НИЯУ МИФИ, факультет Кибернетики, Каф. 17

Компьютерная обработка изображений

Лекция 9: Детектирование границ.

Сафонов И.В., Крыжановский К.А., Егорова М.А.

2012

1

Что такое граница?

Границей (*edge*) или *контурным перепадом* или *контуром* на изображении считается пространственно протяженный перепад (резкое изменение) значений яркости (интенсивности).

Поиск границ требует операции фильтрации, в результате которой будут обнаружены резкие изменения яркости (интенсивности) и подавлены области с постоянным значением. После фильтрации требуется некая пороговая обработка для обнаружения границы как бинарного изображения.

Исходное изображение

Изображение границ

Поиск границ, как правило, основан на дифференцировании. Для изображений помимо величины первой и/или второй производной часто имеет значение ориентация (направление) границы.

2

Классификация фильтров поиска границ

Границы относятся к ВЧ сигналам, соответственно для их обнаружения (детектироваения, выделения, подчеркивания) используют ФВЧ и полосовые фильтры.

Фильтры детектирования границ

Линейные

- Лапласианы
- Курсовые (направленные фильтры)
- Лапласиан Гауссиана (LoG, Laplacian of Gaussian)
- Разность Гауссианов (DoG, Difference of Gaussians)

Нелинейные

- Цифровые градиенты
- Робертса
- Собеля
- Превитта
- Уоллеса
- Кирша
- Канни

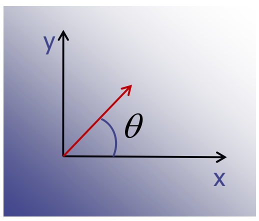
…

3

Градиент

Градиент позволяет обнаружить границу независимо от ее ориентации. Градиент – это вектор, ориентированный по направлению наиболее быстрого возрастания функции f(x,y):

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{e}_y$$



Направление градиента по отношению к оси x:

$$\theta(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

Величина (значение, модуль) градиента может быть вычислена несколькими способами:

$$|\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \qquad |\nabla f| = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \qquad |\nabla f| = \max\left\{\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|, \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\right\} \qquad |\nabla f| = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right]/2$$

$$|\nabla f| = \max\left\{\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|, \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\right\} + \frac{1}{4}\min\left\{\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|, \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\right\}$$

4

Аппроксимация частных производных

В случае цифровых изображений частные производные аппроксимируются конечными разностями.
Конечная разность порядка *p* вычисляется:

$$\Delta^p f(x) = \Delta^{p-1} f(x+1) - \Delta^{p-1} f(x)$$

Различают три конечные разности первого порядка точности:

Левая	Правая	Центральная
$f(x) - f(x-\Delta x),$	$f(x+\Delta x) - f(x)$	$f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)$

Центральная конечная разность второго порядка точности:

$$f(x+2\Delta x) - 2f(x-\Delta x) + f(x)$$

Частная производная по определению: $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x},$

Аппроксимация частной производной с помощью центральной конечной разности первого порядка точности для изображения:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong \frac{f(x+1,y) - f(x-1,y)}{2},$$

Частную производную можно выразить и с помощью других конечных разностей.

5

Цифровой градиент

Вычисление частной производной по направлению можно представить как свертку со следующими ядрами:

Левая	Правая	Центральная
$(-1 \quad 1.)$	$(-1. \quad 1)$	$1/2(-1 \quad 0 \quad 1)$

Таким образом, можно найти величину градиента в точке (x,y):

$$G(x,y) = \sqrt{[f(x+1,y) - f(x,y)]^2 + [f(x,y+1) - f(x,y)]^2}$$

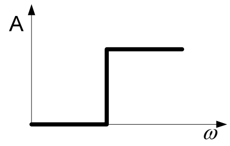
$f(x,y)$ $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ $|\nabla f|$

6

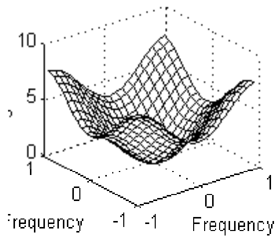
Линейные ФВЧ: АЧХ

Свертка реализует <u>фильтр высоких частот</u> (ФВЧ, *High-pass Filter, LPF*) в том случае, когда сумма элементов ядра свертки равна 0, в ядре должны быть как положительные так и отрицательные элементы.

АЧХ одномерного идеального ФВЧ



АЧХ двумерного ФВЧ



Высокие частоты – это различного рода помехи, текстуры, контурные перепады (границы). Низкие частоты – это плавные изменения яркости.
Линейные ФВЧ называют также дифференцирующими фильтрами.

Лапласиан

В непрерывном случае, оператор Лапласса:

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$$

В дискретном случае, вторые частные производные аппроксимируются дискретными разностями второго порядка:

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} \cong f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y), \quad \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \cong f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1)$$

Суммируя разности второго порядка получаем ядра свертки:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Результат свертки с данными ядрами может принимать как положительные так и отрицательные значения, поэтому, в операторе выделения контуров следует использовать пороговое отсечение или взять абсолютное значение.

Курсовые/направленные фильтры

Иногда требуется детектировать границы определенной ориентации. Существует ряд курсовых (*compass*) фильтров, получивших названия сторон света. Данные фильтры используют следующие ядра свертки:

Север
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Восток
$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Юг
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Запад
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Северо-восток
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

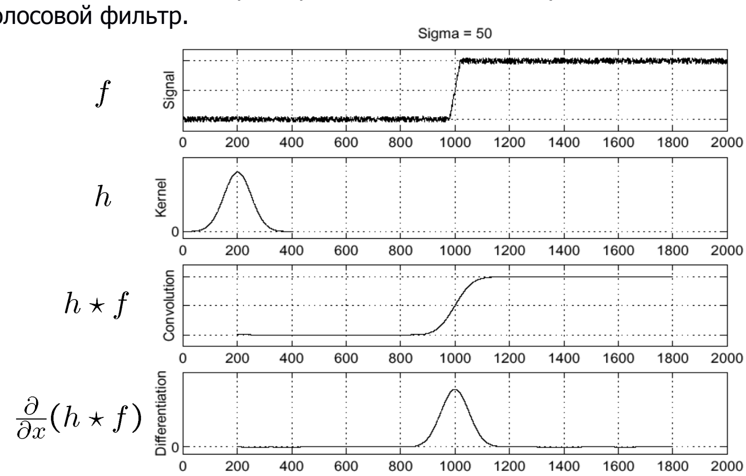
Юго-восток
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Юго-запад
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Северо-запад
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Влияние шума

ФВЧ помимо обнаружения границ выделяют большое количество шумовых пикселов. Поэтому целесообразно предварительно подавить шумы с помощью ФНЧ. Для линейных фильтров ФНЧ и ФВЧ могут быть объединены в один полосовой фильтр.



Лапласиан Гауссиана (LoG)

Повысить помехоустойчивость дифференциальных методов можно предварительно сгладив значения яркости. Широкое расспространение получил фильтр Лапласиан Гауссиана (LoG, Laplacian of Gaussian) или оператор Marr-Hildreth.

$$f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \qquad \nabla^2 f(x,y)=\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$$

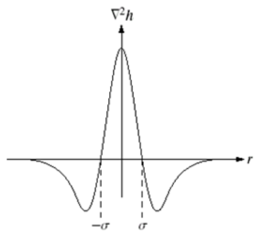
0	0	−1	0	0
0	−1	−2	−1	0
−1	−2	16	−2	−1
0	−1	−2	−1	0
0	0	−1	0	0

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=-\frac{2x}{2\sigma}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \qquad \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}=-\frac{2y}{2\sigma}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}=-\frac{1}{\sigma^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}+(-\frac{x}{\sigma^2}\cdot(-\frac{x}{\sigma^2})e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}})=\frac{x^2-\sigma^2}{\sigma^4}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}=-\frac{1}{\sigma^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}+(-\frac{y}{\sigma^2}\cdot(-\frac{y}{\sigma^2})e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}})=\frac{y^2-\sigma^2}{\sigma^4}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$\nabla^2 f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{\sigma^4}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



Поиск пересечения нулевого уровня

Для обнаружения границы как бинарного изображения широко используется алгоритм поиска пересечения нуля или нулевого уровня (zero-crossing).

Пиксел *(r,c)* считают относящимся к границе при выполнении одного из следующих условий:

$$(|I_e(r,c)-I_e(r,c+1)|\ge T \quad \& \quad I_e(r,c)<0 \quad \& \quad I_e(r,c+1)>0)$$

$$(|I_e(r,c)-I_e(r,c-1)|\ge T \quad \& \quad I_e(r,c)<0 \quad \& \quad I_e(r,c-1)>0)$$

$$(|I_e(r+1,c)-I_e(r,c)|\ge T \quad \& \quad I_e(r,c)<0 \quad \& \quad I_e(r+1,c)>0)$$

$$(|I_e(r-1,c)-I_e(r,c)|\ge T \quad \& \quad I_e(r,c)<0 \quad \& \quad I_e(r-1,c)>0)$$

Автоматический порог T для zero-crossing обычно определяют как:

$$T=\frac{3}{4\cdot W\cdot H}\sum_{r=1}^{H}\sum_{c=1}^{W}|I_e(r,c)|$$

где I_e – результат фильтрации LoG, W – ширина изображения, H – высота изображения.

LoG + zero-crossing

Исходное изображение

Результат LoG фильтрации

Zero-crossing с автоматическим определением порога

13

Разница гауссианов (DoG)

Еще одним примером полосового фильтра является разность (или разница) гауссианов (DoG, Difference of Gaussians):

$$G_{\sigma 1}(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1{}^2}}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1{}^2}} \quad G_{\sigma 2}(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2{}^2}}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_2{}^2}}$$

$$g_1(x,y)=G_{\sigma 1}(x,y)\otimes f(x,y)$$

$$g_2(x,y)=G_2(x,y)\otimes f(x,y)$$

$$g_1(x,y)-g_2(x,y)=G_{\sigma 1}(x,y)\otimes f(x,y)-G_{\sigma 2}(x,y)\otimes f(x,y)$$
$$=[G_{\sigma 1}(x,y)-G_2(x,y)]\otimes f(x,y)=DoG\otimes f(x,y)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & -3 & -3 & -2 & 0 \\ -1 & -3 & 5 & 5 & 5 & -3 & -1 \\ -1 & -3 & 5 & 16 & 5 & -3 & -1 \\ -1 & -3 & 5 & 5 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & -3 & -3 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$DoG\otimes f(x,y)=G_1(x,y)-G_2(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1}{\sigma_1}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1{}^2}}-\frac{1}{\sigma_2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_2{}^2}}\right]$$

14

Пример DoG фильтра

Отношение СКО в пределах от 1 до 2 дает хороший результат для нахождения границ. Рекомендуемое отношение: $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \approx 1.6$

Исходное изображение

Результат DoG фильтрации (яркость нормализована на весь диапазон)

Пороговое отсечение для результата DoG

Нелинейные фильтры

В нелинейных фильтрах Робертса (Roberts), Превитта (Prewitt), Собеля (Sobel) используются различные варианты конечных разностей *Dx* и *Dy* в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Затем конечные разности используются для вычисления величины (амплитуды) границы как:

$$A = \sqrt{D_x^{\,2} + D_y^{\,2}}$$

или

$$A = | D_x + D_y |$$

а также направления границы:

$$O = arctg(D_y / D_x)$$

Существуют и более сложные способы детектирования границ, которые состоят из нескольких этапов обработки. Одним из лучших способов такого типа считается фильтр Канни (или Кэнни, Canny).

Фильтр Робертса

В фильтре Робертса частные производные аппроксимируются диагональными разностями:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong f(x,y) - f(x-1,y-1), \qquad \frac{\partial f}{\partial y} \cong f(x,y-1) - f(x-1,y),$$

которым соответствуют ядра свертки: $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1. \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0. \end{pmatrix}$

Оператор Робертса:

$$G(x,y) = \sqrt{[f(x,y) - f(x-1,y-1)]^2 + [f(x,y-1) - f(x-1,y)]^2}$$

Исходное изображение

Пороговое отсечение для результата фильтра Робертса

17

Фильтр Превитта

Оператор Превитта (или Прэвитта) можно представить как:

$$D_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A = \sqrt{D_x{}^2 + D_y{}^2}$$

Исходное изображение

Пороговое отсечение для результата фильтра Превитта

18

Фильтр Собеля

Оператор Собеля можно представить как:

$$D_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A = \sqrt{{D_x}^2 + {D_y}^2} \qquad O = arctg(D_y / D_x)$$

Исходное изображение

Пороговое отсечение для результата фильтра Собеля

Способ детектирования границ Канни

Алгоритм Канни (или Кэнни, Canny) состоит из следующих шагов:

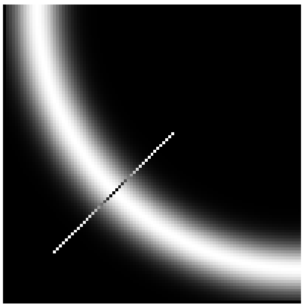
1. Размытие
2. Определение величины и направления градиента
3. Немаксимальное подавление (non-maximum suppression)
4. Двойная пороговая обработка (hysteresis thresholding)
5. Прослеживание границы как связной области

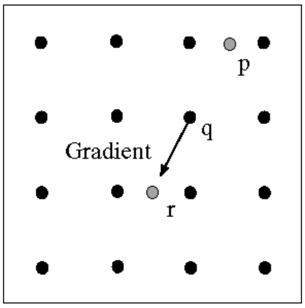
Исходное изображение

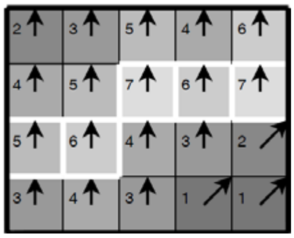
Результат алгоритма Канни

Немаксимальное подавление

1. Округлить направление градиента до ближайшего угла кратного 45 градусам.
2. Сравнить “силу границы” (величину градиента) текущего пиксела с силой границы двух соседних пикселов по направлению градиента и против направления градиента.
3. Если сила границы текущего пиксела больше, то значение сохраняется, иначе – подавляется.







Двойной порог и прослеживание границы

Рассматривается 2 пороговых значения, которые отличаются в 2-3 раза.

• Если значение градиента некоторого пиксела больше наибольшего порога, то пиксел сильный (strong) и является пикселом границы.

• Если значение градиента некоторого пиксела меньше наименьшего порога, то пиксел не относится к границе и подавляется.

• Если значение градиента некоторого пиксела находится между двумя порогами, то пиксел слабый (weak)

• Слабые пикселы признаются пикселами границы в том случае если они связаны (соседствуют) с сильными пикселами