

Задание на шестую неделю.

1. Докажите, что $\mathcal{RP} \subset \mathcal{NP}$.

2. Покажите, что в задаче сравнения больших файлов, разобранной на семинаре, вероятность ошибки действительно не превосходит $3/4$ при достаточно больших n . Оцените, насколько должно быть велико n и покажите, что n бит ≥ 32 мегабайта — достаточное количество для справедливости оценок.

3. Задача 1 из приложенного файла.

4. Задача 2 из приложенного файла (пункты (i) и (iv)).

Указание. В этой задаче может быть полезна лемма Шварца-Зиппеля.

5. Задача 4 из приложенного файла (разберитесь с алгоритмом Каргера по конспекту или любым другим источникам и выполните это упражнение).

6. Докажите, что 2-CNF — задача из \mathcal{P} . Задача 3(ii) из приложенного файла.

7. «Как мешать колоду карт»

Пронумеруем карты сверху вниз от 1 до n . Далее в цикле берем карту сверху и вставляем в случайное место. Цикл заканчивается после того, как карта номер $n - 1$ была взята сверху и поставлена в случайное место.

Докажите, что: (i) всё, что под картой номер $n - 1$ равномерно перемешано на любом шаге цикла (все перестановки там равновероятны)

(ii) вставка карты случайно и независимо в некоторое место уже равномерно перемешанной колоды генерирует также равномерно перемешанную колоду

(iii) Найдите матожидание количества итераций цикла.

8 (Бонусные задачи). 1) Докажите теорему Татта; 2) Д-1 из файла.

Задание на шестую неделю.

1. Докажите, что $\mathcal{RP} \subset \mathcal{NP}$.

2. Покажите, что в задаче сравнения больших файлов, разобранной на семинаре, вероятность ошибки действительно не превосходит $3/4$ при достаточно больших n . Оцените, насколько должно быть велико n и покажите, что n бит ≥ 32 мегабайта — достаточное количество для справедливости оценок.

3. Задача 1 из приложенного файла.

4. Задача 2 из приложенного файла (пункты (i) и (iv)).

Указание. В этой задаче может быть полезна лемма Шварца-Зиппеля.

5. Задача 4 из приложенного файла (разберитесь с алгоритмом Каргера по конспекту или любым другим источникам и выполните это упражнение).

6. Докажите, что 2-CNF — задача из \mathcal{P} . Задача 3(ii) из приложенного файла.

7. «Как мешать колоду карт»

Пронумеруем карты сверху вниз от 1 до n . Далее в цикле берем карту сверху и вставляем в случайное место. Цикл заканчивается после того, как карта номер $n - 1$ была взята сверху и поставлена в случайное место.

Докажите, что: (i) всё, что под картой номер $n - 1$ равномерно перемешано на любом шаге цикла (все перестановки там равновероятны)

(ii) вставка карты случайно и независимо в некоторое место уже равномерно перемешанной колоды генерирует также равномерно перемешанную колоду

(iii) Найдите матожидание количества итераций цикла.

8 (Бонусные задачи). 1) Докажите теорему Татта; 2) Д-1 из файла.