IWI Fakultät für Informatik und Wirtschaftsinformatik
Lehrgebiet für Grundlagen der Informatik
Prof. Dr. Heiko Körner

Hochschule Karlsruhe Technik und Wirtschaft
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES
Näher dran.

3. Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik II

Aufgabe 1 ($\bullet$)**:** Die *modifizierte Subtraktion* $f : \mathbb{N}_0 \longrightarrow \mathbb{N}_0$ ist bekanntlicherweise wie folgt definiert:

$$f(n) := \begin{cases} n-1 & \text{falls } n > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie die komplette formale Beschreibung einer Turingmaschine M an, die f berechnet, und dokumentieren Sie ausführlich deren Funktionsweise.

Aufgabe 2 ($\bullet\bullet\bullet$)**:** Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen Turing–berechenbar sind, indem Sie passende Turingmaschinen angeben:

a) $f : \mathbb{N}_0 \longrightarrow \mathbb{N}_0$ mit $f(n) := 2 \cdot n$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

b) $f : \mathbb{N}_0 \longrightarrow \mathbb{N}_0$ mit $f(n) := \lfloor n/4 \rfloor$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$, d.h. n wird ganzzahlig durch 4 geteilt.

c) $f : \mathbb{N}_0 \longrightarrow \mathbb{N}_0$ mit $f(n) := \lfloor \log_2 n \rfloor$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 3 ($\bullet\bullet$)**:** Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Geben Sie eine zweibändige DTM M mit Turingtafel und Erläuterungen an, die ihr Eingabewort verdoppelt. Aus z.B. *abbaa* soll sie also die Ausgabe *abbaaabbaa* erzeugen. Formal soll M demnach die Funktion $f : \Sigma^* \longrightarrow \Sigma^*$ mit $f(x) := xx$ berechnen.

b) Berechnen Sie die exakte Anzahl der Rechenschritte, die Ihre DTM benötigt, um ein Wort der Länge n zu verarbeiten.

c) Geben Sie die Anzahl der Rechenschritte in der O–Notation an.

Aufgabe 4 ($\bullet\bullet$)**:** Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. Geben Sie für die Sprache $L = \{0^n 1^{2n} 0^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ eine DTM M mit $L(M) = L$ an. Dokumentieren Sie ausführlich die Turingtafel von M.

Aufgabe 5 ($\bullet$)**:** Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Die Funktion $f : \Sigma^+ \longrightarrow \Sigma^*$ mit

$$f(x_1 x_2 \ldots x_n) := x_1 x_2 \ldots x_{n-1}$$

entfernt von einem Wort das letzte Zeichen, d.h. aus z.B. *abaab* wird *abaa*. Geben Sie eine Turingmaschine M an, die f berechnet, und beschreiben Sie kurz ihre Funktionsweise.

Aufgabe 6 ($\bullet$)**:** Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Die Funktion $f : \Sigma^+ \longrightarrow \Sigma^*$ mit

$$f(x_1 x_2 \ldots x_n) := x_1 x_2 \ldots x_n x_n$$

hängt an ein Wort $x = x_1 x_2 \ldots x_n$ das letzte Zeichen x_n noch einmal an, d.h. aus z.B. *abaab* wird *abaabb*. Geben Sie eine Turingmaschine M an, die f berechnet, und beschreiben Sie kurz ihre Funktionsweise.