CBM414 - Procesamiento digital de señales biomédicas Clase 19 - Densidad Espectral de Potencia y periodogramas

David Ortiz, Ph.D.

Escuela de Ingeniería Biomédica Universidad de Valparaíso



Objetivo general

Clase anterior:

• Diseño de filtros IIR de orden superior 12.6,12.7

Clase de hoy:

• Densidad Espectral de Potencia y periodogramas 9.6

Esta presentación es una recopilación del texto guía de Orfanidis y no contiene todos los temas abordados en clase. Por favor, reportar posibles errores al correo david ortiz@uv.cl.

Densidad Espectral de POTENCIA

Función de autocorrelación $k \ge 0$:

$$R_{XX}(k)=\mathbb{E}[X(n)X(n-k)],$$
 Estocástica $\hat{R}_{xx}(k)=rac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1-k}x(n+k)x(n),$ Determinista

Ejemplo: Si x(n) es ruido blanco con potencia σ^2 , entonces:

$$R_{xx}[k] = egin{cases} \sigma^2, & ext{si } k=0, \ 0, & ext{si } k
eq 0. \end{cases}$$

Observaciones:

Potencia:

$$P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2.$$

Puede expresarse en términos de la autocorrelación $R_{XX}(k)$:

$$P_x = \hat{R}_{xx}(0)$$

Energía:

$$E_x = \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

DENSIDAD ESPECTRAL de potencia

Aplicando la DTFT a la autocorrelación:

$$\begin{split} S_{XX}(\omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{XX}(k) e^{-j\omega k}, \quad \text{espectro de potencia} \\ \hat{S}_{xx}(\omega) &= \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} \hat{R}_{xx}(k) e^{-j\omega k} = \frac{1}{N} |X_N(\omega)|^2, \quad \text{periodograma} \end{split}$$

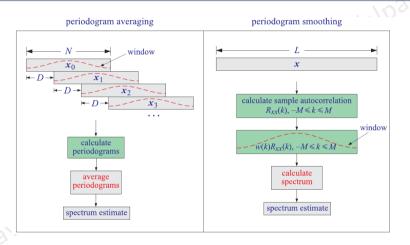
$$\hat{S}_{xx}(\omega) = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} \hat{R}_{xx}(k) e^{-j\omega k} = \frac{1}{N} |X_N(\omega)|^2, \quad \text{periodograma}$$

La cantidad $S_{XX}(f)/f_s$ representa la potencia por unidad de frecuencia, llamada "espectro de potencia" o "densidad espectral de potencia (PSD)". Su integral en el intervalo de Nyquist da la potencia total de la señal.

PSD modificado: Se define aplicando una ventana, y luego se calcula la DTFT, es decir:

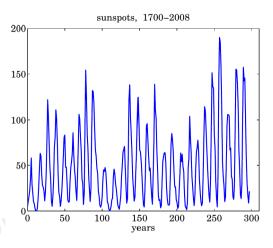
$$X_w(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} w(n) x(n) e^{-j\omega n}, \quad \hat{S}_{\mathsf{mod}}(\omega) = \frac{1}{N} \left| X_w(\omega) \right|^2 \quad \text{(periodograma modificado)}$$

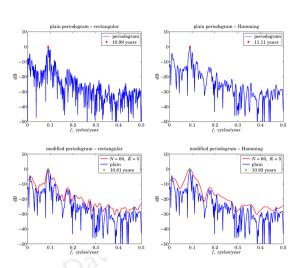
Otros PSD modificados

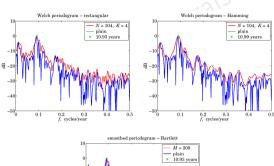


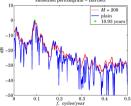
Método Welch: K periodogramas promediados con 50% de superposición.

Método Barlett: Periodograma suavizado con ventana Barlett.









Objetivo general

Estudiar

Clase de hoy:

• Densidad Espectral de Potencia y periodogramas 9.6

Próxima clase:

• Filtros de corrección de fase y cuantificación de la atenuación

Referencias:

1. S. J. Orfanidis, *Introduction to signal processing*. Rutgers University, 2010. Disponible en https://eceweb1.rutgers.edu/~orfanidi/intro2sp/2e/