Cours d'analyse de données en géographie
Niveau Master 1 - GEANDO
Pour commencer avec de bonnes bases...
Ensembles finis

Maxime Forriez[1,a]

[1] Institut de géographie, 191, rue Saint-Jacques, Bureau 105, 75 005 Paris,
[a]maxime.forriez@sorbonne-universite.fr

29 août 2025

1 Exercice 1

Soit la population française qui compte 68 000 000 d'habitants. Les femmes représentent 51,6 % de la population. Les hommes en représentent 48,4 %.

1. Définir l'ensemble fini associé aux données.
   - L'ensemble fini défini est la population française. On le note P.
   - Le cardinal de P est le nombre total d'habitants, soit $\mathrm{card}P = 68000000$.
2. Quels sont les sous-ensembles de cet ensemble ? Sont-ils disjoints ? Justifier votre répondre. Comment sont les sous-ensembles les uns par rapport aux autres ? Quel est le cardinal de chaque sous-ensemble ?
   - L'ensemble P contient deux sous-ensembles : celui des femmes, noté F et celui des hommes, noté H.
   - Un homme ne pouvant être une femme, et une femme ne pouvant être un homme, les deux ensembles sont disjoints.
   - Ils sont complémentaires, donc $\mathrm{card}P = \mathrm{card}F + \mathrm{card}M$.
   - Pour obtenir le nombre d'habitants en fonction du sexe, il suffit d'appliquer les pourcentages au cardinal de P.

$$\begin{array}{l} \mathrm{card}F = \frac{516}{100} \times 68000000 = 35088000 \\ \mathrm{card}M = \frac{484}{100} \times 68000000 = 32912000 \end{array} \tag{1}$$

N.B. Dans cet exercice, on ne s'intéresse qu'a la définition biologique, et non de genre.

2 Exercice 2

Parmi 26 étudiants d'une promotion, 14 aiment la géographie humaine, 8 aiment la géographie physique, et 7 n'aiment ni l'une ni l'autre.

1. Identifier l'ensemble fini et donner son cardinal.
   — L'ensemble fini est le nombre d'étudiants. On le note E.
   — Le cardinal est le nombre d'étudiants de la promotion, soit $\mathrm{card} E = 26$.
2. Identifier les sous-ensembles et leurs relations.
   — Il existe quatre sous-ensembles : les étudiants aimant la géographie humaine, les étudiants n'aimant pas la géographie humaine, les étudiants aimant la géographie physique, et les étudiants n'aimant pas la géographie physique. On note respectivement ses ensembles : GHA, $GH\bar{A}$, GPA et $GP\bar{A}$.
   — Les ensembles ne sont pas disjoints.
   — Pour vous aider à compter, il suffit de résumer les données dans un tableau (Tab. 1).

		Géographie humaine		
		A	$\bar{A}$	**Total**
Géographie physique	A			8
	A		7	
	Total	14		26

TABLE 1 – Tableau de données

3. Combien d'étudiants aiment uniquement la géographie physique ? Combien d'étudiants aiment uniquement la géographie physique ? Combien aiment les géographies humaine et physique ? Aidez-vous d'un diagramme de Venn ou d'un tableau résumant les données connues.
   — On commence par déterminer le nombre d'étudiants aimant les deux matières. On applique la formule des cardinaux : $\mathrm{card} E = \mathrm{card}\,(GHA) + \mathrm{card}\,(GPA) - \mathrm{card}\,(GHA \cap GPA)$.
   $$\begin{aligned} 26 &= 14 + 8 - \mathrm{card}\,(GHA \cap GPA) \\ \mathrm{card}\,(GHA \cap GPA) &= 3 \end{aligned} \tag{2}$$
   — En plaçant le chiffre 3 dans le tableau 1, il est facile de déterminer les cardinaux des autres ensembles. Un étudiant qui aime uniquement la géographie humaine, n'aiment pas pas la géographie physique. Cela signifie que l'on cherche $GHA \cap GP\bar{A}$.
   $$\mathrm{card}\left(GHA \cap GP\bar{A}\right) = 14 - 3 = 11 \tag{3}$$
   — Un étudiant qui aime uniquement la géographie physique, n'aiment pas pas la géographie humaine. Cela signifie que l'on cherche $GPA \cap GH\bar{A}$.
   $$\mathrm{card}\left(GPA \cap GH\bar{A}\right) = 8 - 3 = 5 \tag{4}$$
   — Finalement, on en déduit le tableau 2.

		Géographie humaine		
		A	$\bar{A}$	**Total**
Géographie physique	A	3	5	8
	$\bar{A}$	11	7	18
	Total	14	7	26

TABLE 2 – Tableau de données complété

3 Exercice 3

Sur une plage, parmi 165 vacanciers, il y a 80 hommes et 98 personnes bronzées dont 59 hommes. Déterminer le nombre de femmes non bronzées sur cette plage. Faire un tableau de synthèse.

On commence par établir le tableau de données de l'énoncé (Tab. 4). On remarque que les ensemble des hommes et des femmes sont distincts.

	Homme	**Femme**	**Total**
Bronzé	59		98
Non Bronzé			
Total	80		165

TABLE 3 – Tableau de données

En appliquant la formule des cardinaux, on établit que le nombre de femmes vaut :

$$165 - 80 = 85 \tag{5}$$

Une fois le nombre de femmes connu, il est facile de déduire le nombre de femmes bronzée :

$$98 - 59 = 39 \tag{6}$$

Il devient simplement de compléter le reste du tableau (Tab. **??**).

— Le nombre de personnes non bronzées est $165 - 98 = 67$.

— Le nombre d'hommes non bronzés est $80 = 59 = 21$.

— Le nombre de femmes non bronzées est $85 - 39 = 46$ ou $67 - 21 = 46$.

	Homme	**Femme**	**Total**
Bronzé	59	39	98
Non Bronzé	21	46	67
Total	80	85	165

TABLE 4 – Tableau de données complété

4 Exercice 4

Pendant la coupe du monde de football, un groupe de 48 anglais est venu dans le pays d'accueil, 39 ont emprunté au moins une fois l'avion et 14, au moins une fois le bateau. Sachant qu'ils se sont tous rendus deux fois dans le pays d'accueil, combien d'entre eux ont emprunté les deux moyens de transport ?

L'ensemble fini étudié est le groupe d'anglais, noté G.

On note qu'il existe quatre sous-ensembles : A l'ensemble des personnes ayant pris l'avion au moins une fois, $\bar{A}$ son ensemble contraire, B l'ensemble des personnes ayant pris le bateau au moins une fois, $\bar{B}$ son ensemble contraire.

On connaît $\mathrm{card} G = 48$, $\mathrm{card} A = 39$, et $\mathrm{card} B = 14$ (Tab. 5).

		Avion		
		une fois	**jamais**	**Total**
Bateau	**une fois**			14
	jamais			
	Total	39		48

TABLE 5 – Tableau de données

On applique la propriété des cardinaux pour déduire $\mathrm{card}\,(A \cap B)$.

$$\mathrm{card} G = \mathrm{card} A + \mathrm{card} B - \mathrm{card}\,(A \cap B) \tag{7}$$

donc $\mathrm{card}\,(A \cap B) = 5$. Il correspond à tous les anglais ayant pris une fois le bateau et une fois l'avion. Une fois cette valeur connue, il est facile de compléter le reste du tableau 5 ; c'est ce que résume le tableau 6.

		Avion		
		une fois	**jamais**	**Total**
Bateau	**une fois**	5	9	14
	jamais	34	0	34
	Total	39	9	48

TABLE 6 – Tableau de données complété

5 Exercice 5

À la rentrée universitaire, on propose aux 37 étudiants d'un groupe deux options facultatives : statistique et informatique. 9 étudiants choisissent l'informatique, 13 la statistique. On sait que 18 étudiants n'ont pas choisi d'option facultative, combien d'élèves suivent assidûment les deux options ?

	I	$\bar{I}$	**Total**
S			
$\bar{S}$		18	
Total	9	13	37

TABLE 7 – Tableau de données

On commence par résumer les données de l'énoncé (Tab. 7). On note l'ensemble des étudiants E, le sous-ensemble des étudiants ayant choisi l'option informatique I et le sous-ensemble des étudiants ayant choisi l'option statistique S. On note leurs contraires $\bar{I}$ et $\bar{S}$.

En appliquant les propriétés des cardinaux, on sait que :

$$\mathrm{card}E = \mathrm{card}I + \mathrm{card}S - \mathrm{card}\,(I \cap S) \tag{8}$$

donc $\mathrm{card}\,(I \cap S) = 3$.

Une fois ce cardinal établi, il est simple de déduire le reste des cas (Tab. 8).

	I	$\bar{I}$	**Total**
S	3	10	13
$\bar{S}$	6	18	24
Total	9	13	37

TABLE 8 – Tableau de données complété

6 Exercice 6

Dans une épreuve de cyclotourisme, trois circuits de 45, 75 et 105 km sont proposés à deux catégories de cyclistes : les amateurs et les confirmés. 65 % des participants sont des amateurs. $\frac{1}{8}$ des amateurs est inscrit au circuit de 45 km. 70 confirmés sont inscrits au circuit de 45 km. 255 confirmés sont inscrits au circuit de 75 km. $\frac{1}{2}$ des participants est inscrit au circuit de 75 km contre 600 à celui de 105 km.

1. Quel est le nombre de participants total ?
   - On note l'ensemble des participants P. Il existe deux sous-ensembles disjoints, celui des amateurs, noté A, et celui des confirmés, noté C.
   - On connaît le total des participants aux différents parcours en posant des équations. On pose $\mathrm{card}P = x$ pour simplifier leurs écritures.

$$\begin{array}{l} \mathrm{card}\,(45\text{ km}) = \frac{13}{20}\frac{1}{8}x + 70 \\ \mathrm{card}\,(75\text{ km}) = \frac{1}{2}x \\ \mathrm{card}\,(105\text{ km}) = 600 \end{array} \tag{9}$$

— or $\text{card}\,(45\text{ km}) + \text{card}\,(75\text{ km}) + \text{card}\,(105\text{ km}) = \text{card}P = x$, donc il suffit de résoudre l'équation suivante :

$$\frac{13}{20}\frac{1}{8}x + 70 + \frac{1}{2}x + 600 = x \tag{10}$$

Après quelques calculs pour isoler x, on obtient $x = 1600$ participants.

— En convertissant le reste de l'énoncé en équations, on obtient le tableau 9.

	A	**C**	**Total**
45 km	$0,65 \times \frac{1}{8}x$	70	$\frac{13}{20} \times \frac{1}{8}x + 70$
75 km		255	$\frac{1}{2}x$
105 km			600
Total	$0,65x$	$0,35x$	x

TABLE 9 – Tableau de données

2. Quelle est la répartition des amateurs pour les trois circuits proposés ?
   — À partir du tableau 9 et en connaissant le nombre de participants, il est simple de calculer les équations non résolues (Tab. 10).

	A	**C**	**Total**
45 km	130	70	200
75 km		255	800
105 km			600
Total	1040	560	1600

TABLE 10 – Tableau de données calculé

   — On en déduit le tableau 11. Il y a 130 participants amateurs pour le parcours de 45 km (12,5 %), 545 participants amateurs pour le parcours de 75 km (52,4 %), 365 participants amateurs pour le parcours de 105 km (35,1 %).

	A	**C**	**Total**
45 km	130	70	200
75 km	545	255	800
105 km	365	235	600
Total	1040	560	1600

TABLE 11 – Tableau de données complété

3. Quelle est la répartition des confirmés ?
   — Il y a 70 participants confirmés pour le parcours de 45 km (12,5 %), 255 participants confirmés pour le parcours de 75 km (45,5 %), 235 participants confirmés pour le parcours de 105 km (42,0 %).