BONTOUT Maxime
COUTY Maxence
VAYLET Bastien

Rapport TP3 Interpolation polynomiale

1AA
06/06/2019

Exercice 1 :

1) Pour définir les vecteurs lignes X et Y, nous avons créé deux matrices X et Y comme suit :

```
%création des vecteurs lignes X et Y donnée dans le tableau du sujet
X=[-10,-8,-6,-4,-2,0,2,4,6,8,10];
Y=[3.1623,2.8284,2.4495,2.0000,1.4142,0,1.4142,2.0000,2.4495,2.8284,3.1623];
```

Nous avons ensuite défini nos deux fonctions qui permettent de sortir la valeur des polynômes Li(x) pour la première, et de sortir le polynôme de Lagrange pour la deuxième.

2) Voici notre première fonction définie par $L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^{n} \frac{x-x_j}{x_i-x_j}$

```
function Mult = Lagrange(X,x,i)
n = length(X);
Mult = 1; %on initialise Mult à 1
for j=1 : n % boucle Lagrange
     if (i~=j)
     Mult = ((x-X(j))/(X(i)-X(j)))*Mult;
     end
end
end
```

3) Voici notre deuxième fonction définie par $y(x) = \sum_{0 \leq i \leq n} L_i(x) y_i$

Elle utilise donc la fonction Lagrange définie juste avant.

```
%Somme
function Somme = Interpol(X,Y,x)
n = length(X);
Somme = 0;
for i = 1 : n
 Somme = Lagrange(X,x,i)*Y(i) + Somme;
end

disp(Somme)
```

4) Nous avons défini la fonction discrétisation telle qu'elle nous renvoie des valeurs discrètes comprises entre un a et un b que l'utilisateur choisi. Ces valeurs sont espacées d'un pas $h = \frac{b-a}{n}$, avec un n choisi par l'utilisateur.

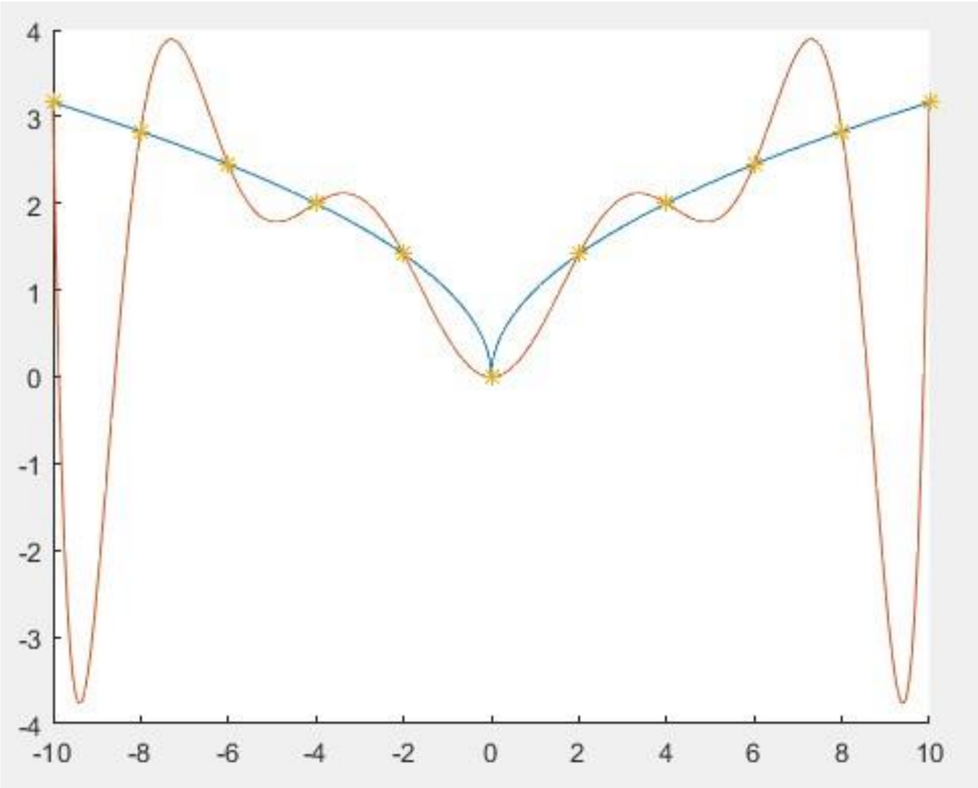
```
function discre = Disc(a,b,m)%creation de la fonction discretisation
h = (b-a)/m
for i = 0:m
discre(i+1)   =a+i*h

end
```

Cette fonction nous permet d'avoir plus de valeurs que nous avions au départ. C'est le principe de l'interpolation qui nous permet d'obtenir ces valeurs en plus en prenant en compte les autres valeurs rentrées au début.

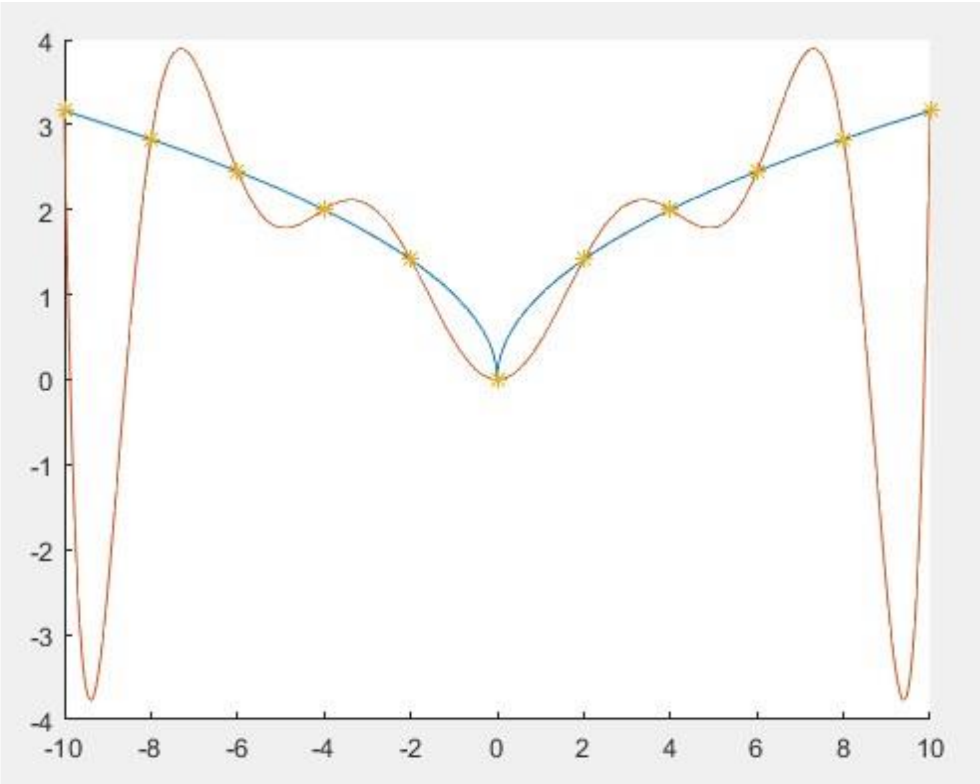
Voici le code général qui permet de réaliser l'opération souhaitée. Les commandes mises en commentaires sont les commandes que nous avions utilisées aux questions antérieures qui se font maintenant de façon automatique.

```
clear all
clc


%création des vecteurs lignes X et Y donnée dans le tableau du sujet
X=[-10,-8,-6,-4,-2,0,2,4,6,8,10];
Y=[3.1623,2.8284,2.4495,2.0000,1.4142,0,1.4142,2.0000,2.4495,2.8284,3.1623];

%Demande de x
%i=3
%x = 1
%x = input('x=');
n = length(X);
a = -10
b= 10
%on demande à l'utilisateur un m
m= 500


%Disc = discre(a,b,m);
Xdisc = Disc(a,b,m);

for f = 1:m+1

    Ydisc(f) = Interpol(X,Y,Xdisc(f))

end
```

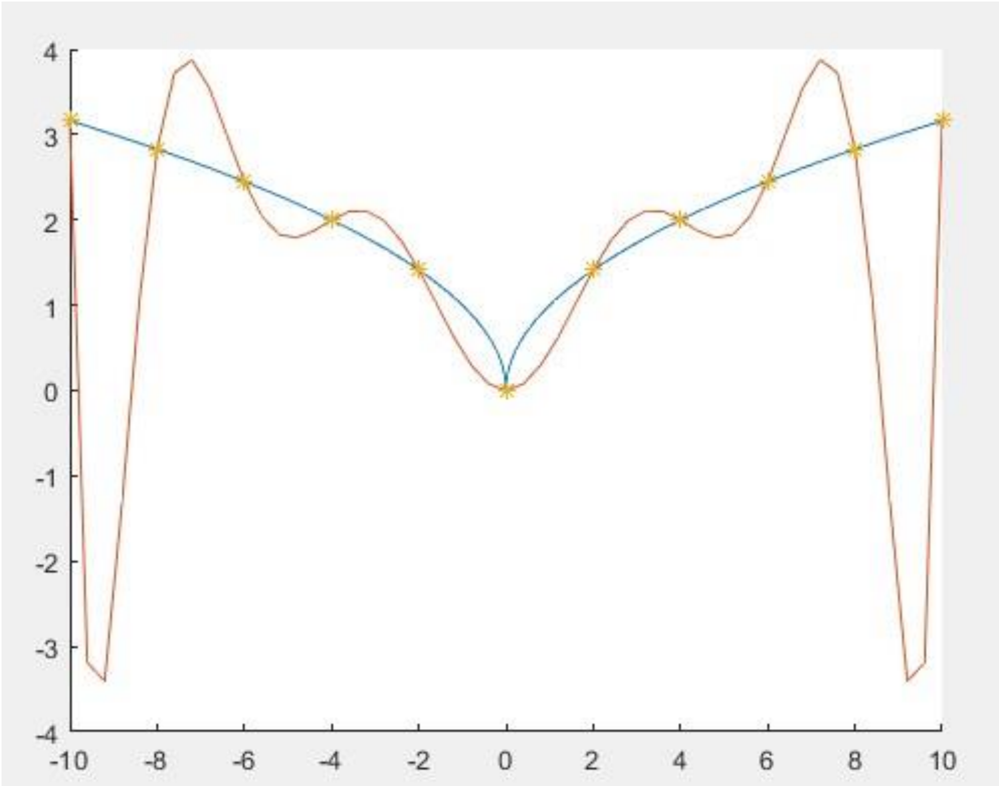
5) Nous pouvons alors tracer, dans l'intervalle [-10 ;10], les fonctions interpol et $\sqrt{|x|}$ en fonction de x sur la même figure.



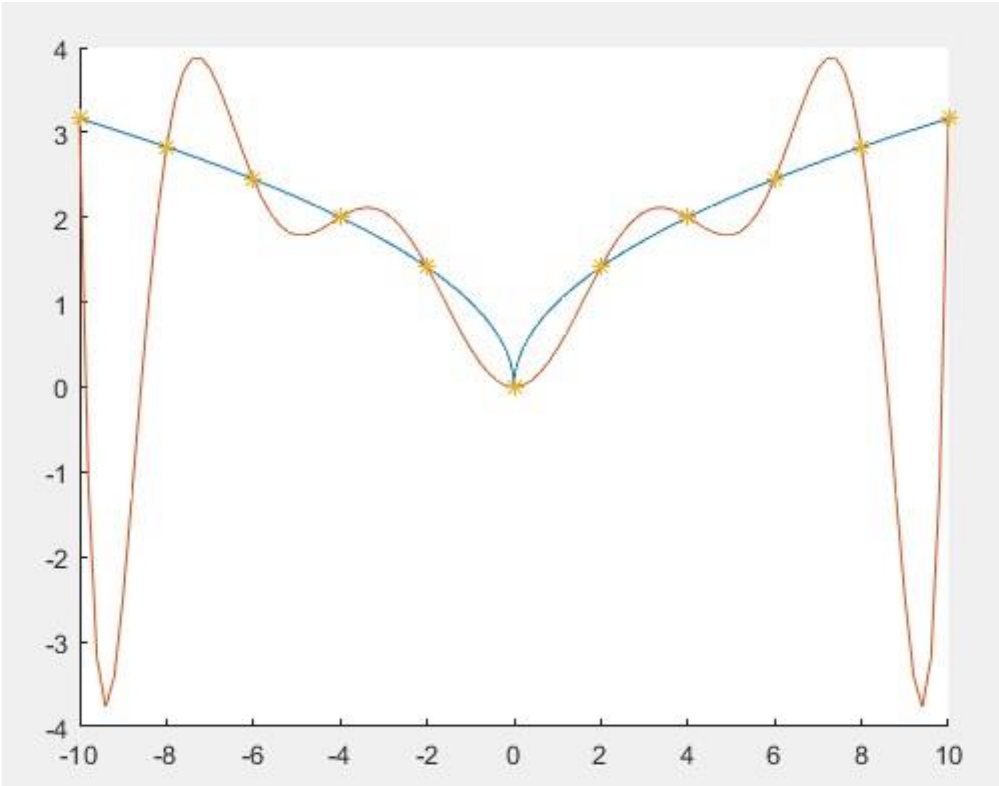
m=300



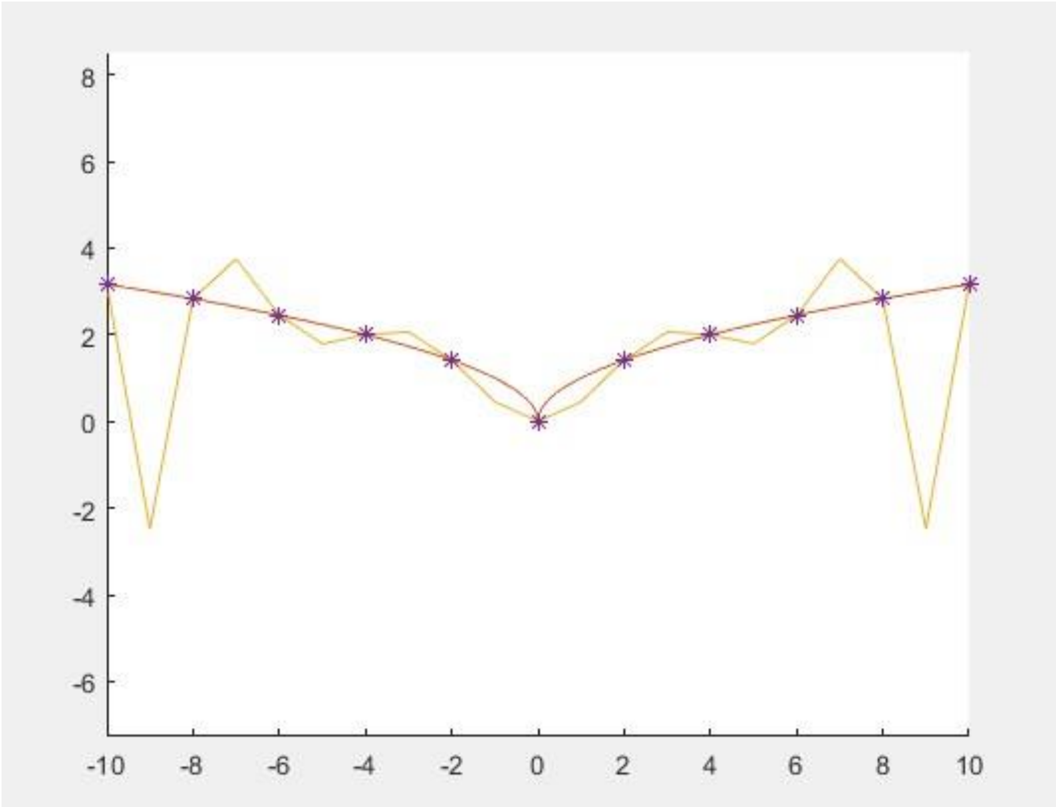
m=500



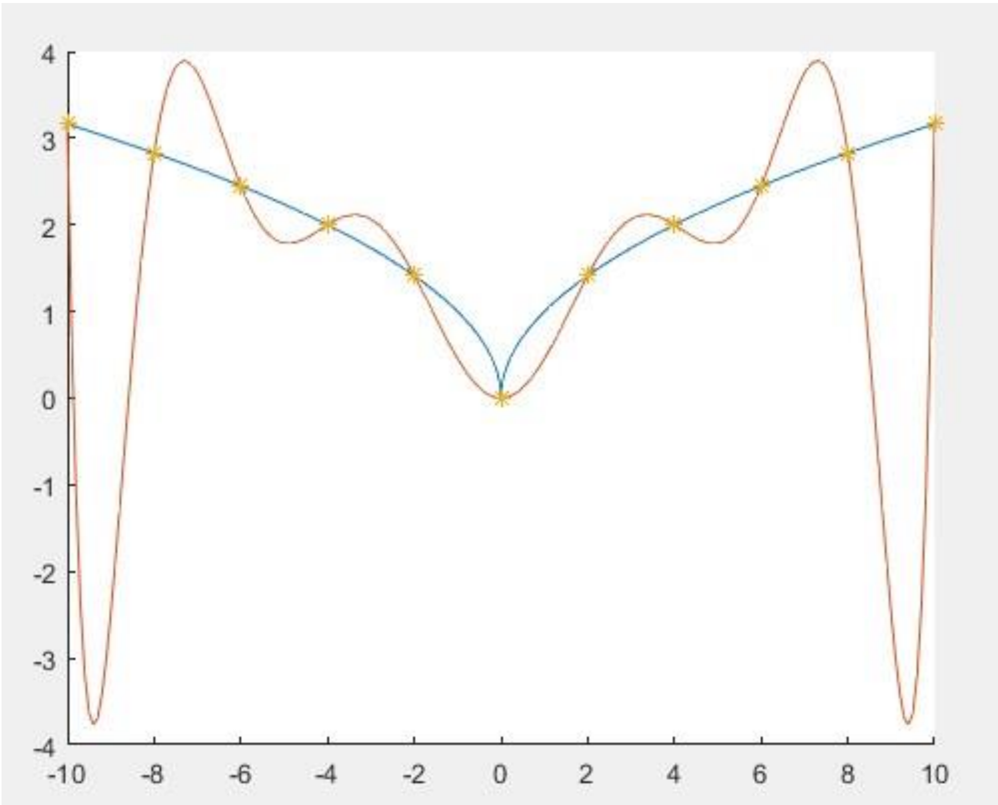
m=50



m=100



m=20



m=200

6)

7)

Voici le code pour l'erreur absolue de l'approximation et l'erreur quadratique.

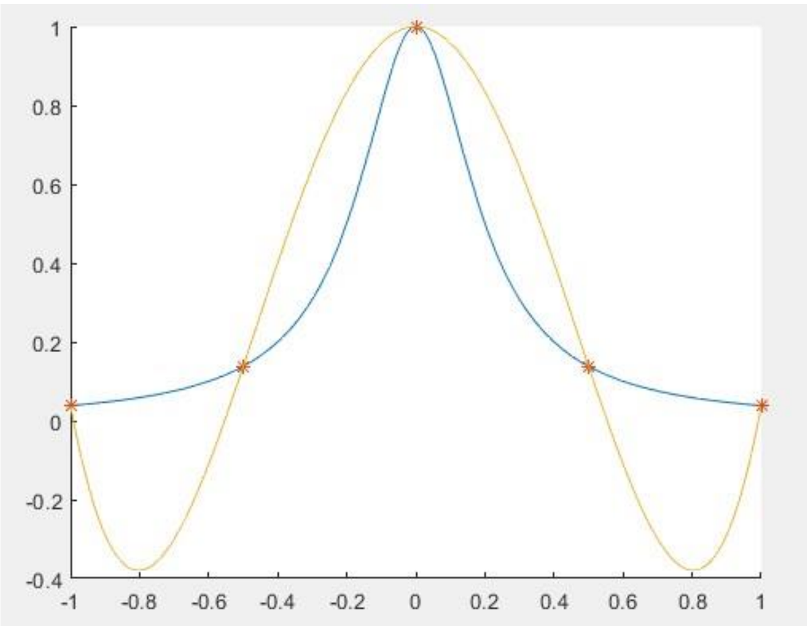
```
hold on
fplot('sqrt(abs(x))',[-10,10])
hold on
plot (Xdisc,Ydisc)
hold on
plot (X,Y,'*')
hold on

e = max (abs(Ydisc-sqrt(abs(Xdisc)))) % erreur absolue

%Erreur quadratique
Q=0
p = length(Ydisc);
for q=1:p
    Q=((Ydisc(q)-sqrt(abs(Xdisc(q))))^2)+Q

end
```

Exercice 2 :

Partie 1 :

```
% bornes :
a = -1
b = 1

n= input ('n=')

%Creation de la courbe avec la fonction discréditation
Xc= Disc(a,b,n);
u = length(Xc)
for c = 1:u
    Yc(c)= 1 /(1+25*(Xc(c))^2)
end

%utilisation de la fonction interpolation
n2 = input('n2=')
Xc2 = Disc(a,b,n2);
u2 = length(Xc2)
for c2=1:u2
    Yc2(c2)=Interpol(Xc,Yc,Xc2(c2))
end

hold on
fplot('1/(1+25*x^2)',[-1 1])
plot(Xc,Yc,'*')
plot(Xc2,Yc2)
```

Pour n = 4 et n2 = 500, on obtient la courbe ci-dessous :



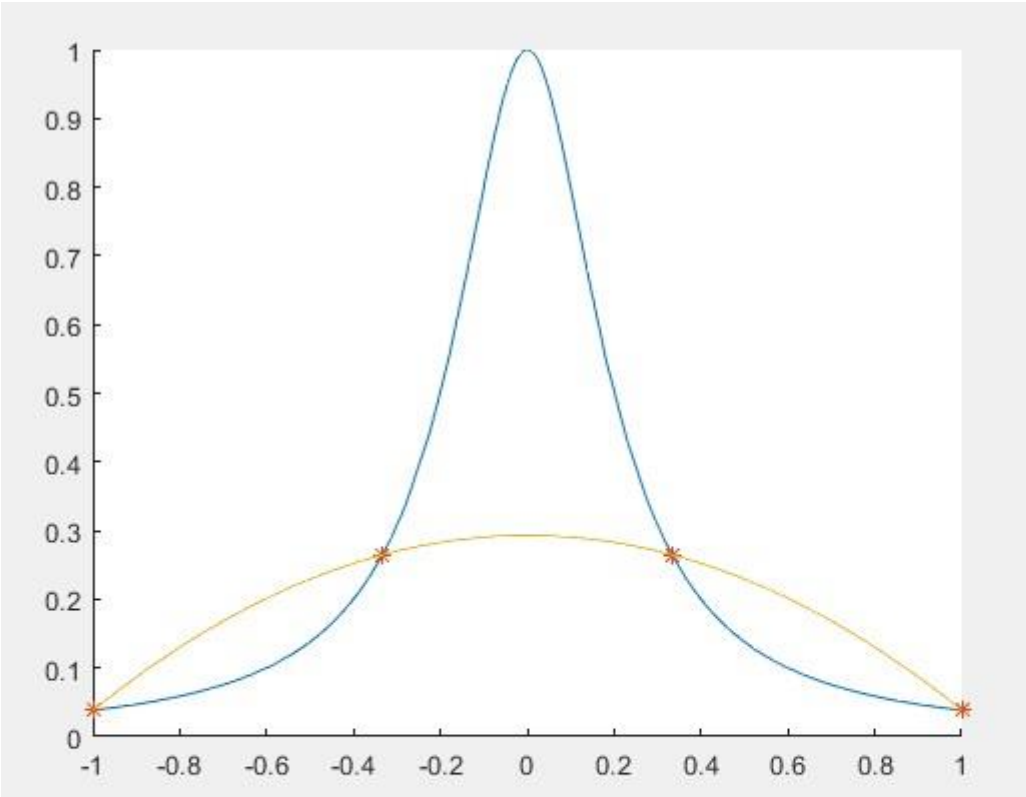
n=4 & n2=500

Partie 2 :

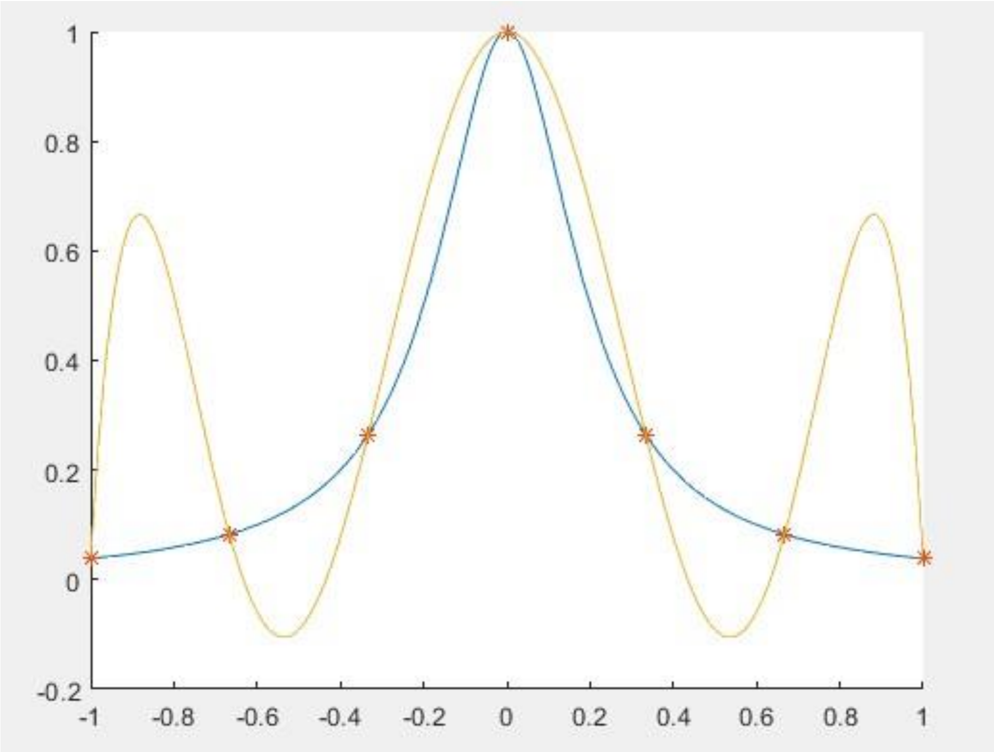
Avec ce code, on refait la même opération en changeant notre boucle afin d'intégrer la formule selon : $Xi = \frac{b-a}{2}\cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi\right) + \frac{b+a}{2}$

```
%utilisation de la fonction interpolation
n2 = input('n2=')
for i = 1:n2
    Xc3(i)= ((b-a)/2)*cos(((2*i+1)/(2*(n2+1)))*pi)+(b+a)/2
end
w = length(Xc3);
for k = 1 : w
    Yc3(k)=Interpol(Xc,Yc,Xc3(k))
end

hold on
fplot('1/(1+25*x^2)',[-1 1])
plot(Xc,Yc,'*')
plot(Xc3,Yc3)
```

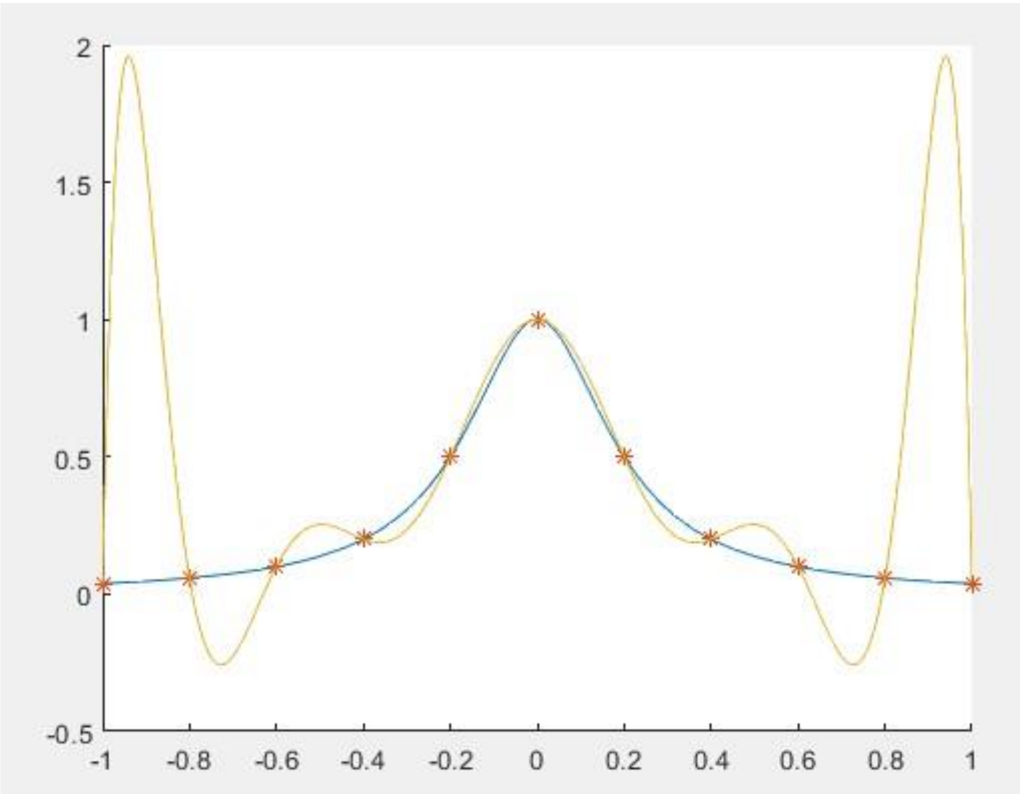
On obtient ces différentes courbes en variant n et n2 :



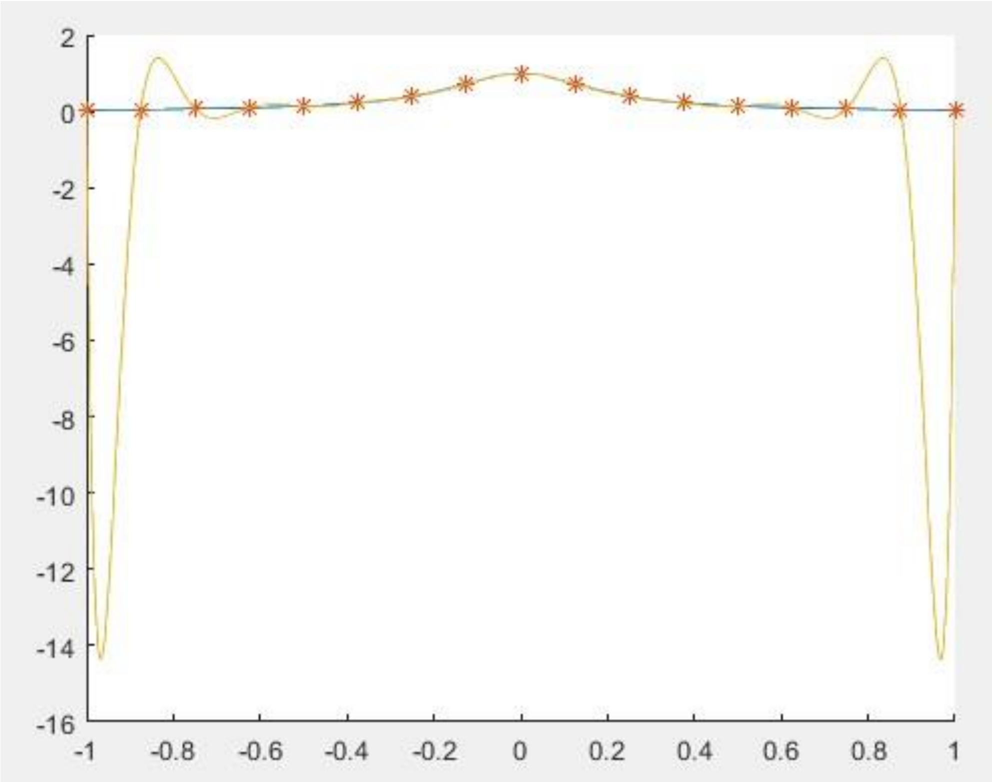
n=3 & n2=500



n=6 & n2=400



n=10 & n2=400



n=16 & n2=500