Cours d'analyse de données en géographie Niveau Master 1 - GEANDO Pour commencer avec de bonnes bases... Dénombrement

Maxime Forriez^{1,a}

¹ Institut de géographie, 191, rue Saint-Jacques, Bureau 105, 75 005 Paris, amaxime.forriez@sorbonne-universite.fr

1er juillet 2025

1 Exercices pour comprendre et calculer les factorielles

1.1 Exercice 1

Déterminer n, un nombre naturel, tel que :

- 1. n! = 24
- 2. (n-1)! = 24
- 3. (n+1)! + 18 = 5098
- 4. n! 3 = -2
- 5. n! = n
- 6. (n+2)! = 5((n+1)!)
- 7. $(n-1)! = \frac{n!}{10}$
- 8. $n! = \frac{10!}{6!}$
- 9. $\frac{n!}{6!} = 7!$
- 10. $2^{n!} = 8^{n!-4}$

1.2 Exercice 2

Calculer sans calculatrice:

- 1. $\frac{8!6!}{5!7!}$
- 2. $\frac{11!3!}{0!1!}$
- 3. $\frac{11!4!2}{3!5!12}$

1.3 Exercice 3

Soit $n \in \mathbb{N}$, simplifier :

- 1. $\frac{(n+5)!(n-4)!}{(n+4)!(n-3)!}$ avec $n \ge 4$
- 2. $\frac{(n+3)!}{(n+2)!} \frac{(n-4)!}{(n-3)!}$ avec $n \ge 3$
- 3. $\frac{(n+2)!}{(n+1)!} \frac{2(n!)!}{(n-1)!}$ avec $n \ge 1$
- 4. $\frac{(n+3)!}{(n+2)!} \frac{(n-4)!}{(n-3)!}$ avec $n \ge 3$

2 Exercices pour comprendre les permutations – Tirages complets

N.B. Il faudra bien déterminer les cas avec ou sans répétition (ou remise).

Astuce. Écrire littéralement ce qui est demandé. Conformément à l'algèbre des ensembles finis, chaque « ou » équivaut à une somme, et chaque « et » équivaut à un produit.

2.1 Exercice 1

Un sac contient les cinq lettres du mot VILLE inscrites sur cinq cartons. Ils sont **indiscer-nables au toucher**. On tire **tous** les cartons du sac que l'on dispose dans l'ordre du tirage pour former un mot. Combien de mots différents peut-on obtenir?

2.2 Exercice 2

Un sac contient les dix lettres du mot ASSURANCES inscrites sur dix cartons. Ils sont **indiscernables au toucher**. On tire **tous** les cartons du sac que l'on dispose dans l'ordre du tirage pour former un mot. Combien de mots différents peut-on obtenir?

2.3 Exercice 3

Les Rapetou se ressemblent et s'habillent de manière identique. L'unique manière de les différencier est leur matricule de prisonnier. Les trois combinaisons récurrentes sont 176-167, 176-671 et 176-761. Carl Barks déclara lors d'une interview qu'il existait autant de Rapetou que de matricules. ABC-XYZ avec les chiffres. 1, 6 et 7 avant et après le tiret. Combien existe de Rapetou?

2.4 Exercice 4

Combien d'anagrammes distinctes peut-on former avec les lettres des mots?

- 1. DEUX
- 2. ABRACADABRA
- 3. SOCIOLOGIQUE

2.5 Exercice 5

Les douze tomes d'une encyclopédie sont rangés au hasard.

- 1. Combien existe-t-il de manière de les aligner sur une étagère?
- 2. Parmi les classements, combien en existe-t-il où les tomes 1 et 2 se trouvent côte à côté dans cet ordre?

3 Exercices pour comprendre les arrangements – Tirages incomplets et successifs

N.B. Il faudra bien déterminer les cas avec ou sans répétition (ou remise).

Astuce. Écrire littéralement ce qui est demandé. Conformément à l'algèbre des ensembles finis, chaque « ou » équivaut à une somme, et chaque « et » équivaut à un produit.

3.1 Exercice 1

Dans une urne, il y a six boules noires, trois boules blanches et deux boules bleues. On tire **successivement et sans remise** trois boules au hasard.

- 1. Combien de tirages différents sont possibles?
- 2. Combien de tirages comportent **exactement** une boule noire?
- 3. Combien de tirages comportent au moins une boule noire?

3.2 Exercice 2

Chaque classe doit avoir une délégation de trois élèves : un délégué, un suppléant du délégué et un laveur de tableau. Soit une classe composée de : 11 filles et 3 garçons.

- 1. Combien existe-t-il de délégations possibles?
- 2. Combien existe-t-il de délégations si le délégué et le suppléant sont de sexes différents?
- 3. Combien existe-t-il de délégations si le laveur de tableau doit être un garçon?
- 4. Combien existe-t-il de délégations si les deux sexes doivent être présents dans chaque délégation?

3.3 Exercice 3

Un représentation s'apprête à visiter cinq clients. De combien de façons peut-il faire cette série de visites...

- ... s'il les fait toutes le même jour?
- ... s'il les fait trois un jour et deux le lendemain?

4 Exercices pour comprendre les combinaisons – Tirages incomplets et simultanés

N.B. Il faudra bien déterminer les cas avec ou sans répétition (ou remise).

Astuce. Écrire littéralement ce qui est demandé. Conformément à l'algèbre des ensembles finis, chaque « ou » équivaut à une somme, et chaque « et » équivaut à un produit.

4.1 Exercice 1

Le jeu de scrabble comporte 98 lettres dont 15 E. On tire 7 lettres dans le sac dans lequel sont placées les 98 lettres du jeu. On les dispose sur son chevalet.

- 1. Combien de tirages différents sont possibles?
- 2. Combien de tirages comportent **exactement** une lettre E?
- 3. Combien de tirages comportent **au moins** une lettre E?

4.2 Exercice 2. Résultat du loto

On tire **successivement** 6 nombres entre 1 et 49.

- 1. Quel est le nombre de tirages différents?
- 2. On refuse de prendre en compte l'ordre. Quel est le nombre de tirages différents?

4.3 Exercice **3.** Compter les triominos

Chaque triomino comporte trois chiffres entre 0 et 5. Combien existe-t-il de triominos?

4.4 Exercice 4

Une urne contient 4 boules blanches, 5 boules rouges et 1 boule noire. On tire **simultanément** trois boules.

- 1. Quel est le nombre de tirages possible?
- 2. Quel est le nombre de tirages avec des boules de même couleur?
- 3. Quel est le nombre de tirages avec des boules de couleurs différentes?
- 4. Quel est le nombre de tirages sans boule blanche?
- 5. Quel est le nombre de tirages avec **au moins** une boule blanche?
- 6. Quel est le nombre de tirages avec **au plus** une boule blanche?

Table des matières

1	Exe	rcices pour comprendre et calculer les factorielles	1
	1.1	Exercice 1	1
	1.2	Exercice 2	1
	1.3	Exercice 3	2
2	Exercices pour comprendre les permutations – Tirages complets		2
	2.1	Exercice 1	2
	2.2	Exercice 2	2
	2.3	Exercice 3	2
	2.4	Exercice 4	2
	2.5	Exercice 5	3
3	Exercices pour comprendre les arrangements – Tirages incomplets et successifs		3
	3.1	Exercice 1	3
	3.2	Exercice 2	3
	3.3	Exercice 3	3
4	Exercices pour comprendre les combinaisons – Tirages incomplets et simultanés		4
	4.1	Exercice 1	4
	4.2	Exercice 2. Résultat du loto	4
	4.3	Exercice 3. Compter les triominos	4
	44	Exercise 4	4