

## Подготовка к Письмаку.

### Интегралы.

#### Основные формулы

1.  $\int 0 \cdot dx = C$
2.  $\int dx = \int 1 \cdot dx = x + C$
3.  $\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1, x > 0$
4.  $\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$
5.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
6.  $\int e^x dx = e^x + C$
7.  $\int \sin x dx = -\cos x + C$
8.  $\int \cos x dx = \sin x + C$
9.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
10.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
11.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C, |x| < |a|$
12.  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
13. «Высокий» логарифм:  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C, |x| \neq a$
14. «Длинный» логарифм:  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C$

#### Интегрирование с заменой переменной.

$$\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx = \int f(t)dt$$

Не забывайте заменять границы интегрирования, при замене переменной!

#### Интегрирование по частям.

$$\int uv'dx = uv - \int vu'dx \text{ или } \int u dv = uv - \int v du$$

#### Интегрирование простых дробей.

Мы легко умеем интегрировать дроби вида  $\frac{1}{(x-a)}, \frac{1}{(x-a)^n}$ . Немного сложнее будет если захотим взять интеграл от  $\frac{mx+n}{x^2+bx+c}$ , где  $b^2-4c < 0$ . Тут надо немного подумать и привести к виду  $\frac{1}{(x+a)^2+b} + \frac{x+a}{(x+a)^2+b}$ . Далее в первом вносим в дифф 1, чтобы получить  $d(x+a)$ , а это формула 12. Во втором вносим  $x+a$  под дифф и получим  $\int \frac{1}{t+b} dt$  - это тоже умеем.

Если у нас какая-то большая дробь, то раскладываем знаменатель на множители  $(x - x_1), (x - x_2), \dots, (x - x_n)$  и  $(x^2 + p_1x + q_1), \dots, (x^k + p_kx + q_k)$ . Далее просто приводим нашу дробь к сумме дробей  $\frac{A_1}{x - x_1} + \frac{A_2}{x - x_2} + \dots + \frac{B_1x + C_1}{x^2 + p_1x + q_1} + \dots$ . Это можно посчитать с помощью СЛУ (если записать СЛУ, то становится очевидно, что есть решение).

**Интегрирование иррациональных функций** Я этой штуки рот мылом мыл.

**Интегрирование трансцендентных функций** Тут не много отличий от предыдущего.