

	Contrôle de connaissances et de compétences	FO-002-VLA-XX-001
21/05/2025		Page 1/2

ANNÉE SCOLAIRE 2024-2025 – Semestre 6	
<b>Nom de l'enseignant</b>	Rémi Blanquet, Karine Serier
<b>Promotion</b>	BMC1 - S1
<b>Matière</b>	Mathématiques
<b>Durée de l'examen</b>	2h00
<b>Consignes</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Calculatrice <b>NON</b> autorisée</li> <li>— Aucun document n'est autorisé</li> </ul>

## 1 Exercice 1 : Équations

Résoudre :

1.  $z - 2i = iz + 1$
2.  $z^4 - 2z^3 - z + 2 = 0$
3.  $2z^2 - (7 + 3i)z + (2 + 4i) = 0$
4.  $z^4 = -1$
5.  $z^6 = \frac{3}{1 - i\sqrt{3}}$

## 2 Exercice 2 : Lieux géométriques

Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points  $M$  dont l'affixe  $z$  vérifie :

$$1. \arg\left(\frac{z}{1+i}\right) = \frac{\pi}{4}[2\pi] \quad 2. \left| \frac{z+1}{z-2} \right| = 1 \quad 3. \frac{2z-i}{z-2i} \in \mathbb{R}$$

### 3 Exercice 3 : Polynômes

1. Trouver  $a, b, c$  réels tel que  $X^2 + X + 1$  divise  $X^4 + aX^2 + bX + c$ .
2. Déterminer tous les polynômes  $P$  qui vérifient :  $P(X^2) = (X^2 + 1)P(X)$
3. Décomposer en éléments simples :  $F(X) = \frac{X^4}{(X^2 - 1)(X + 3)}$

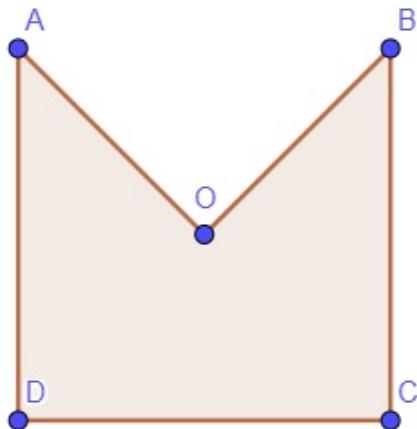
### 4 Exercice 4 : Suites

Donner une expression en fonction de  $n$  puis calculer les limites des suites suivantes, définies par récurrence :

1.  $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 6 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} u_0 = 1, & u_1 = 0 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$
3.  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{2 + u_n} \end{cases}$  On montrera que  $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$  est géométrique.

### 5 Exercice 5 : Barycentre

Sur la figure ci-dessous,  $ABCD$  est une plaque métallique homogène carrée de centre  $O$ . On retire la partie triangulaire  $OAB$  pour obtenir la plaque pentagonale  $ADCBO$ .



On appelle  $H$  le centre d'inertie de la plaque  $OAB$  et  $G$  celui de la plaque  $ADCBO$  que l'on cherche. Justifier que  $O$  est barycentre de  $(H, 1)$ ,  $(G, 3)$  et en déduire que  $G$  est barycentre de  $(O, 4)$ ,  $(H, -1)$ .