

Применение компартментно-сетевых моделей для моделирования эпидемического процесса

Кириякин М. В.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор Романюха А.А.

Со-руководитель: к.ф.-м. н. Санникова Т.Е.

20 Мая, 2024

Цель и задачи работы

Цель: Исследование влияния свойств сети контактов на динамику эпидемиологического процесса при помощи компартментно-сетевой модели.

Задачи:

- 1 Разработать алгоритм построения сети контактов для жителей городской и сельской местностей на основе демографических и социо-экономических данных о населении Российской Федерации.
- 2 Реализовать компартментно-сетевую модель для описания распространения респираторной инфекции в популяциях городского и сельского типов.
- 3 Промоделировать распространение инфекции в популяциях с различными типами сетей контактов.

Теоретические аспекты решения задачи моделирования распространения инфекции

Определение. Под эпидемически значимый контактом будем понимать социальный контакт, при котором возможна передача респираторной инфекции.

Определение. Сеть контактов – неориентированный граф $G(N, V)$, где N - количество вершин, а V - количество ребер. Каждая вершина соответствует члену популяции, а ребро между вершинами i и j ($i, j \in \overline{1, N}$) существует в том и только том случае, если между i -м и j -м индивидом имеет место эпидемически значимый контакт в течение дня хотя бы 5 дней из 7.

Основные подходы к созданию сетей контактов:

- 1 Использование данных о реальной популяции (Например, использование опросников)
- 2 Использование математических моделей (Например, модель «малого мира», безмасштабные сети)

Определение. Компартментными называются модели, которые предполагают, что популяция разделяется на субпопуляции (компарменты) в соответствии с их инфекционным статусом.

Определение. Компартментно-сетевыми называются модели, в которых популяция разделяется на различные субпопуляции (компарменты) в соответствии с их инфекционным статусом и числом контактов. Являются развитием компартментных моделей.

Определение. Эпидемия – это быстрое распространение заболевания среди людей, превышающее обычный уровень заболеваемости на данной территории.

Определение. Острая фаза эпидемии – это период времени, в течение которого наблюдается резкий рост функции числа инфицированных.

Введем обозначения:

- $S_k(t)$, $S(t)$ – доля узлов степени k , восприимчивых в момент времени t ; общая доля восприимчивых узлов в момент времени t
- $I_k(t)$, $I(t)$ – доля узлов степени k , инфицированных в момент времени t ; общая доля инфицированных узлов в момент времени t .
- $R_k(t)$, $R(t)$ – доля узлов степени k , выздоровевших в момент времени t ; общая доля выздоровевших узлов, в момент времени t .
- λ_k – вероятность, с которой узел степени k может быть заражен, если у него есть общие ребра с инфицированными узлами.
- β_0 – это постоянная скорость, с которой происходит заражение восприимчивых узлов.
- μ – постоянная скорость, с которой инфицированные узлы выздоравливают.

Значение k изменяется от 1 и ограничивается количеством уникальных степеней вершин в графе, формирующем сеть контактов.

Модель гетерогенного перемешивания

Модель гетерогенного перемешивания¹. основана на динамической структуре, учитывающей степени вершин в сети контактов.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_k}{dt} = -\lambda_k \beta_0 S_k \Theta(t), \\ \frac{dI_k}{dt} = -\mu I_k + \lambda_k \beta_0 S_k \Theta(t), \\ \frac{dR_k}{dt} = \mu I_k \\ \Theta(t) = \frac{\sum_k k \lambda_k I_k(t)}{\sum_k k \lambda_k} \\ S(t) = \sum_k S_k \\ I(t) = \sum_k I_k \\ R(t) = \sum_k R_k \\ S_k(t) + I_k(t) + R_k(t) = 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

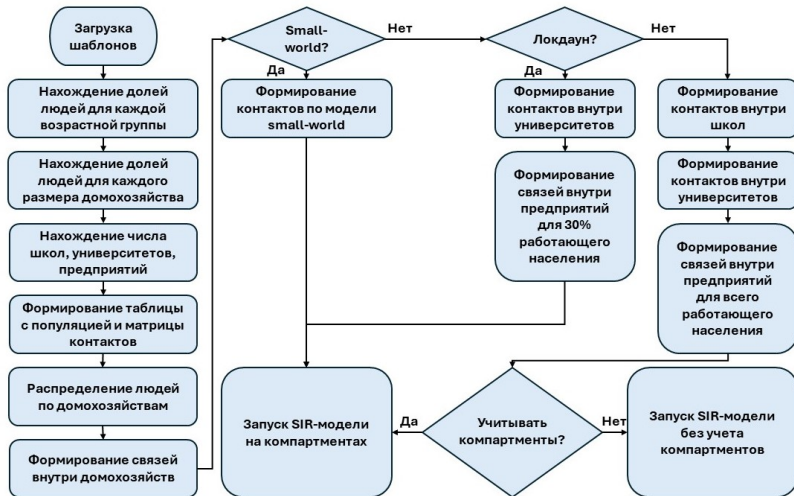
¹Moreno Y., Pastor-Satorras R., Vespignani A. Epidemic outbreaks in complex heterogeneous networks //The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems. – 2002. – Т. 26. – С. 521-529

Сбор и обработка данных для городской и сельской местностей



Распределение данных, использованные при создании синтетической популяции.

Алгоритм создания сети контактов



Блок-схема работы алгоритма моделирования распространения инфекции.

Программная реализация алгоритма создания сети контактов

Для проведения численного моделирования была разработана компьютерная программа.

Основные характеристики:

- ❶ язык программы – Python
- ❷ 1500 строк кода
- ❸ 4 программных модуля
 - Модуль загрузки данных.
 - Модуль создания сети контактов.
 - Расчётный модуль.
 - Модуль графического интерфейса.

```
model_compare = gr.MyPopulation()
model_compare.generate_total_population(population_size = population_size,
                                       largest_manufactures_number=largest_manufactures_number,
                                       lockdown=False)

2024-05-04 20:19:05.854395 : Строится популяция для городского населения ...
2024-05-04 20:19:05.854395 : Запуск функции создания популяции ...
2024-05-04 20:19:06.195849 : Создается популяция мужчин на основе шаблона ...
2024-05-04 20:19:06.227668 : Создается популяция женщин на основе шаблона ...
2024-05-04 20:19:06.302682 : Формирование домохозяйств ...
2024-05-04 20:19:06.478522 : Создание матрицы контактов внутри домохозяйств ...
2024-05-04 20:19:11.139365 : Создается контакты внутри школ ...
2024-05-04 20:19:12.745291 : Создается контакты внутри предприятий ...
Error displaying widget: model not found
2024-05-04 20:19:32.019637 : Создается контакты внутри университетов ...
Error displaying widget: model not found
2024-05-04 20:19:35.373983 : Создание популяции завершено ...
2024-05-04 20:19:35.752981 : Строится популяция для сельского населения ...
2024-05-04 20:19:35.752981 : Запуск функции создания популяции ...
2024-05-04 20:19:36.094439 : Создается популяция мужчин на основе шаблона ...
2024-05-04 20:19:36.142063 : Создается популяция женщин на основе шаблона ...
2024-05-04 20:19:36.211789 : Формирование домохозяйств ...
2024-05-04 20:19:36.404088 : Создание матрицы контактов внутри домохозяйств ...
2024-05-04 20:19:41.006513 : Создается контакты внутри школ ...
2024-05-04 20:19:43.166716 : Создается контакты внутри предприятий ...
Error displaying widget: model not found
2024-05-04 20:20:01.651988 : Создается контакты внутри университетов ...
Error displaying widget: model not found
2024-05-04 20:20:04.713199 : Создание популяции завершено ...
e
```

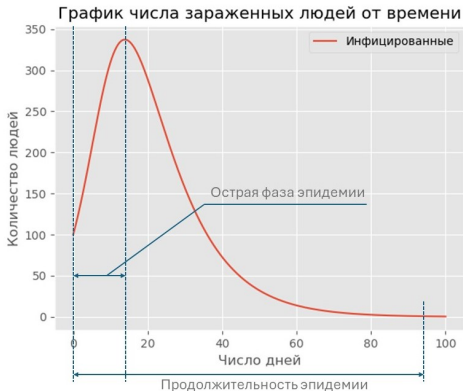
Пример работы программы по созданию искусственной популяции.

Программный код обеспечивает возможность его развития и использования в качестве расчётного модуля в разных современных программных комплексах.

Эксперименты

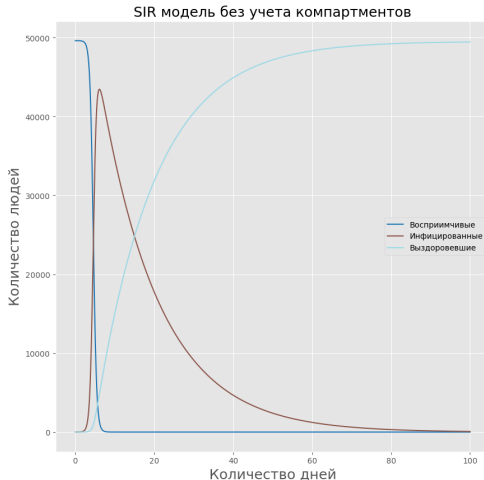
Метрики, использованные при моделировании

- Максимальная по всем компартментам время наличия инфекции в популяции.
- Средневзвешенное по размерам компартментов значение продолжительности острой фазы инфекции.
- Процент переболевших людей.



Описание метрик, использованных при моделировании динамики распространения инфекции.

Моделирование динамики распространения инфекции с помощью SIR модели без учета компартментов



Динамика изменения численности групп выздоровевших, инфицированных и восприимчивых для модели, примененной ко всей популяции.

Моделирование динамики распространения инфекции с помощью SIR модели без учета компартментов

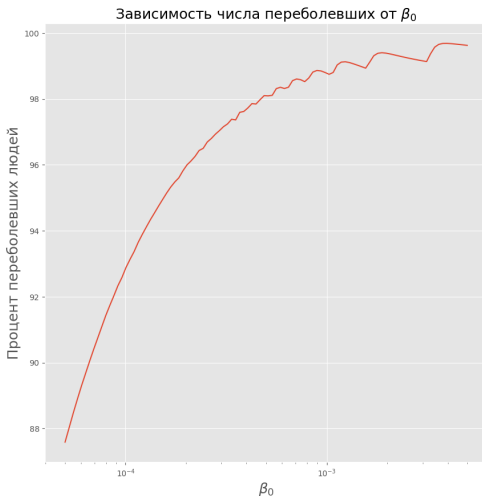
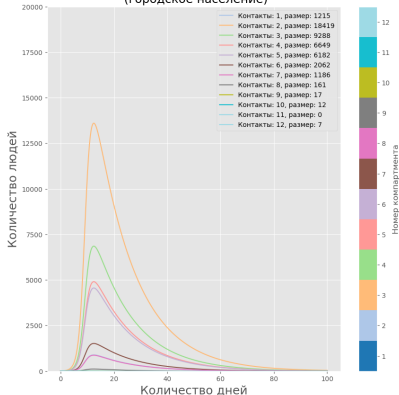


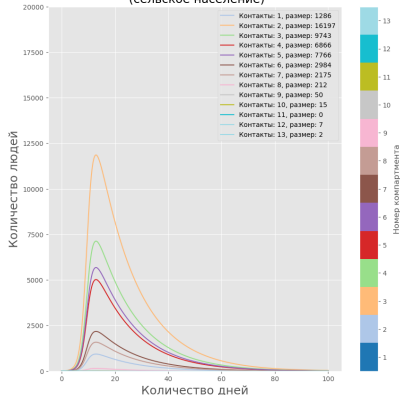
График зависимости процента переболевших людей от скорости распространения инфекции.

Сравнение динамики распространения инфекции для сельского и городского населений

Динамика численности групп инфицированных людей
(городское население)



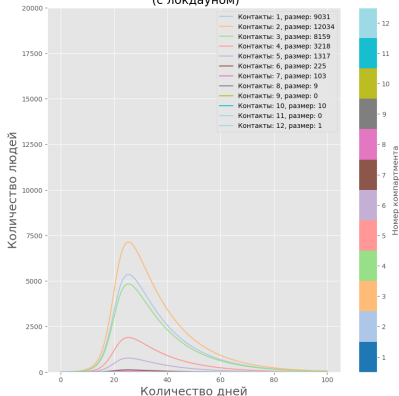
Динамика численности групп инфицированных людей
(сельское население)



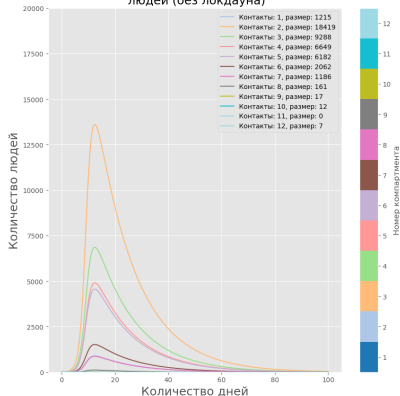
Динамика изменения численности групп инфицированных и выздоровевших людей с течением времени для городского населения.

Моделирование динамики распространения инфекции при условии локдауна

Динамика численности групп инфицированных людей (с локдауном)

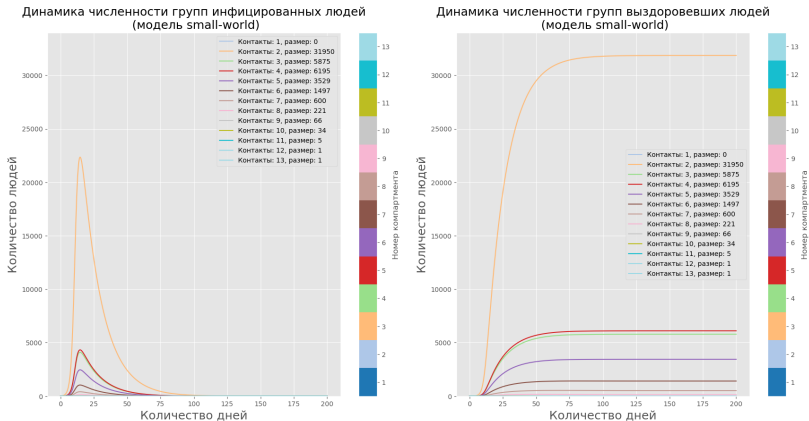


Динамика численности групп инфицированных людей (без локдауна)



Динамика изменения численности групп инфицированных людей с течением времени при наличии локдауна и без него.

Моделирование динамики распространения инфекции на сети контактов, построенной по методу small-world



Динамика изменения размера групп инфицированных и выздоровевших людей с течением времени для сети контактов, полученной с помощью подхода small-world.

Результаты

- ① Разработан алгоритм построения сети контактов для жителей городской и сельской местностей на основе демографических и социо-экономических данных о населении Российской Федерации.
- ② Реализована компартментно-сетевая модель для описания распространения респираторной инфекции в популяциях городского и сельского типов.
- ③ Проведено моделирование распространение инфекции в популяциях с различными типами сетей контактов.

Выводы

- ❶ Сравнение динамики распространения инфекции для городского и сельского населения не выявили серьезных различий. В перспективе, для проведения дополнительного сравнительного анализа распространения инфекции в городской и сельской местности можно, например, рассмотреть гипотезу о том, что в сельской местности люди пожилого возраста перестают работать, а в городе продолжают.
- ❷ Результаты расчётов подтвердили эффективность локдауна, как меры по борьбе с распространением инфекции. В результате эксперимента процент переболевших людей снизился с 74% до 59%.
- ❸ При моделировании динамики распространения инфекции на сети контактов small-world необходимо проводить настройку параметра, отвечающего за вероятность переброса ребра в сети контактов.