

# CBM414 - Procesamiento digital de señales biomédicas

## Clase 04 - Prefiltros antialias

David Ortiz, Ph.D.

Escuela de Ingeniería Biomédica  
Universidad de Valparaíso



**Universidad  
de Valparaíso**  
CHILE

## Expectativa de aprendizaje

Entender el rol de los prefiltros antialias en la reducción del aliasing y aplicar criterios de diseño para asegurar una atenuación adecuada fuera de la banda de interés.

Clase anterior:

- Espectro de señales muestreadas (DTFT) **1.5**
- Replicación del espectro **1.5.2**

Clase de hoy:

- Prefiltros antialias **1.5.3**

---

Esta presentación es una recopilación del texto guía de *Orfanidis* y no contiene todos los temas abordados en clase. Por favor, reportar posibles errores al correo david.ortiz@uv.cl.

# Decibel (dB)

---

El decibelio o decibel, con símbolo dB, es una unidad que se utiliza para expresar la relación entre dos valores de presión, tensión o potencia (no es una unidad de medida en sí misma).

$$\text{Potencia: dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$\text{Amplitud: dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{A_2}{A_1} \right)$$

## Valores típicos:

- -3 dB implica una reducción al 70,7% de la amplitud. **ATENUACIÓN**
- +6 dB representa una duplicación de la amplitud.
- -60 dB equivale a una atenuación a una milésima del valor original.

# Recordar

## Definición: filtro y filtrado

La *respuesta al impulso*  $h$  es usualmente conocida como *filtro*, mientras que la convolución  $h * x$  se le conoce como *filtrado* de una señal.

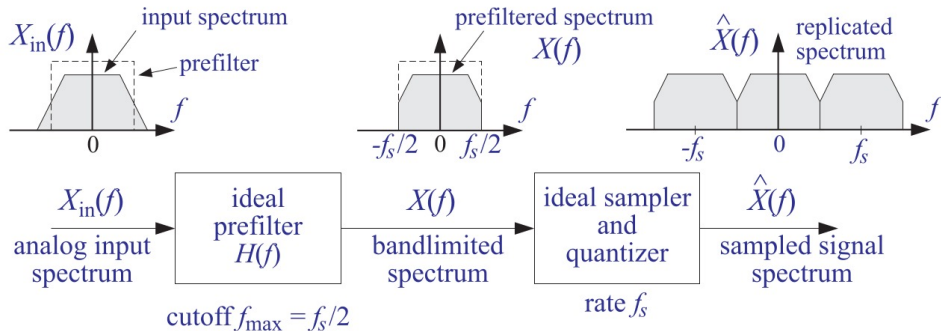
Convolución

$$y = h * x = \int_{-\infty}^{\infty} x(t')h(t - t')dt'$$

En frecuencia será el producto.

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega), \quad H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t}dt, \quad X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt,$$

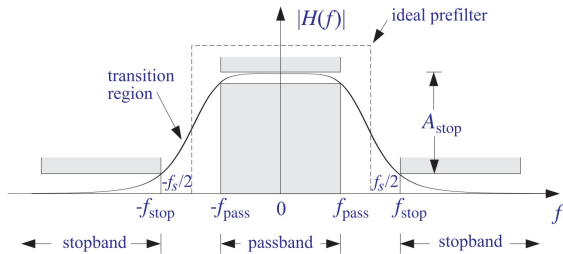
# Filtros antialias



**Observación:** los filtros ideales no se pueden implementar, por lo que pueden aparecer frecuencias con amplitud diferente de 0, más allá del intervalo de Nyquist. Además, una señal analógica no necesariamente tiene un intervalo de Nyquist definido.

# Filtros antialias (Pasa-bajos)

Con un diseño adecuado, los prefiltros pueden ser optimizados según sea necesario y la cantidad de aliasing puede reducirse a niveles tolerables.



**Importante:** Para los prefiltros antialias la frecuencia de corte se toma como  $f_c = f_s/2$ .

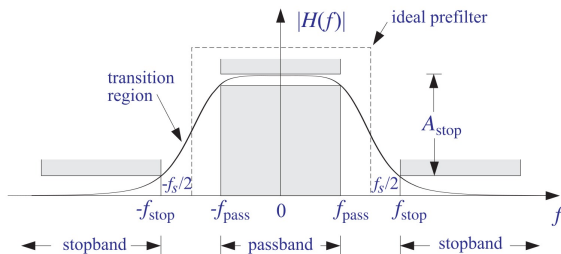
1. La banda de paso (*passband*), el filtro sea "plana".
2. La frecuencia de parada se escoge como

$$f_{stop} = f_s - f_{pass}.$$

Note que  $\frac{f_s}{2} = \frac{f_{stop} + f_{pass}}{2}$ . Usualmente,  $f_{pass}$  se toma como el *rango de frecuencias de interés*.

# Filtros antialias

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega)$$



$f_0$  se conoce como frecuencia de referencia o de normalización.

Recordar la función de transferencia de un filtro analógico, donde decae  $H(s) \sim 1/s^N$ , para un  $s$  grande

3. La atenuación del filtro se define

$$A(f) := -20 \log_{10} \left| \frac{H(f)}{H(f_0)} \right|, \quad \text{en dB}, \quad (1)$$

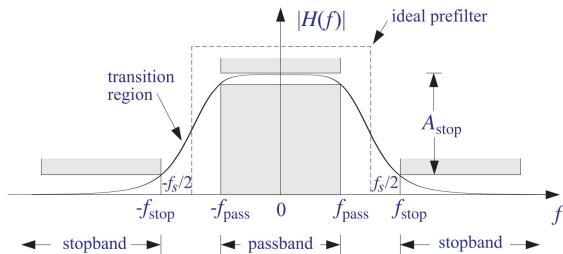
y notamos que  $A(f) \geq A_{stop}$ ,  $|f| \geq f_{stop}$ . La magnitud del filtro decae  $|H(f)| \sim 1/f^N$ , con  $N$  el orden del filtro. Su atenuación será

$$\begin{aligned} A(f) &= -20 \log_{10} |1/f^N| \\ &= \alpha_{10} \log_{10} f \end{aligned}$$

¿Cuál es el valor de  $\alpha_{10}$  (dB por decana)?

# Filtros antialias

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega)$$



$\alpha_{10}$  representa el incremento de atenuación cuando  $f$  es cambiada por un factor de 10, i.e.,  $A(10f) - A(f) = \alpha_{10}$ .

4. Para un prefiltro práctico, el espectro de salida es dado por

$$X(f) = H(f)X_{in}(f)$$

su atenuación en dB será

$$A_X(f) = A(f) + A_{X_{in}}(f)$$

donde  $A_X(f) = -20 \log_{10}|X(f)/X(f_0)|$



## Ejercicio en clase, ejercicio 1.15 (a) Orfanidis

---

Una señal de entrada analógica a un sistema DSP tiene el espectro:

$$|X_{\text{in}}(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (0.1f)^8}}, \quad \text{donde } (f) \text{ está en kHz}$$

La frecuencia más alta de interés es 20 kHz. La señal debe ser muestreada a una tasa ( $f_s$ ). Se requiere que los componentes espectrales alias dentro del rango de frecuencias de interés sean suprimidos por más de 60 dB en relación con los componentes de la señal, es decir, deben estar al menos 60 dB por debajo del valor de los componentes de la señal a lo largo del rango de interés de 20 kHz.

Determina la tasa mínima de muestreo  $f_s$ , si no se usa un filtro anti-aliasing.

## Ejercicio en clase, ejercicio 1.15 (a) Orfanidis

La primera réplica de  $X_{\text{in}}(f)$ , desplazada a  $f_s$ , tendrá el siguiente espectro:

$$|X_{\text{in}}(f - f_s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (0.1(f - f_s))^8}}$$

Su valor en la frecuencia de la banda de paso  $f_{\text{pass}} = f_{\text{max}} = 20$  kHz será:

$$|X_{\text{in}}(f_{\text{max}} - f_s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (0.1(f_{\text{max}} - f_s))^8}}$$

Esto debe ser atenuado en  $A = 60$  dB en relación a  $|X_{\text{in}}(f_{\text{max}})|$ , por lo tanto, requerimos:

$$-10 \log_{10} \left( \frac{|X_{\text{in}}(f_{\text{max}} - f_s)|^2}{|X_{\text{in}}(f_{\text{max}})|^2} \right) = A$$

Resolviendo para  $f_s$ , obtenemos  $f_s = 132.52$  kHz.

# Ejercicios (Orfanidis)

---

- Ejemplos del libro: 1.5.3, 1.5.4
- Ejercicios con solución sección 1.8: 1.14 - 1.19

## Objetivo general

Conocer estrategias para evitar el efecto de *aliasing* por un mal muestreo

Clase de hoy:

- Prefiltros antialias **1.5.3**

Próxima clase:

- Reconstrucciones ideales y tipo escalera **1.6**

Referencias:

1. S. J. Orfanidis, *Introduction to signal processing*. Rutgers University, 1st edition, 1995. Disponible en <https://rutgers.app.box.com/s/5vsu06pp556g9dfsdvayh4k50wqpataw>.