	Contrôle de connaissances et de compétences	FO-002-VLA-XX-001
21/05/2025		Page 1/2

ANNÉE SCOLAIRE 2024-2025 – Semestre 6	
Nom de l'enseignant	Rémi Blanquet, Karine Serier
Promotion	BMC1 - S1
Matière	Mathématiques
Durée de l'examen	2h00
Consignes	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Calculatrice <b>NON</b> autorisée</li> <li>— Aucun document n'est autorisé</li> </ul>

## 1 Exercice 1 : Équations

Résoudre :

$$1. z - 2i = iz + 1$$

$$4. z^4 = -1$$

$$2. z^4 - 2z^3 - z + 2 = 0$$

$$5. z^6 = \frac{3}{1 - i\sqrt{3}}$$

$$3. 2z^2 - (7 + 3i)z + (2 + 4i) = 0$$

## 2 Exercice 2 : Lieux géométriques

Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points  $M$  dont l'affixe  $z$  vérifie :

$$1. \arg\left(\frac{z}{1+i}\right) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

$$2. \left|\frac{z+1}{z-2}\right| = 1$$

$$3. \frac{2z-i}{z-2i} \in \mathbb{R}$$

## 3 Exercice 3 : Polynômes

1. Trouver  $a, b, c$  réels tel que  $X^2 + X + 1$  divise  $X^4 + aX^2 + bX + c$ .

2. Déterminer tous les polynômes  $P$  qui vérifient :  $P(X^2) = (X^2 + 1)P(X)$

3. Décomposer en éléments simples :  $F(X) = \frac{X^4}{(X^2 - 1)(X + 3)}$

## 4 Exercice 4 : Suites

Donner une expression en fonction de  $n$  puis calculer les limites :

$$1. \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 6 \end{cases}$$

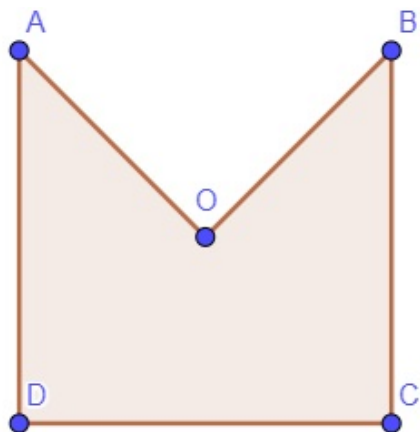
$$3. \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{2 + u_n} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} u_0 = 1, \quad u_1 = 0 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$$

On montrera que  $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$  est géométrique.

## 5 Exercice 5 : Barycentre

Sur la figure ci-dessous,  $ABCD$  est une plaque métallique homogène carrée de centre  $O$ . On retire la partie triangulaire  $OAB$  pour obtenir la plaque pentagonale  $ADCBO$ .



On appelle  $H$  le centre d'inertie de la plaque  $OAB$  et  $G$  celui de la plaque  $ADCBO$  que l'on cherche. Justifier que  $O$  est barycentre de  $(H, 1)$ ,  $(G, 3)$  et en déduire que  $G$  est barycentre de  $(O, 4)$ ,  $(H, -1)$ .