



Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Кафедра исследования операций

Кирякин Максим Валерьевич

**Моделирование управления кредитным портфелем с учетом  
макроэкономических условий**

Курсовая работа

**Научный руководитель:**

к.ф.м.н., Куренной Дмитрий Святославович

Москва, 2025

# **Содержание**

<b>1 Введение</b>	<b>2</b>
<b>2 Анализ современных методов управления кредитным риском</b>	<b>3</b>
<b>3 Математическая постановка задачи управления кредитным портфелем</b>	<b>5</b>
3.1 Моделирование индивидуального кредитного риска . . . . .	5
3.2 Моделирование макроэкономической зависимости . . . . .	6
3.3 Критерий оптимальности портфеля . . . . .	6
3.4 Алгоритм динамического управления портфелем . . . . .	7

# 1 Введение

Современный этап развития финансовых систем характеризуется возрастающей сложностью управления кредитными рисками на фоне динамичных макроэкономических изменений. Ускоренное внедрение технологий больших данных и машинного обучения, а также усиление глобальной экономической нестабильности, обусловленной санкционными ограничениями, пандемией и геополитическими кризисами, стимулируют трансформации подходов к управлению кредитными портфелями. В условиях турбулентности кредитные организации сталкиваются с необходимостью адаптации риск-менеджмента, включая модернизацию методов стресс-тестирования и разработку моделей, способных учитывать волатильность ключевых макроэкономических индикаторов. Данные факторы оказывают непосредственное влияние на вероятность дефолта заемщиков, что угрожает устойчивости финансовых институтов и требует разработки новых подходов к управлению кредитными портфелями.

Объектом настоящего исследования выступают кредитные портфели российских коммерческих банков, функционирующие в условиях высокой волатильности макроэкономической среды, включая колебания индекса РТС, ключевой ставки ЦБ РФ, курса рубля и динамики ВВП. Предмет исследования охватывает методы управления кредитными рисками, в частности, оценку кредитоспособности заемщиков, диверсификацию портфеля и прогнозирование вероятности дефолта (PD) с использованием количественных моделей, таких как модель Мертона. Последняя основана на структурном подходе и формализует вероятность дефолта через соотношение стоимости активов компании  $V$ , уровня долга  $D$  и волатильности доходности активов  $\sigma_V$ :

$$PD = \Phi \left( \frac{\ln \left( \frac{V}{D} \right) + \left( r - \frac{\sigma_V^2}{2} \right) T}{\sigma_V \sqrt{T}} \right),$$

где  $\Phi$  — функция распределения стандартной нормальной случайной величины,  $r$  — безрисковая ставка,  $T$  — временной горизонт.

Целью настоящего исследования является разработка и программная реализация гибридного алгоритма управления кредитным портфелем, позволяющего минимизировать риски в условиях макроэкономической нестабильности. Методология исследования базируется на подходе, объединяющем структурные модели кредитного риска и макроэкономическое прогнозирование, что соответствует математической постановке задачи стохастической оптимизации. Исследование осуществляется в четыре этапа. На первом этапе проводится эконометрический анализ чувствительности параметров модели Мертона (рыночная стоимость активов  $A_i$ , обязательства  $L_i$ , волатиль-

нность  $\sigma_{A,i}$ ) к изменениям макроэкономических факторов, формализуемых вектором  $M_t$  (инфляция, безработица, валютный курс). Второй этап предполагает прогнозирование динамики макропоказателей  $M_{forecast}$  на основе моделей векторной авторегрессии (VAR) порядка  $p$ . На третьем этапе полученные макроэкономические сценарии через установленные регрессионные зависимости трансформируются в прогнозы финансового состояния заемщиков и вероятности их дефолта  $PD_i(M_{forecast})$ . Заключительный этап посвящен оптимизации структуры портфеля: определению вектора весов  $w^*$ , минимизирующему меру риска, включающую ожидаемые кредитные потери ( $EL$ ) и рыночную волатильность ( $\Sigma_A$ ).

Эмпирическая база исследования сформирована на данных  $N$  системообразующих российских компаний различных секторов экономики. Для каждого эмитента  $i$  восстановлены исторические параметры модели Мертона и динамика расстояния до дефолта  $DD_i$ . Моделирование взаимосвязи между микроэкономическими параметрами заемщиков и макросредой  $M_t$  выполнено с использованием гребневой регрессии (Ridge regression), что позволило идентифицировать спецификации вида  $\ln(A_{i,t}) = \beta_{i,0} + \beta_i^T M_t + \varepsilon_{i,t}$ , устойчивые к мультиколлинеарности факторов. Выявленные зависимости позволяют связать макроэкономические прогнозы с оценкой будущей финансовой устойчивости заемщиков.

Научная новизна работы заключается в интеграции структурного подхода Мертона, эконометрического моделирования VAR и методов портфельной оптимизации в единый алгоритмический комплекс. В отличие от классических методов, рассматривающих эти компоненты изолированно, предложенный гибридный подход позволяет перейти от реактивного управления рисками к превентивному. Это дает возможность заблаговременно оценивать влияние макроэкономических шоков на профиль риска портфеля через механизм стресс-тестирования вероятностей дефолта  $PD_i(M_{forecast})$  и адаптировать структуру весов  $w^*$  до реализации негативного сценария, минимизируя потенциальные убытки.

## 2 Анализ современных методов управления кредитным риском

Кредитный риск, определяемый как вероятность неисполнения заемщиком своих обязательств, представляет собой ключевой вызов для финансовых институтов, оказывая непосредственное влияние на их устойчивость и рентабельность. Как отмечает Банк России (2022) [14], в структуре рискового профиля отечественных банков на кредитный риск приходится порядка 70%, что усиливает необходимость применения современных методологий его оценки и управления. Среди наиболее распространенных подходов выделяются структурные модели, такие как Moody's KMV [9], и мак-

роэкономически ориентированные решения, включая Credit Portfolio View (McKinsey) [7], каждая из которых предлагает уникальный инструментарий для минимизации убытков.

Модель Moody's KMV, разработанная на основе концепции Мертона (Merton, 1974)[6], базируется на структурном подходе, интерпретирующем дефолт как ситуацию, при которой рыночная стоимость активов компании ( $V_A$ ) опускается ниже порога обязательств ( $X$ ). Ключевым параметром модели выступает «дистанция до дефолта» ( $DD$ ), количественно отражающая устойчивость заемщика к негативным финансовым шокам. Формально  $DD$  выражается как:

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{V}{D}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}}.$$

где  $\mu$  — ожидаемая доходность активов,  $\sigma_A$  — их волатильность, а  $T$  — горизонт анализа. Преобразование  $DD$  в эмпирическую вероятность дефолта ( $EDF$ ) осуществляется через функцию стандартного нормального распределения  $N(\cdot)$ :

$$EDF = N(-DD).$$

Отличительной чертой KMV является использование исторических данных для калибровки  $EDF$ , что повышает точность прогноза в сравнении с теоретическими аналогами (Crosbie & Bohn, 2003) [9]. Однако её микроэкономическая направленность, фокусирующаяся на индивидуальных характеристиках заемщика (например, структуре капитала), ограничивает учет системных рисков, связанных с макроэкономической динамикой. Кроме того, зависимость модели от рыночных котировок акций сужает её применимость к публичным компаниям, игнорируя сегмент частного бизнеса (Hull, 1997)[12].

Альтернативой выступает модель Credit Portfolio View [7], разработанная McKinsey, которая интегрирует макроэкономические факторы в оценку кредитного риска. В её основе лежит гипотеза о цикличности дефолтов, обусловленной fazами экономического развития: рецессии сопровождаются ростом числа неплатежей, тогда как периоды экспансии снижают их частность. Вероятность дефолта ( $P_{j,t}$ ) формализуется через логит-функцию:

$$P_{j,t} = \frac{1}{1 + e^{-Y_{j,t}}},$$

где  $Y_{j,t}$  — линейная комбинация макроэкономических переменных (ВВП, безработица, процентные ставки) со стохастической компонентой. Модель дополняется условными матрицами переходов кредитных рейтингов, адаптируемыми к текущему экономическому контексту. Например,

коэффициент  $\frac{P_{j,t}}{P_j^{hist}}$ , сопоставляющий текущую и историческую вероятность дефолта, позволяет корректировать риск-параметры в режиме реального времени (Wilson, 1997)[7].

Несмотря на преимущества в учете системных рисков, Credit Portfolio View сталкивается с ограничениями, связанными с выбором релевантных макроэкономических индикаторов и сложностью их прогнозирования в условиях нестабильности. В отличие от KMV, ориентированной на рыночные данные, данная методология требует построения сложных эконометрических зависимостей, что повышает риск ошибок спецификации.

Сравнительный анализ моделей демонстрирует[3], что KMV эффективна для оценки индивидуальных рисков в стабильной среде, тогда как Credit Portfolio View обеспечивает устойчивость портфеля к макрошокам. Интеграция структурных и макроэкономических методов, как показывают исследования (Crouhy et al., 2000) [3], способна минимизировать слабые стороны каждой модели, однако требует значительных вычислительных ресурсов и глубокой экспертизы в области риск-менеджмента. Это подчеркивает необходимость дальнейших исследований в области гибридных моделей, сочетающих микро- и макроподходы для повышения точности прогнозирования в условиях турбулентности.

### 3 Математическая постановка задачи управления кредитным портфелем

Задача управления кредитным портфелем рассматривается как задача стохастической оптимизации, целью которой является формирование структуры активов, минимизирующей риски потерь при заданных ограничениях на доходность и ликвидность, с учетом динамики макроэкономической среды.

Пусть  $N$  — количество активов (компаний-заемщиков) в портфеле. Обозначим через  $w = (w_1, w_2, \dots, w_N)^T$  вектор весов портфеля, где  $w_i$  — доля капитала, инвестированная в  $i$ -го заемщика, при условии полной аллокации капитала:  $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ .

#### 3.1 Моделирование индивидуального кредитного риска

Оценка риска отдельного заемщика базируется на структурной модели Мертона [6]. Стоимость собственного капитала компании  $E_i$  интерпретируется как опцион колл на её активы  $A_i$  с ценой исполнения, равной балансовой стоимости обязательств  $L_i$ :

$$E_i = A_i \cdot N(d_{1,i}) - L_i \cdot e^{-rT} \cdot N(d_{2,i}),$$

где  $r$  — безрисковая ставка,  $T$  — горизонт прогнозирования,  $N(\cdot)$  — функция стандартного нормального распределения. Параметры  $d_{1,i}$  и  $d_{2,i}$  определяются как:

$$d_{1,i} = \frac{\ln\left(\frac{A_i}{L_i}\right) + (r + 0.5\sigma_{A,i}^2)T}{\sigma_{A,i}\sqrt{T}}, \quad d_{2,i} = d_{1,i} - \sigma_{A,i}\sqrt{T},$$

где  $\sigma_{A,i}$  — волатильность активов.

Ключевой метрикой риска является вероятность дефолта ( $PD_i$ ), вычисляемая через расстояние до дефолта ( $DD_i$ ):

$$DD_i = \frac{\ln\left(\frac{A_i}{L_i}\right) + (\mu_{A,i} - 0.5\sigma_{A,i}^2)T}{\sigma_{A,i}\sqrt{T}}, \quad PD_i = 1 - N(DD_i).$$

### 3.2 Моделирование макроэкономической зависимости

Для учета влияния внешней среды строится модель зависимости параметров заемщика от вектора макроэкономических факторов  $M_t$  (инфляция, ВВП, валютный курс). Используется линейная регрессия с  $L_2$ -регуляризацией (Ridge):

$$\ln(A_{i,t}) = \beta_{i,0} + \beta_i^T M_t + \varepsilon_{i,t}.$$

Динамика самих макрофакторов описывается системой векторных авторегрессий (VAR) порядка  $p$ :

$$M_t = C + \sum_{k=1}^p \Pi_k M_{t-k} + U_t, \quad U_t \sim WN(0, \Sigma_U).$$

Анализ функций импульсного отклика  $IRF(s) = \partial PD_{i,t+s}/\partial U_t$  позволяет оценить чувствительность риска заемщика к экзогенным шокам.

### 3.3 Критерий оптимальности портфеля

Риск кредитного портфеля характеризуется ожидаемыми потерями ( $EL$ ) и неожидаемыми потерями ( $UL$ ), зависящими от ковариации активов. Задача управления сводится к выбору вектора  $w^*$ , минимизирующему взвешенную функцию риска:

$$w^* = \arg \min_w \left( \lambda \sqrt{w^T \Sigma_A w} + (1 - \lambda) \sum_{i=1}^N w_i PD_i(M_{forecast}) \cdot LGD_i \right)$$

Данное выражение представляет собой компромисс между двумя видами риска:

- **Рыночный риск** ( $\sqrt{w^T \Sigma_A w}$ ) — волатильность портфеля, зависящая от ковариационной матрицы доходностей активов  $\Sigma_A$ .
- **Кредитный риск** — сумма ожидаемых потерь ( $EL$ ), где  $PD_i(M_{forecast})$  — вероятность дефолта с учетом макропрогноза, а  $LGD_i$  — доля потерь при дефолте.
- Параметр  $\lambda \in [0, 1]$  задает предпочтение инвестора: при  $\lambda \rightarrow 1$  минимизируется только волатильность, при  $\lambda \rightarrow 0$  — только ожидаемые потери.

при ограничениях на диверсификацию ( $0 \leq w_i \leq w_{max}$ ) и требуемую доходность ( $\sum w_i r_i \geq R_{req}$ ). Данная постановка позволяет интегрировать результаты стресс-тестирования (через  $PD(M)$ ) непосредственно в процесс принятия решений о ребалансировке портфеля.

В данной работе предлагается гибридный подход. Для оценки индивидуального риска используется структурный подход, развитый в работах Мертона (1974) [6] и Килхофера (2003) [8], а зависимость от внешней среды моделируется через макроэкономические факторы, аналогично подходу Вилсона (1997) [7]. Задача формирования портфеля ставится как оптимизационная, в духе работ Рокафеллара и Урясева (2000) [10], но с ограничениями, специфичными для банковского регулирования.

### 3.4 Алгоритм динамического управления портфелем

Реализация стратегии активного управления портфелем осуществляется итеративно на дискретном временном горизонте. Процесс ребалансировки в момент времени  $t$  начинается с **прогнозирования макроэкономической среды**. На основе исторических данных  $M_{t-k}, \dots, M_t$  с помощью откалиброванной VAR-модели строится прогноз вектора макрофакторов  $M_{forecast}$  на горизонт планирования  $T$  (например, 1 квартал):

$$M_{t+T} = \mathbb{E}[M_{t+T} | \mathcal{F}_t],$$

где  $\mathcal{F}_t$  — информационное множество, доступное в момент  $t$ .

Далее проводится **стресс-тестирование заемщиков**. Полученный прогноз  $M_{forecast}$  используется как входной параметр для регрессионных моделей оценки стоимости активов компаний. Для каждого  $i$ -го заемщика рассчитывается прогнозная вероятность дефолта  $PD_{i,forecast}$ , отражающая ожидаемое состояние экономики:

$$PD_{i,forecast} = f_i(M_{forecast}),$$

где  $f_i$  — функция зависимости, полученная на этапе обучения модели (Ridge-регрессия).

Параллельно происходит **актуализация рыночных метрик**. Оценивается ковариационная матрица доходностей активов  $\Sigma_A$  на основе скользящего окна исторических данных. Это позволяет учесть текущую рыночную волатильность и корреляционные связи между активами.

На следующем этапе выполняется **оптимизация структуры портфеля**. Решается задача квадратичного программирования для нахождения вектора весов  $w_t^*$ , минимизирующего целевую функцию риска при заданных ограничениях.

Завершается процесс **ребалансировкой**. Портфель приводится в соответствие с оптимальными весами  $w_t^*$ . Активы, для которых прогнозируется рост кредитного риска (увеличение  $PD$ ) или рыночной волатильности, замещаются более устойчивыми инструментами.

Данный алгоритм позволяет перейти от реактивного управления (реакция на уже случившиеся события) к превентивному, снижая экспозицию на риск до реализации негативного макроэкономического сценария.

## Список литературы

- [1] Derbali, A., & Hallara, S. (2012). The Current Models of Credit Portfolio Management: A Comparative Theoretical Analysis. *International Journal of Management and Business Research*, 2(4), 271–292.
- [2] Crosbie, P., & Bohn, J. (2003). Modeling Default Risk. *Moody's KMV*.
- [3] Crouhy, M., Galai, D., & Mark, R. (2000). A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models. *Journal of Banking and Finance*, 24(1–2), 59–117.
- [4] Jarrow, R. A. (2011). Credit Market Equilibrium Theory and Evidence. *Finance Research Letters*, 8(1), 2–7.
- [5] Chen, K., Wei, J., & Yu, J. (2010). Credit Risk Modeling with Incomplete Information. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 34(11), 2259–2272.
- [6] Merton, R. C. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, 29(2), 449–470.
- [7] Wilson, T. C. (1997). Portfolio Credit Risk I & II. *Risk*, 10(9–10). [Методология описана в:] Gordy, M. B. (2000). A Comparative Anatomy of Credit Risk Models. *Journal of Banking & Finance*, 24(1–2), 119–149. URL: [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(99\)00054-0](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(99)00054-0)
- [8] Kealhofer, S. (2003). Quantifying Credit Risk I: Default Prediction. *Financial Analysts Journal*, 59(1), 30–44. URL: <https://doi.org/10.2469/faj.v59.n1.2503>
- [9] Crosbie, P., & Bohn, J. (2003). Modeling Default Risk. *KMV LLC*. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.moodysanalytics.com/-/media/whitepaper/2003/12-18-03-modeling-default-risk.pdf>
- [10] Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*, 2(3), 21–41. URL: <https://doi.org/10.21314/JOR.2000.038>
- [11] Mausser, H., & Rosen, D. (2008). Economic Credit Capital Allocation and Risk Contributions. *Algo Research Quarterly*, 11(3), 1–20. URL: <https://scholar.google.com/scholar?q=Mausser+Rosen+Economic+Credit+Capital+Allocation>
- [12] Hull, J. C. (1997). *Options, Futures, and Other Derivatives* (3rd ed.). Prentice Hall.

- [13] Росстат. Официальная статистика: макроэкономические показатели [Электронный ресурс]. URL: <https://rosstat.gov.ru> (дата обращения: 01.05.2025).
- [14] Центральный банк Российской Федерации. Отчеты по ключевой ставке и инфляции [Электронный ресурс]. URL: <https://cbr.ru> (дата обращения: 01.05.2025).
- [15] URL: <https://github.com/MaximKiryakov/Diploma/tree/masters> (дата обращения: 01.05.2025).