Tecnológico de Monterrey

Inteligencia artificial avanzada para la ciencia de datos I (Gpo 101)

Momento de Retroalimentación: Módulo 2 Implementación de una técnica de aprendizaje máquina sin el uso de un framework. (Portafolio Implementación)

Maxime Vilcocq Parra

A01710550

Implementación de una técnica de aprendizaje máquina sin el uso de un framework:

Para esta entrega estaré programando el algoritmo de gradient descent para generar un modelo predictivo (calculando coeficientes de distintas variables) reduciendo el MSE (mean squared error).

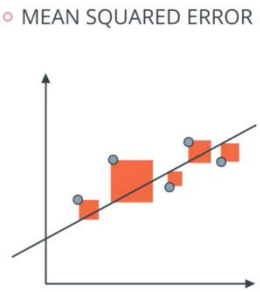
Para mi programa estaré utilizando el dataset de abalone, el cual es un set de datos para predecir la edad de este tipo de árbol a partir de medidas físicas (en lugar del tedioso método tradicional). Sin embargo, el código debe de funcionar con otros sets de datos siempre y cuando se introduzcan de forma correcta.

Gradient descent:

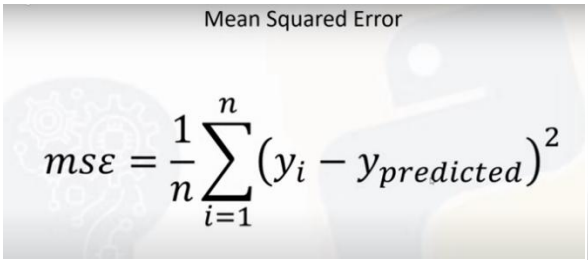
El algoritmo de gradient descent nos permite crear un modelo predictivo al reducir el error (MSE) de un modelo predictivo inicial (propuesto por nosotros) hasta que ese error sea el más bajo posible.

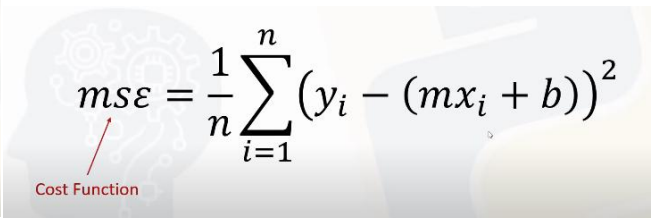
Nota: en ocasiones no es posible llegar a un MSE de 0, esto se puede deber a tener datos insuficientes (ya sea que falten considerar variables, o hacer más mediciones). Cuando esto sucede es probable que no conozcamos uno o más factores que impactan a nuestra variable dependiente.

La siguiente imagen del blog de Krystian Safjan ("Comprehensive Guide to Interpreting R\xB2, MSE, and RMSE for Regression Models."). Muestra visualmente como se ve este MSE. La línea recta es un modelo de predicción y mientras más cerca estén los puntos (valores reales de la variable independiente), menor será el área naranja (MSE).



De forma matemática el mean squared error se calcula de la siguiente manera (imagenes sacada del video Machine Learning Tutorial Python - 4: Gradient Descent and Cost Function):





Esto es de forma literal, restarle cada Y que predice nuestro modelo a cada Y real del set

de datos, elevar cada resta al cuadrado (evita que los valores negativos cancelen a los positivos), sumar los resultados y promediar el total de dicha suma.

Lo que queremos es ver cómo cada una de nuestros coeficientes "m" y nuestro bias "b" afectan este mean squared error. Para ello derivamos MSE con respecto a cada "m" y al "b".

$$\partial/\partial m = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} -x_i\left(y_i - (mx_i + b)\right)$$

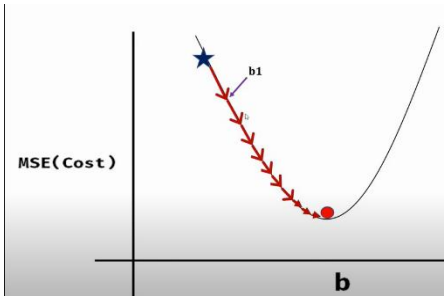
$$\partial/\partial b = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} -\left(y_i - (mx_i + b)\right)$$

Imagen sacada del video Machine Learning Tutorial Python - 4: Gradient Descent and Cost Function.

Esta derivada nos dice la dirección a la que cada bias y coeficiente está moviendo nuestro MSE, la idea es irnos moviendo hacia el MSE más pequeño posible.
Esto se consigue utilizando un step (que es lo mismo que el learning rate), que nos dice qué tanto movernos hacia la dirección que hace que el MSE disminuya.

$$m = m - \text{learning rate} * \partial/\partial m$$

$$b = b - \text{learning rate} * \partial/\partial b$$



Imagenes tomadas del video Machine Learning Tutorial Python - 4: Gradient Descent and Cost Function.

En la imagen anterior podemos ver como el valor de b se va actualizando en cada iteración obteniendo un MSE cada vez más pequeño.

El algoritmo de gradient descent suele requerir de varias épocas o iteraciones para llegar a un buen resultado.

Elaboración de código:

Estoy empleando numpy simplemente para manejar los datos en matrices y facilitar el manejo de estos para hacer producto punto entre estas. En otras palabras, para poder multiplicar cada coeficiente de nuestras variables independientes por su respectivo valor y con eso obtener una predicción. Si el código de Python no funciona al ejecutarse, es probable que falte hacer pip install de numpy.

1. El primer paso es identificar y separar nuestra variable dependiente (Y) de las variables independientes (nuestras X) y cargarlas.

En el caso del dataset de abalone, el valor que queremos conseguir es el número de anillos que tiene el árbol (con eso se determina la edad). Además el dataset incluye la columna de Sex que es una variable no cuantitativa por lo que se requiere hacer un hot encoding para poder procesar el dato.

```python
def load_data(filename="abalone.data"):
    data = []
    with open(filename, "r") as f:
        for line in f:
            #separar valores por comas
            values = line.strip().split(",")
            data.append(values)
    #convertir las lineas de datos en un array
    return np.array(data)
```

Carga el archivo.

```python
# Hot encoding para "Sex" (Male, Female, Infant)
def encode_sex(data):
    encoded = []
    for row in data:
        sex = row[0] #sex es el primer valor de la fila
        if sex == "M":
            encoded.append([1, 0, 0])  # M
        elif sex == "F":
            encoded.append([0, 1, 0])  # F
        else:
            encoded.append([0, 0, 1])  # I

    return np.array(encoded)
```

Convierte de cualitativo a cuantitativo.

```python
# Separar variables independientes (X) y dependiente (y)
def preprocess_data(raw_data):
    # Separar columna sex (cualitativa) y el resto
    sex_encoded = encode_sex(raw_data)

    # Convertir todo a float para calculos
    numeric_data = raw_data[:, 1:].astype(float)

    # Nuestra x son las independientes sin el numero de rings (y)
    #hstack permite juntar las 3 columnas del sex_encoded con el resto
    X = np.hstack((sex_encoded, numeric_data[:, :-1]))

    # Variable dependiente = rings
    y = numeric_data[:, -1]
    return X, y
```

Separa la variable dependiente y junta todas las independientes en una sola matriz.

2. Darles un valor inicial a nuestros pesos (los coeficientes de cada una de nuestras variables independientes) y a nuestro bias.

Para esto estoy creando un vector de coeficientes, un coeficiente por cada variable independiente, todos inicializados en 0.

```python
n_samples, n_features = X.shape  # filas, columnas

# Inicializar coeficientes (w) y bias (b)
w = np.zeros(n_features)
b = 0
```

n_samples son las filas y n_features, las columnas.

3. Saco el cálculo de la predicción con el producto punto.

```python
# Prediccion del modelo
y_pred = np.dot(X, w) + b    # X*w + b
```

$(mx_i + b)$

En esta línea se está multiplicando cada fila de X (cada fila tiene n columnas, una por cada variable independiente) por su respectivo coeficiente dentro del vector de pesos w y luego le suma b.

Lo que obtiene la variable y_pred es un arreglo de predicciones del mismo tamaño que las filas de nuestro set de datos. Es decir, si tenemos 15 filas en el dataset, habrá 15 predicciones dentro de y_pred.

4. Sacamos el MSE con la predicción recién calculada:

```
# Calcular costo (MSE)
cost = (1/n_samples) * np.sum((y - y_pred) ** 2)
```

$$mse = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y_{predicted})^2$$

A cada valor real de y se le resta el valor de la predicción y se eleva al cuadrado (esto nos deja un arreglo de resultados). Con np.sum sumamos cada valor del arreglo para tener un solo valor numérico el cual se divide entre el número de filas para saber el promedio (MSE).

5. Sacamos un vector de derivadas para saber cuánto y cómo (+/-) influye cada variable independiente y el bias a nuestra variable dependiente.

```
# Derivadas parciales
dw = -(2/n_samples) * np.dot(X.T, (y - y_pred))  # vector de derivadas
db = -(2/n_samples) * np.sum(y - y_pred)
```

$$\partial/\partial m = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} -x_i\left(y_i - (mx_i + b)\right)$$

$$\partial/\partial b = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} -\left(y_i - (mx_i + b)\right)$$

dw nos muestra un vector (usa np.dot) con la magnitud y signo de la derivada respecto a cada variable independiente. Db (usa.sum) nos da únicamente un valor el cual representa el impacto del bias en el MSE.

6. Utilizando un learning rate actualizamos el valor de nuestro bias y nuestros coeficientes.

```
def gradient_descent(X, y, learning_rate=0.001, iterations=25000):
```

Aquí uso un learning rate default de .001.

```
# Actualizar pesos
w -= learning_rate * dw
b -= learning_rate * db
```

$$m = m - \text{learning rate} * {}^{\partial}/_{\partial m}$$

$$b = b - \text{learning rate} * {}^{\partial}/_{\partial b}$$

7. Finalmente repetimos este proceso las veces que queramos actualizando cada vez los valores del bias y los pesos.

```
def gradient_descent(X, y, learning_rate=0.001, iterations=25000):
```

El default está colocado en 25000.

```
for i in range(iterations):
    # Prediccion del modelo
    y_pred = np.dot(X, w) + b   # X*w + b

    # Calcular costo (MSE)
    cost = (1/n_samples) * np.sum((y - y_pred) ** 2)

    # Derivadas parciales
    dw = -(2/n_samples) * np.dot(X.T, (y - y_pred))  # vector de derivadas
    db = -(2/n_samples) * np.sum(y - y_pred)

    # Actualizar pesos
    w -= learning_rate * dw
    b -= learning_rate * db

    # Mostrar progreso cada cierto número de iteraciones
    if i % 500 == 0:
        print(f"Iteración {i}: w={w}, b={b:.4f}, cost={cost:.4f}")
```

8. Una vez concluidas las épocas regresamos el vector de pesos y el bias final.

```
return w, b
```

```
w, b = gradient_descent(X, y, learning_rate=0.001, iterations=20000)
print("Pesos finales:", w)
print("Bias final:", b)
```

En la foto anterior uso “X” y “y” pero en la aplicación real uso el “X” y “y” de mi dataset de entrenamiento.

Ya que tenemos los valores podemos comenzar a hacer predicciones.

```
# Predecir con los coeficientes obtenidos
def predict(X, w, b):
    return np.dot(X, w) + b
```

9. Crear un modelo funcional.

Para ver que tanto se ajusta a nuevos valores, separamos nuestro dataset en dos, uno para entrenar y otro para probar.

```
# Separar en entrenamiento (80%) y test (20%)
def train_test_split(X, y, test_size=0.2, seed=42):
    np.random.seed(seed)
    n_samples = X.shape[0]
    indices = np.arange(n_samples)
    np.random.shuffle(indices)

    test_size = int(n_samples * test_size)
    test_idx = indices[:test_size]
    train_idx = indices[test_size:]

    X_train, X_test = X[train_idx], X[test_idx]
    y_train, y_test = y[train_idx], y[test_idx]

    return X_train, X_test, y_train, y_test
```

El código funciona igual solo que en lugar de enviar toda el dataset, enviamos solamente la X y Y de entrenamiento para obtener coeficientes. Después con los coeficientes obtenidos y los valores de X y Y de test podemos comparar los valores que predecimos con valores reales.

10. Predecir y comparar

Con los coeficientes obtenidos y el segmento de prueba comparamos los valores reales con los que pronosticamos.

Estoy utilizando R squared,

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_i)^2}$$

Imagen de R-squared in Linear Regression Models: Concepts, Examples.

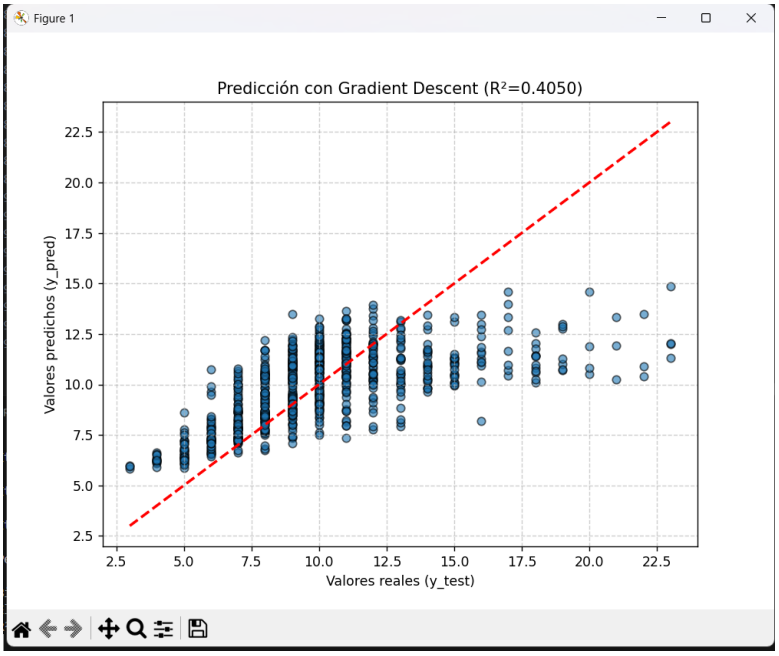
```
# Calcular R squared
def r_squared(y_true, y_pred):
    ss_res = np.sum((y_true - y_pred) ** 2)
    ss_tot = np.sum((y_true - np.mean(y_true)) ** 2)
    return 1 - (ss_res / ss_tot)
```

Este valor nos sirve para explicar qué tanto nuestro modelo explica la variación de nuestra variable dependiente. Va de 0 a 1, donde un 1 significa que el modelo es perfecto.

11. Graficar los resultados.

Utilicé matplotlib para mostrar un visual que nos permite entender más fácilmente nuestra predicción contra los valores reales.

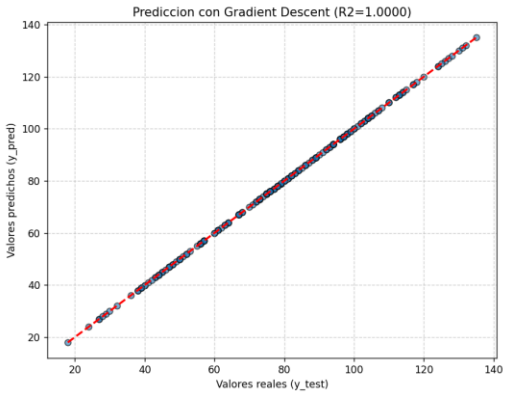
```
plt.figure(figsize=(8,6))
plt.scatter(y_test, y_pred_test, alpha=0.6, edgecolor="k")
plt.plot([y_test.min(), y_test.max()], [y_test.min(), y_test.max()], 'r--', linewidth=2)
plt.xlabel("Valores reales (y_test)")
plt.ylabel("Valores predichos (y_pred)")
plt.title(f"Prediccion con Gradient Descent (R2={r2:.4f})")
plt.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)
plt.show()
```



12. Comprobar los datos y el funcionamiento del código:

Tras ejecutar mi código con el set de datos de abalone, el resultado obtenido es un R2 de .4 lo que significa que mi modelo predice un alrededor de un 40% de la variabilidad. Este valor no es muy alto, esto probablemente se debe a que estamos tratando de hacer una regresión lineal y que otro modelo de regresión (por ejemplo, un exponencial) podría ajustarse mejor al dataset.

Sin embargo, esto no significa que el código no funciona, para demostrar esto creé un dataset artificial con valores estrictamente lineares. Podemos verificar si el código funciona si vemos que los coeficientes son iguales a los que utilicé. Por ser un set de datos artificial, se puede alcanzar un MSE de casi 0, y una R2 de casi 1.




```
Iteración 19500: w=[2.00388771 3.00397674 5.00416822 7.00420067], b=3.9201, cost=0.0006
Pesos finales: [2.00354048 3.00362156 5.00379594 7.00382549]
Bias final: 3.927264157969956
R2 en test set: 1.0000
```

```
np.random.seed(42)
X = np.random.randint(0, 10, (1000, 4))
y = 2*X[:,0] + 3*X[:,1] + 5*X[:,2] + 7*X[:,3] + 4
```

Train, validate y test:

Actualmente, el código separa el dataset en dos partes. Una para entrenar y otra para probar el modelo entrenado. El punto de esto es que los valores con los que se prueba no afecten el entrenamiento (overfitting). Sin embargo, esto no es suficiente para confiar en que nuestro modelo funcionará correctamente cuando se enfrente a nuevos datos. Por ello, agregamos una capa extra llamada validation.

Validation no es más que un test adicional. A nuestro set de entrenamiento le quitamos un fragmento para realizar una prueba adicional. Esto nos deja con un set de entrenamiento ligeramente más pequeño, pero nos da la posibilidad de probar con un set de datos adicional. Tras comparar los valores de R2 que se obtienen de probar dentro de training, de validate y de test podemos ver si nuestro modelo realmente funciona o si se está sobre ajustando

Cómo evaluamos el modelo:

Bias: Qué tanto aprende el modelo (que tanta variabilidad es capaz de modelar). Si el R2 es alto >.7, entonces el bias es bajo. Es decir, el modelo aprende bien los patrones presentes en el data set. Si el R2<.3 entonces el bias es alto y por ello no aprende bien los patrones. Un punto entre .3 y .7 es un aprendizaje limitado.

Varianza: Qué tan sensible es el modelo a los datos de entrenamiento. Si la varianza es muy alta, significa que el modelo se está “memorizando” los datos de entrenamiento. En este problema estoy utilizando una diferencia de R2 entre un set de pruebas y otro para calcularla. Si la diferencia de R2 es grande, es porque se está aprendiendo los valores de entrenamiento y no es capaz de hacer una buena predicción con nuevos valores.

Ajuste: Overfitting, underfitting y fit. Si el bias es alto es underfit (no captura el patrón de comportamiento), si el bias es bajo, pero la varianza alta es overfit (se memoriza datos de entrenamiento y falla con datos externos). Finalmente un modelo fit, tendría un bias de mediano a bajo (es mejor si es bajo) y una varianza baja (es bueno para generalizar).

En código:

```python
# Separar en entrenamiento (60%) y test (20%) y validacion 20%)
def train_val_test_split(X, y, val_size=0.2, test_size=0.2, seed=42):
    np.random.seed(seed)
    n_samples = X.shape[0]
    indices = np.arange(n_samples)
    np.random.shuffle(indices)

    test_split = int(n_samples * test_size)
    val_split = int(n_samples * (test_size + val_size))

    test_idx = indices[:test_split]
    val_idx = indices[test_split:val_split]
    train_idx = indices[val_split:]

    X_train, X_val, X_test = X[train_idx], X[val_idx], X[test_idx]
    y_train, y_val, y_test = y[train_idx], y[val_idx], y[test_idx]

    return X_train, X_val, X_test, y_train, y_val, y_test
```

Hacemos una separación adicional para validación.

```python
# Diagnostico del modelo basado en R2 de train y val
def diagnostico_modelo(y_train, y_train_pred, y_val, y_val_pred):
    r2_train = r_squared(y_train, y_train_pred)
    r2_val = r_squared(y_val, y_val_pred)

    # Bias
    if r2_train < 0.3:
        bias = "Alto (modelo no aprende bien)"
    elif r2_train < 0.7:
        bias = "Medio (modelo mejora pero sigue limitado)"
    else:
        bias = "Bajo (modelo aprende bien)"

    # Varianza
    diff = abs(r2_train - r2_val)

    if diff > 0.2:
        varianza = "Alta (cambia mucho entre train y val)"
    elif diff > 0.1:
        varianza = "Media (algo de diferencia)"
    else:
        varianza = "Baja (modelo consistente)"

    # Ajuste
    if r2_train < 0.3:
        ajuste = "Underfit (el modelo no captura los patrones)"
    elif r2_train >= 0.7 and diff > 0.2:
        ajuste = "Overfit (memoriza train pero falla en val)"
    else:
        ajuste = "Fit (buen balance entre bias y varianza)"

    return {
        "R2_train": r2_train,
        "R2_val": r2_val,
        "Bias": bias,
        "Varianza": varianza,
        "Ajuste": ajuste
    }
```

Calculamos la R2 de nuestra predicción en validación y en test y con eso calculamos el Bias, la varianza y el ajuste (fit).

```python
def run_Abalone_Validation():
    raw_data = load_data("abalone.data")
    X, y = preprocess_data(raw_data)

    # usar el split con validación
    X_train, X_val, X_test, y_train, y_val, y_test = train_val_test_split(X, y)

    # entrenar el modelo
    w, b = gradient_descent(X_train, y_train, learning_rate=0.001, iterations=20000)

    # predicciones
    y_train_pred = predict(X_train, w, b)
    y_val_pred = predict(X_val, w, b)
    y_test_pred = predict(X_test, w, b)

    # diagnóstico
    diag = diagnostico_modelo(y_train, y_train_pred, y_val, y_val_pred)
    print("\n--- Diagnóstico del modelo ---")
    for k, v in diag.items():
        print(f"{k}: {v}")

    # desempeño en test final
    r2_test = r_squared(y_test, y_test_pred)
    print(f"\nR2 en test set (generalización): {r2_test:.4f}")

    return w, b, (y_train, y_train_pred), (y_val, y_val_pred), (y_test, y_test_pred)
```

Separamos los datos, hacemos predicciones para train, validate y test y corremos el diagnóstico para saber como se comporta el modelo dentro de train a comparación de validate.

Estandarización (Mejora de modelo):

Para mejorar la R2 de mi modelo estoy haciendo una estandarización z (z-Standardization).

A cada valor de x le resto la media de ese valor y lo divido entre la desviación estándar del mismo.

Este tipo de estandarización es útil para mi data set ya que permite hacer que variables medidas de distintas formas sean comparables (por ejemplo milímetros contra gramos [situación real del data set de Abalone]).

En pocas palabras lo que hace esta normalización es cambiar la magnitud de los valores por una medida de qué tan diferente se comportó una variable a su promedio. Esto hace que variables con magnitudes grandes y pequeñas tengan la misma importancia para el modelo.

Esto no cambia la relación que existe entre las variables dependientes e independientes, simplemente cambia como el modelo ve la magnitud de cada variable (una magnitud grande puede afectar el step del gradiente, haciendo que una variable sea "priorizada" sobre otra).

En código:

```python
# Función de estandarización
def standardize(X_train, X_val=None, X_test=None):
    mean = X_train.mean(axis=0)
    std = X_train.std(axis=0)
    X_train_scaled = (X_train - mean) / std

    results = [X_train_scaled]
    if X_val is not None:
        X_val_scaled = (X_val - mean) / std
        results.append(X_val_scaled)
    if X_test is not None:
        X_test_scaled = (X_test - mean) / std
        results.append(X_test_scaled)
    return tuple(results)
```

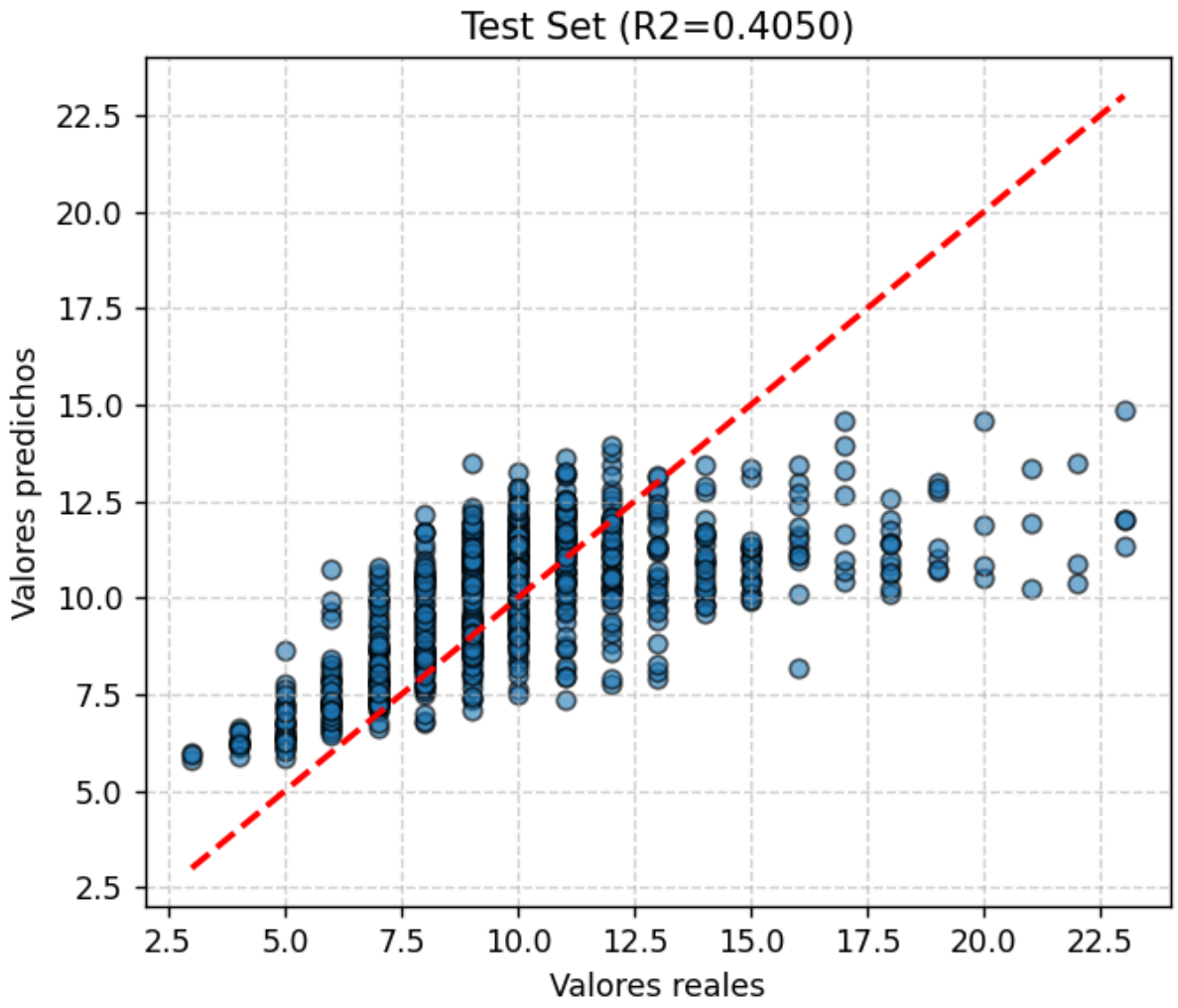
Hacemos una función para estandarizar los valores de X.

```python
def run_Abalone_Validation_Standardized():
    raw_data = load_data("abalone.data")
    X, y = preprocess_data(raw_data)

    # Split train/val/test
    X_train, X_val, X_test, y_train, y_val, y_test = train_val_test_split(X, y)

    # Estandarizar los datos
    X_train, X_val, X_test = standardize(X_train, X_val, X_test)

    # Entrenar modelo sin regularización
    w, b = gradient_descent(
        X_train, y_train,
        learning_rate=0.001,
        iterations=20000
    )

    # Predicciones
    y_train_pred = predict(X_train, w, b)
    y_val_pred = predict(X_val, w, b)
    y_test_pred = predict(X_test, w, b)

    # Diagnóstico
    diag = diagnostico_modelo(y_train, y_train_pred, y_val, y_val_pred)
    print("\n--- Diagnóstico del modelo ESTANDARIZADO ---")
    for k, v in diag.items():
        print(f"{k}: {v}")

    # R² en test
    r2_test = r_squared(y_test, y_test_pred)
    print(f"\nR2 en test set (generalización): {r2_test:.4f}")

    return w, b, (y_train, y_train_pred), (y_val, y_val_pred), (y_test, y_test_pred)
```

Le aplicamos la estandarización a las X (variables independientes).

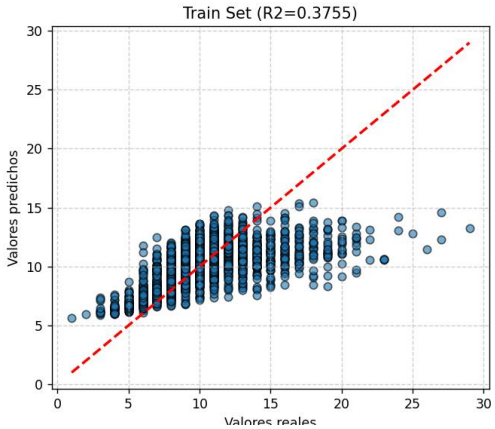
Resultados:

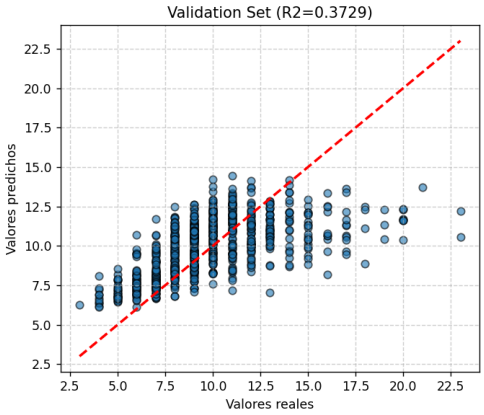
Test y train solamente:

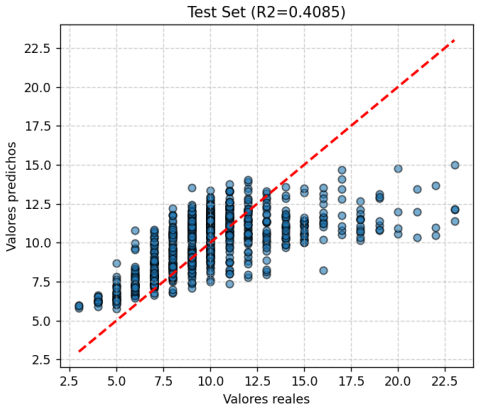


Si corremos el código únicamente con un set de entrenamiento y otro de prueba, obtenemos una R2 de .405. Sin embargo, como solo hay un set para probar, no sabemos realmente si estamos cayendo en un overfitting, underfitting o si está bien nuestro fit.

Train, test y validate:



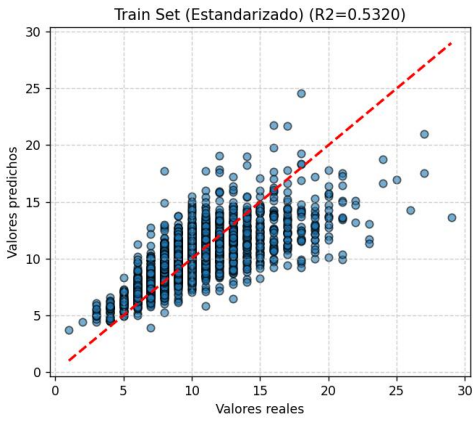


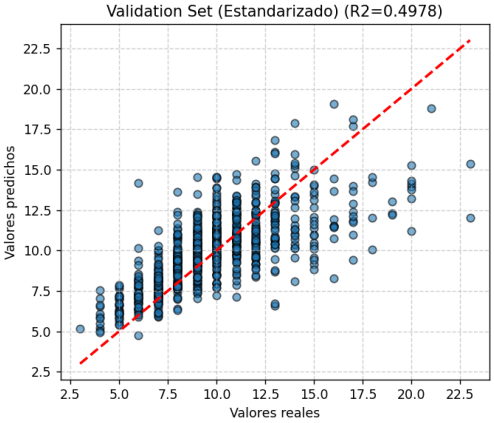


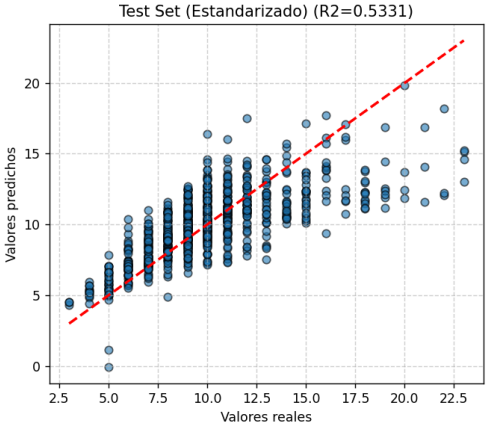

```
--- Diagnóstico del modelo ---
R2_train: 0.3755163573174004
R2_val: 0.3729266431146704
Bias: Medio (modelo mejora pero sigue limitado)
Varianza: Baja (modelo consistente)
Ajuste: Fit (buen balance entre bias y varianza)
```

Obtuvimos una R2 de test muy similar al anterior, sin embargo, tenemos más certeza de que nuestro modelo está haciendo el fit correctamente. A pesar de esto, el R2 es medio, acercándose a bajo. En otras palabras nuestro modelo solo encapsula el 40% de la variabilidad de y.

Train, test y validate con estandarización:








```
--- Diagnóstico del modelo ESTANDARIZADO ---
R2_train: 0.5320437863097043
R2_val: 0.49780334859774633
Bias: Medio (modelo mejora pero sigue limitado)
Varianza: Baja (modelo consistente)
Ajuste: Fit (buen balance entre bias y varianza)
```

Los resultados obtenidos son similares a los anteriores, tenemos un buen fit, pero un Bias no tan alto. Aún así, se puede ver una mejora de aproximadamente 25% respecto a la capacidad predictiva del modelo, pasando de R2 = .4 a R2= .5.

Framework:

Para esta entrega estaré usando pytorch, un framework de meta para machine learning.

```python
def gradient_descent_torch(X, y, learning_rate=0.001, iterations=20000):
    # Convertir numpy a tensores de PyTorch
    X = torch.tensor(X, dtype=torch.float32)
    y = torch.tensor(y, dtype=torch.float32).view(-1, 1)  # columna

    n_samples, n_features = X.shape

    # Definir modelo lineal: y = Xw + b
    model = nn.Linear(n_features, 1, bias=True)

    # Definir función de pérdida (MSE)
    criterion = nn.MSELoss()

    # Definir optimizador (SGD en este caso)
    optimizer = optim.SGD(model.parameters(), lr=learning_rate)

    # Entrenar
    for i in range(iterations):
        # Forward pass
        y_pred = model(X)

        # Calcular pérdida
        loss = criterion(y_pred, y)

        # Backpropagation
        optimizer.zero_grad()
        loss.backward()

        # Update
        optimizer.step()

        if i % 5000 == 0:
            print(f"Iter {i}: Loss={loss.item():.4f}")

    # Extraer pesos y bias entrenados
    w = model.weight.detach().numpy().flatten()
    b = model.bias.item()
    return w, b, model
```

En el código, lo que estamos haciendo es exactamente lo mismo que antes, pero con funciones ya incluidas en la biblioteca de PyTorch.

Qué hace PyTorch: Hace el cálculo de derivadas y la actualización de parámetros.

PyTorch maneja tensores en lugar de arrays, por lo que convertimos nuestros datos a este formato.

```
# Convertir numpy a tensores de PyTorch
X = torch.tensor(X, dtype=torch.float32)
y = torch.tensor(y, dtype=torch.float32).view(-1, 1)  # columna
```

Definimos el modelo que vamos a usar: linear y le decimos que vamos a tener un bias (termino independiente b). El n_features es la cantidad de variables independientes.

```
# Definir modelo lineal: y = Xw + b
model = nn.Linear(n_features, 1, bias=True)
```

Definimos el criterio que vamos a usar, para gradient descent se usa la perdida de MSE.

```
# Definir función de pérdida (MSE)
criterion = nn.MSELoss()
```

Definimos como vamos a optimizar el modelo: SGD=Stochastic Gradient Descent, con nuestro learning rate.

```
# Definir optimizador (SGD en este caso)
optimizer = optim.SGD(model.parameters(), lr=learning_rate)
```

Entrenamos el modelo por el número de iteraciones:

```
# Entrenar
for i in range(iterations):
    # Forward pass
    y_pred = model(X)

    # Calcular pérdida
    loss = criterion(y_pred, y)

    # Backpropagation
    optimizer.zero_grad()
    loss.backward()

    # Update
    optimizer.step()
```

Lo siguiente corresponde al forward pass:

```
# Entrenar
for i in range(iterations):
    # Forward pass
    y_pred = model(X)
```

Se calcula la perdida (MSE).

```
# Calcular pérdida
loss = criterion(y_pred, y)
```

loss.backward se encarga de derivar para saber el cambio de la pérdida respecto a nuestras w y nuestras b.

```
# Backpropagation
optimizer.zero_grad()
loss.backward()
```

Finalmente, extraemos los datos para regresar cada coeficiente.

```
# Extraer pesos y bias entrenados
w = model.weight.detach().numpy().flatten()
b = model.bias.item()
return w, b, model
```

Al graficar los resultados, obtenemos los mismos resultados (resultados muy parecidos) que para nuestra implementación manual. Se muestran una versión usando torch con valores no estandarizados y estandarizados.