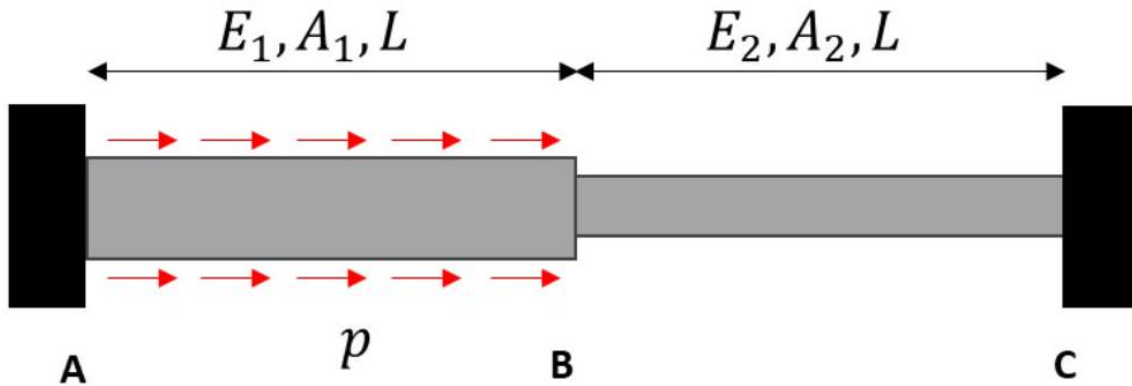


## Problème

On considère une barre de longueur  $2L$ , constituée de deux barres de longueur égale :

- Barre  $AB$  (acier) :  $L = 6 \text{ m}$ ;  $E_1 = 210000 \text{ MPa}$ ,  $A_1 = 0.001 \text{ m}^2$
- Barre  $BC$  (aluminium) :  $L = 6 \text{ m}$ ;  $E_2 = 70000 \text{ MPa}$ ,  $A_2 = 0.003 \text{ m}^2$

La barre 1 est soumise à un chargement constant  $p = 100 \text{ kN/m}$ .



On cherche à déterminer les contraintes et déformations dans la barre en résolvant d'une part le problème de manière exacte par les lois de l'élasticité et d'autre part par la méthode des éléments finis.

## Partie 1 : Résolution par les lois de l'élasticité.

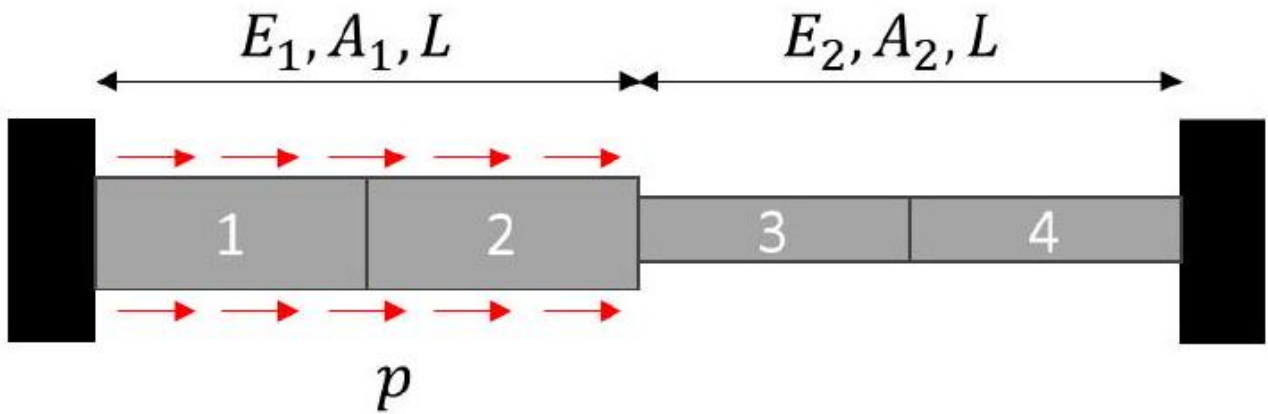
La convention adoptée ici pour la loi de Hooke est :  $\sigma = -E\varepsilon$  (convention GC vue en RDM) On note  $X_1$  la réaction à gauche et  $X_5$  la réaction à droite.

1. Déterminer l'expression de l'effort normal dans la barre en fonction de  $X_1, p$  et de l'abscisse  $x$ .
2. Déterminer l'allongement de la barre noté  $u(x)$ . Quelles sont les conditions aux limites? En exploitant ces conditions aux limites, déterminer les réactions  $X_1$  et  $X_5$
3. En déduire l'expression de  $N(x)$  et tracer.
4. En déduire l'expression du champ de déplacement  $u(x)$  et tracer.
5. En déduire le champ de contrainte  $\sigma(x)$  et tracer.

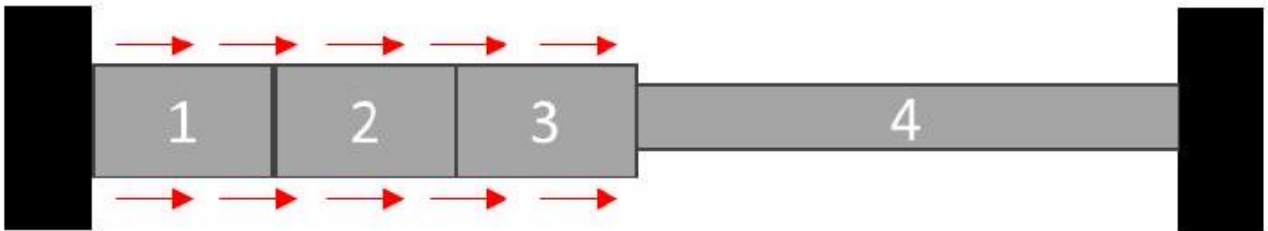
## Partie 2 : Résolution par la MEF

On utilise la méthode des éléments finis pour résoudre le problème (de manière approchée). On veut limiter la discrétisation à 4 éléments finis judicieusement choisis.

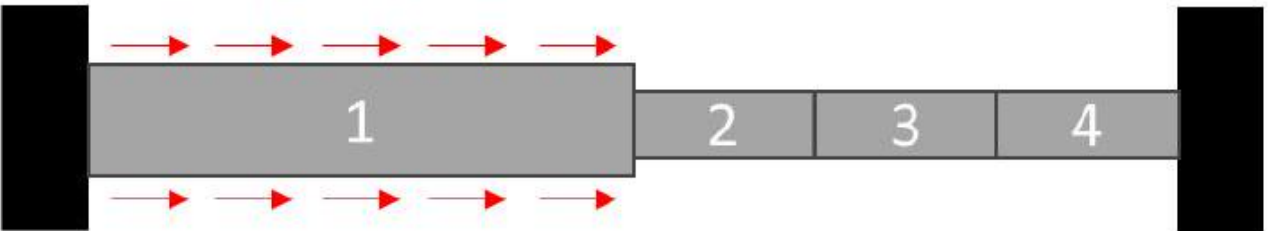
6. Compte tenu des résultats précédents, préciser quel vous semble le meilleur maillage parmi les 3 présentés ci-dessous en justifiant votre choix :



Maillage 1



Maillage 2



Maillage 3

7. Pour le maillage choisi, déterminer les matrices de rigidités élémentaires (applications numériques en kN/m)
8. En déduire la matrice de raideur globale de la structure.
9. Déterminer les forces nodales provoquées par le chargement.
10. Etablir la relation  $\{F\} = [K]\{d\}$  pour l'ensemble de la structure et résoudre les inconnues de déplacements.
11. Tracer ainsi le champ de déplacements obtenu par la FEM et comparer au champ exact.
12. En déduire le champ de contraintes obtenu par la FEM et comparer au champ exact. Quel enseignement peut-on en tirer ?