Fakultät für Informatik und Wirtschaftsinformatik
Hochschule Karlsruhe - Technik und Wirtschaft
Prof. Dr. Frank Schaefer
Sommersemester 2015

Klausur: Mathematik 1

(90 Punkte, 90 Min.)

Aufgabe 1: (7 Punkte) GGT

Bestimmen Sie den größten, gemeinsamen Teiler von 234 und 182 mit Hilfe des Euklidschen Algorithmus (andere Methoden sind nicht gefragt).

Aufgabe 2: (14 = 7 + 7 Punkte) Äquivalenzrelationen

a) Wir betrachten die Grundmenge $G := \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Auf G ist folgende Relation definiert:

$$R_1 := \{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5),$$
$$(0,1), (1,2), (2,0), (3,4), (4,5), (5,3)\}.$$

Welche der drei Eigenschaften einer Äquivalenzrelation (reflexiv, transitiv, symmetrisch) sind erfüllt und welche sind nicht erfüllt? Begründen Sie Ihre Behauptung!

b) Wir betrachten noch einmal die gleiche Grundmenge $G := \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Auf G ist folgende Äquivalenzrelation definiert:

$$R_2 := \{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5),$$
$$(0,2), (0,4), (2,4), (2,0), (4,0), (4,2), (1,3), (3,1)\}.$$

Geben Sie sämtliche Äquivalenzklassen der Relation R_2 an.

Aufgabe 3: (9 = 3 + 3 + 3 Punkte) Surjektiv, injektiv, bijektiv

Geben Sie für die folgenden drei Funktionen an, welche der drei Eigenschaftn surjektiv, injektiv, bijektiv sie erfüllen und welche nicht (mit Begründung!).

a) $D_1 := \{1, 2, 3\}, B_1 := \{1, 2, 3, 4\}$

$$f_1 : D_1 \to B_1$$

mit $f_1(1) = 2, f_1(2) = 1, f_1(3) = 3.$

b) $D_2 := \{1, 2, 3, 4\}, B_2 := \{1, 2, 3, 4\}$

$$f_2 : D_2 \to B_2$$

mit $f_2(1) = 1, f_2(2) = 3, f_2(3) = 2, f_2(4) = 4.$

c) $D_3 := \{1, 2, 3, 4\}, B_3 := \{1, 2, 3\}$

$$f_3 : D_3 \to B_3$$

mit $f_3(1) = 1, f_3(2) = 3, f_3(3) = 2, f_3(4) = 1.$

Aufgabe 4: (12 = 6 + 6 Punkte) Hornerschema

a) Werten Sie mit Hilfe des Hornerschema das Polynom

$$p(x) := 4x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 9x + 17$$

an der Stelle $p(2)$ aus. Andere Methoden sind nicht gefragt!

b) Bestimmen Sie den Dezimalwert der Binärzahl

$$10110111001$$

mit Hilfe des Hornerschema. Andere Methoden sind nicht gefragt!

Aufgabe 5: (15 = 12 + 3 Punkte) LGS

a) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 0x_3 + x_4 &= 3 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + 0x_4 &= 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 5 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 &= -1 \end{aligned}$$

b) Geben Sie den Rang des LGS an.

Aufgabe 6: (17 = 8 + 9) Rechnen mit Matrizen

a) Berechnen Sie für die folgenden drei Matrizen A, B und C alle Matrizenprodukte aus je zwei Faktoren, soweit diese Produkte definiert sind:

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

b) Invertieren Sie folgende Matrix M:

$$M := \begin{pmatrix} 6 & 8 & 3 \\ 4 & 7 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 7: (16 = 8 + 8 Punkte) Eigenwerte, Eigenvektoren

a) Wir betrachten folgende Matrix:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Die drei verschiedenen, reellen Eigenwerte der Matrix lauten: $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$. Berechnen Sie die Eigenvektoren zu diesen Eigenwerten.

b) Wir betrachten folgende Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie sämtliche, reelle Eigenwerte dieser Matrix.