i), estimar por mínimos cuadrados ordinarios el

modelo de regresión lineal:

$$Y_i = b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} + U_i \qquad i = 1,2,..,100$$

obteniendo así el estimado $\hat{\mathbf{b}}_{MCO} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{bmatrix}$.

iii) Con los parámetros dados en i), encontrar el valor verdadero de $\mathbf{b}$.

iv) Repetir 999 veces los pasos i) y ii) para obtener 1000 estimados

$\{\hat{\mathbf{b}}_{MCOi}\}_{i=1}^{1000}$ de $\mathbf{b}$.

v) ¿ Es $\dfrac{1}{1000}\sum_{i=1}^{1000}\hat{\mathbf{b}}_{MCOi}$ muy cercano al valor verdadero $\mathbf{b}$? ¿Por qué?

vi) ¿Qué supuestos mínimos garantizan que el estimador $\hat{\mathbf{b}}_{MCO}$ sea insesgado?

Mark Edit Read Write Layout View Options New Print Spell Quit Help

 20 55

1:TAREA12.CHI   STANDARD   OVT FULL   DBL   V:1.25in   H:6.42in   PG:2

2. En este ejercicio se ilustra que bajo ciertos supuestos el estimador mínimos cuadrados ordinarios de σ_u^2 es *incondicionalmente insesgado*.

i) Generar (usando algún paquete econométrico) una muestra i.i.d.

$$\left\{\begin{bmatrix}Y_i\\X_{1i}\\X_{2i}\end{bmatrix}\right\}_{i=1}^{100} \quad \text{donde} \quad \begin{bmatrix}Y_i\\X_{1i}\\X_{2i}\end{bmatrix} \sim N_3\left[\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0.8&0.4&-0.2\\0.4&1.0&-0.8\\-0.2&-0.8&2.0\end{bmatrix}\right].$$

ii) Con los datos obtenidos en i), estimar por mínimos cuadrados ordinarios modelo de regresión lineal:

$$Y_i = b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} + U_i \qquad i = 1,2,..,100$$

obteniendo así los estimados $\hat{b}_{MCO} = \begin{bmatrix}\hat{b}_0\\\hat{b}_1\\\hat{b}_2\end{bmatrix}$ y $\hat{\sigma}_u^2 = \dfrac{1}{n-k}\hat{U}'\hat{U}$.

Mark Edit Read Write Layout View Options New Print Spell Quit Help

 20 57

1:TAREA12.CHI STANDARD OVT FULL DBL V:5.79in H:6.42in PG:2

iii) Con los parámetros dados en i), encontrar el valor verdadero de σ_u^2.

iv) Repetir 999 veces los pasos i) y ii) para obtener 1000 estima

$\{\hat{\sigma}^2_{uMCOi}\}_{i=1}^{1000}$ de σ_u^2.

v) ¿ Es $\frac{1}{1000}\sum_{i=1}^{1000}\hat{\sigma}^2_{uMCOi}$ muy cercano al valor verdadero σ_u^2 ? ¿Por qué?

vi) ¿Qué supuestos mínimos garantizan que el estimador $\hat{\sigma}^2_{uMCO}$ sea insesgado?

Los siguientes problemas están en Wooldridge, J.M. *Introductory Econometri*

A Modern Approach. 6th Edition. South-Western. CENGAGE Learning. Las bases

datos se encuentran en www.cengagebrain.com (como se indica en la página XV

del prefacio del libro).

3. Problema 1, capítulo 2, pág. 53.

4. Problema 4, capítulo 2, pág. 54

Mark Edit Read Write Layout View Options New Print Spell Quit Help

 20:59

1:TAREA12.CHI STANDARD OVT FULL DBL V:1.63in H:6.42in PG:3

5. Problema 6, capítulo 2, pág. 54

6. Problema 7, capítulo 2, pág. 54

Los siguientes problemas están en Wooldridge, J. M. *Introductory Econometri*
A Modern Approach. 6th Edition. South-Western. CENGAGE Learning. Las bases
datos se encuentran en www.cengagebrain.com (como se indica en la página XV
del prefacio del libro).

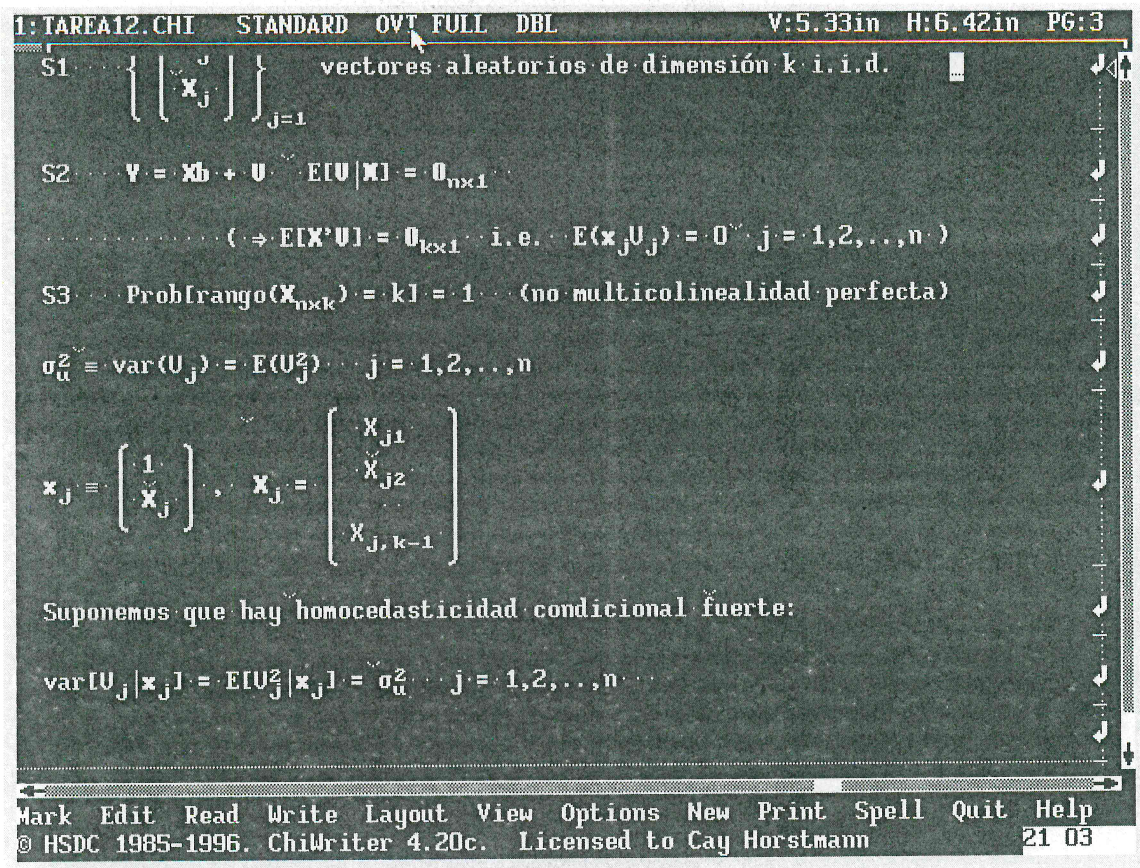
7. Problema C6, capítulo 2, pág. 57.

8. Problema C9, capítulo 2, pág. 58.

9. Homocedasticidad condicional fuerte.

S1 $\left\{\begin{bmatrix} Y_j \\ X_j \end{bmatrix}\right\}_{j=1}^{n}$ vectores aleatorios de dimensión k i.i.d.

Mark Edit Read Write Layout View Options New Print Spell Quit Help
 21:01



S1 $\left\{ \begin{bmatrix} y_j \\ \mathbf{X}_j \end{bmatrix} \right\}_{j=1}$ vectores aleatorios de dimensión k i.i.d.

S2 $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{U}$ $\quad E[\mathbf{U}|\mathbf{X}] = \mathbf{0}_{n\times 1}$

$(\Rightarrow E[\mathbf{X}'\mathbf{U}] = \mathbf{0}_{k\times 1}$ i.e. $E(\mathbf{x}_j U_j) = 0 \quad j = 1,2,..,n)$

S3 $\text{Prob}[\text{rango}(\mathbf{X}_{n\times k}) = k] = 1$ (no multicolinealidad perfecta)

$\sigma_u^2 \equiv \text{var}(U_j) = E(U_j^2) \quad j = 1,2,..,n$

$$\mathbf{x}_j = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{X}_j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_j = \begin{bmatrix} X_{j1} \\ X_{j2} \\ \cdots \\ X_{j,k-1} \end{bmatrix}$$

Suponemos que hay homocedasticidad condicional fuerte:

$\text{var}[U_j|\mathbf{x}_j] = E[U_j^2|\mathbf{x}_j] = \sigma_u^2 \quad j = 1,2,..,n$

1:TAREA12.CHI STANDARD OVT FULL DBL V:2.42in H:6.42in PG:4

i) Demostrar que si hay homocedasticidad condicional fuerte entonces

$$\operatorname{cov}(U_j^2, \psi(\mathbf{x}_j)) = 0 \quad \forall\ \psi:\mathbb{R}^k \to \mathbb{R} \text{ función boreliana.}$$

ii) Demostrar que si hay homocedasticidad condicional fuerte, entonces

$E[U_j^2 \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j'] = \sigma_u^2 E[\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j']$ $\quad j = 1,2,..,n$ (homocedasticidad condicional déb

iii) Demostrar que si $E[U_j^2 \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j'] = \sigma_u^2 E[\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j']$ (i.e. hay homocedastici

condicional débil), entonces

$$\operatorname{cov}(U_j^2, X_{ji}) = 0 \quad i = 1,2,..,k-1; \quad j = 1,2,..,n$$

$$\operatorname{cov}(U_j^2, X_{ji}^2) = 0 \quad i = 1,2,..,k-1; \quad j = 1,2,..,n$$

$$\operatorname{cov}(U_j^2, X_{ji}X_{jm}) = 0 \quad i,m = 1,2,..,k-1; \quad i \neq m; \quad j = 1,2,..,n$$

Sugerencia: Partir de

Mark Edit Read Write Layout View Options New Print Spell Quit Help

 21 05

TAREA12.CHI STANDARD OVT FULL SGL V:8.63in H:6.42in PG:4

Sugerencia: Partir de

$$\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j' = \begin{bmatrix} 1 & X_{j1} & X_{j2} & \cdots & X_{j,k-1} \\ X_{j1} & X_{j1}^2 & X_{j1}X_{j2} & \cdots & X_{j1}X_{j,k-1} \\ X_{j2} & X_{j1}X_{j2} & X_{j2}^2 & \cdots & X_{j2}X_{j,k-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{jk-1} & X_{j1}X_{j,k-1} & X_{j2}X_{j,k-1} & \cdots & X_{j,k-1}^2 \end{bmatrix}_{k\times k}$$

Mark Edit Read Write Layout View Options New Print Spell Quit Help

 21 07