

TD3-M2: Modélisation mathématique

S. Zertal

Exercice 1

On veut comparer un système avec deux processeurs identiques qui partagent la file d'attente à un système où les deux processeurs sont séparés, chacun avec sa file d'attente. Dans les deux cas, on suppose que les arrivées sont Poissonniennes et le service Exponentiel.

Supposons aussi que le flux de données en entrée est équitablement distribué, sur les deux processeurs (dans le premier cas) ou sur les deux files (dans le deuxième cas).

1. Identifiez clairement le modèle de files d'attente pour représenter chacun des deux cas.
2. Comparez :
 - (a) Le taux d'arrivée des requêtes (λ) de la file du modèle du premier cas à ceux sur des deux files du modèle du second cas.
 - (b) Les utilisations du ou des serveur(s) dans les modèles des deux cas
3. **Application numérique :**
En considérant $\lambda = 75req/ms$ et $\mu = 40req/ms$, vérifiez que les systèmes sont stables puis calculez : le trafic lié aux files précédentes, le nombre moyen de requêtes qui y sont en attente ainsi que le temps moyen qu'elles y passent.

Exercice 2

Soit le système modélisé par le réseau de files d'attente sur la figure 1. Le flux des instructions alimente le système à un taux λ . Ces instructions sont

dirigées selon leurs types vers les files correspondantes afin d'y être traitées. Les probabilités de direction, les taux de services des différents serveurs et autres caractéristiques de ce modèle sont représentés sur la figure 1. Les taux

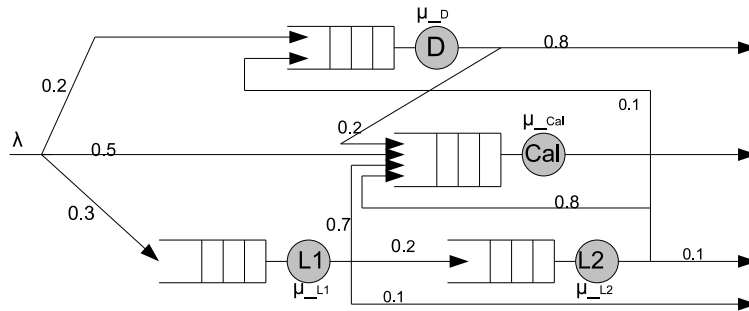


Figure 1: Le système modélisé par un réseaux de files d'attente

de service dans le système initial sont $\mu_{L1} = 500instr/s$, $\mu_{L2} = 300instr/s$, $\mu_D = 250instr/s$ et $\mu_{Cal} = 1000instr/s$. On procède au calcul des facteurs de performance d'un tel système :

1. Donnez les conditions de stabilité de ce système
2. Sachant que $\lambda=800$ instrs/s, vérifiez la stabilité de ce système
3. Quel est le temps d'attente moyen à chacune des files d'attente ?
4. Quel est le temps de réponse moyen à chacune des files d'attente ?
5. Quel est le temps de réponse moyen pour l'instruction la plus longue. Justifiez votre réponse en décrivant son exécution.
6. Si un serveur est utilisé à plus de 60%, on duplique le serveur en question et on associe une file à chacun des deux serveur tout en leur distribuant équitablement le flux entrant des instructions. Donnez le nouveau modèle issu de l'application de cette règle sur le modèle donné en figure 1.

Exercice 3

Soit un système composé d'un CPU et de 3 disques. On lui soumet des instructions à exécuter à un taux $\lambda = 1100instr/s$. Chaque instruction est

automatiquement dirigée vers le CPU, qui l'exécute puis si elle nécessite une E/S, il détermine le disque concerné et la lui dirige. Dans le cas où l'instruction ne nécessite pas d'E/S, son exécution se termine juste après son passage par le CPU. Dans le cas contraire, son exécution se termine après son passage par le disque.

On considère que les codes typiques qui sont exécutés sur ce système contiennent 70% d'instructions ne nécessitant pas une E/S et que le CPU exécute en moyenne 10^4 instructions par seconde.

Partie I

Les 3 disques sont identiques (même capacité : 300GB chacun, même temps moyen d'accès : 8.33ms), les données sont uniformément distribuées sur ces disques et les accès sont uniformément distribués sur les données.

1. Donnez le schéma représentant ce système par un réseau de files d'attente en précisant les taux d'arrivées dans chaque file d'attente (λ_{CPU} , λ_{Disk1} , λ_{Disk2} , λ_{Disk3}), le taux de service de chaque serveur (μ_{CPU} , μ_{Disk1} , μ_{Disk2} , μ_{Disk3}), ainsi que les probabilités de passage dans chaque arc de ce réseau.
2. Calculez le temps d'attente moyen d'une instruction ne nécessitant pas d'E/S, le temps d'attente moyen d'une instruction d'E/S puis celui d'une instruction quelconque.
3. Calculez le temps de réponse moyen d'une instruction ne nécessitant pas d'E/S, le temps de réponse moyen d'une instruction d'E/S puis celui d'une instruction quelconque.

Partie II

Les 3 disques sont différents (voir tableau ci dessous), les données sont distribuées sur ces disques de manière proportionnelle à leurs capacités respectives et les accès sont uniformément distribués sur les données.

| | capacité (GB) | temps d'accès moyen |
|----------|---------------|---------------------|
| Disque 1 | 80 | 6 ms |
| Disque 2 | 500 | 4 ms |
| Disque 3 | 420 | 8.33 ms |

1. Donnez le schéma représentant ce système par un réseau de files d'attente en précisant les taux d'arrivées dans chaque file d'attente (λ_{CPU} , λ_{Disk1} , λ_{Disk2} , λ_{Disk3}), le taux de service de chaque serveur (μ_{CPU} , μ_{Disk1} ,

μ_{Disk2}, μ_{Disk3}), ainsi que les probabilité de passage dans chaque arc de ce réseau.

2. Calculez le temps d'attente moyen d'une instruction ne nécessitant pas d'E/S, le temps d'attente moyen d'une instruction d'E/S puis celui d'une instruction quelconque.
3. Calculez le temps de réponse moyen d'une instruction ne nécessitant pas d'E/S, le temps de réponse moyen d'une instruction d'E/S puis celui d'une instruction quelconque. Qu'en déduisez vous par rapport à la configuration de la première partie ?