




Présentation 1

PSAR

Modélisation et
Résolution du problème
du Sudoku





La Programmation Par Contraintes sur le problème du Sudoku



Qu'est ce que c'est la PPC ?

C'est la technique mathématique permettant de formuler et résoudre les problèmes combinatoires.

Exemple:

- La planification (Emplois du temps)
- L'ordonnancement
- Les problèmes du Sudoku, N-Queens, etc...

Technique utilisé dans la PPC

Principalement:

- Filtrage
- Propagation
- Backtracking

Problème de Satisfaction des Contraintes (CSP)

CSP est un triplé $(\mathbf{X}, \mathbf{D}, \mathbf{C})$, où:

- \mathbf{X} est un ensemble des variables $\{x_1, \dots, x_n\}$.
- \mathbf{D} est un ensemble des domaines $\{D_{x_1}, \dots, D_{x_n}\}$, ensemble des valeurs possibles pour ces variables.
- \mathbf{C} est un ensemble des contraintes $\{C_1, \dots, C_n\}$ où chaque contrainte C_i est définie sur l'ensemble des variables $\{x_{i_1}, \dots, x_{i_p}\} \in X$.

Exemple 1 - Sudoku

		3		2		6		
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7								8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Exemple 1 - Sudoku

1		3		2		6		
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7								8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Brute force

Exemple 1 - Sudoku

1	2	3		2		6		
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7								8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Brute force

Exemple 1 - Sudoku

1	3	3		2		6		
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7								8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Brute force

Exemple 1 - Sudoku

1	4	3		2		6		
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7								8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Brute force

Exemple 1 - Sudoku

1	4	3	5	2	7	6	8	9
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7								8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Brute force

Exemple 1 - Sudoku

1	4	3	5	2	7	6	9	8
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7								8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Brute force

Exemple 1 - Sudoku

4	8	3	9	2	1	6	5	7
9	6	7	3	4	5	8	2	1
2	5	1	8	7	6	4	9	3
5	4	8	1	3	2	9	7	6
7	2	9	5	6	4	1	3	8
1	3	6	7	9	8	2	4	5
3	7	2	6	8	9	5	1	4
8	1	4	2	5	3	7	6	9
6	9	5	4	1	7	3	8	2

Brute force

Problème: Dans le pire des cas, on peut atteindre un nombre d'étape exponentiel (600 millions) pour résoudre une grille 9x9

Exemple 1 - Sudoku

		3		2		6		
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7								8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Programmation Par Contrainte

Variables: Chacun des 81 cases de la grille

Contraintes: 1 occurrence d'un chiffre par colonne, ligne et cellule.

Domaines: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Exemple 1 - Sudoku

		3		2		6		
9			3		5			1
		1	8		6	4		
		8	1		2	9		
7					X			8
		6	7		8	2		
		2	6		9	5		
8			2		3			9
		5		1		3		

Programmation Par Contrainte

Variables: Chacun des 81 cases de la grille

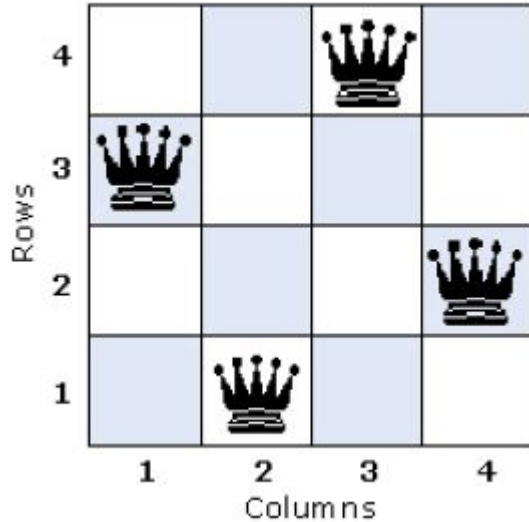
Contraintes: 1 occurrence d'un chiffre par colonne, ligne et cellule.

Domaines: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Exemple: La case avec la croix rouge X

$D(X) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow D(X) = \{4\}$

Exemple 2 - N-Queens



Programmation Par Contrainte

Variables: X_i la position de la reine dans la colonne i .

Domaines: $D_{X_i} = \{1, \dots, N\} \forall i$

Contraintes: $X_i \neq X_j, \forall i, j \in \{1, 2, 3, 4\}, i \neq j$

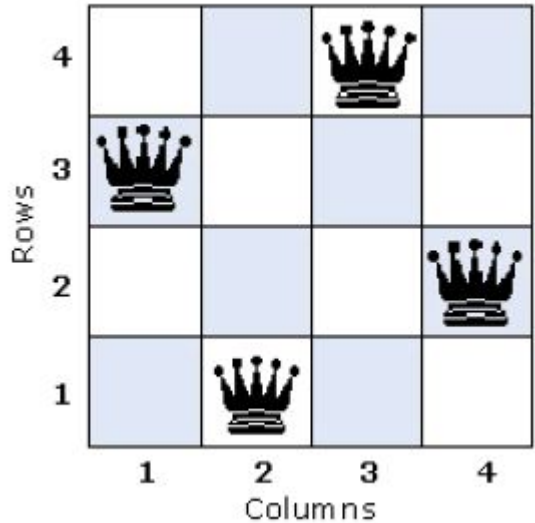
$X_i \neq X_j + (j - i), 1 \leq i \leq j \leq N$

$X_i \neq X_j + (i - j), 1 \leq i \leq j \leq N$

Solution: $S_1 = (X_2, X_4, X_1, X_3)$

$S_2 = (X_3, X_1, X_4, X_2)$

Exemple 2 - N-Queens



Programmation Par Contrainte

La technique permettant de résoudre le problème du N-Queens est le *Backtracking* (Propagation + Backtrack).

Plan du Cahier des Charges

- I. Introduction
 - A) A propos du PPC
 - B) A propos du Sudoku
 - C) A propos du Solver Or-Tools
- II. Présentation du problème posé
 - A) Les objectifs
- III. Expression du besoin
 - A) Bête à corne
- IV. Contraintes et Tests
 - A) Tests sur d'autres problèmes (N-Queens)
 - B) Contraintes et interprétation des résultats

Questions ?

Merci!

Nous contacter:

david.toty@etu.upmc.fr

maxime.tran@etu.upmc.fr

