НИЯУ МИФИ, факультет Кибернетики, Каф. 17

Компьютерная обработка изображений

Лекция 11: Вычисление признаков объектов.

Сафонов И.В., Крыжановский К.А., Егорова М.А.

2012

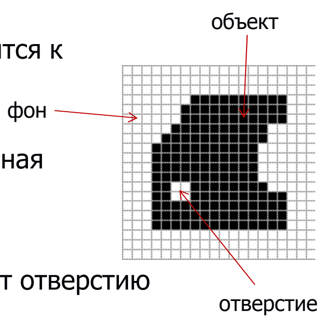
Основные определения

Объектом называется связанная область пикселов, для которых выполнились условия принадлежности к объекту.

Функция принадлежности к объекту:

$$p(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если пиксел (x,y) принадлежит объекту} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Все пикселы не относящиеся к объекту, относятся к фону.



Отверстием внутри объекта называется связанная область пикселов фона внутри объекта.

Функция принадлежности к отверстию:

$$h(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если пиксел (x,y) принадлежит отверстию} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Классификация признаков

Признаком (*feature*) объекта называется его простейшая отличительная особенность или свойство.

Различают следующие признаки:

- яркостные, цветовые (*используется гистограмма*)
- спектральные (*вычисляются по коэффициентам базисных функций преобразования Фурье*)
- текстурные (*используется гистограмма II порядка*)
- морфометрические (*описывают форму и размер объекта*)
- топологические (*инвариантные к преобразованию растяжения*)

3

Использование признаков

Для чего нужны признаки:

- классификация
- анализ
- распознавание

Почему их много:

- для каждой задачи свои. Как правило сначала применяют как можно бОльшее количество признаков, затем выбирают те, которые являются значимыми (описывают объект наилучшим образом).

4

Момент

Момент это скалярная величина, используемая для описания функции и выделения ее отличительных признаков.
С математической точки зрения момент – это проекция функции на полиномиальный базис (например, преобразование Фурье есть проекция на базис гармонических функций).

Под функцией изображения (или изображением) будем понимать кусочно непрерывную функцию p(x,y) двух перемнных, определенных на компактом множестве D и имеющую конечный ненулевой интеграл.

Двумерный момент M_{pq} функции *p(x,y)* порядка (p+q):

$$M_{pq} = \iint_D \psi_{pq}(x,y)\,p(x,y)\,dxdy,$$

где $\psi_{pq}(x,y)$ базисная функция.

5

Геометрический момент

Если базисная функция $\psi_{pq}(x,y) = x^p y^q$, то момент называют геометрическим или Декартовым:

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q p(x,y)\,dxdy$$

Двумерный момент порядка (p+q) цифрового изображения p(x, y) определяется по формуле:

$$m_{pq} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N} x^p y^q p(x,y)$$

где *M, N* размерности изображения.

Физический смысл геометрических моментов 0-го, 1-го и 2-го порядков:

m_{00} - «масса» изображения (для бинарного изображения площадь объекта)

$m_{10}/m_{00} = x_c,\ m_{01}/m_{00} = y_c$ - центр тяжести или центр масс изображения

$m_{20},\ \ m_{02}$ - распределение «массы» изображения по координатным осям

6

Центральный геометрический момент

Инвариантность к параллельному переносу можно достигнуть простым сдвигом центра масс изображения в начало координат и наоборот, сдвигом базиса в центр масс изображения. Таким образом определяется центральный геометрический момент:

$$\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(x-x_c)^p(y-y_c)^q\,p(x,y)dxdy$$

тогда дискретный ценральный геометрический момент:

$$\mu_{pq} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N}(x-x_c)^p(y-y_c)^q\,p(x,y)$$

Заметим, что всегда: $\mu_{00} = m_{00}, \quad \mu_{10} = \mu_{01} = 0$

Моменты инерции: $\mu_{20} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N}(x-x_c)^2\,p(x,y), \; \mu_{02} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N}(y-y_c)^2\,p(x,y)$

Смешанный момент инерции: $\mu_{11} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N}(x-x_c)(y-y_c)\,p(x,y)$

Нормализованный центральный геометрический момент

Инвариантность к масштабированию достигается путем нормирования на один из центральных моментов.
Как правило, в качестве нормализующего момента используют центральный момент 0-го порядка (т.к. моменты низких порядков устойчивы к шумам и легко вычисляемы).
Таким образом, нормализованный центральный геометрический момент:

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{\gamma}}, \qquad \text{где} \quad \gamma = \frac{p+q}{2}+1, \;\; \forall(p+q)\geq 2$$

Моменты инвариантные к повороту

Впервые были предложены Hu в 1962г.

$$\phi_1 = m_{20} + m_{02}$$

$$\phi_2 = (m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2$$

$$\phi_3 = (m_{30} - 3m_{12})^2 + (3m_{21} - m_{03})^2$$

$$\phi_4 = (m_{30} + m_{12})^2 + (m_{21} + m_{03})^2$$

$$\phi_5 = (m_{30} - 3m_{12})(m_{30} + m_{12})[(m_{30} + m_{12})^2 - 3(m_{21} + m_{03})^2] + \\ + (3m_{21} - m_{03})(m_{21} + m_{03})[3(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2]$$

$$\phi_6 = (m_{20} - m_{02})[(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2] + 4m_{11}(m_{30} + m_{12})(m_{21} + m_{03})$$

$$\phi_7 = (3m_{21} - m_{03})(m_{30} + m_{12})[(m_{30} + m_{12})^2 - 3(m_{21} + m_{03})^2] - \\ - (m_{30} - 3m_{12})(m_{21} + m_{03})[3(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2]$$

Если вместо геометрических моментов использовать ценральные или нормализованные геометрические моменты, то можно получить инварианты не только к повороту, но и к параллельному переносу и/или масштабированию.

9

Моменты - пример

Исходное изображение

Уменьшенное изображение

Повернутое изображение

Уменьшенное повернутое изображение

Зеркально отраженное изображение

ϕ_1	0.51973	0.518752	0.519991	0.517882	0.51973
ϕ_2	0.272884	0.271515	0.270515	0.268296	0.272884
ϕ_3	0.00572392	0.00593847	0.00576955	0.00596352	0.00572392
ϕ_4	0.00508428	0.00503683	0.0051342	0.00504606	0.00508428
ϕ_5	-2.40288e-005	-2.45007e-005	-2.46943e-005	-2.50991e-005	-2.40288e-005
ϕ_6	-0.000120821	-0.000103159	-0.000120604	-0.000102956	-0.000120821
ϕ_7	-1.32251e-005	-1.25916e-005	-1.30777e-005	-1.16734e-005	1.32251e-005

Инварианты рассчитаны по нормализованным центральным геометрическим моментам.

10

Морфометрические признаки

Площади и периметры

Размеры

Расположение и ориентация

Коэффициенты формы

Площади и периметры - 1

Площадь S - сумма всех пикселов объекта:

$$S = \sum_{x,y} p(x,y)$$

Полная площадь S_o - сумма всех пикселов объекта и всех пикселов отверстий внутри объекта:

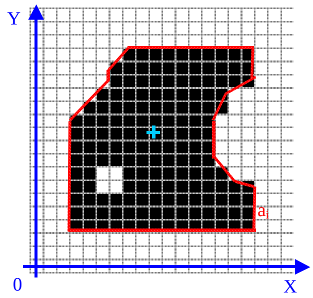
$$S_o = \sum_{x,y} p(x,y) + h(x,y)$$

Площадь отверстий S_h - сумма всех пикселов отверстий внутри объекта:

$$S_h = \sum_{x,y} h(x,y)$$

Площадь выпуклой оболочки S_c - площадь минимального по площади выпуклого многоугольника, содержащего все пикселы объекта.
Для нахождения выпуклого многоугольника используется алгоритм "заворачивания подарка"

Площади и периметры - 2



Периметр P - сумма длин отрезков прямой a_i, которые аппроксимируют внешнюю границу объекта:

$$P = \sum_i a_i$$

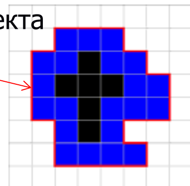
Периметр выпуклой оболочки P_c - периметр минимального по площади выпуклого многоугольника, содержащего все пикселы объекта.

Количество отверстий N_p - количество связных областей фона внутри объекта

13

Площади и периметры - 3

Функция вычисляет периметр 'ступенчатой' границы объекта



Параметры функции:
img - изображение, 1 байт на пиксел, объект - белый, фон черный
width, height - размеры изображения
objX, objY - координаты любой точки внутри объекта

Нумерация направлений:

3 2 1
4 X 0
5 6 7

```
int CountObjPerimeter( const BYTE* img, int width, int height, int objX, int objY ) {
const int disp[8][2] =
   {   { 1, 0}, { 1,-1}, { 0,-1},
       {-1,-1},          {-1, 0},
       {-1, 1}, { 0, 1}, { 1, 1} }; // Таблица смещений для направлений

   if( img[objY * width + objX] == 0 )
       return 0;   // Не нашли объект

   // Ищем граничную точку объекта
   while( objY > 0 && img[(objY - 1) * width + objX] != 0 )
       --objY;
   int x = objX, y = objY; // Текущая точка
```

14

Площади и периметры - 4

```
// Изменения индекса направления при повороте
   const int turnRight = -1,   // Вправо
             turnLeft  = 3;    // Влево
   const int numNeightbours = 8;

// Если используется критерий связности, равный 4, то rightTurn=-2; leftTurn=2;
//numNeightbours=4
   const int initDir = (2 - turnLeft) & 7; // Начальное направление движения по границе объекта
   int dir = initDir;          // Направление движения
   int dirFirstEdge = -1;      // Направление при добавлении первой кромки пиксела
   int perimeter = 0;
   bool startFound = false;

   while( !startFound ) {     // Работаем пока не вернемся в начальную точку
      dir = (dir + turnLeft) & 7;     // Пробуем повернуть налево от текущего направления
      int turnCount = 0;
      while( turnCount < numNeightbours ) {
         int tx = x + disp[dir][0],  // Координаты пиксела для проверки
            ty = y + disp[dir][1];
         if( tx >= 0 && tx < width &&
            ty >= 0 && ty < height &&
            img[ty * width + tx] != 0 )
            break;  // Нашли следующий пиксел объекта
```

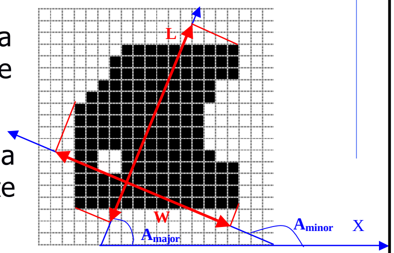

Площади и периметры - 5

```
 // Пиксел снаружи изображения или не принадлежит объекту, т.е. нашли кромку объекта
         if( (dir & 1) == 0 )
         {
            // Перешагнули вертикальную или горизонтальную кромку объекта
            if( x == objX && y == objY && dir == dirFirstEdge )
            {
              startFound = true; // Вернулись в начальную точку объекта
               break;
            }
            if( dirFirstEdge < 0 )
               dirFirstEdge = dir;     // Запоминает направление начальной кромки
           perimeter += 1; // Добавляем к периметру длину кромки, которую перешагнули
         }
         dir = (dir + turnRight) & 7;    // Поворачиваем направо
         ++turnCount;
      }
      if( turnCount >= numNeightbours )   // Объект состоит из одного пиксела
         startFound = true;
      x += disp[dir][0],  // Переходим к следующему пикселу объекта
      y += disp[dir][1];
   }
   return perimeter;
}
```

Размеры - 1

Длина *L* - длина проекции объекта на большую ось эллипса, имеющего такие же моменты инерции, как и объект.

Ширина *W* - длина проекции объекта на малую ось эллипса, имеющего такие же моменты инерции, как и объект.



Длина эквивалентная *Leq* - длина большой оси эллипса, имеющего такие же моменты инерции, как и объект:

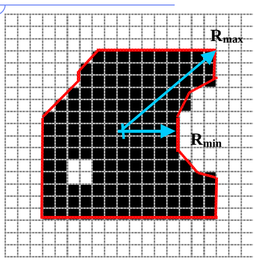
$$L_{eq} = 2\sqrt{\frac{2(\mu_{20} + \mu_{02} + \sqrt{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}{}^2})}{\mu_{00}}}$$

Ширина эквивалентная *Weq* - длина малой оси эллипса, имеющего такие же моменты инерции, как и объект:

$$W_{eq} = 2\sqrt{\frac{2(\mu_{20} + \mu_{02} - \sqrt{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}{}^2})}{\mu_{00}}}$$

17

Размеры - 2



Радиус минимальный R_{min} - минимальное расстояние от центра масс до отрезков, аппроксимирующих границу объекта.

Радиус максимальный R_{max} - максимальное расстояние от центра масс до отрезков, аппроксимирующих границу объекта.

Радиус экв. R_{eq} - радиус круга с площадью S:

$$R_{eq} = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

Диаметр экв. D_{eq} - диаметр круга с площадью S:

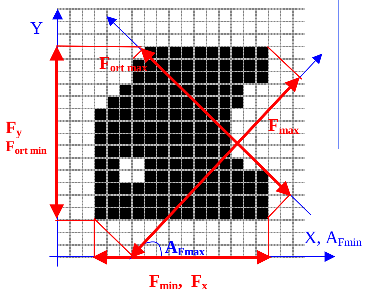
$$D_{eq} = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

18

Размеры – Диаметры Фере (Feret)

Диаметр Фере максимальный F_{max} - максимальная из длин проекций на 64 оси. Оси направлены под углами π*i/64, где I=0..63.

Диаметр Фере минимальный F_{min} - минимальная из длин проекций на 64 оси.



Диаметр Фере средний F_{avg} - среднее из длин проекций на 64 оси.

Диаметр Фере горизонтальный F_x - длина проекции на ось X

Диаметр Фере вертикальный F_y - длина проекции на ось Y.

Диаметр Фере ортогональный максимальный $F_{ort\ max}$ -длина проекции на ось ортогональную оси, длина проекции на которую максимальна

Диаметр Фере орт. мин. $F_{ort\ min}$ - длина проекции на ось ортогональную оси, длина проекции на которую минимальна.

19

Размеры - 4

Длина ленты L_r - характеризует размер большей стороны прямоугольника, у которого одна сторона много больше другой:

$$L_r = \frac{P + \sqrt{P^2 - 16S}}{4}$$

Ширина ленты W_r - характеризует размер меньшей стороны прямоугольника, у которого одна сторона много больше другой:

$$W_r = \frac{P - \sqrt{P^2 - 16S}}{4}$$

Диаметр Мартина гориз. M_x - длина горизонтальной хорды объекта, разбивающей объект на 2 части равной площади.

Диаметр Мартина верт. M_y - длина вертикальной хорды объекта, разбивающей объект на 2 части равной площади

20

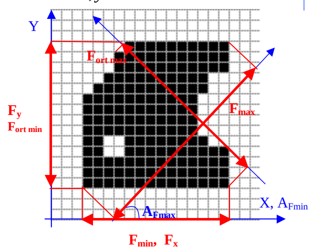
Расположение и ориентация

Центр масс (X) *xc* - X координата центра масс объекта:

$$xc = \sum_{x,y} x \cdot p(x,y)/S$$

Центр масс (Y) *yc* - Y координата центра масс объекта:

$$yc = \sum_{x,y} y \cdot p(x,y)/S$$



Угол макс. диаметра Фере, A_{Fmax} - угол оси, длина проекции на которую максимальна

Угол мин. диаметра Фере, A_{Fmin} - угол оси, длина проекции на которую минимальна

Угол большой оси A_{major} - угол ориентации большой оси эллипса, имеющего такие же моменты инерции, как и объект:

$$A_{major} = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}}\right)$$

Угол малой оси, A_{minor} - угол ориентации малой оси эллипса, имеющего такие же моменты инерции, как и объект:

$$A_{minor} = A_{major} + \frac{\pi}{2}.$$

21

Коэффициенты формы - 1

Коэффициент округлости 1, K_{r1} - отношение периметра объекта к периметру круга с той же площадью. Для круга близок к 1.

$$K_{r1} = \frac{P}{2\sqrt{\pi S}}.$$

Коэффициент округлости 2, K_{r2} - отношение момента инерции объекта к моменту инерции круга с той же площадью. Для круга близок к 1.

$$K_{r2} = \frac{2\pi \cdot \mu_{11}}{S^2}.$$

Коэффициент эллиптичности, K_e - отношение площади объекта к площади эллипса, имеющего такие же моменты инерции, как и объект. Для эллипса близок к 1.

$$K_e = \frac{4S}{\pi \cdot L_{eq} W_{eq}}.$$

Коэффициент компактности, K_a - отношение площади объекта к площади описанного вокруг него круга:

$$K_a = \frac{4S}{\pi \cdot F_{avg}^2}.$$

22

Коэффициенты формы - 2

Коэффициент удлинения 1, K_{l1} - отношение максимального и минимального диаметров Фере объекта:

$$K_{l1} = \frac{F_{\max}}{F_{\min}}$$

Коэффициент удлинения 2, K_{l2} - отношение эквивалентных длины и ширины объекта:

$$K_{l2} = \frac{L_{eq}}{W_{eq}}$$

Коэффициент выпуклости K_c - отношение площади к площади выпуклой оболочки:

$$K_c = \frac{S}{S_c}$$

Коэффициент извилистости, K_s - отношение периметра к периметру выпуклой оболочки:

$$K_c = \frac{P}{P_c}$$

Коэффициент заполненности, K_f- отношение площади объекта к площади описывающего прямоугольника:

$$K_f = \frac{S}{F_{\max} F_{\min}}$$

Коэффициент плотности, K_h - отношение площади к полной площади объекта:

$$K_h = 1 - \frac{S}{S_o}$$

Топологические признаки - 1

Число объектов $\boldsymbol{N_o}$

Площадь области интереса, $\boldsymbol{S_r}$ - специально выделенная область на изображении, внутри которой ищутся объекты, или все изображение

Суммарная площадь объектов, $\boldsymbol{S_o}$:

$$S_o = \sum_{i=1}^{No} S_i$$

Коэффициент заполнения, $\boldsymbol{K_{fg}}$ - отношение суммарной площади всех объектов к площади области интереса:

$$K_{fg} = \sum_{i=1}^{No} S_i / S_r$$

Концентрация, $\boldsymbol{C}$ - отношение числа объектов к площади области интереса:

$$C = \frac{N_o}{S_r}$$

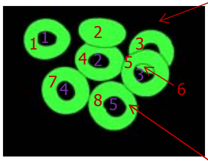
Число Эйлера, $\boldsymbol{E}$ - число объектов минус число отверстий внутри объектов:

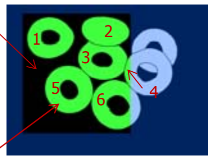
$$E = N_o - \sum_{i=1}^{No} N_p^i$$

Топологические признаки - 2

Исходное изображение

Область интереса





Объекты

	Все изображение	Область интереса
N_o	8	6
S_r	12 000 000 кв. пикселов	5 110 000 кв. пикселов
S_o	3 510 000 кв. пикселов	2 540 000 кв. пикселов
K_{fg}	0.292	0.497
C	6.67e-007 шт./кв. пиксел	1.17e-006 шт./кв. пиксел
E	3	2

Вычисление признаков без маркировки связных компонент - 1

Площадь, число объектов (связных компонент), число Эйлера могут быть вычислены без разметки связных компонент.

Для этого всё изображение разбивается на перекрывающиеся окна размером 2x2 пиксела. Возможно 16 различных вариантов таких окон, называемых также двоичными четверками. Все возможные двоичные четверки разбиваются на следующие 6 групп:

$$Q_0: \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_1: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_2: \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_3: \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_4: \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q_5: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Вычисление признаков без маркировки связных компонент - 2

Пусть $n(Q_i)$ - количество двоичных четверок i-ой группы, найденных на изображении, тогда:

Площадь: $S = \frac{1}{4}n(Q_1) + \frac{1}{2}n(Q_2) + \frac{7}{8}n(Q_3) + n(Q_4) + \frac{3}{4}n(Q_5)$

Периметр : $P = n(Q_2) + \frac{1}{\sqrt{2}}[n(Q_1) + n(Q_3) + 2n(Q_5)]$

Количество 4-х связных объектов на изображении определяется по формуле: $No = \frac{1}{4}[n(Q_1) - n(Q_3)]$

Для 4-х связных объектов число Эйлера определяется по формуле: $E_4 = \frac{1}{4}[n(Q_1) - n(Q_3) + 2n(Q_5)]$

Для 8-х связных объектов число Эйлера определяется по формуле: $E_8 = \frac{1}{4}[n(Q_1) - n(Q_3) - 2n(Q_5)]$