
Algèbre linéaire - Chapitre 3

Mise au point sur la rédaction

Les ensembles suivants sont-ils des espaces vectoriels inclus dans \mathbb{R}^n ?

1.

$$F = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 / x_1 - x_2 = 0\}$$

- Le vecteur nul est-il dans F ?

Le vecteur nul est le vecteur

Ses coordonnées vérifientdonc

- L'addition est-elle une loi interne dans F ?

Prenons deux vecteurs quelconques de F :

Comme ces vecteurs sont dans F, leurs coordonnées vérifient

Leur somme est le vecteur

Ses coordonnées sontet vérifient

Donc

- La multiplication par un scalaire est-elle une loi interne dans F ?

Prenons un vecteur quelconque de F et un scalaire réel quelconque :

Le produit du scalaire par le vecteur est

Ses coordonnées sontet vérifient

Donc

Finalement

2.

$$F = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 / x_1 x_2 = 0\}$$

- Le vecteur nul est-il dans F ?

Le vecteur nul est le vecteur

Ses coordonnées vérifient

Donc

- L'addition est-elle une loi interne dans F ?

Prenons deux vecteurs quelconques de F :

Leur somme est le vecteur

Ses coordonnées vérifient :

Or,

Donc, en général,

3.

$$F = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$$

- Le vecteur nul est-il dans F ?

Le vecteur nul est le vecteur

Ses coordonnées vérifient

Donc

- L'addition est-elle une loi interne dans F ?

Prenons deux vecteurs quelconques de F :

Leur somme est le vecteur

Vérifions :

Donc

- La multiplication par un scalaire est-elle une loi interne dans F ?

Prenons un vecteur quelconque de F et un scalaire réel quelconque :

Le produit du scalaire par le vecteur est

Vérifions :

Donc

Finalement