

PHYTECH INTERNATIONAL 2021

Задачи с параметром

1. («Физтех», 2018, 9-10) Уравнение $x^2 + ax + 6 = 0$ имеет два различных корня x_1 и x_2 ; при этом

$$x_1 - \frac{72}{25x_2^3} = x_2 - \frac{72}{25x_1^3}.$$

Найдите все возможные значения a .

2. («Физтех», 2019, 9) При каких значениях параметра a среди решений неравенства

$$(x + 2)\sqrt{ax + x - x^2 - a} \geq 0$$

найдутся два решения, разность между которыми равна 4?

3. («Физтех», 2020, 9) Найдите все тройки целочисленных параметров a , b и c , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y + cz = c \\ 3x + by + 4z = 4b \end{cases}$$

не имеет решений.

4. («Физтех», 2021, 9-10) На плоскости Oxy даны точка A , координаты $(x; y)$ которой удовлетворяют уравнению $5a^2 - 6ax - 2ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$, и окружность с центром в точке B , заданная уравнением $a^2x^2 + a^2y^2 - 8a^2x - 2a^3y + 12ay + a^4 + 36 = 0$. Найдите все значения параметра a , при которых точки A и B лежат по разные стороны от прямой $y = 1$ (точки A и B не лежат на этой прямой).

5. (ОММО, 2013) При каких значениях параметра a уравнение $2x^4 + 9ax + 7a^2 = 0$ имеет хотя бы один целый корень?

6. («Покори Воробьевы горы!», 2017) Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{|x - 1|} = \sqrt{3|y|} \\ x^2 + 9y^2 + a = 2x - 1 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

7. («Покори Воробьевы горы!», 2020, 10) Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 + a|x - a| = 8x - 15$$

имеет решение. Для каждого из найденных a укажите число решений.