

Компьютерная обработка изображений

Лекция 2: Анализ изображений.

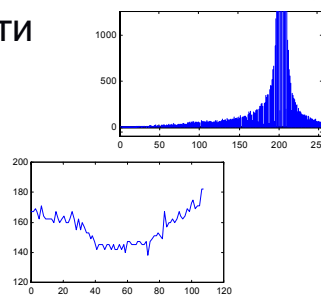
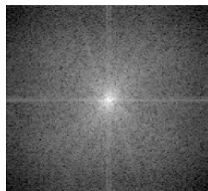
Сафонов И.В., Крыжановский К.А., Егорова М.А.

2011

1

Инструменты или средства анализа изображений

- Гистограммы и гистограммные признаки
- Матрицы совместной встречаемости
- Проекции
- Профили интенсивности
- Спектр Фурье



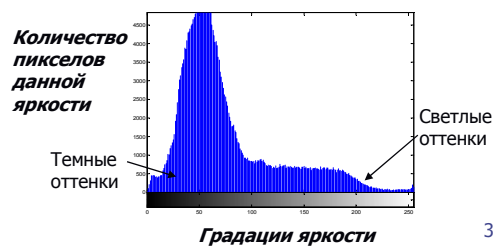
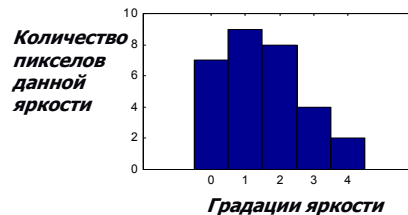
Все рассматриваемые средства могут применяться как к целому изображению, тогда говорят о глобальном анализе, так и к любому фрагменту изображения, тогда говорят о локальном анализе

2

Гистограмма яркости

Гистограмма яркости – столбчатая диаграмма, которая для каждой градации яркости показывает сколько раз в изображении присутствует пиксел данной яркости.

```
1 0 4 0 2 3
3 2 1 0 1 3
0 2 0 1 1 0
4 2 2 1 2 0
1 2 2 1 1 3
```



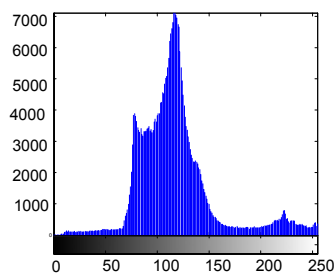
3

Плотность вероятности

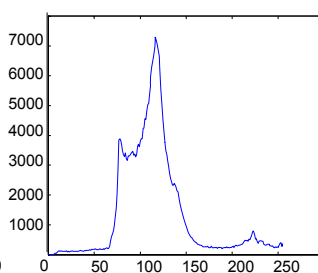
Пусть N – количество пикселей в изображении, а H – гистограмма. Тогда $P(j) = H(j) / N$ вероятность того, что в изображении есть пиксел с яркостью j



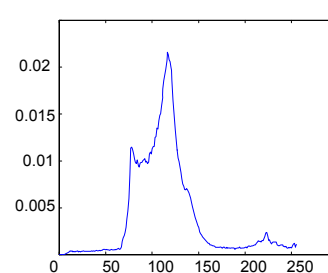
Гистограмма



Огибающая гистограммы



Плотность вероятности



4

Гистограммные признаки (1)

Так как гистограмма может рассматриваться как плотность вероятности, то для описания изображения используются традиционные статистические признаки (моменты)

Математическое ожидание (*mean*) – среднее значение:

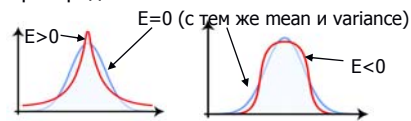
$$\bar{I} = \sum_{j=0}^{B \max} j \cdot P(j), \text{ где } B \max - \text{максимальное значение яркости}$$

Дисперсия (*variance*) - мера разброса значений:

$$\sigma^2 = \sum_{j=0}^{B \max} (j - \bar{I})^2 P(j), \quad \sigma - \text{среднеквадратичное отклонение}$$

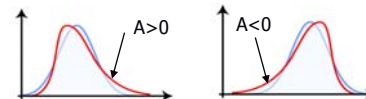
Коэффициент эксцесса (*kurtosis*) - мера остроты пика распределения:

$$E = \frac{1}{\sigma^4} \sum_{j=0}^{B \max} (j - \bar{I})^4 P(j) - 3$$



Коэффициент асимметрии (*skewness*) - величина, характеризующая 'скошенность' распределения

$$A = \frac{1}{\sigma^3} \sum_{j=0}^{B \max} (j - \bar{I})^3 P(j)$$



5

Гистограммные признаки (2)

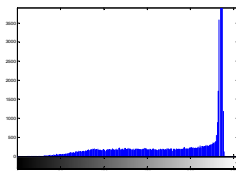
Энергия или однородность (*Uniformity*) – характеризует наличие пиков или, наоборот, равномерность гистограммы:

$$E_n = \sum_{j=0}^{B \max} P^2(j) \quad \text{энергия минимальна для равномерной гистограммы}$$

Энтропия (*Entropy*) – также характеризует наличие пиков

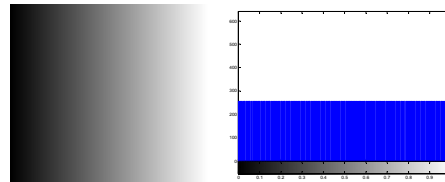
$$H_n = - \sum_{j=0}^{B \max} P(j) \cdot \log_2 P(j) \quad \text{энтропия максимальна для равномерной гистограммы}$$

Figure 21. On the left, a grayscale image of a document page. On the right, a histogram of the image. The histogram shows a sharp peak at the value 255, indicating that most of the pixels in the image are white. The energy E_n is 0.087 and the entropy H_n is 5.4.



$$E_n = 0.087$$

$$H_n = 5.4$$



$$E_n = 0.004$$

$$H_n = 8.0$$

6

Пример анализа по среднему и с.к.о.

Определите, какому из 3-х изображений соответствует каждая пара математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение

мат. ожидание	с.к.о.
145.9	85.6
146.9	51.4
62.8	67.8

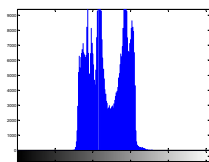
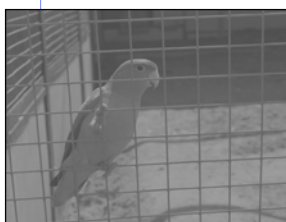


7

Оценка качества по гистограмме

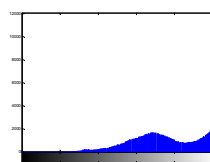
По гистограмме можно сделать ряд предположений об изображении, например, о его качестве

Низкий контраст



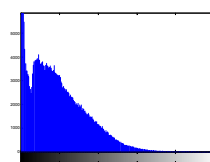
"Узкая" гистограмма, не используется весь динамический диапазон

Переэкспонированное
overexposed



Гистограмма смещена вправо, отсутствуют тёмные оттенки

Недоэкспонированное
underexposed

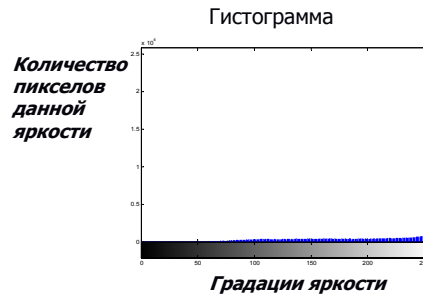


Гистограмма смещена влево, отсутствуют светлые оттенки

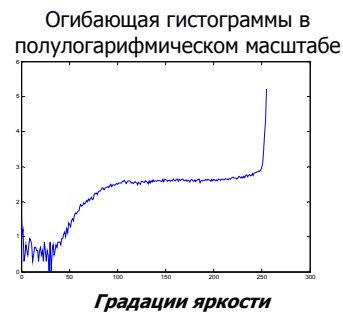
8

Гистограмма в полулогарифмическом масштабе

У некоторых изображений может быть очень много пикселей каких-то определенных значений. На гистограмме они образуют очень высокий пик, а распределение других градаций не видно. В этом случае строят гистограмму в полулогарифмическом масштабе.



Десятичный логарифм от количества пикселей данной яркости



9

Пример вычисления гистограммы

Пример вычисления гистограммы яркости для полутонового изображения 8 bpp, строки изображения выровнены, и каждая занимает iWidthBytes байт.

```
void Histogram4Gray8bpp(const unsigned char* pImg, int iHeight, int iWidth,
                        int iWidthBytes, unsigned long* pulHist)
{
    const unsigned char *pbCurRow = pImg;
    // начальное обнуление массива гистограммы
    memset(pulHist, 0, 256*sizeof(*pulHist));
    for (int y = 0; y < iHeight; ++y)
    {
        for (int x = 0; x < iWidth; ++x)
        {
            ++pulHist[ pbCurRow[x] ];
        }
        pbCurRow += iWidthBytes;
    }
}
```

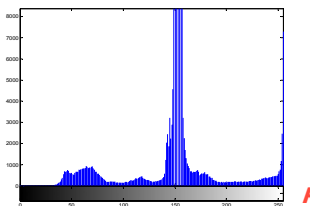
10

Гистограммы интенсивности цветowych каналов

Для цветowych составляющих пиксела также могут быть построены гистограммы

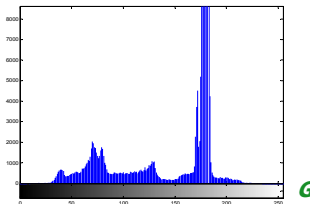


*Гистограмма
красного
цвета*



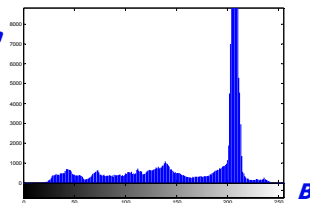
R

*Гистограмма
зеленого
цвета*



G

*Гистограмма
синего
цвета*



B

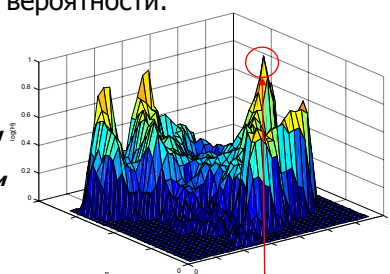
11

Многомерные гистограммы цветowych каналов

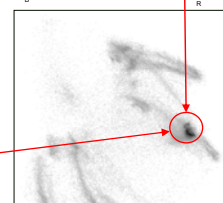
Для цветowych изображений могут быть построены многомерные гистограммы. Двумерные гистограммы при нормировке на количество пикселов могут трактоваться как условные вероятности.



*Двумерная
гистограмма
RB-каналов в
виде поверхности
в полу-
логарифмическом
масштабе*



*Двумерная
гистограмма
RB-каналов в
виде
изображения
(матрицы) в полу-
логарифмическом
масштабе*



Наибольший пик соответствует фону фото

12

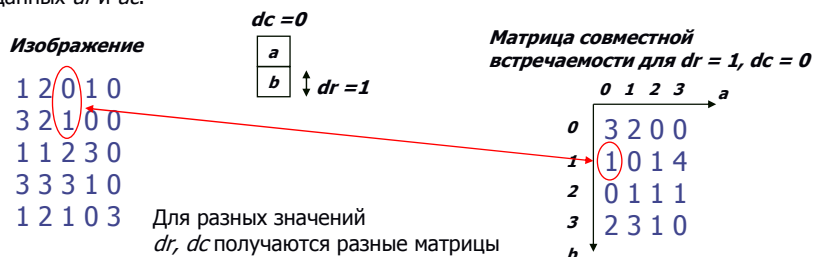
Матрицы совместной встречаемости (1)

Матрица совместной встречаемости (*co-occurrence matrix*) содержит количество случаев совместного появления определенных пар значений пикселей, находящихся на заданном расстоянии dr и dc . В литературе *co-occurrence matrix* также называют матрицей вхождений и гистограммой второго порядка.

$$P_{(dr,dc)}(a,b) = \frac{N_S(a,b)}{N_T}$$

Условная вероятность того, что пиксел имеет значение a , при условии, что на dr строк и dc столбцов от него находится пиксел со значением b .

$N_S(a,b)$ – число пар пикселей, таких что: $I(r, c) = a$ И $I(r+dr, c+dc) = b$,
 a, b из $[0, Bmax]$, N_T – общее количество пар пикселей, которые могут существовать при заданных dr и dc .

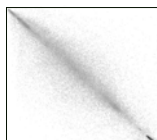


13

Матрицы совместной встречаемости (2)

Матрицы совместной встречаемости используют для обнаружения текстур, т.е. изображений состоящих из регулярно повторяющихся фрагментов.

Фотореалистичное изображение



Искусственная идеальная текстура

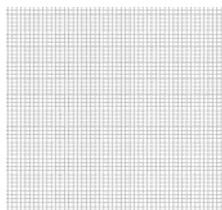
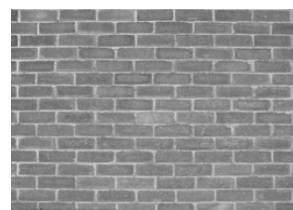


Фото искусственной текстуры в естественных условиях



Для фотореалистичных изображений значения в матрицах совместной встречаемости вытянуты вдоль главной диагонали, для текстур значения сгруппированы в несколько пиков.

14

Текстурные признаки

Признаки, вычисляемые по матрице совместной встречаемости, используются для детектирования текстур.

Автокорреляция:

$$B_A = \sum_{a=0}^{B \max} \sum_{b=0}^{B \max} a \cdot b \cdot P(a, b)$$

Ковариация:

$$B_C = \sum_{a=0}^{B \max} \sum_{b=0}^{B \max} (a - \bar{a}) \cdot (b - \bar{b}) \cdot P(a, b)$$

Момент инерции или контраст:

$$B_I = \sum_{a=0}^{B \max} \sum_{b=0}^{B \max} (a - b)^2 \cdot P(a, b)$$

Энергия:

$$B_E = \sum_{a=0}^{B \max} \sum_{b=0}^{B \max} P^2(a, b)$$

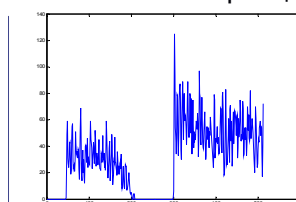
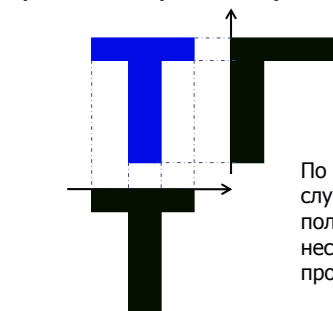
Энтропия:

$$B_N = - \sum_{a=0}^{B \max} \sum_{b=0}^{B \max} P(a, b) \cdot \log_2 P(a, b)$$

15

Проекции

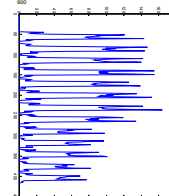
Проекция на ось – сумма пикселей на линии перпендикулярной данной оси.



Проекции широко используются при анализе изображений сканированных документов

user interface, segmentation, classification, zoning, bottom-up analysis, preview display, scanning, click and select

Digital capture (a photography/video memory of captured information during a later. For cameras are of discarding images, high-resolution camera capability that provide selecting, filtering. Appropriate preview, editing and dispatch webpage, etc.) of a photos, etc.). In this

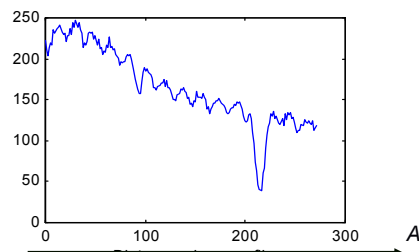
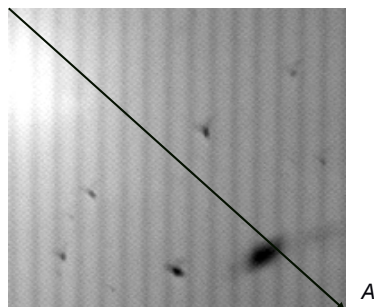


По проекциям можно восстановить изображение. В тривиальных случаях достаточно несколько проекций. Для восстановления полутоновых изображений в томографии используется несколько сотен проекций. Восстановление изображений по проекциям выполняют с помощью преобразования Радона.

16

Профили

Профиль – значения пикселей вдоль прямой (иногда кривой). Строят профили яркости и интенсивности цветовых каналов.

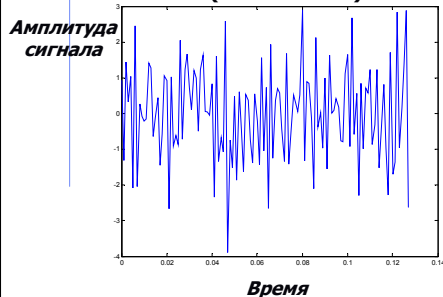


Профили используют для оценки резкости изображений, а также для оценки равномерности освещенности фона.

17

Спектр одномерного сигнала

Сигнал во временной области
(time domain)

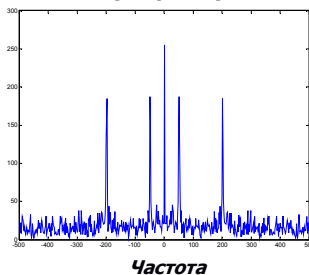


Спектр сигнала в частотной области (frequency domain)

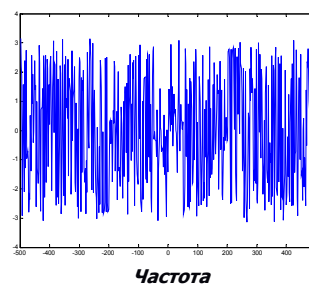
Амплитуда
(модуль)
спектра

Прямое ДПФ

Обратное ДПФ



Фаза
спектра



Прямое ДПФ
$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi kn / N) \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

Обратное ДПФ
$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp(j2\pi kn / N) \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

Амплитуда спектра $\sqrt{\text{Re}(X(k))^2 + \text{Im}(X(k))^2}$ Фаза $\arctg\left(\frac{\text{Im}(X(k))}{\text{Re}(X(k))}\right)$

Энергетический спектр $\text{Re}(X(k))^2 + \text{Im}(X(k))^2$

18

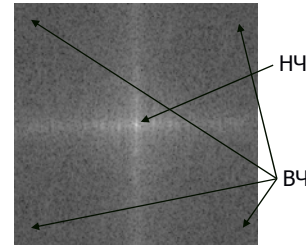
Спектр изображения

Изображение в пространственной области (*spatial domain*)

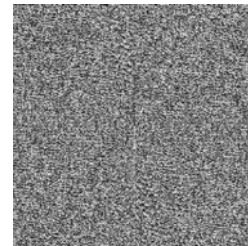


Спектр изображения в частотной области (*frequency domain*)

Логарифм амплитуды спектра



Фаза спектра



Прямое двумерное ДПФ

Обратное двумерное ДПФ

Прямое двумерное ДПФ

$$F(u, v) = \frac{1}{\sqrt{N \times M}} \sum_{r=0}^{N-1} \sum_{c=0}^{M-1} f(r, c) \exp(-j2\pi u r / N) \exp(-j2\pi v c / M)$$

Обратное двумерное ДПФ

$$f(r, c) = \frac{1}{\sqrt{N \times M}} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} F(u, v) \exp(j2\pi u r / N) \exp(j2\pi v c / M)$$

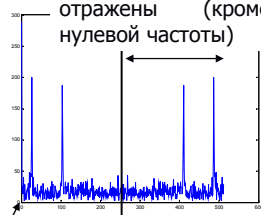
$$r = 0, 1, \dots, N-1 \quad c = 0, 1, \dots, M-1 \quad u = 0, 1, \dots, N-1 \quad v = 0, 1, \dots, M-1$$

19

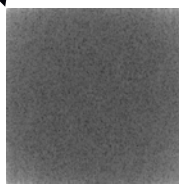
Сдвиг постоянной составляющей в центр

При вычислении ДПФ половина значений получаются одинаковыми и избыточными

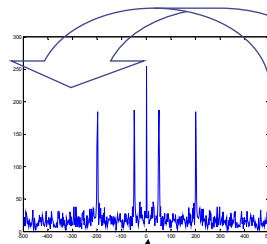
Значения зеркально отражены (кроме нулевой частоты)



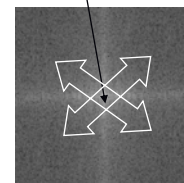
Постоянная составляющая (нулевая частота)



Для сигналов принято помещать постоянную составляющую в центр путем перестановки второй половины спектра или предварительного умножения $x(n) \times (-1)^n$



Постоянная составляющая



Для изображений постоянная составляющая и низкие частоты помещаются в центр путем перестановки местами 1-го квадранта с 3-м, а 2-го с 4-м или предварительного умножения $f(r, c) \times (-1)^{(r+c)}$

20

Построение спектра изображения

Вычислительная сложность двумерного ДПФ $O(N^2)$ для изображения размера $M \times N$. Это очень много, поэтому на практике используют алгоритм Быстрого Преобразования Фурье (БПФ, *Fast Fourier Transform, FFT*) и сепарабельность (разделимость) ДПФ, т.е. возможность выполнить одномерные БПФ для строк, затем столбцов изображения.

Существует несколько алгоритмов БПФ. Для каждой конкретной платформы может быть выбран свой наиболее эффективный алгоритм. В качестве примера ниже рассмотрен БПФ с прореживанием по времени (*Decimation In Time, DiT*). Данный алгоритм выполняет обработку массивов с размером равным степени двух.

Алгоритм ПФ для полутоновых изображений со сложностью $O((Z \log_2 Z)^2)$:

- дополняем изображения строками и столбцами нулей до размера $Z \times Z$, где Z – степень двух
- выполняем БПФ для строк
- выполняем БПФ для столбцов
- переставляем квадранты для сдвига постоянной составляющей в центр

21

БПФ с прореживанием по времени (1)

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi kn / N)$$

далее опустим множитель $1/N$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}, \quad W = \exp(-j2\pi / N)$$

$$X(k) = \sum_{\substack{n=0 \\ n \text{ четное}}}^{N-1} x(n) W_N^{nk} + \sum_{\substack{n=0 \\ n \text{ нечетное}}}^{N-1} x(n) W_N^{nk}$$

$$= \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n) W_N^{2nk} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n+1) W_N^{(2n+1)k}$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_1(n) W_{N/2}^{nk} + W_N^k \sum_{n=0}^{N/2-1} x_2(n) W_{N/2}^{nk}$$

$$x_1(n) = x(2n), \quad n = 0, 1, \dots, N/2 - 1$$

$$x_2(n) = x(2n+1), \quad n = 0, 1, \dots, N/2 - 1$$

$$X(k) = X_1(k) + W_N^k X_2(k)$$

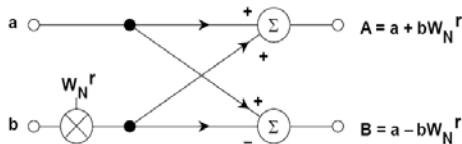
где $X_1(k)$ и $X_2(k)$ равны $N/2$ точечному ДПФ последовательностей $\{x_1(n)\}$ и $\{x_2(n)\}$ соответственно.

$$X(k) = \begin{cases} X_1(k) + W_N^k X_2(k), & 0 \leq k \leq N/2 - 1 \\ X_1(k - N/2) - W_N^{k-N/2} X_2(k - N/2), & N/2 \leq k < N \end{cases}$$

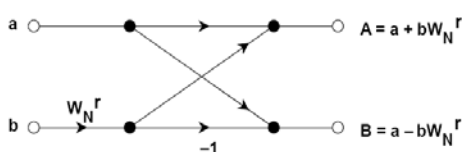
$$X(0) = X_1(0) + W_N^0 X_2(0)$$

$$X(N/2) = X_1(N/2 - N/2) - W_N^{N/2 - N/2} X_2(N/2 - N/2) = X_1(0) - W_N^0 X_2(0)$$

Схема операции "бабочка" в БПФ с прореживанием во времени



Упрощённое представление

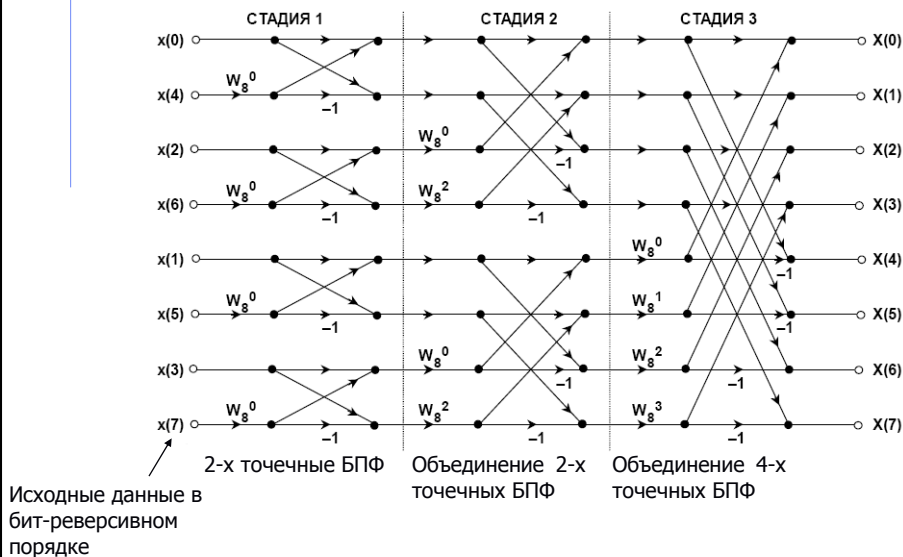


W – поворачивающий множитель (*twiddle*)

22

БПФ с прореживанием по времени (2)

Схема 8-точечного БПФ с прореживанием по времени



23

Пример БПФ (1)

Пример вычисления БПФ с прореживанием по времени для одномерного сигнала.

```
void FftDit( complex<double>* data, int size, int sizeLog2, int dir )
{
    ComplexBitReverse(data, size); // переставить в бит-реверсивном порядке
    int ptsInLeftDft, ptsInRightDft = 1;
    for ( int stage = 1; stage <= sizeLog2; ++stage )
    {
        ptsInLeftDft = ptsInRightDft; // установить ptsInLeftDFT = 2**(stage-1)
        ptsInRightDft *= 2;           // установить ptsInRightDFT = 2**stage
        complex<double> twiddle = complex<double>(1.0, 0.0); // поворачивающий множ.
        double trigArg = M_PI / ptsInLeftDft;
        // dir == 1 для прямого преобразования, dir == -1 для обратного
        complex<double> wFactor = complex<double>(cos(trigArg), -sin(trigArg)*dir);
        for( int butterflyPos = 0; butterflyPos < ptsInLeftDft; ++butterflyPos )
        {
            for(int topNode=butterflyPos; topNode < size; topNode+=ptsInRightDft )
            {
                int botNode = topNode + ptsInLeftDft;
                complex<double> temp = data[botNode] * twiddle;
                data[botNode] = data[topNode] - temp;
                data[topNode] += temp;
            } // конец цикла по topNode

            twiddle *= wFactor;
        } // конец цикла "бабочка"
    } // конец цикла stage
}
```

24

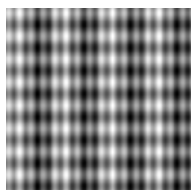
Пример БПФ (2)

```
// функция переставляет данные в массиве в бит-реверсивном порядке
void ComplexBitReverse( complex<double>* data, int size )
{
    int middle = size/2,
        revSize = size - 1,
        j = 0;
    for ( int i = 0; i < revSize; ++i )
    {
        if( i < j )
            swap( data[i], data[j] );    // меняем элементы местами
        int k = middle;
        while ( k <= j )
        {
            j -= k;
            k /= 2;
        }
        j += k;
    }
}
```

25

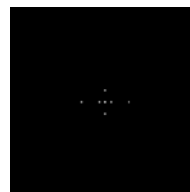
Примеры спектров (1)

Изображение

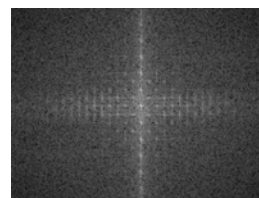


Две синусоиды по горизонтали и одна по вертикали дают на спектре отчетливые пики.

Амплитуда спектра



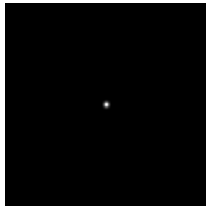
Текстуры также часто образуют на спектре пики



26

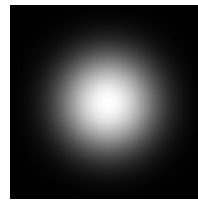
Примеры спектров (2)

Изображение

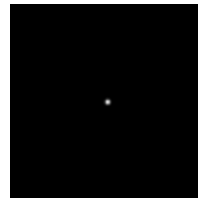


Двумерный Гауссиан с малой дисперсией на спектре дает Гауссиан с большой дисперсией.

Амплитуда спектра



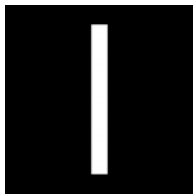
И наоборот двумерный Гауссиан с большой дисперсией на спектре дает Гауссиан с маленькой дисперсией.



27

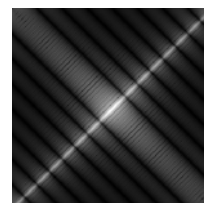
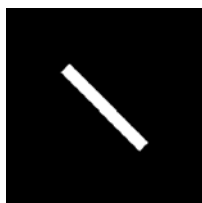
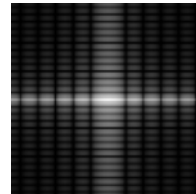
Примеры спектров (3)

Изображение



По спектру можно определить ориентацию объектов на изображении, если такая предпочтительная ориентация существует. Ориентация наиболее яркой линии на спектре отличается от ориентации объектов на изображении на 90 градусов.

Амплитуда спектра



28