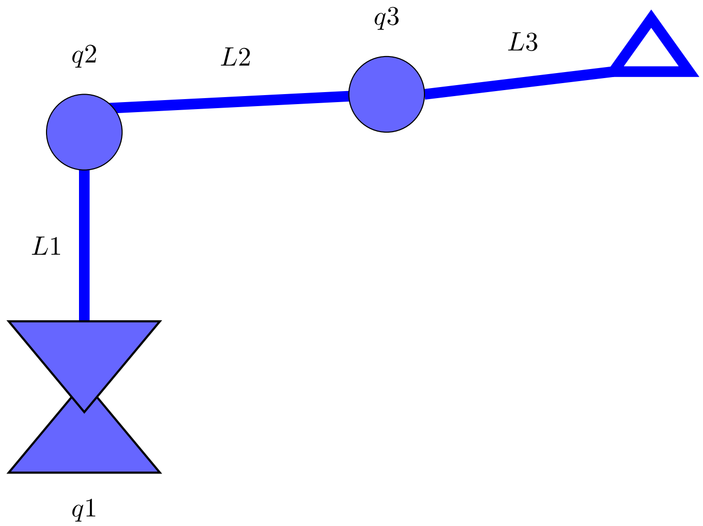
UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO
Escuela de Ingeniería Civil Biomédica
CBM524 - Robótica Médica

Proyecto 1

Jorge Gonzalo Alejandro Alcaíno Brevis
Maximiliano Antonio Gaete Pizarro
Natalia Muñoz

1. Considere un robot articulado con 3 grados de libertad



1.1. Parámetros de Denavit-Hartenberg

Dado el brazo robótico con tres eslabones, los parámetros D-H son:

Eslabón i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$90°$	L_1	θ_1
2	L_2	$0°$	0	θ_2
3	L_3	$0°$	0	θ_3

1.2. Matrices de transformación homogénea A_i para cada eslabón

La matriz de transformación homogénea estándar entre el eslabón $i-1$ y el eslabón i es:

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \sin\theta_i\sin\alpha_i & a_i\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & a_i\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.2.1. Matriz A_1:

Dado que $\alpha_1 = +90°$:

$$\cos\alpha_1 = 0, \quad \sin\alpha_1 = 1$$

Entonces:

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.2.2. Matriz A_2:

Con $\alpha_2 = 0°$:

$$\cos\alpha_2 = 1, \quad \sin\alpha_2 = 0$$

Entonces:

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & L_2\cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & L_2\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.2.3. Matriz A_3:

Con $\alpha_3 = 0°$:

$$\cos\alpha_3 = 1, \quad \sin\alpha_3 = 0$$

Entonces:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & L_3\cos\theta_3 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & L_3\sin\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.3. Cálculo de las posiciones de los eslabones

1.3.1. Posición del origen del sistema base (Eslabón 0):

El sistema base está en el origen, por lo que:

$$(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$$

1.3.2. Posición del Eslabón 1:

La matriz A_1 ya está calculada. La posición del eslabón 1 es el vector de traslación en A_1:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = A_1 \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, L_1)$$

1.3.3. Posición del Eslabón 2:

Primero multiplicamos A_1 y A_2:

$$T_0^2 = A_1 \times A_2$$

Calculando T_0^2, obtenemos:

$$T_0^2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1\cos\theta_2 & -\cos\theta_1\sin\theta_2 & \sin\theta_1 & \cos\theta_1 L_2\cos\theta_2 \\ \sin\theta_1\cos\theta_2 & -\sin\theta_1\sin\theta_2 & -\cos\theta_1 & \sin\theta_1 L_2\cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & L_1 + L_2\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La posición (x_2, y_2, z_2) es el vector de traslación en T_0^2:

$$x_2 = \cos\theta_1 \cdot L_2\cos\theta_2$$
$$y_2 = \sin\theta_1 \cdot L_2\cos\theta_2$$
$$z_2 = L_1 + L_2\sin\theta_2$$

1.3.4. Posición del Eslabón 3:

Multiplicamos T_0^2 y A_3:

$$T_0^3 = T_0^2 \times A_3$$

Después de la multiplicación, obtenemos:

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1\cos(\theta_2+\theta_3) & -\cos\theta_1\sin(\theta_2+\theta_3) & \sin\theta_1 & x_3 \\ \sin\theta_1\cos(\theta_2+\theta_3) & -\sin\theta_1\sin(\theta_2+\theta_3) & -\cos\theta_1 & y_3 \\ \sin(\theta_2+\theta_3) & \cos(\theta_2+\theta_3) & 0 & z_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La posición (x_3, y_3, z_3) es:

$$\begin{aligned} x_3 &= \cos\theta_1\,(L_2\cos\theta_2 + L_3\cos(\theta_2+\theta_3)) \\ y_3 &= \sin\theta_1\,(L_2\cos\theta_2 + L_3\cos(\theta_2+\theta_3)) \\ z_3 &= L_1 + L_2\sin\theta_2 + L_3\sin(\theta_2+\theta_3) \end{aligned}$$

2. Ajuste los parámetros D-H según las medidas reales del robot que eligieron en laboratorio

3. Elabore un código Python que permita determinar las coordenadas p(x,y,z) del efector, en función de q1, q2 y q3