Задача А. Паросочетание (1 балл)

Имя входного файла: matching.in Имя выходного файла: matching.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дан двудольный невзвешенный граф. Необходимо найти максимальное паросочетание.

Формат входного файла

В первой строке входного файла три целых числа n, m и k $(1 \le n, m \le 200, 1 \le k \le n \times m)$ — количество чисел в первой и второй долях, а также число ребер соответственно. Далее следуют k строк, в каждой из которых два числа a_i и b_i , что означает ребро между вершиной с номером a_i первой доли и вершиной с номером b_i второй доли. Вершины в обеих долях нумеруются с единицы.

Формат выходного файла

В выходной файл выведите одно число — максимальное число ребер в паросочетании.

| matching.in | matching.out |
|-------------|--------------|
| 3 3 5 | 3 |
| 1 1 | |
| 1 3 | |
| 2 1 | |
| 2 2 | |
| 3 2 | |

Задача В. Максимальный поток (1 балл)

Имя входного файла: maxflow.in Имя выходного файла: maxflow.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером n.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и количество ребер графа ($2 \le n \le 100, \ 1 \le m \le 1000$). Следующие m строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят 10^5 .

Формат выходного файла

В выходной файл выведите одно число — величину максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером n.

| maxflow.in | maxflow.out |
|------------|-------------|
| 4 5 | 3 |
| 1 2 1 | |
| 1 3 2 | |
| 3 2 1 | |
| 2 4 2 | |
| 3 4 1 | |

Задача С. Минимальный разрез (1 балл)

Имя входного файла: cut.in
Имя выходного файла: cut.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан неориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Вершина с номером 1 — исток. Вершина с номером n — сток. Требуется найти минимальный S-T разрез в этом графе.

Напомним, что S-T разрезом в графе называется пара дизъюнктных множеств вершин S и T, таких что $S \cup T = V$, $s \in S$, $t \in T$. Мощностью разреза называется сумма пропускных способностей ребер, один из концов которого принадлежит S, а другой T.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и ребер графа соответственно ($2 \le n \le 500, \ 1 \le m \le 10^4$). В следующих m строках содержатся по три числа: номера вершин u и v, которые соединяет ребро (u, v) и его пропускная способность. Пропускные способности не превосходят 10^9 .

Формат выходного файла

В первой строке выходного файла выведите натуральное число k — количество вершин в множестве S. В следующей строке выведите k чисел, разделенных пробелом — номера вершин в множестве S.

| cut.in | cut.out |
|--------|---------|
| 4 4 | 2 |
| 1 2 2 | 1 2 |
| 2 4 1 | |
| 1 3 1 | |
| 3 4 2 | |

Задача D. Покрытие путями (1 балл)

Имя входного файла: paths.in
Имя выходного файла: paths.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан ориентированный ациклических граф. Требуется определить минимальное количество непересекающихся путей, покрывающих все вершины.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и ребер графа соответственно ($2 \le n \le 1000, \ 0 \le m \le 10^5$). В следующих m строках содержатся по два числа: номера вершин u и v, которые соединяет ребро (u, v).

Формат выходного файла

В первой строке выходного файла выведите натуральное число k — минимальное количество путей, необходимых, чтобы покрыть все вершины.

| paths.in | paths.out |
|----------|-----------|
| 3 3 | 1 |
| 1 3 | |
| 3 2 | |
| 1 2 | |

Задача Е. Декомпозиция потока (2 балла)

Имя входного файла: decomposition.in Имя выходного файла: decomposition.out

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером n и постройте декомпозицию этого потока.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и количество ребер графа ($2 \le n \le 500, 1 \le m \le 10000$). Следующие m строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят 10^9 .

Формат выходного файла

В первую строку выходного файла выведите одно число — количество путей в декомпозции максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером n. Следующий строки должны содержать описания элементарых потоков, на который был разбит максимальный. Описание следует выводить в следующем формате: величина потока, количество ребер в пути, вдоль которого течет данный поток и номера ребер в этом пути. Ребра нумеруются с единицы в порядке появления во входном файле.

| decomposition.in | decomposition.out |
|------------------|-------------------|
| 4 5 | 3 |
| 1 2 1 | 1 2 1 4 |
| 1 3 2 | 1 3 2 3 4 |
| 3 2 1 | 1 2 2 5 |
| 2 4 2 | |
| 3 4 1 | |

Задача F. Циркуляция (2 балла)

Имя входного файла: circulation.in Имя выходного файла: circulation.out

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Назовем *циркуляцией* поток величины 0. Дан ориентированный граф с нижними и верхними пропускными способностями, то есть для любых вершин i и j должно быть верно, что $l_{ij} \leq f_{ij} \leq c_{ij}$, где l_{ij} — нижняя граница, а c_{ij} — верхняя. Требуется найти циркуляцию в данном графе, удовлетворяющую данным ограничениям.

Формат входного файла

В первой строке входного файла 2 целых числа N и M ($1 \le N \le 200$, $0 \le M \le 15000$). Далее следуют M строк, описывающие ребра графа. Каждая строка содержит 4 целых положительных числа i, j, l_{ij} и c_{ij} ($0 \le l_{ij} \le c_{ij} \le 10^5$), что означает, что ребро ведет из вершины с номером i в вершину с номером j с нижней границей l_{ij} и верхней c_{ij} . Гарантируется, что если в графе есть ребро из i в j, то нет ребра из j в i.

Формат выходного файла

Если не существует циркуляции удовлетворяющей данным ограничения, выведите NO. Иначе на первой строке выведите YES. Далее в M строках должно содержаться по одному числу. В i-ой строке — величина потока по ребру на i-ой строке во входном файле. Напомним, что для любых i и j должно быть верно, что $l_{ij} \leq f_{ij} \leq c_{ij}$.

| circulation.in | circulation.out |
|----------------|-----------------|
| 4 6 | NO |
| 1 2 1 2 | |
| 2 3 1 2 | |
| 3 4 1 2 | |
| 4 1 1 2 | |
| 1 3 1 2 | |
| 4 2 1 2 | |
| 4 6 | YES |
| 1 2 1 3 | 1 |
| 2 3 1 3 | 2 |
| 3 4 1 3 | 3 |
| 4 1 1 3 | 2 |
| 1 3 1 3 | 1 |
| 4 2 1 3 | 1 |