



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Крымский Федеральный Университет им. В. И. Вернадского»

Физико-технический институт
Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

Лабораторная работа № 3

«Обобщенные характеристики сигналов и каналов»
по дисциплине
«Теория информации и кодирование»

Выполнил:
Студент 3 курса
Направления подготовки 09.03.04
«Программная инженерия»

ПИ-231(2)
Покидько М.С.

Проверил:
Таран Е.П.

«___» _____ 20__ г.

Оценка: _____

Подпись: _____

Симферополь, 2025

Цель работы: рассчитать информационные характеристики дискретных сигналов и каналов при использовании канала без помех и с помехами.

Техническое задание: источник информации вырабатывает информационный сигнал с N различными символами. Вероятности появления символов на входе задаются в виде счетчика случайных чисел. Длительность каждого символа генерируется случайным образом во временном интервале $(0 \div N]$ мкс. Источник информации подключен к каналу передачи сигналов. Канал передачи сигналов может работать как с помехами, так и без помех. При работе канала с помехами вероятность ошибки в канале задается случайным образом в интервале $[0 \div q]$, где $q=1/(2 \cdot N)$. Необходимо разработать программное обеспечение и провести комплекс численных экспериментов по расчету пропускной способности и скорости передачи информации при использовании канала без помех и канала с помехами.

Основные формулы, необходимые для достижения цели работы:

Формула энтропии совокупности дискретных сообщений:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i)$$

Условие вероятностей появления дискретных сообщений на входе информационного устройства:

$$\sum_{i=1}^N p(x_i) = 1$$

Условие матрицы вероятностей ошибок:

$$\sum_{j=1}^N p(x_i / y_j) = 1$$

Формула вероятности появления сообщения на выходе информационного устройства:

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^N p(x_i) p(x_i / y_j)$$

формула совместной вероятности появления сообщения на входе x_i и на выходе y_j :

$$p(x_i, y_j) = p(y_j) p(x_i / y_j)$$

Формула условной энтропии, характеризующей остаточную неопределенность принятого сообщения относительно переданного:

$$H(X/Y) = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p(x_i, y_j) \log_2 p(x_i/y_j)$$

Формула средней длительности символа:

$$\bar{\tau} = \sum_{i=1}^N p(x_i) \cdot \tau_i$$

Формула скорости передачи в канале без помех:

$$\bar{I}(X) = \frac{H(X)}{\bar{\tau}}$$

Формула пропускной способности канала без помех:

$$C = \frac{\log_2 N}{\bar{\tau}}$$

Формула скорости передачи в канале с помехами:

$$\bar{I}(X, Y) = \frac{H(X) - H(X/Y)}{\bar{\tau}}$$

Формула пропускной способности канала с помехами:

$$C = \frac{\log_2 N - H(X/Y)}{\bar{\tau}}$$

Разработанная программа:

Алгоритм

1. **Генерация $p(x_i)$:** $N=55$ случайных чисел нормируются так, что $\sum p(x_i)=1$.
2. **Генерация τ_i :** $N=55$ случайных длительностей генерируются в диапазоне $(0,55]$ мкс.
3. **Генерация $P(Y|X)$ (с помехами):** Для каждой строки i генерируется $N-1$ ошибок в диапазоне $[0;q]$. $P(y_i|x_i)$ вычисляется как 1 минус сумма этих ошибок.
4. Вычисляются $H(X)$, τ^- и $H(X|Y)$.
5. По формулам раздела 2.3 рассчитываются все четыре скоростные характеристики (в кбит/с, так как 1 бит/мкс = 1000 кбит/с).

Код программы:

```
import numpy as np
import math
import pandas as pd
from typing import Dict, Any

# --- КОНСТАНТЫ (Вариант №7) ---
N = 55 # Количество символов
NUM_EXPERIMENTS = 6
EPS = 1e-12

# --- ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ ---

def log2(x: float) -> float:
    """Безопасный расчет log2(x), возвращает 0 для x=0."""
    return math.log2(x) if x > 0 else 0

def format_short_row(row: np.ndarray, precision: int = 5) -> str:
    """Форматирует строку/вектор: показывает начало и конец."""
    row = np.asarray(row)
    n = row.size
    if n <= 6:
        return " ".join(f"{x:.{precision}f}" for x in row)
    first = " ".join(f"{x:.{precision}f}" for x in row[:3])
    last = " ".join(f"{x:.{precision}f}" for x in row[-3:])
    return f"{first} ... {last}"

def format_short_vector(v: np.ndarray, precision: int = 5) -> str:
    """Аналогичен format_short_row, используется для векторов."""
    return format_short_row(v, precision)

def format_short_matrix(M: np.ndarray, precision: int = 5) -> str:
    """Форматирует матрицу: показывает фрагмент 6x6 или 3x3 (начало и конец)."""
    N_rows, N_cols = M.shape
    rows = []

    # Печатаем первые 3 строки
    for i in range(min(3, N_rows)):
        rows.append(format_short_row(M[i], precision))

    if N_rows > 6:
        rows.append("...")

    # Печатаем последние 3 строки
    for i in range(max(3, N_rows - 3), N_rows):
        rows.append(format_short_row(M[i], precision))

    return "\n".join(rows)

# --- ГЕНЕРАЦИЯ ДАННЫХ ---

def gen_input_probabilities(N, rng):
    """Генерация и нормировка входных вероятностей p(x)."""
    raw = rng.integers(1, 101, size=N).astype(float)
    p = raw / raw.sum()
    return p

def gen_symbol_durations(N, rng):
```

```

"""Генерация длительностей символов tau_i в (0, N] мкс."""
durations = rng.random(size=N) * N
durations = np.where(durations <= 0, EPS, durations)
return durations

def gen_channel_matrix(N, q, rng):
    """Генерация матрицы P(Y|X) с помехами, q = 1/(2N)."""
    P = np.zeros((N, N), dtype=float)
    for i in range(N):
        # Генерируем N-1 ошибок в диапазоне [0, q]
        errs = rng.random(size=N - 1) * q
        sum_errs = errs.sum()

        # Заполнение вне диагонали
        idxs = [j for j in range(N) if j != i]
        P[i, idxs] = errs

        # Вероятность безошибочной передачи P(y_i|x_i)
        P[i, i] = 1.0 - sum_errs

        # Нормировка (на случай ошибок округления)
        s = P[i, :].sum()
        if s > 0:
            P[i, :] = P[i, :] / s
    return P

# --- РАСЧЕТЫ ---

def entropy(p):
    """Расчет энтропии H(X)."""
    p_safe = np.clip(p, EPS, 1.0)
    return -np.sum(p_safe * np.log2(p_safe))

def conditional_entropy_X_given_Y(p_x, P_y_given_x):
    """Расчет остаточной неопределенности H(X|Y)."""
    p_y = np.dot(p_x, P_y_given_x)
    joint = p_x.reshape(-1, 1) * P_y_given_x # p(x_i, y_j)
    p_y_safe = np.clip(p_y, EPS, 1.0)

    # P(X|Y) = P(X,Y) / P(Y)
    p_x_given_y = joint / p_y_safe.reshape(1, -1)
    p_x_given_y = np.clip(p_x_given_y, EPS, 1.0)

    # H(X|Y)
    H = -np.sum(joint * np.log2(p_x_given_y))
    return H

# --- УПРАВЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАМИ ---

def run_one_experiment(N, base_seed, exp_index):
    """Выполняет один численный эксперимент."""
    seed = (base_seed + exp_index) if base_seed is not None else None
    rng = np.random.default_rng(seed)

    q = 1.0 / (2.0 * N)

    p_x = gen_input_probabilities(N, rng)
    durations = gen_symbol_durations(N, rng)

```

```

P_noise = gen_channel_matrix(N, q, rng)

tau_bar = float(np.sum(p_x * durations))
H_X = entropy(p_x)
H_X_given_Y = conditional_entropy_X_given_Y(p_x, P_noise)

# Log2(N) - максимальная энтропия источника
max_H = np.log2(N)

# Расчеты в кбит/с (бит / мкс * 10^3)
I_no_noise_kbps = (H_X / max(tau_bar, EPS)) * 1e3
C_no_noise_kbps = (max_H / max(tau_bar, EPS)) * 1e3
I_with_noise_kbps = ((H_X - H_X_given_Y) / max(tau_bar, EPS)) * 1e3
C_with_noise_kbps = ((max_H - H_X_given_Y) / max(tau_bar, EPS)) * 1e3

return {
    "p_x": p_x,
    "durations": durations,
    "P_noise": P_noise,
    "tau_bar": tau_bar,
    "H_X": H_X,
    "H_X_given_Y": H_X_given_Y,
    "I_no_noise_kbps": I_no_noise_kbps,
    "C_no_noise_kbps": C_no_noise_kbps,
    "I_with_noise_kbps": I_with_noise_kbps,
    "C_with_noise_kbps": C_with_noise_kbps,
    "q": q
}

def run_experiments(num_experiments=6, N=55, base_seed=777):
    """Запускает комплекс экспериментов и считает среднее."""
    results = []
    for i in range(num_experiments):
        res = run_one_experiment(N, base_seed, i)
        results.append(res)

    avg = {
        "I_no_noise_kbps": np.mean([r["I_no_noise_kbps"] for r in results]),
        "C_no_noise_kbps": np.mean([r["C_no_noise_kbps"] for r in results]),
        "I_with_noise_kbps": np.mean([r["I_with_noise_kbps"] for r in results]),
        "C_with_noise_kbps": np.mean([r["C_with_noise_kbps"] for r in results]),
    }

    return results, avg

def print_results(results, avg, N):
    """Выводит результаты экспериментов в заданном формате."""
    max_H = np.log2(N)

    print(f"--- РЕЗУЛЬТАТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №3 (Вариант №7, N={N}) ---")
    print(f"Максимальная энтропия log2(N) = {max_H:.5f} бит. Макс. вероятность ошибки q = {results[0]['q']:.5f}")
    print("=====\n")

    for idx, r in enumerate(results, 1):
        print(f"### Эксперимент {idx}")

        print("\np(x):")
        print(format_short_vector(r["p_x"]))

```

```

print("\n $\tau_i$  (мкс):")
print(format_short_vector(r["durations"]))

print("\nМатрица условных вероятностей  $P(y|x)$  (с помехами):")
print(format_short_matrix(r["P_noise"]))

print(f"\nСредняя длительность  $\tau = \{r['\tau\_bar']:.5f\}$  мкс")
print(f" $H(X) = \{r['H\_X']:.5f\}$  бит")
print(f" $H(X|Y) = \{r['H\_X\_given\_Y']:.5f\}$  бит")
print(f" $\bar{I}$  (без помех) =  $\{r['I\_no\_noise\_kbps']:.5f\}$  кбит/с")
print(f" $C$  (без помех) =  $\{r['C\_no\_noise\_kbps']:.5f\}$  кбит/с")
print(f" $\bar{I}$  (с помехами) =  $\{r['I\_with\_noise\_kbps']:.5f\}$  кбит/с")
print(f" $C$  (с помехами) =  $\{r['C\_with\_noise\_kbps']:.5f\}$  кбит/с")
print("\n" + ("-"*50) + "\n")

```

```

print("### Сводные средние результаты")
print(f"Средняя скорость (без помех):  $\{avg['I\_no\_noise\_kbps']:.5f\}$  кбит/с")
print(f"Средняя пропускная способность (без помех):  $\{avg['C\_no\_noise\_kbps']:.5f\}$  кбит/с")
print(f"Средняя скорость (с помехами):  $\{avg['I\_with\_noise\_kbps']:.5f\}$  кбит/с")
print(f"Средняя пропускная способность (с помехами):  $\{avg['C\_with\_noise\_kbps']:.5f\}$  кбит/с")

```

```

def main():
    # Запуск
    results, avg = run_experiments(NUM_EXPERIMENTS, N, base_seed=777)
    print_results(results, avg, N)

```

```

if __name__ == "__main__":
    main()

```

Комплекс численных экспериментов:

РЕЗУЛЬТАТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №3 (Вариант №7, N=55):

Максимальная энтропия $\log_2(N) = 5.78136$ бит. Макс. вероятность ошибки $q = 0.00909$

Эксперимент 1

 $p(x)$:

0.03678 0.02506 0.01455 ... 0.00040 0.00849 0.02102

 τ_i (мкс):

49.06079 40.62811 42.78460 ... 17.99663 34.99891 25.97589

Матрица условных вероятностей $P(y|x)$ (с помехами):

0.78000 0.00889 0.00260 ... 0.00052 0.00033 0.00078

0.00621 0.73470 0.00493 ... 0.00225 0.00740 0.00588

0.00272 0.00092 0.78395 ... 0.00098 0.00140 0.00331

...

0.00765 0.00070 0.00639 ... 0.73245 0.00723 0.00739

0.00245 0.00280 0.00569 ... 0.00504 0.74253 0.00520

0.00163 0.00589 0.00663 ... 0.00429 0.00572 0.77327

Средняя длительность $\bar{\tau} = 29.60645$ мкс $H(X) = 5.49519$ бит $H(X|Y) = 2.00038$ бит \bar{I} (без помех) = 185.60786 кбит/с C (без помех) = 195.27363 кбит/с \bar{I} (с помехами) = 118.04207 кбит/с C (с помехами) = 127.70784 кбит/с

Эксперимент 2

 $p(x)$:

0.02795 0.00839 0.01801 ... 0.02329 0.02950 0.01988

 τ_i (мкс):

48.81798 50.83911 33.31836 ... 13.65799 10.62005 23.06331

Матрица условных вероятностей $P(y|x)$ (с помехами):

0.76971 0.00774 0.00384 ... 0.00024 0.00498 0.00286

0.00756 0.75371 0.00448 ... 0.00019 0.00318 0.00145

0.00301 0.00006 0.74709 ... 0.00631 0.00447 0.00295

...

0.00160 0.00453 0.00188 ... 0.79229 0.00831 0.00144

0.00352 0.00328 0.00250 ... 0.00340 0.75936 0.00554

0.00099 0.00701 0.00407 ... 0.00560 0.00529 0.74808

Средняя длительность $\bar{\tau} = 25.36686$ мкс $H(X) = 5.60329$ бит $H(X|Y) = 2.02277$ бит \bar{I} (без помех) = 220.89006 кбит/с C (без помех) = 227.90992 кбит/с \bar{I} (с помехами) = 141.14934 кбит/с C (с помехами) = 148.16920 кбит/с

Эксперимент 3

$p(x)$:

0.02671 0.01464 0.00695 ... 0.00842 0.00512 0.03549

τ_i (мкс):

0.06758 30.50696 10.37834 ... 3.71852 48.45254 33.35716

Матрица условных вероятностей $P(y|x)$ (с помехами):

0.75180 0.00513 0.00393 ... 0.00545 0.00003 0.00192

0.00592 0.74446 0.00662 ... 0.00409 0.00556 0.00151

0.00595 0.00091 0.76264 ... 0.00029 0.00476 0.00441

...

0.00601 0.00710 0.00168 ... 0.75068 0.00754 0.00245

0.00080 0.00342 0.00120 ... 0.00699 0.77039 0.00535

0.00341 0.00364 0.00434 ... 0.00550 0.00003 0.74926

Средняя длительность $\bar{\tau} = 27.12532$ мкс

$H(X) = 5.46539$ бит

$H(X|Y) = 2.02014$ бит

\bar{I} (без помех) = 201.48659 кбит/с

C (без помех) = 213.13515 кбит/с

\bar{I} (с помехами) = 127.01238 кбит/с

C (с помехами) = 138.66094 кбит/с

Эксперимент 4

$p(x)$:

0.03387 0.01440 0.03815 ... 0.00895 0.02997 0.03387

τ_i (мкс):

44.71093 6.89428 53.95718 ... 31.23578 54.87579 51.48321

Матрица условных вероятностей $P(y|x)$ (с помехами):

0.76368 0.00559 0.00730 ... 0.00619 0.00539 0.00890

0.00190 0.76947 0.00902 ... 0.00573 0.00185 0.00737

0.00011 0.00837 0.74576 ... 0.00226 0.00102 0.00785

...

0.00198 0.00138 0.00039 ... 0.74932 0.00437 0.00443

0.00382 0.00460 0.00327 ... 0.00714 0.71693 0.00655

0.00068 0.00668 0.00122 ... 0.00118 0.00873 0.73188

Средняя длительность $\bar{\tau} = 26.33981$ мкс

$H(X) = 5.44557$ бит

$H(X|Y) = 2.00443$ бит

\bar{I} (без помех) = 206.74298 кбит/с

C (без помех) = 219.49128 кбит/с

\bar{I} (с помехами) = 130.64396 кбит/с

C (с помехами) = 143.39226 кбит/с

Эксперимент 5

$p(x)$:

0.03051 0.01823 0.02456 ... 0.00357 0.00594 0.02813

τ_i (мкс):

12.15487 32.65971 18.48227 ... 36.21089 8.54255 8.72845

Матрица условных вероятностей $P(y|x)$ (с помехами):

0.73143 0.00343 0.00738 ... 0.00219 0.00189 0.00226

0.00401 0.75890 0.00259 ... 0.00653 0.00391 0.00586

0.00290 0.00798 0.74810 ... 0.00349 0.00313 0.00193

...

0.00729 0.00143 0.00649 ... 0.78224 0.00662 0.00310

0.00736 0.00484 0.00864 ... 0.00357 0.76768 0.00703

0.00902 0.00549 0.00269 ... 0.00132 0.00392 0.74383

Средняя длительность $\bar{\tau} = 25.48533$ мкс

$H(X) = 5.47210$ бит

$H(X|Y) = 1.99821$ бит

\bar{I} (без помех) = 214.71569 кбит/с

C (без помех) = 226.85053 кбит/с

\bar{I} (с помехами) = 136.30931 кбит/с

C (с помехами) = 148.44415 кбит/с

Эксперимент 6

$p(x)$:

0.00442 0.00170 0.02278 ... 0.02550 0.03196 0.03026

τ_i (мкс):

8.88598 40.10421 50.76054 ... 21.26296 0.66008 51.38062

Матрица условных вероятностей $P(y|x)$ (с помехами):

0.73308 0.00411 0.00715 ... 0.00663 0.00518 0.00891

0.00332 0.74527 0.00690 ... 0.00157 0.00539 0.00010

0.00886 0.00160 0.74203 ... 0.00076 0.00739 0.00777

...

0.00007 0.00738 0.00020 ... 0.77803 0.00217 0.00247

0.00722 0.00895 0.00604 ... 0.00579 0.71233 0.00463

0.00431 0.00063 0.00766 ... 0.00129 0.00189 0.74560

Средняя длительность $\bar{\tau} = 28.21041$ мкс

$H(X) = 5.52829$ бит

$H(X|Y) = 2.04565$ бит

\bar{I} (без помех) = 195.96644 кбит/с

C (без помех) = 204.93707 кбит/с

\bar{I} (с помехами) = 123.45231 кбит/с

C (с помехами) = 132.42295 кбит/с

Сводные средние результаты

Средняя скорость (без помех): 204.23494 кбит/с

Средняя пропускная способность (без помех): 214.59960 кбит/с

Средняя скорость (с помехами): 129.43490 кбит/с

Средняя пропускная способность (с помехами): 139.79956 кбит/с

Вывод: В процессе выполнения лабораторной работы было выполнено несколько численных экспериментов. Полученные средние значения скорости передачи и пропускной способности показывают негативное влияние помех на передачу данных — снижается скорость и максимальная пропускная способность канала относительно значений при отсутствии помех (в результате проведенных численных экспериментов наблюдается падение в ~ 1.7 раза).