

## **Лаб.2 Задача о погоне**

Никулин Максим Геннадьевич

# Содержание

<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>Задание</b>	<b>6</b>
Вариант 23 . . . . .	6
<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
Построение траектории движения катера и лодки . . . . .	9
Нахождение точек пересечения . . . . .	11
<b>Вывод</b>	<b>15</b>

# Список иллюстраций

1	2	.....	10
2	2	.....	11
3	2	.....	12
4	2	.....	14

## **Список таблиц**

## **Цель работы**

Научиться строить математические модели для решения задач.

# Задание

## Вариант 23

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,8 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,8 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

## Теоретическое введение

1. Принимает за  $t_0$ ,  $x_{л0}$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_{л0} = 9,8$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_{л0}$  ( $\theta = x_{л0} = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса  $\theta$ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $9,8-x$  (или  $9,8+x$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x/v$  или  $k-x/3,8v$  (во втором случае  $k-x/3,8v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:  $\frac{x}{v} = \frac{9,8-x}{3,8v}$  в первом случае  $\frac{x}{v} = \frac{9,8+x}{3,8v}$  во втором. Отсюда мы найдем два значения  $x_1 = 2$

и  $x_2=3,5$ , задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  – радиальная скорость и  $v_t$  – тангенциальная скорость. Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса,  $v_r = \frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $\frac{dr}{dt} = v$ . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$

$\frac{x}{v} = \frac{9,8 - x}{3,8v}$ 
 $\frac{x}{v} = \frac{9,8 + x}{3,8v}$

случае  $x + k(2v)$ . Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:

$3,8x = 9,8 - x$ 
 $x = \frac{9,8}{4,8}$

$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{2v}$  в первом случае или  
 $\frac{x}{v} = \frac{x + k}{2v}$  во втором.

$2,8x = 9,8$ 
 $x = \frac{9,8}{2,8} = 3,5$

Отсюда мы найдем два значения  $x_1 = \frac{k}{3}$  и  $x_2 = k$ , задачу будем решать для двух случаев.

тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$

$V_r = \sqrt{3,8^2 v^2 - v^2} \approx \sqrt{13,44}$

Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

видно:  $v_r = \sqrt{4v^2 - v^2} = \sqrt{3}v$  (учитывая, что радиальная скорость равна  $v$ ). Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений



$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{13,44}v \end{cases}$$

с начальными условиями  $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = 2 \end{cases}$  или  $\begin{cases} \theta_0 = -3,14 \\ r_0 = 3,5 \end{cases}$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{13,44}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, вы получите траекторию движения катера в полярных координатах.

1  $\begin{cases} \dot{r} = v \\ r\dot{\theta} = \sqrt{13,44}v \end{cases}$

с начальными условиями  $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = 2 \end{cases}$  или  $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = 3,5 \end{cases}$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, вы получите траекторию движения катера в полярных координатах.

лабораторная работа № 1

Выполнение лабораторной работы

ТЫ

## Построение траектории движения катера и лодки

Для первого случая (рис. [-@fig:001])

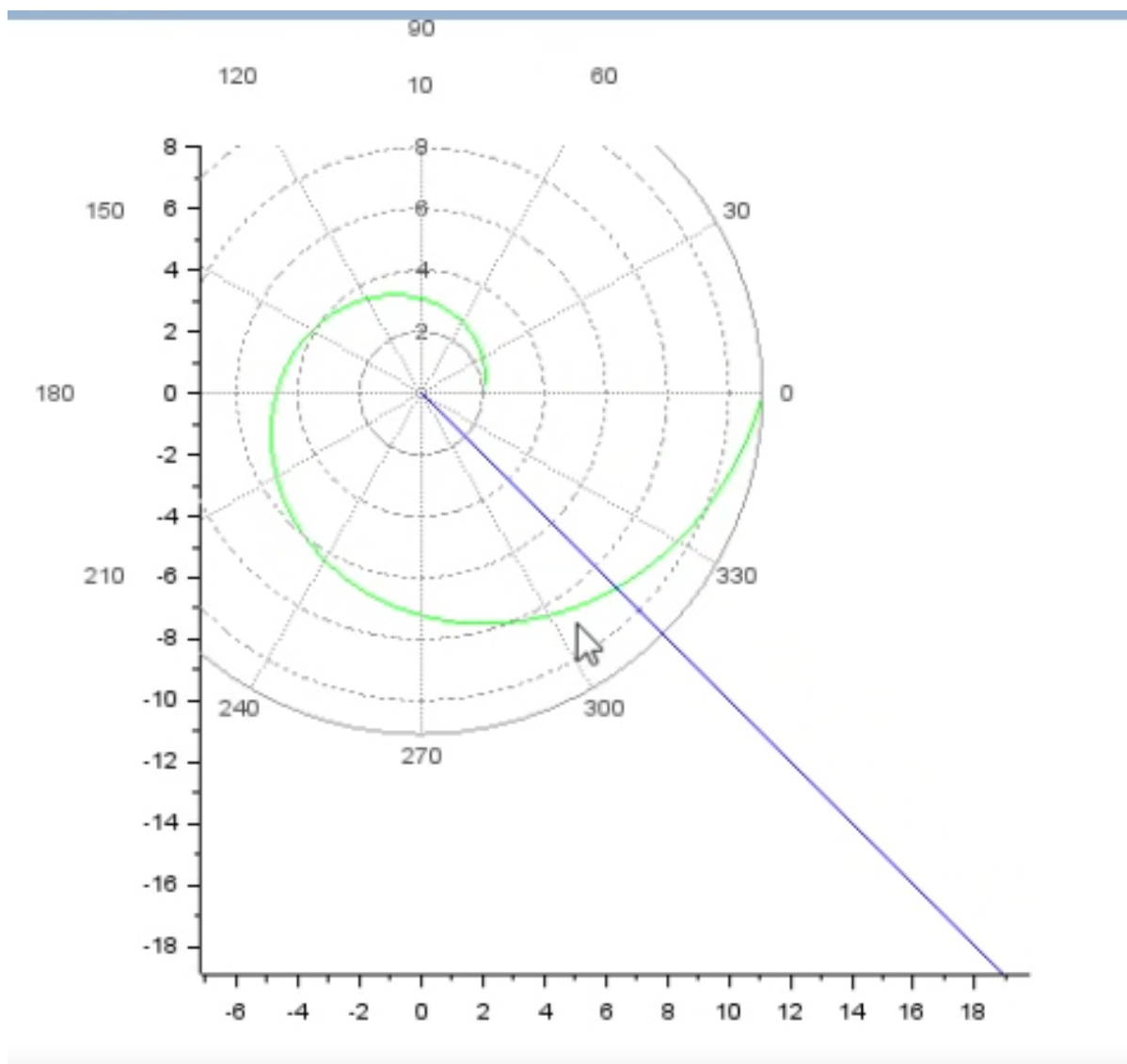


Рис. 1: 2

Для второго случая (рис. [-@fig:002])

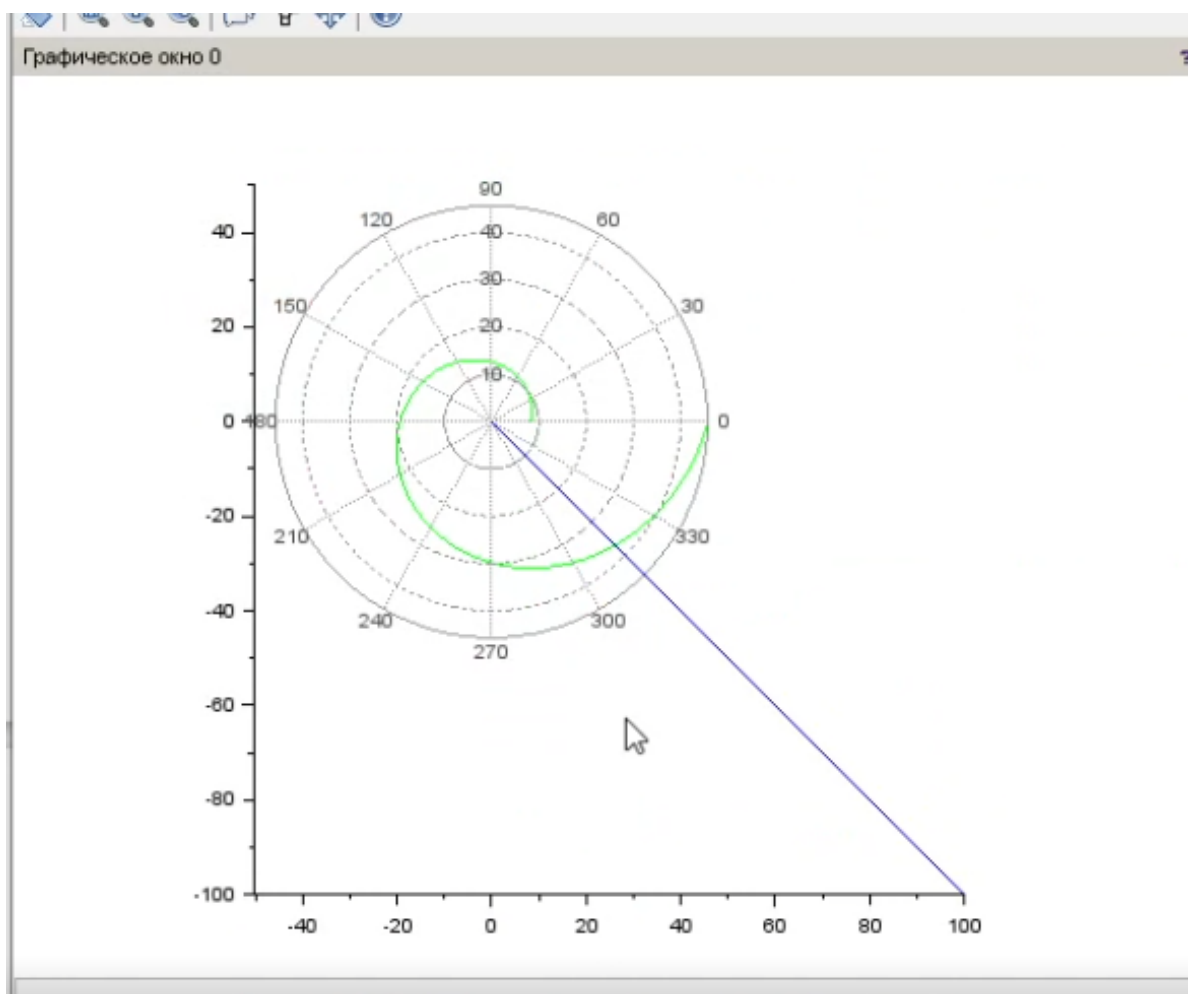


Рис. 2: 2

## Нахождение точек пересечения

Для первого случая (рис. [-@fig:003])

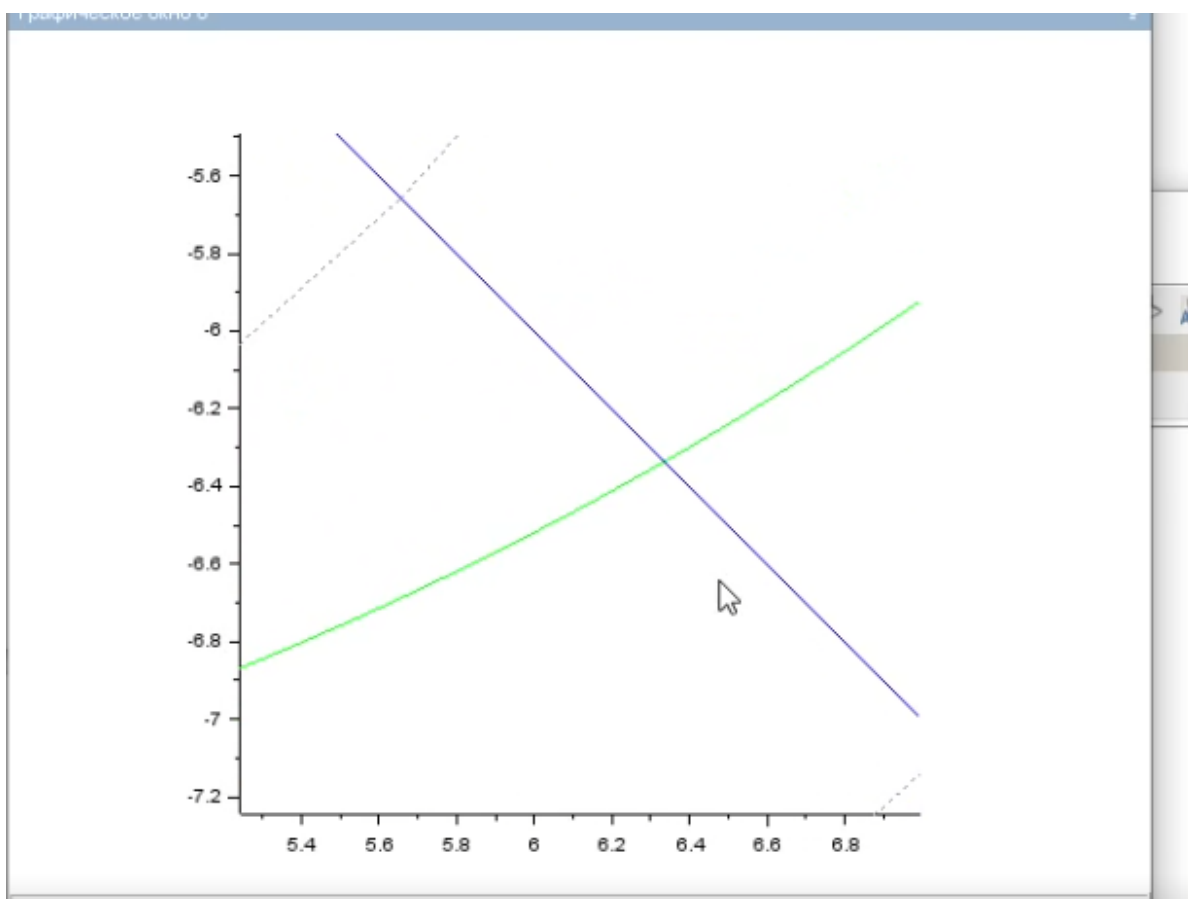
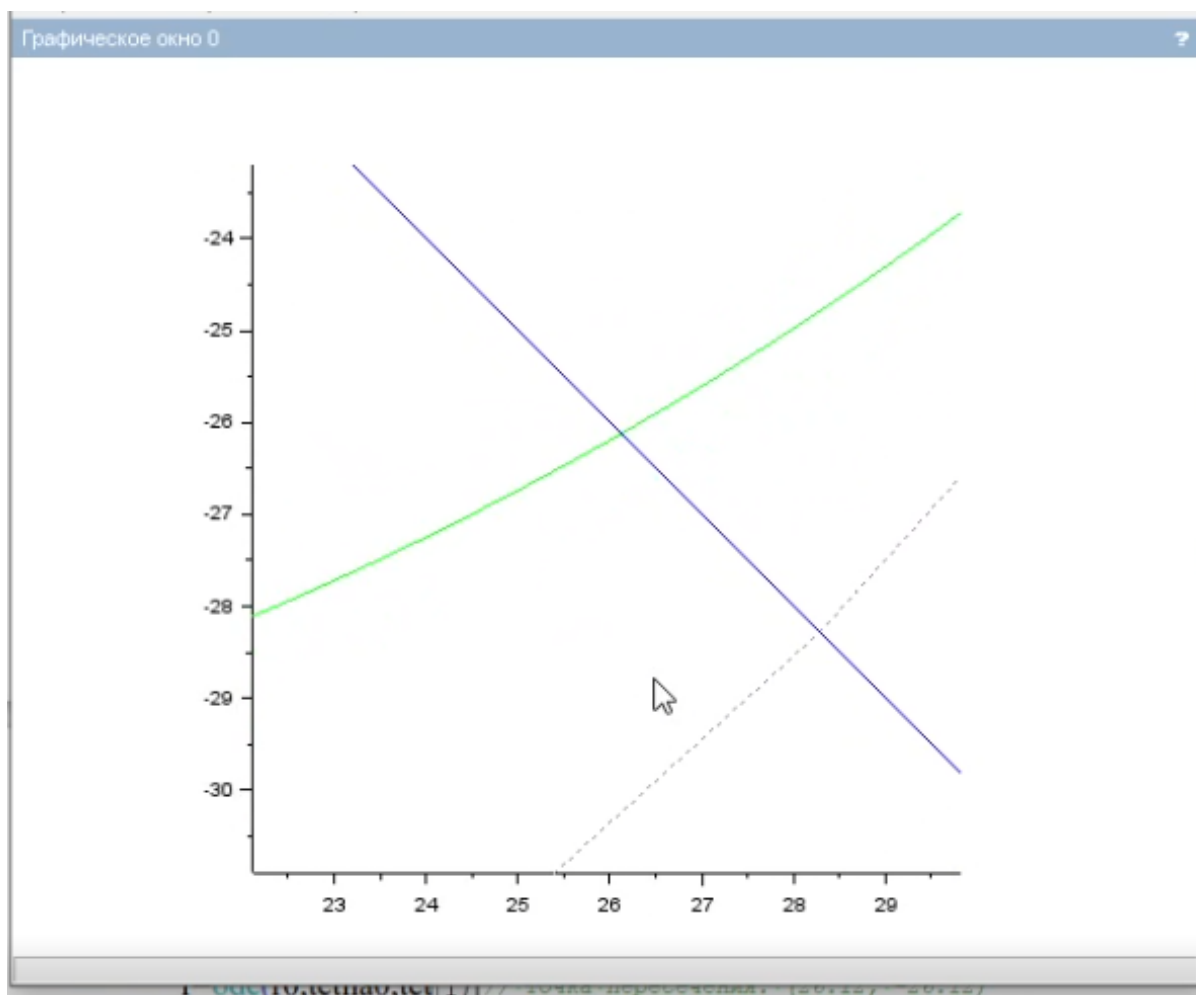


Рис. 3: 2

###~6,35

Для второго случая (рис. [-@fig:004])



###~26,25 ## Код программы

```
2_lab.sce
1 s=9.8; // начальное расстояние
2 fi=3*pi/4;
3
4 // функция, описывающая движение катера береговой охраны
5 function dr=f(theta,r)
6 ...dr=r/sqrt(13.44)
7 endfunction
8
9 // 1-случай
10 //r0=2;
11 //theta0=0;
12 // точка пересечения: (6.335, -6.335)
13
14 // 2-случай
15 r0=3.5;
16 theta0=-pi;
17 // точка пересечения: (26.12, -26.12)
18
19 theta=0:0.01:2*pi;
20 r=ode(r0,theta0,theta,f);
21
22 // функция, описывающая движение лодки браконьеров
23 function xt=f2(t)
24 ...xt=tan(fi)*t;
25 endfunction
26
27 t=0:1:100;
28 polarplot(theta,r,style=color('green')); // построение траектории катера в полярных координатах
29 plot2d(t,f2(t),style=color('blue')); // построение траектории лодки браконьеров
30
```

Рис. 4: 2

# Вывод

Научился строить математические модели для решения задач.