Algèbre linéaire - Chapitre 1

Controle continu - Pivot de Gauss

Appliquer le pivot de Gauss pour transformer ces systèmes en systèmes échelonnés. Indiquez pour chacun s'il possède aucune solution, une unique solution ou une infinité de solutions.

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 4x + y + 2z = 6 \\ x - 3y + z = 2 \end{cases}$$

On applique les opérations suivantes pour enlever les x des lignes 2 et 3 :

$$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$$
$$L_3 \leftarrow 2L_3 - L_1$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ \quad -5y + 4z = 4 \\ \quad -9y + 3z = 3 \end{cases}$$

Pour retirer le y de la ligne 3, on applique $L_3 \leftarrow 5L_3 + 9L_2$:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ \quad -5y + 4z = 4 \\ \qquad -21z = -21 \end{cases}$$

Le système est parfaitement échelonné, il admet une unique solution.

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 0 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$$

On applique les opérations suivantes pour enlever les x des lignes 2 et 3 :

$$L_2 \leftarrow 2L_2 - L_1$$
$$L_3 \leftarrow 2L_3 - 3L_1$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ y = -1 \\ 5y = -5 \end{cases}$$

Les deux dernières équations sont les mêmes, on se ramène donc au système :

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Le système est parfaitement échelonné, il admet une unique solution.

$$\begin{cases} x + y + z + t = 3 \\ x + y + z - t = 3 \\ x - y - z - t = -1 \end{cases}$$

On applique les opérations suivantes pour enlever les x des lignes 2 et 3 :

$$L_2 \leftarrow L_2 - L_1$$
$$L_3 \leftarrow L_3 - L_1$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z + t = 3 \\ -2t = 0 \\ -2y - 2z - 2t = -4 \end{cases}$$

En échangeant les lignes 2 et 3, on obtient un système échelonné :

$$\begin{cases} x + y + z + t = 3 \\ -2y - 2z - 2t = -4 \\ t = 0 \end{cases}$$

Le système échelonné possède plus d'inconnues que d'équations, on peut donc garder un paramètre libre