Rapport du projet de théorie des graphes

Maxence Ahlouche Maxime Arthaud Korantin Auguste
Martin Carton Thomas Forgione Thomas Wagner

7 octobre 2013

Table des matières

1 Présentation de l'équipe

Cette équipe a été menée par Korantin Auguste, assisté de son Responsable Qualité Martin Carton. Les autres membres de l'équipe sont Thomas Wagner, Thomas Forgione, Maxime Arthaud, et Maxence Ahlouche. Tous les membres de l'équipe ont été présents à chacune des séances lors de cette UA.

2 Modélisation mathématique

Nous avons choisi de représenter nos graphes comme une liste de sommets, chacun ayant une liste d'arêtes.

3 Analyse mathématique

3.1 Graphes eulériens

3.2 Graphes hamiltonien

Un graphe hamiltonien est un graphe est un graphe sur lequel on peut trouver un cycle passant par tout les sommets une et une seule fois.

Le problème de savoir si un graphe admet un cycle, ou même un chemin hamiltonien est NP-complet, de même que de trouver un tel cycle ou chemin s'il y en a.

Il existe cependant des conditions suffisantes pour lesquelles on peut affirmer qu'un graphe est hamiltonien ou non.

3.3 Problème du postier chinois

3.4 Problème voyageur de commerce

On s'intéresse ici à passer par tout les points d'un ensemble une et une seule fois en minimisant la distance totale du cycle.

On peut modéliser ce problème par un graphe complet, dont les arêtes ont un coup qui correspond à la distance entre chaque point, on cherche alors le cycle hamiltonien de coût minimal. On sait qu'un tel cycle existe car le graphe est complet.

Cependant trouver un tel graphe est un problème NP-difficile, il n'existe donc pas d'algorithme efficaces pour trouver ce cycle.

Il existe cependant plusieurs heuristique pour trouver un cycle dans ce graphe.

Un heuristique simple consiste à partir d'un sommet au hasard du graphe et d'aller au sommet le plus proche sur lequel on est pas encore passer (puis à retourner au sommet de départ pour boucler le cycle). Cet algorithme n'offre cependant aucune garantie de résultat, il existe même des graphes pour lesquels il donne le pire cycle.

Il existe aussi des algorithmes non-constructifs comme le 2-opt, qui essaye d'améliorer un cycle donné en échangeant des sommets.

4 Méthode de résolution

4.1 Graphes eulériens

4.2 Graphes hamiltonien

4.3 Problème du postier chinois

4.4 Problème voyageur de commerce

5 Algorithmes

5.1 Graphes eulériens

5.2 Graphes hamiltonien

5.3 Problème du postier chinois

5.4 Problème voyageur de commerce

6 Conclusion

7 Tests

7.1 Problème voyageur de commerce

Nous avons lancé cet algorithme sur plusieurs "grands" graphes [1], les résultats sont présentés dans la table 1 [2].

Fichier de test	Résultat optimum	Plus proche voisin	Plus proche voisin + 2-opt	Plus proche voisin amélioré + 2-opt
berlin52.tsp	7542	8981/19.1%	8060/6.7%	7810/3.6%
bier127.tsp	118282	137297/16.7%	125669/6.2%	N/A
d657.tsp	48912	62176/27.1%	N/A	N/A
fl1577.tsp	22249	N/A	N/A	N/A
u724.tsp	41910	55344, 32.1%	N/A	N/A

Table 1 – Résultats pour TSP

On remarque que bien qu'il ne fournisse aucune garantie, l'algorithme du plus proche voisin donne des résultats plutôt bons.

1. Trouvés sur `http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/`.
2. N/A indique que l'algorithme est trop long ou cause une erreur à cause de la taille du graphe, pour chaque méthode de résolution sont données les longueurs des chemins trouvés et l'erreur relative avec le résultat optimum.

8 Annexe