UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO
Escuela de Ingeniería Civil Biomédica
**CBM414 Procesamiento digital de señales biomédicas**

# Tarea de laboratorio 02, Grupo 1

Profesor: David Ortiz Puerta, david.ortiz@uv.cl

## FECHA DE ENTREGA: 11 DE SEPTIEMBRE, A LAS 23:59HRS

Cada estudiante debe desarrollar y entregar individualmente los análisis teóricos. Aunque es posible discutir los conceptos generales de los problemas en grupo, las soluciones no deben compartirse. **El informe debe ser digitado en un editor de texto (Word, LaTeX, Documentos de Google) y enviados en formato PDF. No se aceptarán informes escritos a mano**. Además, debe incluir todos los resultados, figuras y explicaciones solicitadas para la tarea. La evaluación del informe considerará la correcta diagramación, redacción y presentación, pudiendo aplicarse una reducción de hasta 2.0 puntos si no se cumple con estos criterios. **Antes de la fecha límite, el informe en formato PDF debe ser subido al *classroom*, en la pestaña *Trabajo de clase/Entregas de laboratorios*, y en la sección según corresponda a su grupo.** El incumplimiento de estas instrucciones resultará en una calificación de 1.0 en la tarea. No se aceptarán tareas después de la fecha límite.
*Se otorgará una bonificación de 0.3 puntos si el informe está redactado en inglés, y una bonificación adicional de 0.3 puntos si se utiliza LaTeX para su redacción. Para verificar este último criterio, se debe adjuntar el archivo* `.tex` *del informe en el mensaje de entrega.*

## RECURSOS

- Tutorial en scipy acerca de la transformada de Fourier.
- Módulos en python suficientes para el desarrollo de la tarea

```
import numpy as np
import scipy as sp
from scipy import signal
from scipy.fft import fft, ifft, fftfreq
import matplotlib.pylab as plt
```

## PROBLEMA 1: ALIASING EN EL DOMINIO DEL TIEMPO (1 PUNTO)

Para efectos de este ejercicio vamos a utilizar un intervalo temporal $t \in [0,1]$en segundos ($s$), y funciones $\cos(2\pi f_n t)$ donde $f_n, n \in \mathbb{N}^+$, serán diferentes frecuencias en Hz que conformarán la señal. Propón y escribe una señal compuesta de $N = 3,4,5$ cosenos con frecuencias diferentes (no repetidas) y que cumplan $1 < f_n < 50$Hz, es decir

$$x(t) = \sum_{n=1}^{N} \cos(2\pi f_n t), \quad 1 < f_n < 50, t \in [0,1] \tag{1}$$

Determina cuál es tú frecuencia máxima entre las 5 que elegiste y nómbrala $f_{max}$. NOTA: es crear UNA sola señal con 3, 4 o 5 cosenos

1. (0.1 puntos) Grafica utilizando ‘matplotlib‘ la señal propuesta con una frecuencia de muestreo $f_s >> 2f_{max}$, i.e., una frecuencia de muestreo mucho mayor a la frecuencia del teorema de muestreo de Nyquist.
2. (0.1 puntos) Grafica la señal propuesta con una frecuencia de muestreo $f_s = 2f_{max}$.
3. (0.1 puntos) Grafica la señal propuesta con una frecuencia de muestreo $0 < f_s << 2f_{max}$, i.e., una frecuencia de muestreo mucho menor a la frecuencia del teorema de muestreo de Nyquist.
4. (0.1 puntos) Grafica la señal propuesta con una frecuencia de muestreo $f_s = f_{max}$.
5. (0.3 puntos) Utilizando las frecuencias $f_s$ y $f_{max}$ que tú mismo diste para los casos 3 y 4, calcula y reporta la frecuencia alias en ambos casos. Luego, considerando únicamente la componente senoidal para la que $f_{max}$ sufre de aliasing, has una gráfica donde se superpongan los casos 1, 2 y 3, es decir, una gráfica que contenga la componente senoidal con frecuencia $f_{max}$ y las frecuencias de muestreo $f_s$ que determinaste en cada caso indicado.
6. (0.3 puntos) Analiza y da una breve explicación de lo que observas en las gráficas de los numerales 1 a 5, dando énfasis en cómo la componente alias çorrompe.º "daña"la señal propuesta.

## PROBLEMA 2: ANÁLISIS DEL ALIASING EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA (1 PUNTO)

A continuación vamos a realizar un análisis de frecuencias de la señal $x(t)$ que determinaste en el problema 1. Conserva las mismas frecuencias y el número de cosenos del ejercicio anterior.

1. (0.1 puntos) Utilizando ‘matplotlib‘, grafica el espectro de la señal original $x(t)$ con una frecuencia de muestreo $f_s >> 2f_{max}$, i.e., una frecuencia de muestreo mucho mayor a la frecuencia del teorema de muestreo de Nyquist.
2. (0.1 puntos) Grafica el espectro de la señal donde $f_s = 2f_{max}$.
3. (0.1 puntos) Grafica el espectro de la señal donde $0 < f_s << 2f_{max}$.
4. (0.1 puntos) Grafica el espectro de la señal donde $f_u = f_{max}$.

5. (0.3 puntos) Interpreta la fórmula $f_a = f \, mod(f_s)$ en el contexto del aliasing. Explica cómo esta fórmula te ayuda a predecir la posición de las componentes aliasadas en el espectro muestreado y verifica si los resultados observados en tus gráficas coinciden con esta predicción.
6. (0.3 puntos) Analiza el espectro resultante en de los puntos 1 a 4. Explica cómo y por qué las componentes de frecuencia alias se manifiestan en el espectro, y describe su posición relativa dentro del intervalo de Nyquist. ¿Cómo afecta la frecuencia de muestreo seleccionada a la presencia de aliasing en el espectro?

## PROBLEMA 3: ANÁLISIS DEL ALIASING EN UNA SEÑAL CHIRP (1 PUNTO)

Para este ejercicio utilizaremos como ejemplo una funcion *chirp*, la cual está definida matemáticamente como

$$x(t) = \cos(2\pi\phi(f_0, f_1; t) + \phi_0), \quad t \in \mathbb{R}$$

Como pueden ver, es una función culla frecuencia está en terminos de una función $\phi(f_0, f_1; t)$ donde $t \in [t_0, t_1]$ es el intervalo de tiempo, donde $f_0$ es una frecuencia inicial en $t_0$, $f_1$ es una frecuencia final en $t_1$, y $\phi_0$ será un desfase. La chirp más básica es la lineal, i.e., donde tenemos

$$\phi(f_0, f_1; t) = f_0 + (f_1 - f_0) \cdot \frac{t}{t_1}$$

Sin pérdida de generalidad, y para efectos del ejercicio, podemos decir que $t \in [0, 1]$ y que $\phi_0 = 0$.

Grafica la función chirp con los parámetros $f_0 = 0$Hz, $f_1 = 50$Hz, $t_1 = 1$s y un número de muestras ‘`Nsample`‘ = 512.

1. (0.2 puntos) Utilizando ‘`matplotlib`‘, grafica el espectro de la señal chirp con una frecuencia de muestreo $f_s >> 2f_1$, i.e., una frecuencia de muestreo mucho mayor a la frecuencia del teorema de muestreo de Nyquist.
2. (0.2 puntos) Grafica el espectro de la señal con una frecuencia de muestreo $f_s = 2f_1$.
3. (0.2 puntos) Grafica el espectro de la señal con una frecuencia de muestreo $f_s = f_1$.
4. (0.4 puntos) Analiza y da una breve explicación de lo que observas en las tres gráficas, dando énfasis en como la componente alias çorrompe.º "dañan"la señal original.

## PROBLEMA 4: CONVOLUCIÓN (2 PUNTOS)

La convolución discreta es una operación matemática que combina dos secuencias (o señales) en una nueva secuencia, donde cada elemento de la nueva secuencia es una suma ponderada de los productos de los elementos de las dos secuencias originales. Formalmente, si $x[n]$ y $h[n]$ son dos secuencias discretas, su convolución $y[n]$ se define como:

$$y[n] = (x * h)[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k]$$

Donde:

- ($x[k]$) es la primera secuencia.
- ($h[n-k]$) es la segunda secuencia desplazada por ($k$) posiciones.
- La suma se realiza sobre todos los valores de ($k$), lo que significa que cada punto de ($y[n]$) es la suma de los productos de los valores correspondientes de ($x[k]$) y ($h[n-k]$).

Crea una función `conv = convolucion_propia(señal_sin_filtrar,filtro)` que entregue la convolución entre dos funciones.

1. (0.5 Puntos) fija ‘Nsamples‘ = 512 y utiliza la señal cuadrada del ejemplo para obtener una señal que puedes llamar *señal_sin_filtrar* y otra exactamente igual, que puedes llamar *filtro*. Utiliza la función de convolución que creaste para filtrar las señales según su rol (nombre). Grafica la salida de la convolución (señal filtrada) superpuesta con la señal filtrada utilizando la FFT.
2. (0.5 puntos)Has un breve análisis sobre el resultado, centrandote principalmente en el tiempo de computo. Para calcular el tiempo de computo puedes utilizar la función
3. (0.5 puntos) Utiliza la función ‘signal.convolve‘ de ‘scipy‘

   ```
   signal.convolve(signal, filter, method='fft')
   signal.convolve(signal, filter, method='direct')
   ```

   donde ‘method='fft'‘ significa que la convolución se realiza utulizando la FFT y ‘ method='direct'‘ es el método directo. Grafica para ambos casos y compara los resultados. Observa si hay diferencias.
4. (0.5 puntos) prueba la convolución cambiando ‘Nsamples‘ = 5000, y calcula el tiempo de la siguiente forma.

   ```
   %timeit -n 500 signal.convolve(scuad, fcuad, method='fft')
   %timeit -n 500 signal.convolve(scuad, fcuad, method='direct')
   ```

   Utilizando este mismo código, compara el tiempo de ‘Nsamples‘ = 512 y ‘Nsamples‘ = 5000. ¿Qué diferencias observas?¿El tiempo aumenta, disminuye o se mantiene igual para ambos métodos?

## PROBLEMA 5: FILTROS ANTIALIAS (2 PUNTOS)

Busca una o varias definiciones de la unidad decibel (dB) y de la atenuación. Puede ser por Wikipedia, ChatGPT, u otra fuente en internet y escríbela exactamente igual, sin importar que esté en inglés o español.

Recuerda citar la fuente y escribir el texto entre comillas (“”) y en letra cursiva para evitar caer en plagio. De no citar como corresponde, se te restarán 2 puntos sobre el total de la nota final del laboratorio.

1. (1 punto) Según las definiciones que encontraste, brevemente y con tus propias palabras, escribe tú interpretación de lo que significa decibel y atenuación, enfocandote en filtros y en señales.
2. (1 punto) Mira la definición de atenuación en la pista inferior y centrate en la división que hay dentro de la expresión de magnitud $|\cdot|$. Describe que relación tiene esta división con las definiciones que encontraste sobre decibel y atenuación y cuál es el papel que juega la frecuencia $f_0$ en esta expresión.