

On considère la courbe d'équation polaire  $\rho(\theta) = 4 \cos \theta - \frac{1}{\cos \theta}$ .

1. Démontrer qu'on peut limiter l'intervalle d'étude à  $[0, \pi/2[$ .
2. Convertir l'équation polaire en coordonnées cartésiennes  $x(\theta)$  et  $y(\theta)$ .
  - (a) Étudier les limites de  $x(\theta)$  et  $y(\theta)$  lorsque  $\theta$  approche  $\frac{\pi}{2}$  et  $-\frac{\pi}{2}$ .
  - (b) Calculer les dérivées  $x'(\theta)$  et  $y'(\theta)$ .
  - (c) En déduire les coordonnées d'un vecteur tangent  $\vec{V}(\theta)$  à la courbe à un point régulier  $M_\theta$  de coordonnées  $(x(\theta), y(\theta))$ .
  - (d) Déterminer les points où la tangente est horizontale ou verticale.
  - (e) Donner l'équation des asymptotes.
3. Calculer la dérivée  $\frac{dr}{d\theta}$ .
4. Déterminer l'angle  $\alpha$  de la tangente à la courbe en un point de coordonnées  $(r, \theta)$ .
  - (a) Effectuer un développement limité de  $r(\theta)$  au voisinage de  $\theta = 0$  à l'ordre 2 .
  - (b) En déduire la nature du point correspondant à  $\theta = 0$ .