

| | | |
|---|---|-------------------|
|  | Contrôle de connaissances et de compétences | FO-002-VLA-XX-001 |
| 21/05/2025 | | Page 1/2 |

| ANNÉE SCOLAIRE 2024-2025 – Semestre 6 | |
|---------------------------------------|--|
| Nom de l'enseignant | Rémi Blanquet, Karine Serier |
| Promotion | BMC1 - S1 |
| Matière | Mathématiques |
| Durée de l'examen | 2h00 |
| Consignes | <ul style="list-style-type: none"> — Calculatrice NON autorisée — Aucun document n'est autorisé |

1 Exercice 1 : Équations

Résoudre :

1. $z - 2i = iz + 1$
2. $z^4 - 2z^3 - z + 2 = 0$
3. $2z^2 - (7 + 3i)z + (2 + 4i) = 0$
4. $z^4 = -1$
5. $z^6 = \frac{3}{1 - i\sqrt{3}}$

2 Exercice 2 : Lieux géométriques

Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie :

1. $\arg\left(\frac{z}{1+i}\right) = \frac{\pi}{4}[2\pi]$
2. $\left|\frac{z+1}{z-2}\right| = 1$
3. $\frac{2z-i}{z-2i} \in \mathbb{R}$

3 Exercice 3 : Polynômes

1. Trouver a, b, c réels tel que $X^2 + X + 1$ divise $X^4 + aX^2 + bX + c$.
2. Déterminer tous les polynômes P qui vérifient : $P(X^2) = (X^2 + 1)P(X)$
3. Décomposer en éléments simples : $F(X) = \frac{X^4}{(X^2 - 1)(X + 3)}$

4 Exercice 4 : Suites

Donner une expression en fonction de n puis calculer les limites :

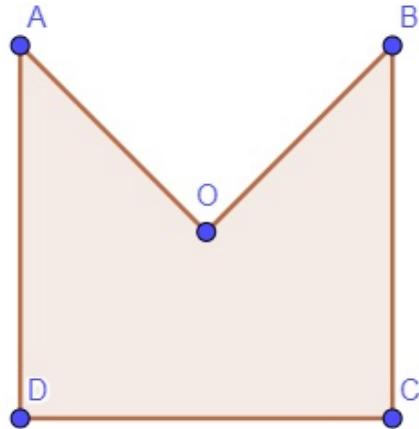
1.
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 6 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} u_0 = 1, & u_1 = 0 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{2 + u_n} \end{cases}$$

On montrera que $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$ est géométrique.

5 Exercice 5 : Barycentre

Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ est une plaque métallique homogène carrée de centre O . On retire la partie triangulaire OAB pour obtenir la plaque pentagonale $ADCBO$.



On appelle H le centre d'inertie de la plaque OAB et G celui de la plaque $ADCBO$ que l'on cherche.
Justifier que O est barycentre de $(H, 1)$, $(G, 3)$ et en déduire que G est barycentre de $(O, 4)$, $(H, -1)$.