

TD 2 - Équations Différentielles

Exercice 1

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y' + 4y = x^2 + 3x - 10$ sur \mathbb{R}
2. $y' - 2y = (x + 1)e^{2x}$ sur \mathbb{R}
3. $(1 + x)y' + y = 1 + \ln(1 + x)$ sur $] -1, +\infty[$
4. $y' - \frac{y}{x} = x^2$ sur $]0, +\infty[$

Exercice 2

On considère l'équation différentielle

$$y'' + xy' + y = 1$$

. On cherche l'unique solution de cette équation vérifiant $y(0) = y'(0) = 0$.

1. Supposons qu'il existe une série entière $f(x) = \sum_{n \geq 0} a_n x^n$ solution de l'équation pour des valeurs de x dans un intervalle bien choisi. Quelle relation de récurrence doit vérifier la suite $(a_n)_n$?
2. Calculer explicitement a_n pour chaque n .
3. Exprimer cette série entière à l'aide des fonctions usuelles.

Exercice 3

Déterminer les fonctions réelles solutions sur \mathbb{R} l'équation

$$(1 + t^2)y''(t) + 4ty'(t) + 2y(t) = 0$$

en recherchant les séries entières solutions