
Séries de fonctions - Chapitre 2

Révisions sur les intégrales

1 Primitives usuelles

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes, sur un intervalle bien choisi :

$$\begin{array}{lll} f_1(x) = 5x^3 - 3x + 7 & f_2(x) = 2\cos(x) - 3\sin(x) & f_3(x) = 10 - 3e^x + x \\ f_4(x) = \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3} & f_5(x) = \frac{x+5}{x^2} & f_6(x) = \frac{x^2}{5} + \frac{1}{6} \end{array}$$

2 Primitives usuelles

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes sur un intervalle bien choisi :

$$\begin{array}{lll} f_1(x) = e^{4x} & f_2(x) = e^{4x+3} & f_3(x) = \sin(2x) \\ f_4(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) & f_5(x) = (2x+1)^2 & f_6(x) = \frac{3}{\sqrt{5x+1}}. \end{array}$$

3 Reconnaissance de formes

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{lll} f(x) = \frac{x}{1+x^2} & g(x) = \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}} & h(x) = \frac{\ln x}{x} \\ k(x) = \cos(x)\sin^2(x) & l(x) = \frac{1}{x \ln x} & m(x) = 3x\sqrt{1+x^2}. \end{array}$$

4 Reconnaissance de formes

Déterminer une primitive des fonctions suivantes sur l'intervalle considéré :

1. $f(x) = (3x-1)(3x^2-2x+3)^3, I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = \frac{1-x^2}{(x^3-3x+2)^3}, I =]-\infty, -2[$
3. $f(x) = \frac{(x-1)}{\sqrt{x(x-2)}}, I =]-\infty, 0[$
4. $f(x) = \frac{1}{x \ln(x^2)}, I =]1, +\infty[.$

5 Intégration par parties - Niveau 1

Calculer les intégrales suivantes :

$$\mathbf{1.} \quad I = \int_0^1 x e^x dx \quad \mathbf{2.} \quad J = \int_1^e x^2 \ln x dx$$

6 Intégration par parties - Niveau 2

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$1. \quad x \mapsto \arctan(x) \quad 2. \quad x \mapsto (\ln x)^2 \quad 3. x \mapsto \sin(\ln x).$$

7 Intégration par parties en boucle

Calculer les intégrales suivantes :

$$1. \int_1^2 \frac{\ln(x)}{x} dx \quad 2. \int_0^\pi e^x \sin(x) dx.$$

8 Changements de variables - Niveau 1

En effectuant le changement de variables demandé, calculer les intégrales suivantes :

$$\begin{aligned} 1. & \int_1^4 \frac{1 - \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt \text{ en posant } x = \sqrt{t}; \\ 2. & \int_0^\pi \frac{\sin t}{1 + \cos^2 t} dt \text{ en posant } x = \cos t; \\ 3. & \int_1^e \frac{dt}{2t \ln(t) + t} \text{ en posant } x = \ln t. \end{aligned}$$

9 Changements de variables - Niveau 2

En effectuant le changement de variables indiqué, calculer les intégrales suivantes :

$$\begin{aligned} 1. & \int_0^1 \frac{dt}{1 + e^t} \text{ en posant } x = e^t; \\ 2. & \int_1^3 \frac{\sqrt{t}}{t + 1} dt \text{ en posant } x = \sqrt{t}; \\ 3. & \int_{-1}^1 \sqrt{1 - t^2} dt \text{ en posant } t = \sin \theta. \end{aligned}$$

10 Changement de variables - Recherche de primitives - Niveau 1

En effectuant le changement de variables indiqué, déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} 1. & x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1+x}}, \text{ en posant } u = \sqrt{1+x}; \\ 2. & x \mapsto \frac{1}{e^x + 1}, \text{ en posant } u = e^x; \\ 3. & x \mapsto \frac{1}{x + x(\ln x)^2}, \text{ en posant } u = \ln x. \end{aligned}$$

11 Changements de variables - Recherche de primitives - Niveau 2

En effectuant un changement de variables, déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} 1. & x \mapsto \cos(2 \ln x); \\ 2. & x \mapsto \cos(\sqrt{x}); \\ 3. & x \mapsto \frac{e^x}{(3 + e^x)\sqrt{e^x - 1}}. \end{aligned}$$

12 Primitive de fractions rationnelles

Déterminer une primitive des fractions rationnelles suivantes :

1. $f(x) = \frac{2x^2-3x+4}{(x-1)^2}$ sur $]1, +\infty[$
2. $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ sur $] -1, +\infty[$
3. $f(x) = \frac{x}{(x^2-4)^2}$ sur $]2, +\infty[$
4. $f(x) = \frac{24x^3+18x^2+10x-9}{(3x-1)(2x+1)^2}$ sur $] -1/2, 1/3[$

13 Exponentielle * Polynôme

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^2 (x+6)e^{2x} dx$
2. $\int_0^1 e^x(2x^3+3x^2-x+1)dx$

14 Exponentielle * trigonométrie

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^\pi e^x \sin(2x) dx$
2. $\int_0^{2\pi} e^{-x} \sin^2 x dx$

15 Exponentielle * polynôme * trigonométrie

Calculer l'intégrale :

$$\int_0^\pi x^2 e^x \cos x dx.$$

16 Quelques primitives à savoir calculer !

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

1. $x \mapsto \frac{1}{x^2+4}$
2. $x \mapsto \frac{1}{x^2+4x+5}$
3. $x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$
4. $x \mapsto e^x(2x^3+3x^2-x+1)$
5. $x \mapsto \sin^3(x)$
6. $x \mapsto \arctan(x)$

Pour les corrigés : <http://www.bibmath.net/ressources/justeunefeuille.php?id=46200>