IFT-4001 (Hiver 2016) Travail pratique

Vincent Beaudoin (111 103 778)
Alexandre Picard-Lemieux (111 103 625)

21 février 2016

Premier problème

On déclare une variable pour chaque élément de la matrice. Ainsi, la variable X_{ij} représente la valeur inscrite à la ligne i et la colonne j pour $1 \leq i \leq 4$ et $1 \leq j \leq n$. Ces quatre lignes forme les quatres longues faces d'un rectangle. n représente le nombre de cube que forme ce rectangle. Le domaine de chaque variable est l'ensemble des entiers entre 1 et n, c'est-à-dire les couleurs. Nous avons les tuples pour $n = 4$ qui ont été définis dans le problème :

T_1 :

x	y
JAUNE	VERT
VERT	JAUNE
ROUGE	BLEU
BLEU	ROUGE
VERT	ROUGE
ROUGE	VERT

T_2 :

x	y
VERT	VERT
ROUGE	BLEU
BLEU	ROUGE
JAUNE	BLEU
BLEU	JAUNE

T_3 :

x	y
BLEU	ROUGE
ROUGE	BLEU
JAUNE	JAUNE
JAUNE	VERT
VERT	JAUNE

T_4 :

x	y
JAUNE	ROUGE
ROUGE	JAUNE
ROUGE	VERT
VERT	ROUGE
BLEU	JAUNE
JAUNE	BLEU

Pour chaque ligne i, nous avons une contrainte $X_{ij} \neq X_{ik}$ pour chacune des $\frac{n(n-1)}{2}$ paires de variables.

$$X_{ij} \neq X_{ik} \quad \forall 1 \leq j, k \leq n \tag{1}$$

Pour chaque colonne j, nous avons ces contraintes.

$$Tableau(X_{ij}, X_{(i+2)j}, T_j) \quad \forall 1 \leq i \leq 2 \tag{2}$$

$$ifThen(X_{ij} = X_{(i+1)j}, X_{(i+2)j} \neq X_{(i+3)j}) \tag{3}$$

$$ifThen(X_{ij} = X_{(i+3)j}, X_{(i+1)j} \neq X_{(i+2)j}) \tag{4}$$

Nous avons donc $4n \in \Theta(n)$ variables. Chaque variable a n valeurs dans son domaine pour un total de $\Theta(n^2)$ valeurs. Nous avons 4 contraintes de type (1), $2n$ contraintes de type (2), n contraintes de type (3) et n contraintes de type (4). Nous avons donc au total $4+2n+n+n \in \Theta(n)$ contraintes. Chaque contrainte tableau possède $6 \in \Theta(1)$ entrées.

La solution retournée par le solveur Choco 3 :
VERT ROUGE JAUNE BLEU
JAUNE BLEU ROUGE VERT
ROUGE BLEU VERT JAUNE
VERT JAUNE BLEU ROUGE

Le temps requis au solveur pour trouver la solution est de 0,045 secondes. Le nombre de retours arrière effectués par le solveur est de 2.

Deuxième problème

On déclare une variable pour chaque élément de la matrice. Ainsi, la variable X_{ij} représente la valeur inscrite à la ligne i et la colonne j pour $1 \leq i \leq n$ et $1 \leq j \leq p$. Les n lignes correspondent aux employés et les colonnes représentent les périodes de temps de 30 minutes. Le domaine de chaque variable est les entiers 0 et 1.

Nous avons p variables d'offre O, de demande D et de perte P. Le domaine de chaque variable de O et de D est l'ensemble des entiers entre 0 et n. Le domaine de chaque variable de P est l'ensemble des entiers qui sont des multiples de 20 entre 0 et n * 20.

Pour chaque offre j, nous avons les contraintes.

$$O_j = \sum_{i=1}^{n} X_{i,j} \tag{5}$$

$$O_j \geq 1 \tag{6}$$

Pour ce qui est de la demande D, nous avons les valeurs fixes.

$$\begin{gathered} D_1 = 1, D_2 = 2, D_3 = 3, D_4 = 4, D_5 = 5, D_6 = 4 \\ D_7 = 2, D_8 = 3, D_9 = 4, D_{10} = 3, D_{11} = 5, D_{12} = 5 \\ D_{13} = 4, D_{14} = 3, D_{15} = 3, D_{16} = 3 \end{gathered} \tag{7}$$

Pour chaque perte j, nous avons la contrainte.

$$P_j = |D_j - O_j| * 20 \tag{8}$$

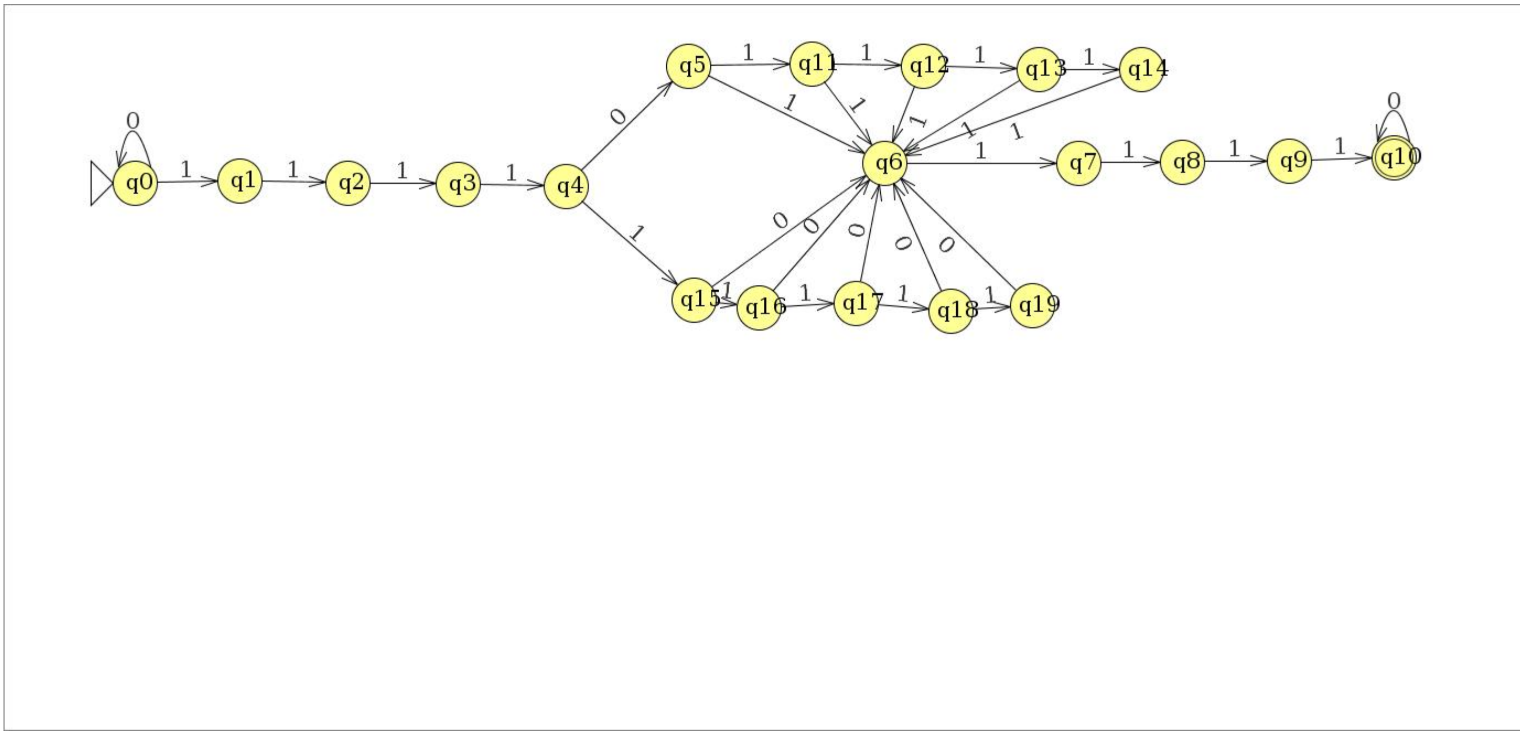
Nous avons aussi une contraite de minimum pour la perte.

$$min(P_1 + P_1 + P_2 + ... + P_p) \tag{9}$$

Pour chaque ligne i, nous avons la contrainte.

$$Regular(X_{i1}, ..., X_{ip}, A) \tag{10}$$

A est l'automate suivant :



Donc, nous avons pour l'automate $A = (\Sigma, Q, q_0, F, T)$.

$$dom(X_{i,j}) = \Sigma$$

Pour chaque ligne i, on crée $p+1$ variables de Q_{i0} ... Q_{ip} avec les domaines,

$$dom(Q_{i0}) = \{q_0\}$$

$$dom(Q_{ij}) = Q,\ 0 < j < p$$

$$dom(Q_{ip}) = F$$

Nous avons les contraintes.

$$Tableau(Q_{i(j-1)}, X_{ij}, Q_{ij}, T) \tag{11}$$

T :

x	y	z
q_0	0	q_0
q_0	1	q_1
q_1	1	q_2
q_2	1	q_3
q_3	1	q_4
q_4	0	q_5
q_4	1	q_{15}
q_5	1	q_{11}
q_5	1	q_6
q_6	1	q_7
q_7	1	q_8
q_8	1	q_9
q_9	1	q_{10}
q_{10}	0	q_{10}
q_{11}	1	q_6
q_{11}	1	q_{12}
q_{12}	1	q_6
q_{12}	1	q_{13}
q_{13}	1	q_6
q_{13}	1	q_{14}
q_{14}	1	q_6
q_{15}	0	q_6
q_{15}	1	q_{16}
q_{16}	0	q_6
q_{16}	1	q_{17}
q_{17}	0	q_6
q_{17}	1	q_{18}
q_{18}	0	q_6
q_{18}	1	q_{19}
q_{19}	0	q_6

Nous avons np variables pour la matrice X, p variables d'offre O, de demande D, de perte P et $n(p+1)$ variables pour Q pour un total de $np + p + p + p + n(p+1) \in \Theta(np)$.

Chaque variable de X a 2 valeurs dans son domaine. Chaque variable de O, de D et de P a $n+1$ valeurs dans son domaine. Chaque variable de Q a 20 valeurs (nombre d'états de l'automate) dans son domaine sauf la première et la dernière colonne qui ont une valeur dans leur domaine. Nous avons donc un total de $2np + p(n+1) + p(n+1) + p(n+1) + n + 20(n(p+1) - 2n) + n \in \Theta(np)$.

Pour ce qui est des contraintes, nous avons p contraintes de type (5), (6), (7) et (8), une contrainte de type (9), et n contraintes de type (10). Les contraintes de type (10) contiennent p contraintes de type (11). Donc, nous avons : $p + p + p + p + 1 + np = \Theta(np)$. Chaque contrainte tableau possède 30 entrées.

Nous avons utilisé comme heuristique Impact based search avec la cohérence de bornes et aucun redémarrage.

La solution retournée par le solveur Choco 3 :

Horaire :
0 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1

Offre :
1 2 3 4 5 4 4 3 4 5 5 5 4 3 3 3

Demande :
1 2 3 4 5 4 2 3 4 3 5 5 4 3 3 3

Perte :
0 0 0 0 0 0 40 0 0 40 0 0 0 0 0 0

La solution a donc une perte de 80$. La solution est optimale car elle minimise la perte. Le temps requis au solveur pour trouver la solution est de 0,945 secondes. Le nombre de retours arrière effectués par le solveur est de 32 929.