



2. Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

Aufgabe 1 (•): Beweisen Sie eine der beiden DeMorgan'schen Regeln der Mengenlehre.

Aufgabe 2 (•): Schreiben Sie formal korrekt die folgenden Mengen auf:

- a) Die Menge, die die Zahlen 1, 10, 100 und 1000 enthält.
- b) Die Menge, die die Zahlen 1, 10, 100, 1000, usw. enthält.
- c) Die Menge, die alle ungeraden Zahlen enthält.
- d) Die Menge, die alle geraden Zahlen außer 2, 4 und 6 enthält.
- e) Die Menge aller durch 117 teilbaren Zahlen.
- f) Die Menge aller kubischen Zahlen, also 1, 8, 27, 64, usw.
- g) Die Menge aller natürlichen Zahlen von 100 bis 10000.
- h) Die Menge aller 52 Klein- und Großbuchstaben.

Aufgabe 3 (••): Beschreiben Sie die folgenden Mengen mit Ihren eigenen Worten, und versuchen Sie sie dann kompakter zu schreiben:

- a) $A := \{n \in \mathbb{N} \mid \text{es gibt zwei Zahlen } k, \ell \in \mathbb{N}, \text{ so dass } n = 2 \cdot k \text{ und } n = 3 \cdot \ell \text{ gilt}\}$
- b) $B := \{n \in \mathbb{Z} \mid n = n + 1\}$
- c) $C := \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n < 100 \wedge \text{es gibt zwei Zahlen } k, \ell \in \mathbb{N} \text{ mit } n = k^2 \text{ und } n = \ell^3\}$
- d) $D := \{n \in \mathbb{N} \mid \text{es gibt zwei Zahlen } k, \ell \in \mathbb{N}, \text{ so dass } k = \ell^2 \text{ und } k > n \text{ gilt}\}$

Aufgabe 4 (•): Es seien $A := \{2, 7, 8\}$ und $B := \{1, 7, 9\}$ zwei Mengen. Erstellen Sie die Mengen $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, die Komplemente von A und B gegenüber den ersten neun natürlichen Zahlen sowie die Potenzmengen $\mathcal{P}(A)$ und $\mathcal{P}(B)$.

Aufgabe 5 (••): Es seien A und B zwei beliebige Mengen. Vereinfachen Sie den Mengenausdruck $A \cap (B \cup (A \cup (\overline{A \cup B} \cap A))$.

Aufgabe 6 (•••): Sei A eine beliebige Menge. Treffen die folgenden Vermutungen zu? Geben Sie jeweils ein Beispiel an oder beweisen Sie das Gegenteil:

- a) Kann es sein, dass A und $\mathcal{P}(A)$ disjunkt sind?
- b) Kann es sein, dass der Schnitt von A und $\mathcal{P}(A)$ nicht leer, aber endlich ist?
- c) Kann es sein, dass der Schnitt von A und $\mathcal{P}(A)$ sogar unendlich viele Elemente enthält?

Aufgabe 7 (•••): Sei A eine endliche Menge mit $n := |A|$ vielen Elementen. Wieviele Elemente enthält die Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$? Begründen Sie Ihre Antwort!