

On considère la courbe d'équation polaire $\rho(\theta) = 4 \cos \theta - \frac{1}{\cos \theta}$.

1. Démontrer qu'on peut limiter l'intervalle d'étude à $[0, \pi/2[$.
2. Convertir l'équation polaire en coordonnées cartésiennes $x(\theta)$ et $y(\theta)$.
 - (a) Étudier les limites de $x(\theta)$ et $y(\theta)$ lorsque θ approche $\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$.
 - (b) Calculer les dérivées $x'(\theta)$ et $y'(\theta)$.
 - (c) En déduire les coordonnées d'un vecteur tangent $\vec{V}(\theta)$ à la courbe à un point régulier M_θ de coordonnées $(x(\theta), y(\theta))$.
 - (d) Déterminer les points où la tangente est horizontale ou verticale.
 - (e) Donner l'équation des asymptotes.
3. Calculer la dérivée $\frac{dr}{d\theta}$.
4. Déterminer l'angle α de la tangente à la courbe en un point de coordonnées (r, θ) .
 - (a) Effectuer un développement limité de $r(\theta)$ au voisinage de $\theta = 0$ à l'ordre 2 .
 - (b) En déduire la nature du point correspondant à $\theta = 0$.