

Projet de Simulation 2019 - Modèles Théoriques

Maxime Gonthier - Benjamin Guillot

17 mai 2019

Table des matières

1 Introduction

2 Modèles n°1 - File M/M/N

2.1	description du modèle
2.1.1	représentation
2.2	Données et Formules
2.2.1	Temps moyen d'attente et 90 percentile

1 Introduction

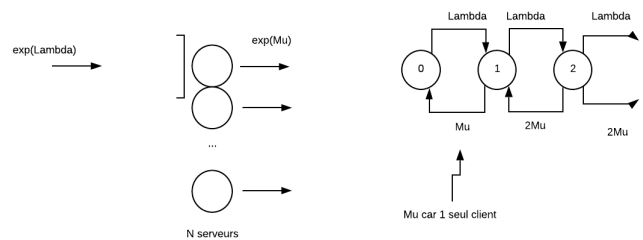
Ce Rapport à pour but de présenter les trois modèles théoriques étudié pour ce projet de Simulation.
Il sera composé de trois parties, chacune d'entre elles étant dédié à un modèle précis.

2 Modèles n°1 - File M/M/N

2.1 description du modèle

Le premier modèle est décrit de la façon suivante :
Le patron donne au client un ticket numéroté.
Dès qu'un ordinateur se libère, la personne en attente avec le plus petit numéro de ticket accède à l'ordinateur.

2.1.1 représentation



Modélisation graphique de la file.
Dans l'état i il y a i clients dans la file.
L'espace d'état est défini par $E = \mathbb{N}$
Les transitions peuvent s'exprimer de la façon suivante :
 $\forall i \geq 0,$
 $i^\lambda \rightarrow i + 1$
 $i^\mu \rightarrow i - 1$

La condition de convergence pour ce modèle est :
 $\rho > 1$

2.2 Données et Formules

On a besoin pour ce modèles de définir certaines données :
 λ : probabilité d'arrivée de client.
 μ : le temps de service.
 ρ : l'intensité du trafic.
 N : le nombre de serveur, fixé à 10.

On calcule l'intensité du trafic de la façon suivante pour chaque λ :

$$\rho = \frac{\lambda}{N*\mu}$$

On a également besoin du nombre moyen de client théorique N_{moyen} :

$$N_{moyen} = E[nq(??)] = \frac{\rho*\varrho}{1-\rho}$$

ou $\varrho = Proba(??)(\geq N) = \frac{(N*\rho)^N}{N!(1-\rho)^{\rho_0}}$.

Ici, ρ_0 représente la probabilité que la file soit vide et se calcule de la façon suivante :

$$\rho_0 = 1 + \left(\frac{(N*\rho)^N}{N!(1-\rho)} + \sum_{n=1}^{N-1} \frac{(N*\rho)^N}{n!} \right)$$

2.2.1 Temps moyen d'attente et 90 percentile

Maintenant que l'on a toute ces données, on peut écrire une formule pour le temps moyen d'attente de ce modèle :

$$E[A] = \frac{E[nq]}{\lambda} = \frac{\varrho}{N*\mu(1-\rho)}$$

On peut donc écrire une formule pour calculer de 90 percentile du temps d'attente de ce modèle :

$$t_{90}[A] = \frac{E[A]}{\varrho} * \ln(10\varrho)$$

3 Modèle n°2 - File M/M/1

3.1 description du modèle

Le second modèle est décrit de la façon suivante :

Le patron choisit au hasard, uniformément un ordinateur parmi les N puis il donne au client un ticket numéroté pour l'ordinateur choisi.

Dès que le client d'un ordinateur a fini, c'est le client qui a le plus petit numéro parmi ceux affecté à cet ordinateur qui prend la place.

3.1.1 représentation

3.2 Données et Formules

3.2.1 Temps moyen d'attente et 90 percentile