

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA - 81.16 CB004 61.09 81.04 CB003 61.06 81.03

Evaluación INTEGRADORA, duración: 4 horas.

20-02-2025

Apellido y Nombres:

Padrón:

Correo:

Curso:

1. En la final del torneo de *Age of Empires* se enfrentan *Hera* contra *Viper*. Juegan al mejor de siete partidas (gana la final el primero en ganar 4 partidas, como máximo juegan 7, no hay empates). En cada partida, y de forma independiente, *Hera* gana con probabilidad 0.70.

Sabiendo que la primera partida la ganó *Viper*, calcular la probabilidad de que se hayan jugado exactamente cinco partidas hasta definir la final.

2. El diámetro de ciertas arandelas debe ser 5 mm por especificación. Se fabrican de manera tal que su diámetro es una variable normal con media 5 mm y desvío 0.1 mm.

En el taller se reciben arandelas. Por las tolerancias de instalación, aquellas cuyo diámetro difiere en valor absoluto menos de 0.05 mm del especificado son aptas y requieren un tratamiento sencillo de costo 1 peso, aquellas que difieren entre 0.05 y 0.08 requieren un tratamiento de adaptación con costo 5 pesos, y aquellas que difieren más de 0.08 otro tratamiento más complicado con costo 10.

Hallar, para una arandela tomada al azar, la esperanza del costo del tratamiento.

3. Se usan dos métodos para medir la temperatura de la superficie de un producto. La distribución de probabilidad conjunta de las dos mediciones (X, Y) es una distribución uniforme en la región

$$R = \{(x, y) : 0 < x < 2, 1 - x < y < 3 - x\}$$

Hallar y graficar la función de distribución de $W = |X + Y - 2|$. — notar las barras de valor absoluto —

4 solo parcial. -

4 PIND - 5 parcial. Nacho viaja en Uber a la facultad. Paga con tarjeta automáticamente, y deja de propina un billete de 500, de 1000 o de 2000, según tenga disponible, con probabilidades 0.3, 0.5 y 0.2 respectivamente.

Hallar, aproximadamente, la cantidad de viajes que debe hacer para que el total de propina que pagó supere los 22050 pesos con probabilidad 0.90 o mayor.

5 PIND. En el proceso de fabricación de una tela en rollos aparecen fallas. La longitud de tela hasta la primera falla y las longitudes entre dos fallas consecutivas son todas variables aleatorias exponenciales de parámetro λ independientes. Se fabrican n rollos de longitud L . Sea X_i : cantidad de fallas en el i -ésimo rollo, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Si las X_i son independientes, determinar a qué valor converge

$$G(n) = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2}{n^2}$$

cuando $n \rightarrow \infty$.

4 final PyE A y B. El vínculo entre el bit de entrada y el bit de salida de un cierto canal de comunicación está determinado por la función de probabilidad

$$p_{\theta}(x, y) = \frac{e^{\theta xy}}{3 + e^{\theta}} \cdot \mathbf{1}\{(x, y) \in \{0, 1\}^2\} \quad \theta \in \mathbb{R}$$

Se toman cinco muestras obteniendo,

$$(0, 1) \quad (0, 0) \quad (1, 1) \quad (1, 1) \quad (0, 0)$$

estimar por máxima verosimilitud la probabilidad de que en la siguiente prueba se observe el par $(1, 1)$.

5 final PyE A y B. Los siguientes datos son las duraciones (en minutos) del tiempo que tarda Tomás en ir al kiosco: 3, 5, 6, 2, 9. Las muestras corresponden a una distribución exponencial de intensidad λ , independientes unas de otra. Tomás afirma que $\lambda > 0.125$. Diseñe un test de hipótesis para comprobar lo que dice Tomás, escribiendo claramente la regla de decisión. ¿Qué decisión toma en base a la muestra?