IWI Fakultät für Informatik und Wirtschaftsinformatik

Lehrgebiet für Grundlagen der Informatik
Prof. Dr. Heiko Körner

Hochschule Karlsruhe
Technik und Wirtschaft
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES
Näher dran.

1. Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik II

Aufgabe 1 (••): Angenommen, ein DEA M mit fünf Zuständen akzeptiert ein Wort, welches die Kleinbuchstaben e, h und x sowie die Ziffern 2, 3 und 5 (also die Ziffern der ersten drei Primzahlen) enthält. Zeigen Sie, dass M noch mindestens 173 weitere Wörter akzeptiert.

Aufgabe 2 (••): In dieser Aufgabe sollen Sie einige Abschlusseigenschaften der deterministisch kontextfreien Sprachen untersuchen. Für die Analyse sind die beiden Sprachen

$$L_1 := \{a^i b^j c^j \$ \mid i, j \geq 1\}$$

und

$$L_2 := \{a^i b^i c^j \$ \mid i, j \geq 1\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c, \$\}$ hilfreich.

a) Geben Sie formal einen passenden DKA für L_1 an, und erläutern Sie zuvor ausführlich sein Arbeitsprinzip.

b) Geben Sie einen zweiten DKA für L_2 an.

c) Man könnte nun beide DKAs so modifizieren, dass sie durch Endzustände statt durch leere Keller akzeptieren. Also sind sowohl L_1 als auch L_2 deterministisch kontextfrei. Zeigen Sie jetzt durch Betrachtung von $L_1 \cap L_2$, dass die deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Schnitt abgeschlossen sind.

d) Zeigen Sie, dass die deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Vereinigung abgeschlossen sind. *Hinweis*: Benutzen Sie die in der Vorlesung erwähnte Tatsache, dass die deterministisch kontextfreien Sprachen unter Komplement abgeschlossen sind (Satz 3.4.6).

Aufgabe 3 (••): Untersuchen Sie die Abgeschlossenheit von verschiedenen Sprachklassen unter der Bildung von Teilmengen:

a) Ist jede Teilmenge einer regulären Sprache selbst regulär?

b) Ist jede Teilmenge einer kontextfreien Sprache selbst kontextfrei?

c) Ist jede Teilmenge einer deterministisch kontextfreien Sprache selbst deterministisch kontextfrei?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 4 (••): Ein nichtdeterministischer Kellerautomat wird als *beschränkt* bezeichnet, wenn er bei jedem Übergang die Höhe des Kellers höchstens um ein Symbol erhöhen kann. Für jeden Übergang $(z', B_1 B_2 \ldots B_k) \in \delta(z, a, A)$ mit $z, z' \in Z$, $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, und $A, B_1, \ldots, B_k \in \Gamma$ gilt also $k \leq 2$. Zeigen Sie, dass die Klasse der beschränkten NKAs genauso mächtig ist wie die der allgemeinen NKAs. Gehen Sie dazu von einem allgemeinen NKA M aus und konstruieren Sie daraus einen beschränkten NKA M' mit $N(M) = N(M')$.