1. Übungsblatt - Informatik 1 - Lösungsbeispiele

Aufgabe 1 (Umrechnung Zahlensystem)

Konvertieren Sie die folgenden Zahlen jeweils in das Binär-, Oktal- und Hexadezimalsystem!
10100101_2, $5ED1_{16}$ und 531_8
Lösungsvorschlag:
Bei der Binärzahl die Bits von rechts nach links in 3er bzw. 4er Gruppen direkt in die zugehörige Oktal- oder Hexadezimalzahl konvertieren:
10 100 101 ist 245_8, 1010 0101 ist $A5$.
Bei den anderen analog ins Binärsystem konvertieren bzw. von dort in das andere.
$5ED1$ ist 0101 1110 1101 0001 = 101 111 011 010 001 und wird zu 57321_8

Aufgabe 2 (Umrechnung Zahlensystem)

Konvertieren Sie die Dezimalzahl 717_{10} in das Binärsystem (inklusive Rechenweg)!
Lösungsvorschlag:
$717 : 2 = 358$ Rest 1
$358 : 2 = 179$ Rest 0
$179 : 2 = 89$ Rest 1
$89 : 2 = 44$ Rest 1
$44 : 2 = 22$ Rest 0
$22 : 2 = 11$ Rest 0
$11 : 2 = 5$ Rest 1
$5 : 2 = 2$ Rest 1
$2 : 2 = 1$ Rest 0
$1 : 2 = 0$ Rest 1
Binärdarstellung ist 10 1100 1101
Andere "Rechenweg": $717 = 512 + 205 = 512 + 128 + 77 = 512 + 128 + 64 + 13 = 512 + 128 + 64 + 8 + 5 = 512 + 128 + 64 + 8 + 4 + 1 =$ 10 1100 1101

Aufgabe 3 (2er-Komplement)

Geben Sie die folgenden Dezimalzahlen als 16-Bit-Zweierkomplement an!
0, -1, 32767 und -255
Lösungsvorschlag:
Bei positiven Zahlen ist die normale Binärdarstellung identisch zum Zweierkomplement.

- $0_{10} = 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2$
- $32767_{10} =$ 0111 1111 1111 1111 ($32767 = 2^{16} - 1$, also binär $1000000000000000 - 1$ rechnen)

Bei negativen Zahlen (1) das Vorzeichen ignorieren, (2) binär umrechnen, (3) Komplement bilden und (4) dann Eins addieren:

- -1_{10} binär ohne Vorzeichen: 0000 0000 0000 0001. Invertieren 1111 1110. Binär Eins addieren 1111 1111.
- -255_{10} binär ohne Vorzeichen: 0000 0000 1111 1111. Invertieren 1111 1111 0000 0000. Binär Eins addieren 1111 1111 0000 0001.

Aufgabe 4 (2er-Komplement)

Welchen Dezimalwert haben folgende Binärzahlen im 16-Bit-Zweierkomplement (inklusive Herleitung Ihrer Lösung)?

0100 0100 0100 0100 und 1000 0000 0000 0001?

Lösungsvorschlag:
Die erste Zahl ist positiv und kann direkt in das Dezimalsystem umgerechnet werden: $2^14 + 2^10 + 2^6 + 2^2 = 16384 + 1024 + 64 + 4 = 17476$.

Die zweite Zahl ist negativ, da das Vorzeichenbit gesetzt ist. Um den Absolutbetrag zu berechnen, muss die Zahl negiert werden. Negieren im 2er-Komplement: (1) Komplement bilden, (2) Eins binär hinzuadieren.

1000 0000 0000 0001
0111 1111 1111 1110
Komplement 0111 1111 1111 1111
Plus 1

Umrechnen ins Dezimalsystem: 32767 ($2^16 - 1$).

Die gesucht Zahl ist als -32767, Eins mehr als die kleinste mögliche 16-Bit-2er-Komplementzahl.

Aufgabe 5 (Gleitkommazahl)

Geben Sie $97,375$ als Single IEEE 754 32-Bit Gleitkommazahl im Binärdarstellung an (inklusive Herleitung)!

Lösungsvorschlag:

- $97,375_{10} = 00110001,011_2$, da $97 = 64 + 32 + 1$ und $0,375 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ gilt.
- Das Komma von $01100001,011_2$ sechs Stellen nach links schieben ergibt $001,100001011 \cdot 2^5$.
- Eins vor dem Komma weglassen ergibt den Nachkommaanteil als Mantisse 100001011 (mit noch aufzufüllenden 15 Nullen *hinter* diese Zahl).
- Exponent x ist $x - 127 = 6$ also $x = 133 = 128 + 4 + 1 = 1000\ 0101_2$

Die zugehörige IEEE Gleitkommazahl ist also 0 10000101 10000101100000000000000

Aufgabe 6 (Gleitkommazahl)

Rechnen Sie folgende Single IEEE 754 32-Bit Gleitkommazahl von der Binärdarstellung in die entsprechende Dezimalzahl um! Sie werden einen Taschenrechner benötigen.

1 01111011 10011001100110011001100
Lösungsvorschlag:

- Vorzeichen ist negativ.
- $01111011_2 = 64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1 = 123_{10}$. Exponent ist also $123 - 127 = -4$.
- Mantisse um führende 1 vor dem Komma ergänzen und Komma um die vier Stellen nach links verschieben ergibt $0,000110011001100110011001100 = 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-8} + 2^{-9} + 2^{-12} + 2^{-13} + 2^{-16} + 2^{-17} + 2^{-20} + 2^{-21} = 0,0625 + 0,03125 + 0,00390625 + 0,001953125 + 0,000244141 + 0,00012207 + 0,000015259 + 0,000007629 + 0,000000954 + 0,000000477 = 0,099999905$

Die Ausgangszahl war $0,1$. Die Mantisse ist abgerundet.