

模糊控制导论

苏临之

sulinzhi029@nwu.edu.cn



期中考试题型分布

- 选择题 ($5 \times 2 = 10$)
- 简答题 ($4 + 3 + 3 = 10$)
- 填空题 ($5 \times 2 = 20$)
- 计算题 ($10 + 5 + 15 + 20 + 5 = 55$)
- 编程题 ($10 + 5 = 15$)



选择题

1. 以下哪位科学家在20世纪60年代提出了模糊逻辑的概念？

A. J. V. Neumann

B. A. M. Turing

☒ C. L. A. Zadeh

D. E. H. Mamdani



选择题

2. 设 A 是定义在连续论域 U 上的模糊集合，则下列说法正确的一项是：

- ☒ A. 如果不存在 $x \in U$ 使得 $A(x) = 1$ ，则 A 不是正规模糊集。
- B. 若 A 是模糊数，则对于 $0 < \lambda < 1$ 来说， λA 也是一个模糊数。
- C. $\text{Supp } A$ 是 U 的子集，但一定不等于 U 。
- D. 若 A 是凸模糊集，则意味着 $A(x)$ 是凸函数（其中 $x \in U$ ）。



选择题

3. 语句“如果地窖空气中含氧浓度较低，则人可能会有窒息的危险”中，哪个词是对事物性质的模糊描述？

A. 浓度

B. 可能有

☒ C. 较低

D. 危险



选择题

4. 设两个经典命题 P 和 Q 如下：

P ：对任意模糊集合 A ，均有 $(\text{Supp } A) \cap (\text{Ker } A) = \text{Ker } A$ ；

Q ：TSP中涉及了 n 个城市，则穷举法的复杂度是 2^n ；

条件命题 $P \rightarrow Q$ 是_____。

☒ A. 假命题

B. 真命题

C. 模糊命题

D. 无法判断



选择题

5. 设 X 和 Y 是定义在论域 U 上的模糊集，以下等式不成立的是：

A. $X \cap U = X$

B. $X \cup \emptyset = X$

C. $(X \cup X^c) \cup (Y \cup Y^c) = U$

D. $(X \cap Y)^c = X^c \cup Y^c$



简答题

1. 请至少列举出4种常用的连续型隶属度函数类型。
2. 模糊二元关系的三大要素是什么？
3. 请说出智能控制三元论的三个学科中文名称。

1. 三角形、梯形、高斯型、钟形、Sigmoid型。
2. 元素对、隶属度、方向性。
3. 人工智能、自动控制、运筹学。

填空题

1. 对于一个模糊集合来说，其隶属度函数的取值区间是 $[0, 1]$ 。
2. 设 A 、 B 和 C 是定义在论域 U 上的三个模糊集合，如果对任意的 $x \in U$ ，有 $C = A \cap (B \cup B^c)$ ，那么 $C(x) =$ _____
(使用 $A(x)$ 和 $B(x)$ 表示)。 $A(x) \wedge (B(x) \vee (1 - B(x)))$
3. 设 A 是定义在论域 U 上的模糊集合，若 $\text{Supp}(A^c) = U$ ，则 $\text{Ker } A =$ \emptyset 。

填空题

4. 设集合 $A=\{0.1, 0.4\}$, $B=\{0.3, 0.8\}$, 则 $A \times B =$
 $\{(0.1, 0.3), (0.1, 0.8), (0.4, 0.3), (0.4, 0.8)\}$ 。

5. 定义在 $U=\{1,2,3,4\}$ 上的模糊集合 A 如下, 设 B 是定义在论域 $T = \text{Supp}(A^c)$ 上的模糊集合, 对任意的 $x \in T$ 有 $B(x) = -0.1x^2 + 0.2x + 0.9$, 则 $\text{Ker } B =$ $\{1\}$ 。

$$A = \frac{0.3}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.6}{4}$$

计算题

1. 两个论域 $X=\{1,2,3\}$, $Y=\{4,5\}$ 。模糊数 A 和 B 定义在 X 上,
 C 和 D 定义在 Y 上, 相关集合用Zadeh法表示如下:

$$A = \frac{0.4}{1} + \frac{0.7}{2} \quad B^c = \frac{0.5}{2} + \frac{1}{3} \quad C = \frac{0.9}{4} + \frac{0.2}{5} \quad D^c = \frac{0.3}{5}$$

- (1) 设 $P = A^c \cap B$, $Q = C^c \cup D$, 请使用Zadeh法表示 P 和 Q ;
- (2) 设 R_1 是 $P \rightarrow D$ 的蕴涵关系矩阵, R_2 是 $Q \rightarrow B$ 的蕴涵关系矩阵, 若此处使用Mamdani算法, 求 R_1 和 R_2 。

计算题

$$A^c = \frac{0.6}{1} + \frac{0.3}{2} + \frac{1}{3} \quad B = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0}{3} \quad C^c = \frac{0.1}{4} + \frac{0.8}{5} \quad D = \frac{1}{4} + \frac{0.7}{5}$$

$$P = A^c \cap B = \frac{0.6}{1} + \frac{0.3}{2} + \frac{0}{3} = \frac{0.6}{1} + \frac{0.3}{2}$$

$$Q = C^c \cup D = \frac{1}{4} + \frac{0.8}{5}$$

计算题

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= (0.6 \quad 0.3 \quad 0) & \mathbf{D} &= (1 \quad 0.7) \\ \mathbf{Q} &= (1 \quad 0.8) & \mathbf{B} &= (1 \quad 0.5 \quad 0) \end{aligned}$$

$$\mathbf{R}_1 = \vec{\mathbf{P}} \circ \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.3 \\ 0 \end{bmatrix} \circ (1 \quad 0.7) = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2 = \vec{\mathbf{Q}} \circ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \end{bmatrix} \circ (1 \quad 0.5 \quad 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0.8 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

计算题

2. 三个模糊矩阵 A 、 B 和 C 如下：

$$A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.7 & 0.5 & 0.8 \\ 0.9 & 0.3 & 0 & 0.6 \\ 1 & 0.2 & 0.4 & 0.8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.4 & 1 & 0.4 & 0.9 \\ 0.5 & 0 & 0.8 & 0.3 \\ 0.7 & 0.2 & 0.6 & 0.1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.9 \\ 1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.4 & 1 & 0.7 \\ 0.2 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

求 $(A \cap B) \circ C$ 。

计算题

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.7 & 0.4 & 0.8 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0.7 & 0.2 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}^c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 \\ 0 & 0.7 & 0.4 \\ 0.6 & 0 & 0.3 \\ 0.8 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \circ \mathbf{C}^c = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.7 & 0.8 \\ 0.5 & 0.3 & 0.3 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}$$



计算题

3. 铝是一种活泼金属，在地壳内金属储量位居首位。工业电解法制取铝是将氧化铝和六氟合铝酸钠混合后，在高温熔融状态电解，通过阴极的还原得到液态的铝，同时阳极生成氧气。由于电解池阳极为主要成分是石墨的碳块，因此生成的氧气在高温下迅速和电极碳块反应生成二氧化碳，这样就会消耗阳极电极。正因如此，电解池必须要定期补充碳块。阳极附近有检测二氧化碳的仪器，通过每分钟的监测推断出需要补充碳块的量。推理系统采用Mamdani型模糊控制器，简化如下。

计算题

3. 设二氧化碳浓度论域 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$ （单位是 mol/m^3 ）以及碳块补充质量论域 $Y=\{0.2,0.4,0.6,0.8\}$ （单位是 kg ）。 A 是定义在 X 上的模糊集合，表示“二氧化碳浓度高”； B 是定义在 Y 上的模糊集合，表示“碳块补充量大”。 A 和 B 用Zadeh法表示如下：

$$A = \frac{0.2}{1} + \frac{0.3}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.9}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

$$B = \frac{0.2}{0.2} + \frac{0.5}{0.4} + \frac{0.8}{0.6} + \frac{1}{0.8}$$



计算题

3. 工业经验表明，若二氧化碳浓度很高，则碳块补充量很大。现在有另一定义在X上的模糊集合A'，表示“二氧化碳浓度很低”，用Zadeh法表示如下：

$$A' = \frac{1}{1} + \frac{0.64}{2} + \frac{0.25}{3} + \frac{0.04}{4} + \frac{0.01}{5}$$

请使用MZ联合推理法则说明：当二氧化碳浓度不低时，碳块补充量应如何（用Zadeh法表示）？



计算题

- 设“二氧化碳浓度很高”是 A_1 ，“碳块补充量很大”是 B_1 ，则有：

$$A_1 = A^2 = \frac{0.04}{1} + \frac{0.09}{2} + \frac{0.36}{3} + \frac{0.81}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

$$B_1 = B^2 = \frac{0.04}{0.2} + \frac{0.25}{0.4} + \frac{0.64}{0.6} + \frac{1}{0.8}$$

计算题

- 已知“二氧化碳浓度很低”是 A' ，设“二氧化碳浓度不低”是 A^* ，则有：

$$A^* = (A'^{0.5})^c = \frac{0}{1} + \frac{0.2}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.9}{5} + \frac{1}{6}$$

- 于是推理的大前提是 $A_1 \rightarrow B_1$ ，小前提是 A^* ，求结论 B^* 。将以上各个集合用向量法表示如下。

$$\mathbf{A}_1 = (0.04 \quad 0.09 \quad 0.36 \quad 0.81 \quad 1 \quad 1)$$

$$\mathbf{B}_1 = (0.04 \quad 0.25 \quad 0.64 \quad 1)$$

$$\mathbf{A}^* = (0 \quad 0.2 \quad 0.5 \quad 0.8 \quad 0.9 \quad 1)$$



计算题

$$\mathbf{F} = \min \{ \mathbf{A}_1, \mathbf{A}^* \} = (0 \quad 0.09 \quad 0.36 \quad 0.8 \quad 0.9 \quad 1)$$

$$\lambda = \mathbf{F}_{\max} = 1$$

$$\mathbf{B}^* = \lambda \mathbf{B}_1 = (0.04 \quad 0.25 \quad 0.64 \quad 1)$$

$$B^* = \frac{0.04}{0.2} + \frac{0.25}{0.4} + \frac{0.64}{0.6} + \frac{1}{0.8}$$



计算题

4. 西安地铁4号线南侧终点站是航天新城。2018年12月28日4号线开通时，航天新城站因位置偏僻而无道路交通。经过两年的建设，周边道路交通设施已经完备，不少乘客在航天新城站下地铁后选择网约车前往目的地。某网约车App开发人员针对航天新城站周边交通情况的变化做出决策：如果地铁站打车的人多但附近网约车数量略少，则方圆3km~6km内网约车的调度比例（简称远车调度比）要变高。现在将这一模型简化成离散Mamdani推理系统。

计算题

4. 设打车人数论域 $X = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ （单位是人次），附近网约车数量论域 $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ （单位是辆），远车调度比论域 $Z = \{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ 。模糊集 A 定义于 X 上，表示“打车的人略多”；模糊集 B 定义于 Y 上，表示“网约车少”；模糊集 C 定义于 Z 上，表示“远车调度比高”。已知 A 、 B 和 C 用Zadeh表示如下：

$$A = \frac{0.2}{3} + \frac{0.3}{6} + \frac{0.6}{9} + \frac{0.8}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{18} \quad B = \frac{1}{0} + \frac{0.81}{1} + \frac{0.49}{2} + \frac{0.25}{3} + \frac{0.04}{4}$$

$$C = \frac{0.16}{0.2} + \frac{0.49}{0.4} + \frac{0.81}{0.6} + \frac{1}{0.8} + \frac{1}{1}$$

计算题

4. 现在另有模糊集 A' 和 B' 分别定义于 X 和 Y 上， A' 表示“打车的人略少”， B' 表示“网约车略多”，两者用Zadeh法表示如下：

$$A' = \frac{1}{0} + \frac{0.8}{3} + \frac{0.5}{6} + \frac{0.2}{9} + \frac{0.1}{12} \quad B' = \frac{0.2}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.9}{4} + \frac{1}{5}$$

请使用MZ联合推理法则说明：当航天新城地铁站附近的打车人数不多不少且网约车数量不多时，远车调度比应如何变化（用Zadeh法表示）？

计算题

- 设“打车的人多”是 A_1 ，“附近网约车数量略少”是 B_1 ，则：

$$\because A = A_1^{0.5}$$

$$\therefore A_1 = A^2 = \frac{0}{0} + \frac{0.04}{3} + \frac{0.09}{6} + \frac{0.36}{9} + \frac{0.64}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{18}$$

$$B_1 = B^{0.5} = \frac{1}{0} + \frac{0.9}{1} + \frac{0.7}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0}{5}$$

计算题

- 设 A^* 代表“打车的人不多不少”， B^* 代表“网约车数量不多”，则：

$$(A'^2)^c = \frac{0}{0} + \frac{0.36}{3} + \frac{0.75}{6} + \frac{0.96}{9} + \frac{0.99}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{18}$$

$$A^* = A_1^c \cap (A'^2)^c = \frac{0}{0} + \frac{0.36}{3} + \frac{0.75}{6} + \frac{0.64}{9} + \frac{0.36}{12} + \frac{0}{15} + \frac{0}{18}$$

$$B^* = (B'^2)^c = \frac{1}{0} + \frac{0.96}{1} + \frac{0.84}{2} + \frac{0.64}{3} + \frac{0.19}{4} + \frac{0}{5}$$

计算题

- 所以大前提是 $A_1 \wedge B_1 \rightarrow C$ ，小前提是 $A^* \wedge B^*$ ，求结论 C^* ，将以上各个集合用向量法表示如下。

$$A_1 = (0 \quad 0.04 \quad 0.09 \quad 0.36 \quad 0.64 \quad 1 \quad 1)$$

$$B_1 = (1 \quad 0.9 \quad 0.7 \quad 0.5 \quad 0.2 \quad 0)$$

$$A^* = (0 \quad 0.36 \quad 0.75 \quad 0.64 \quad 0.36 \quad 0 \quad 0)$$

$$B^* = (1 \quad 0.96 \quad 0.84 \quad 0.64 \quad 0.19 \quad 0)$$

$$C = (0 \quad 0.16 \quad 0.49 \quad 0.81 \quad 1 \quad 1)$$

计算题

$$D = \vec{A}_1 \circ B_1$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.04 \\ 0.09 \\ 0.36 \\ 0.64 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \circ (1 \quad 0.9 \quad 0.7 \quad 0.5 \quad 0.2 \quad 0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.04 & 0.04 & 0.04 & 0.04 & 0.04 & 0 \\ 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0 \\ 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.2 & 0 \\ 0.64 & 0.64 & 0.64 & 0.5 & 0.2 & 0 \\ 1 & 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.2 & 0 \\ 1 & 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

计算题

$$D^* = \vec{A}^* \circ B^*$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.36 \\ 0.75 \\ 0.64 \\ 0.36 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \circ (1 \quad 0.96 \quad 0.84 \quad 0.64 \quad 0.19 \quad 0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.19 & 0 \\ 0.75 & 0.75 & 0.75 & 0.75 & 0.19 & 0 \\ 0.64 & 0.64 & 0.64 & 0.64 & 0.19 & 0 \\ 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.19 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

计算题

$$F = \min(D, D^*) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.04 & 0.04 & 0.04 & 0.04 & 0.04 & 0 \\ 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0 \\ 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.19 & 0 \\ 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.36 & 0.19 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = F_{\max} = 0.36$$

$$C^* = \lambda C = (0 \quad 0.16 \quad 0.36 \quad 0.36 \quad 0.36 \quad 0.36)$$

$$\therefore C^* = \frac{0.16}{0.2} + \frac{0.36}{0.4} + \frac{0.36}{0.6} + \frac{0.36}{0.8} + \frac{0.36}{1}$$



计算题

5. 在生产和实践中，模糊集合本身不能当做控制的决策结果，必须将其明确成为明晰而准确的输入值，这个过程称为去模糊化。对于论域 U 和定义在其上的模糊集 A ，去模糊化意味着要建立 A 到 U 上某个元素的映射。设 $U = [a, b]$ ，则如果按照某一算法有对应 $t \in U$ ，则称 t 是 A 去模糊化后的清晰数值。其中一种算法称为面积平分法，需要 t 满足以下式子：

$$\int_a^t A(x) dx = \int_t^b A(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^b A(x) dx$$

设 $U = [0, 10]$ ， $A(x) = 0.1x$ ，请根据面积平分法计算出去模糊化后的清晰数值 t 。



计算题

- 先求出论域上隶属度函数和 x 轴围成的面积值：

$$S = \int_0^{10} 0.1x \, dx = 0.1 \times \frac{1}{2} \times 10^2 = 5$$

- 在 $x = t$ 处是面积平分点，因此从0到 t 的定积分等于面积的一半：

$$\int_0^t 0.1x \, dx = \frac{5}{2} \Rightarrow 0.1 \times \frac{1}{2} t^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow t = 5\sqrt{2}$$

编程题

1. 设论域 $U = [-3, 4]$, A, B 是定义在 U 上的模糊集合, 隶属度函数如下:

$$A(x) = -0.03x^2 + 0.16x + 0.77, \quad B(x) = 0.07x + 0.68$$

设 $J = (A^c \cap B) \cup A$, $K = (B \cup A) \cap B^c$, 请使用MATLAB编写代码画出 J 和 K 的隶属度函数图形, 要求如下:

- 程序在开头清空屏幕和变量, 并关闭所有打开的多余窗口;
- 展示横轴的左、右界是 U 的范围, 纵轴上、下界分别是1.05和0;
- 去掉外框, 横轴标签为“x”, 纵轴标签为“Membership Function”;
- J 使用红色实线（'-r'）绘制, K 使用蓝色虚线（'--b'）绘制, 粗细均为1磅;
- 两者位于同一个Figure内, 展示出图例, 并使图例位于Figure内的最佳位置;
- 程序运行结束后, 能直接显示运行程序的时间。

编程题

```
clc;clear all;close all;
tic;
x=-3:0.001:4;
A=-0.03*x.^2+0.16*x+0.77;
B=0.07*x+0.68;
AC=1-A;BC=1-B;
J=max(min(AC,B),A);K=min(max(B,A),BC);
figure;plot(x,J,'-r','LineWidth',1);
hold on;
plot(x,K,'--b','LineWidth',1);
axis([-3,4,0,1.05]);
xlabel('x');ylabel('Membership Function');
legend('J','K','location','best');
box off;
toc;
```

编程题

2. 基本模糊推理的形式为：已知大前提若 A 则 B ，现有小前提 A^* ，则推理结果 B^* 是多少？这个过程可以使用MATLAB编写一个3输入1输出的子程序来实现，其函数声明行如下（其中的“_ast”表示星号“*”）：

```
function B_ast = fuzzy_inf(A,A_ast,B)
```

现有两个论域 $X = \{0,1,2,3\}$ ， $Y = \{4,5,6,7,8,9\}$ ，其中 T 和 Q 分别是定义于 X 和 Y 上的两个模糊集，用Zadeh法表示如下：

$$T = \frac{0.4}{0} + \frac{0.7}{1} + \frac{0.6}{2} \quad Q = \frac{0.2}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0.5}{7} + \frac{1}{9}$$

已知操作规则是：若 $(T^2)^c$ 则 Q 。现有小前提 $T^* = T \cap T^c$ ，请引用上述子程序编写主程序求对应的结论 Q^* 是多少（使用变量T_ast和Q_ast分别表示 T^* 和 Q^* ）。



编程题

```
clc;clear all;close all;  
tic;  
T=[0.4,0.7,0.6,0];Q=[0.2,0.3,0,0.5,1,0];  
T1=1-T.^2;  
TC=1-T;T_ast=min(T,TC);  
Q_ast=fuzzy_inf(T1,T_ast,Q);  
toc;
```



THANK YOU!