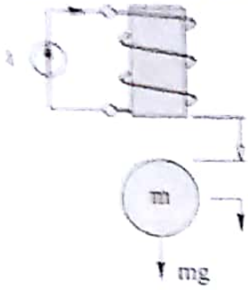
Final Control I 8608 / 6618 03/07/2018

Completar en Imprenta CLARA:

Nombre:	CALIFICACIONES:
Legajo:	P1 (65):
DNI/Pasaporte:	P2 (35):
Email:	
Cant. De Hojas Entregadas Total:	TOTAL:

Problema 1 Dado el sistema de la bolita que levita:



$$\ddot{y}(t) - g + \frac{b}{m}\dot{y}(t) + \frac{L_0 a}{2m(a+y(t))^2} i^2(t) = 0$$

a) Obtener un modelo en espacio de estados no lineal. Ayuda: la acción de control es la corriente "i".

b) Linealizar alrededor del equilibrio, $y = 0, \dot{y} = 0$, obteniendo la transferencia de la planta a lazo abierto y el modelo en espacio de estados. Mostrar que el sistema es inestable. Suponga $b = 0$, $g = 10$, $\frac{L_0 a}{2m} = 1$, $a = 1$.

c) Armar el modelo en Simulink. Lineal y No Lineal. La salida del sistema es "y" (posición de la bolita, positiva hacia abajo, dada sobre el eje de la flechita de punta negra. La rayita marca el cero de posición "y").

d) Realimentar con un controlador que debe tener que acción integral y ajustarlo para $MF = 60°$. Suponer que la transferencia se multiplica por $\frac{(1-\tau s)}{(1+\tau s)}$. Ajustar τ lo más grande posible de forma tal que no agregue un retraso de fase de más de 10°.

e) Simular completo con el controlador en Simulink. Simulación NO LINEAL a condiciones iniciales NO NULAS para ver la respuesta (transitorio). Simular también un escalón de $0{,}1m$ y comprar la respuesta lineal con la no lineal.

Entregar los scripts de Matlab y los archivos de Simulink claramente comentados, los diagramas de Bode y/o Nyquist hechos. Garantizar que los sistemas sean estables a lazo cerrado.

Problema 2 Dada $P(s) = \frac{(1000-s)^2}{(1-s)^2}$, compensar con margen de fase mejor 60°. El controlador debe tener acción integral y ser propio. Justificar el diseño en base a separar $P(s) = P_{mp}(s)P_{ap}(s)$.

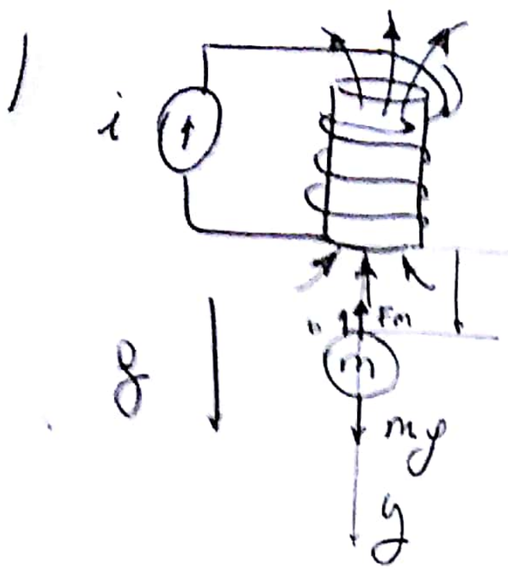
a) Explicar qué tipo de limitaciones de diseño imponen los ceros de fase no mínima al diseño.

b) Explicar qué tipo de limitaciones de diseño imponen los polos inestables al diseño.

c) Obtener respuesta al escalón a lazo cerrado con Matlab.

NO ES VÁLIDO RESOLVER POR ROOT LOCUS.

1



$$\ddot{y} - g + \frac{b}{m}\dot{y} + \frac{L_0 a}{2m}\cdot\frac{i^2}{(a+y)^2} = 0$$

$$\underbrace{mg}_{\text{Fuerza peso}} \underbrace{- b\dot{y}}_{\substack{\text{fuerza viscosa} \\ \text{(resist. del aire)}}} \underbrace{- \frac{L_0 a}{(a+y)^2}\, i^2}_{\substack{\text{Fuerza magnética} \\ \text{de un solenoide}}} = \underbrace{m\ddot{y}}_{\text{ley de Newton}}$$

a) $x = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$, $\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix}$

$$\ddot{y} = g - \frac{b}{m}\dot{y} - \frac{L_0 a}{2m}\frac{i^2}{(a+y)}$$

$$\Rightarrow \dot{x}_2 = g - \frac{b}{m}\cdot x_2 - \frac{L_0 a}{2m}\frac{i^2}{(a+x_1)}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \frac{b}{m}x_2 - \frac{L_0 a}{2m}\frac{u^2}{(a+x_1)^2} \end{bmatrix}$$

b) $$\underbrace{\dot{x}}_{=\Delta\dot{x}} = f(x,u) \simeq \left.\frac{df}{dx}\right|_{\substack{x_0\\u_0}} \underbrace{(x - x_0)}_{\Delta x} + \frac{df}{du}\underbrace{(u - u_0)}_{\Delta u}$$

<u>Obtengo x_0, u_0</u>

En condiciones de equilibrio $\begin{cases} \dddot{y} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \\ \dot{y} = 0 \end{cases}$ $\therefore -g + \frac{L_0 a}{2m}\frac{u^2}{(a+x_1^0)^2} = 0$

Además $y = 0 \Rightarrow \boxed{x_1^0 = 0}$

$\dot{y} = 0 \Rightarrow \boxed{x_2^0 = 0}$

$$\Rightarrow u^2 = \frac{2mg}{L_0 a}\cdot(a + x_1^0)^2 \checkmark$$

$$\Rightarrow \boxed{u_0 = \sqrt{\frac{2mg(a+0)}{L_0 a}} \underset{u>0}{=} \sqrt{\frac{2mg}{L_0}}}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{df}{dx}\right|_{\substack{u_0\\x_0}} = \left.\begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \frac{df_1}{dx_2} \\ \frac{df_2}{dx_1} & \frac{df_2}{dx_2} \end{bmatrix}\right|_{\substack{u_0\\x_0}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ +2g/a^2 & -b/m \\ (1) & (2) \end{bmatrix}$$

$$(1)\quad \left.\frac{df_2}{dx_1}\right|_{\substack{u_0\\x_0}} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(g - \frac{b}{m}x_2 - \frac{L_0 a}{2m}\frac{u^2}{(a+x_1)^2}\right)\Bigg|_{\substack{u_0\\x_0}}$$

$$= -\frac{L_0 . a}{2m}\, u^2 \frac{-2}{(a+x_1)^3}\Bigg|_{\substack{u_0\\x_0}} = -\cancel{\frac{L_0 . a}{2m}} . \frac{\cancel{2m} . g}{\cancel{L_0 . a}} . \frac{\cancel{a} . (-2)}{(a+\cancel{x_0})^{2}} = \frac{+2g}{a^2}$$

$$(2)\quad \frac{df_2}{dx_2} = -\frac{b}{m}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{df}{du}\right|_{\substack{u_0\\x_0}} = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{du} \\ \frac{df_2}{du} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2} . \sqrt{\frac{g\, L_0}{m . a^2}} \\ (3) \end{bmatrix}$$

$$(3)\quad \frac{df_2}{du} = \frac{\partial}{\partial u}\left(g - \frac{b}{m}x_2 - \frac{L_0 a}{2m}\frac{u^2}{(a+x_1)^2}\right) = -\frac{L_0 a}{2m} . \frac{1}{(a+x_1)^2} . 2u \Bigg|_{\substack{u_0\\x_0}}$$

$$= \frac{-L_0}{2ma} . 2 . \sqrt{\frac{2mg}{L_0}} = -\sqrt{2}\sqrt{\frac{m . g}{L_0} . \frac{L_0^2}{m^2 . a^2}} = -\sqrt{2} . \sqrt{\frac{g . L_0}{m . a^2}}$$

Con $a=1$, $\frac{L_0 a}{2m} = 1$, $b=0$, $g=10$ resulta, $\Rightarrow \boxed{L_0 = 2m}$

$$\Rightarrow \Delta\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ +20 & 0 \end{bmatrix} . \Delta x + \begin{bmatrix} 0 \\ -2\sqrt{10} \end{bmatrix} . \Delta u$$

Donde $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ +20 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\sqrt{10} \end{bmatrix}$ como quiero que y sea la salida $C = [1, 0]$ y $D = 0$ /

$\therefore T = C(sI - A)^{-1}B$

$sI - A = \begin{bmatrix} s & -1 \\ -20 & s \end{bmatrix} \rightarrow \text{Det}(sI-A) = \lambda(s) = s^2 - 20$

$(sI-A) = \dfrac{1}{\text{Det}(sI-A)} \cdot \text{Adj}(sI-A)$, $\text{Adj}(sI-A) = \begin{bmatrix} s & +20 \\ +1 & s \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} s & +1 \\ +20 & s \end{bmatrix}$

$\Rightarrow T = \dfrac{1}{s^2-20}[1\ 0]\begin{bmatrix} s & 1 \\ +20 & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 2\sqrt{10} \end{bmatrix}$

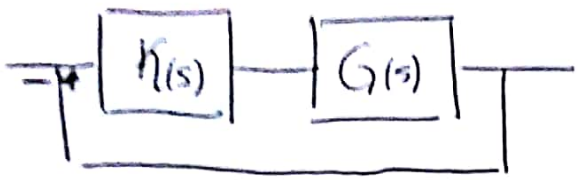
$T = \dfrac{1}{s^2-20}\begin{bmatrix} s & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 2\sqrt{10} \end{bmatrix} = \dfrac{-2\sqrt{10}}{s^2-20} = \dfrac{-2\sqrt{10}}{(s+\sqrt{20})(s-\sqrt{20})}$

Como $s^2 - 20 = 0$ sii $s = \pm\sqrt{20}$ $\begin{cases} s = -\sqrt{20} & \text{estable} \\ s = \sqrt{20} & \underline{\text{inestable}} \end{cases}$

El sistema es inestable γ

c) <u>Simulink</u>

·) $T = \frac{-2\sqrt{10}}{(s+\sqrt{20})(s-\sqrt{20})} \triangleq G$ ← planta

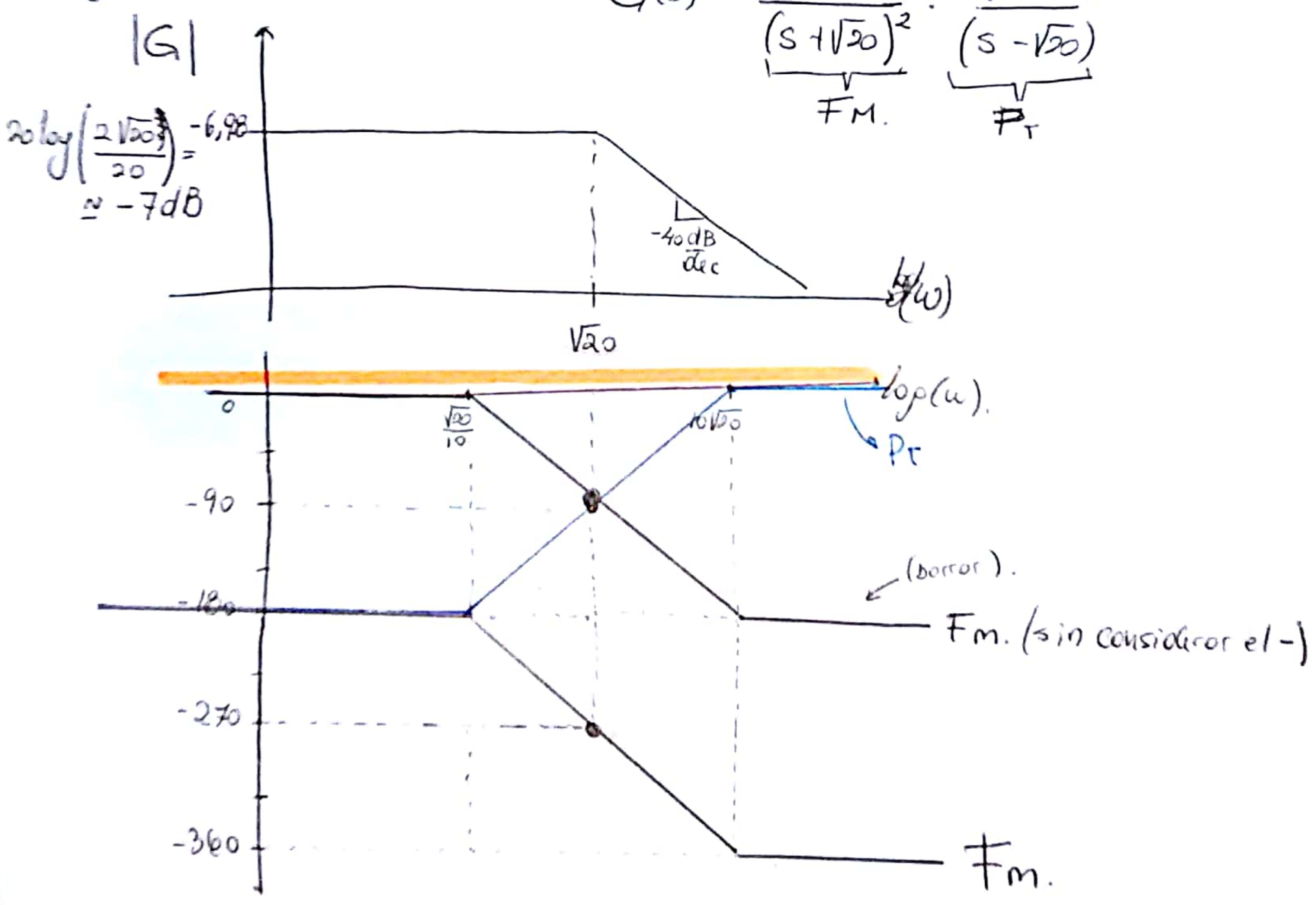


$G = \frac{-2\sqrt{10}}{(s^2+20)}$

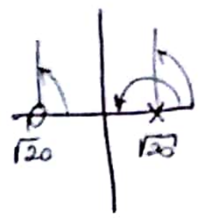
$\cancel{K(s) = \frac{K}{s}\frac{(1-Ts)}{(1+Ts)}}$

Magnitude de G.

$G(s) = \underbrace{\frac{-2\sqrt{10}}{(s+\sqrt{20})^2}}_{FM} \cdot \underbrace{\frac{(s+\sqrt{20})}{(s-\sqrt{20})}}_{P_T}$



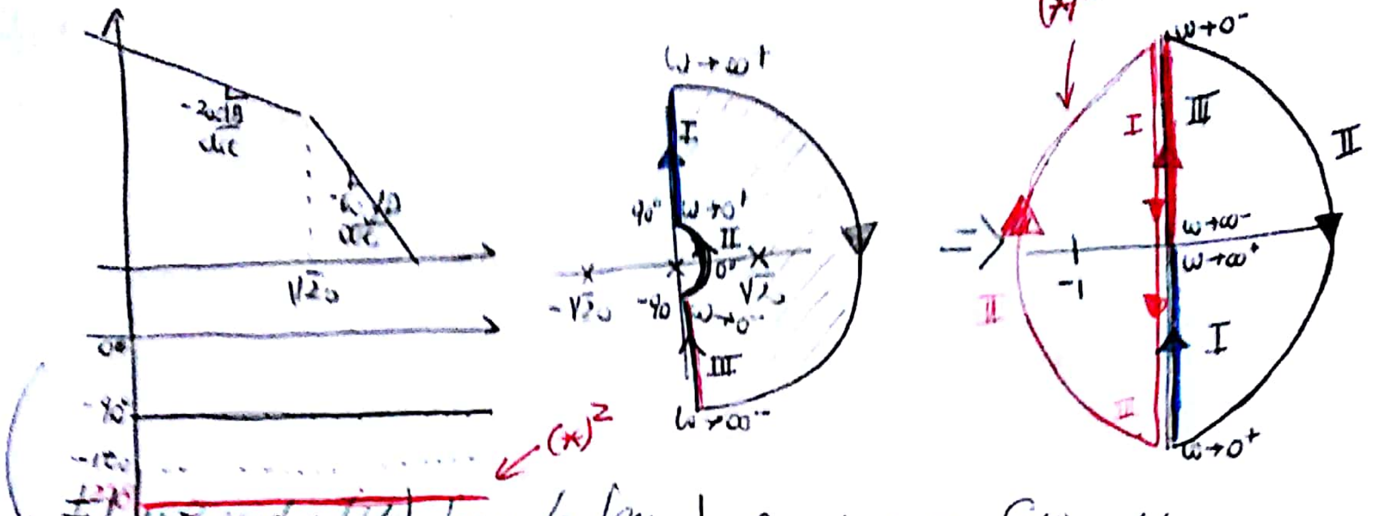
PT



$\omega \to 0 \quad \varphi = -180$

$\omega \to 0 \quad \varphi = 0$

20 la gráfica de $\frac{G(s)}{S} = \frac{-2\sqrt{2}}{s(s+\sqrt{2_0})(s-\sqrt{2_0})}$



El integrador (1/s) baja la fase a -90° durante todo el ancho de banda

Cuando $s \to 0$ $\frac{G(s)}{S} \sim 1/S$

$\varphi = 90° \to \varphi' = -90°$

$\varphi = 0 \to \varphi = 0$

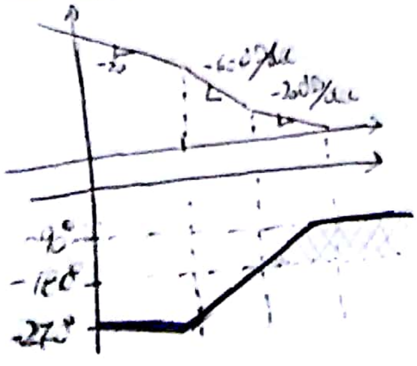
$\varphi = -90° \to \varphi = 90°$

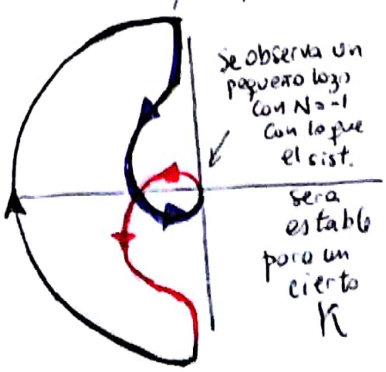
Como $P=1 \wedge Z=N+P \wedge N=0 \Rightarrow Z=1$ ← Polo inestable de lazo cerrado

Primero aplicare una inversión en K, de esta manera el grafico de Nyquist sufre un giro de 180° (*)¹. De esta manera el gráfico encierra al menos 1 pero en sentido contrario al buscado ya que $N=1$ $(Z=2)$ sigue siendo inestable, sin embargo si no se aplicase la inversión nunca se lograría estabilizar por encontrarse del lado derecho.

El signo - baja el grafico de fase a -270° (*)², ahora buscare un lazo con sentido antihorario o buscare subirle su fase

Un solo cero me subiría 90° o propongo 2 ceros en $\omega = 10\sqrt{2_0}$





$K(s) = \frac{-K(s+10\sqrt{2_0})^2}{S}$

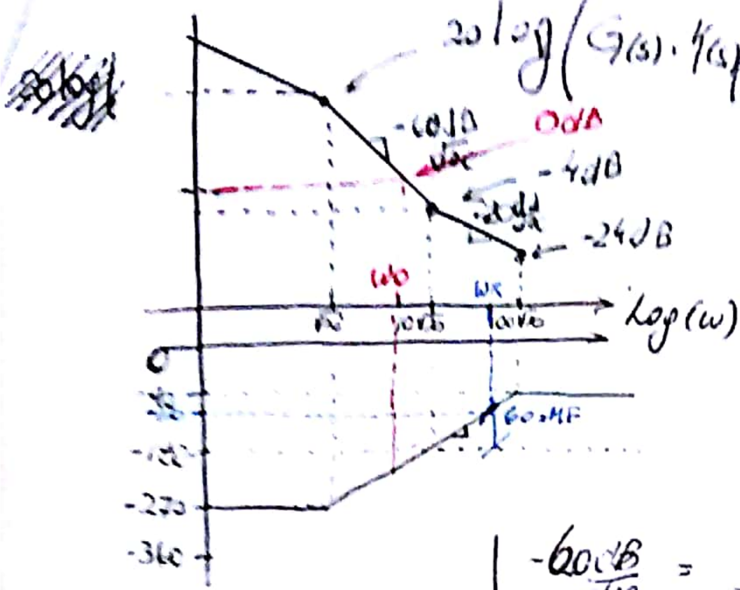
$G(s)\cdot K(s) \xrightarrow{S\to 0} -1/s$

$\varphi = -90 \to \varphi' = 90+180 = 270$

$\varphi = 0 \to \varphi' = 0+180 = 180$

$\varphi = 90 \to \varphi' = -90+180 = 90$

Solo basta ajustar K de manera que el lazo con N=-1 encierre al -1.



$$20\log\left(G(s)\cdot K(s)\Big|_{s=\omega}\right) = 20\log\left(\frac{2\sqrt{10}}{20}\cdot 10^{\cdot}20\right) = 56\,dB$$

Como pide $MF = 60°$

$\Rightarrow$ Fase de $K(s)\cdot G(s) = -120°$

$$-60\frac{dB}{dec} = \frac{0dB - (-4dB)}{\log(\omega_0) - \log(10\sqrt{20})}$$

$$\log(\omega_0) = \frac{4dB}{-60dB} + \log(10\sqrt{20})$$

$$\omega_0 = 10\sqrt{20}\cdot 10^{-4/60} = 8{,}577\cdot\sqrt{20} = 38{,}36\ \frac{rad}{seg}$$

$$\varphi = \frac{-90-(-180)}{\log(10\sqrt{20}) - \log(100\sqrt{20})}\cdot\left(\log(\omega_x) - \log(10\sqrt{20})\right) - 180$$

$$\varphi = \frac{90°}{1\,dec}\cdot\left(\log(\omega_x) - \log(10\sqrt{20})\right) - 180$$

$\varphi = -120 \Rightarrow \frac{90°}{1\,\text{dec}}\left(\log(w_x) - \log(10\sqrt{20}\right) - 180 = -120$

$$\log(w_x) = \frac{-120+180}{90} + \log(10\sqrt{20})$$

$$w_x = 10.\sqrt{20}.10^{0,\hat{6}} = 46,42\sqrt{20}$$

$$-20dB = \frac{-4dB-(-A)}{\log(10\sqrt{20}) - \log(10.10^{0,\hat{6}}.\sqrt{20})} = \frac{-4dB+A}{\log(10^{0,\hat{6}})}$$

$$\Rightarrow -A = -4dB + 20dB.\log(10^{0,\hat{6}})$$

$$-A = -4dB + 13,\hat{3}dB = 9,\hat{3}dB$$

$$\boxed{A = -9,\hat{3}dB}$$

Si aumento $K(s)$, $9,3dB$ ($2,93$ veces) el sistema compensado tiene $\varphi \cong -120$ cuando $|GK| = 0dB$.

$$\therefore K(s) = -2,93\frac{(s+10\sqrt{20})^2}{s} = -2,93\frac{(s^2+20\sqrt{20}.s+100.20)}{s}$$

La transferencia se corresponde con un PID

PID: $K(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d.s = \frac{K_p s + K_i + K_d s^2}{s}$

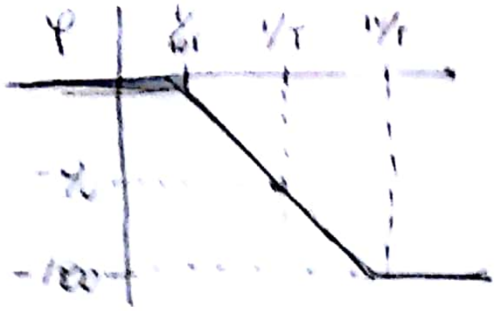
$$= \frac{K_d\left(s^2 + \frac{K_p}{K_d}s + \frac{K_i}{K_d}\right)}{s}$$

$K_d = -2,93$

$K_p = 20\sqrt{20}.(-2,93) = -262,07$

$K_i = 100.20(-2,93) = -5860$

Ahora me pide multiplicar por $\frac{(1-Ts)}{(1+Ts)} = \frac{T(1/T - s)}{T(1/T + s)}$



$\varphi = \operatorname{Arctg}(-\omega \cdot T) - \operatorname{Arctg}(\omega T)$

quiero $\varphi < 10°$

$\omega = 46,42 \cdot \sqrt{20} = 207,6$

Supongo $T = 1 \cdot 10^{-5}$, la fase en ωx es $-0,2°$

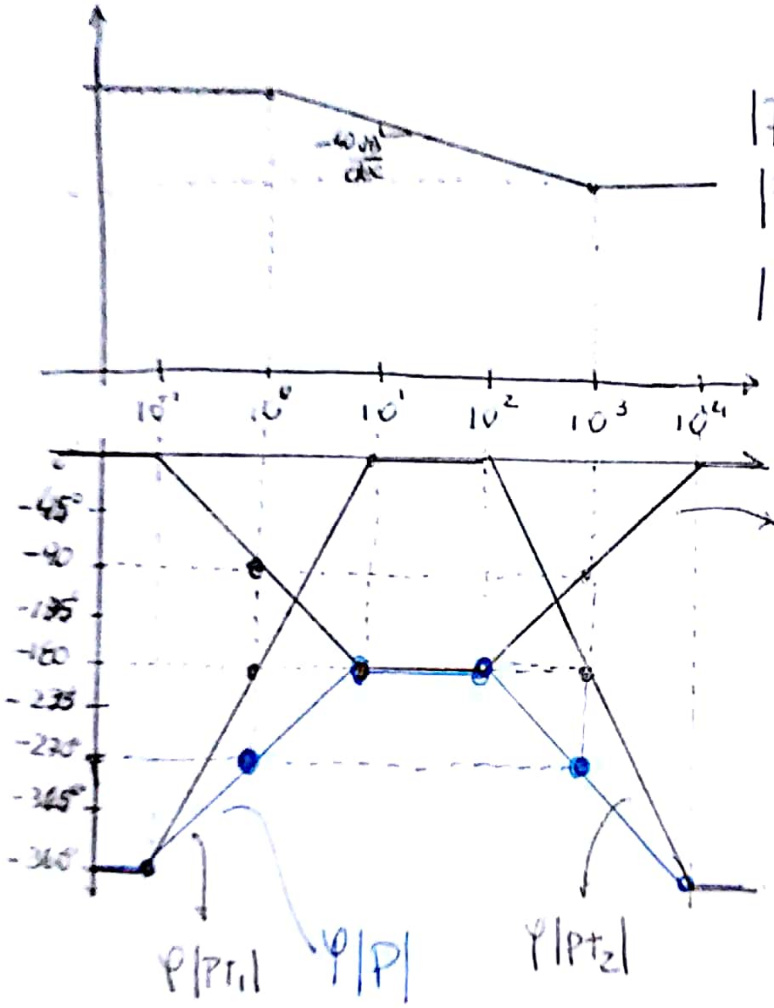
$T = 1 \cdot 10^{-4}$, $\varphi = -2,3$

$T = 1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \varphi = -23 > 10$

Si $T = 4 \cdot 10^{-4}$ $\varphi = -9,5 < 10$

$\therefore \boxed{T = 4 \cdot 10^{-4}}$

$$P = \frac{(1000-s)^2}{(1-s)^2} = \frac{(s-1000)^2}{(s-1)^2} = \underbrace{\frac{(s+1000)^2}{(s+1)^2}}_{FM} \cdot \underbrace{\frac{(s+1)^2}{(s-1)^2}}_{PT_1} \cdot \underbrace{\frac{(s-1000)^2}{(s+1000)^2}}_{PT_2}$$



$|PT_1|_{dB} = 0dB$

$|PT_2|_{dB} = 0dB$

$|P|_{dB} = |FM|_{dB}$

$\frac{(s+1)}{(s-1)}$ $\omega\to\infty$ | $\varphi \to -180$, $\varphi \to 0$

$\frac{(s+1)^2}{(s-1)^2}$ | $\varphi \to -360$, $\varphi \to 0$

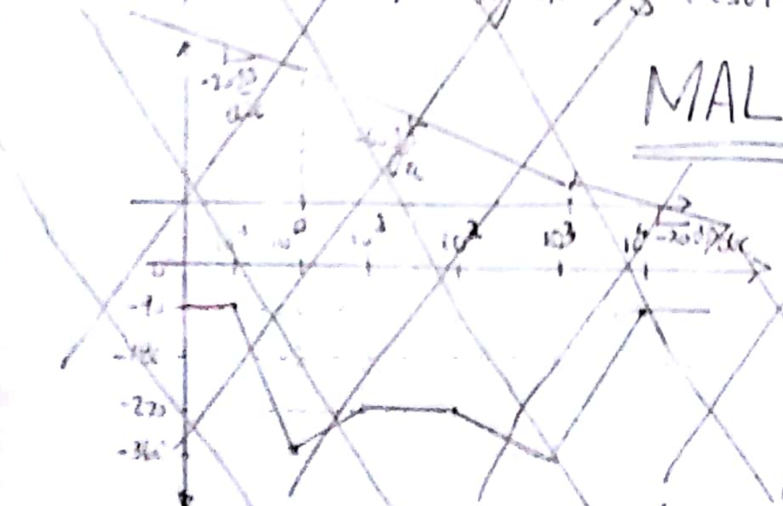
$\frac{(s-1000)}{(s+1000)}$ $\omega\to 0$ | $\varphi \to -180$; $\omega\to\infty$ | $\varphi \to -360$

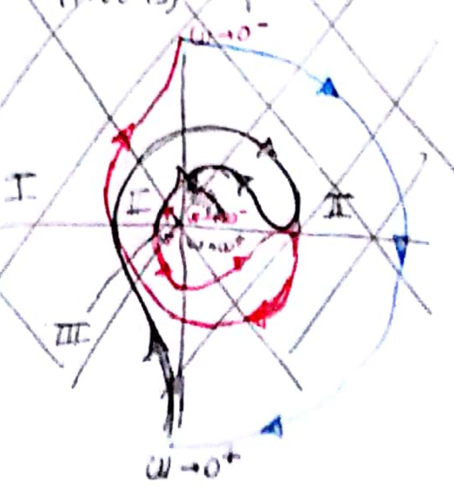
~~$\frac{(s-1000)^2}{(s+1000)^2}$~~

$\frac{(1000-s)^2}{(1000+s)^2}$ $\varphi \to 0$, $\varphi \to -360$

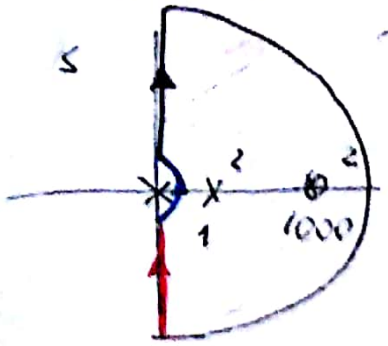
Como por acción integral P/s resulta

MAL





Cuando $s\to 0$ P/s v 1/s | $\varphi = -90$ → $\varphi = 90$; $1 = 0$, $\varphi = 0$; $1 = 90$, $\varphi = -90$



P=2 Para que sea estable N=-2.

~~I) N=0~~

~~II) N=2~~

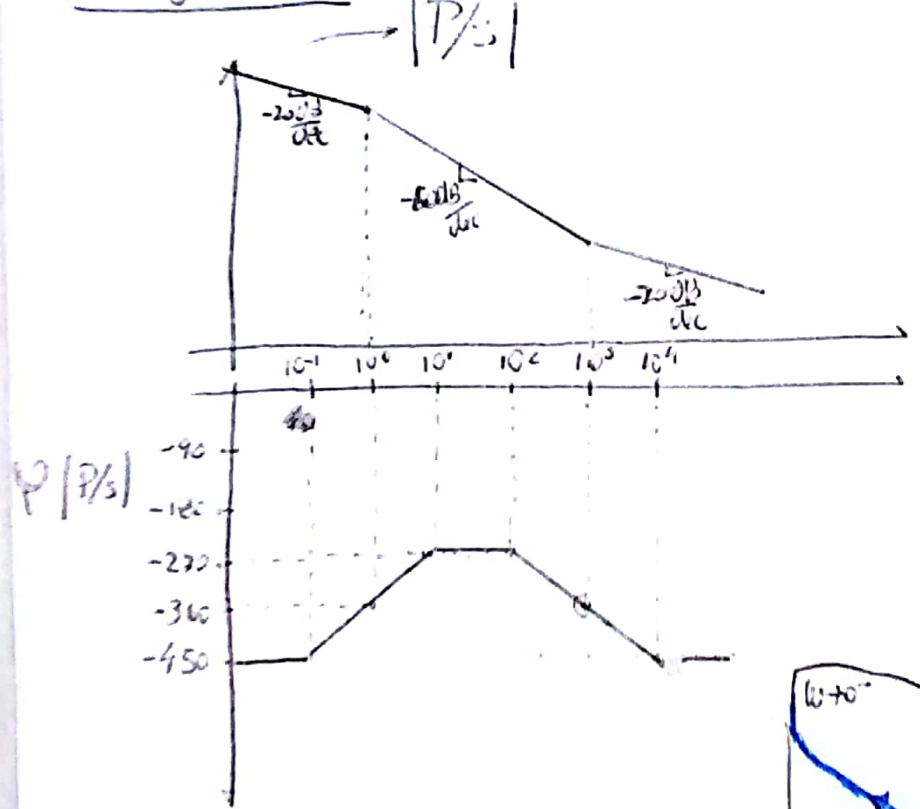
~~III) N=-1+1=0~~

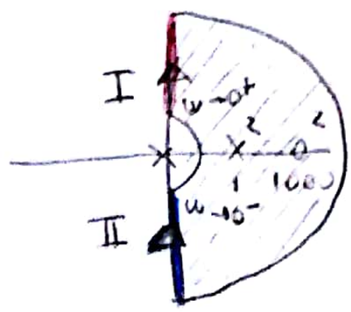
~~IV) N=1~~

~~en todos los casos es inestable~~

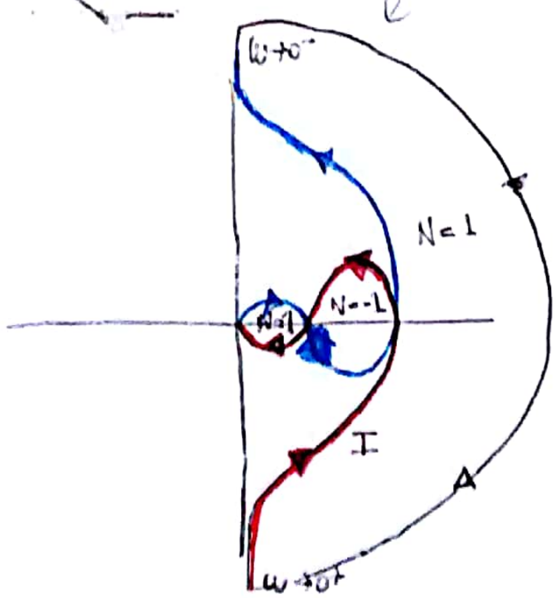
El problema fue querer poner toda la fase entre 0 y -360.

Campo Bode



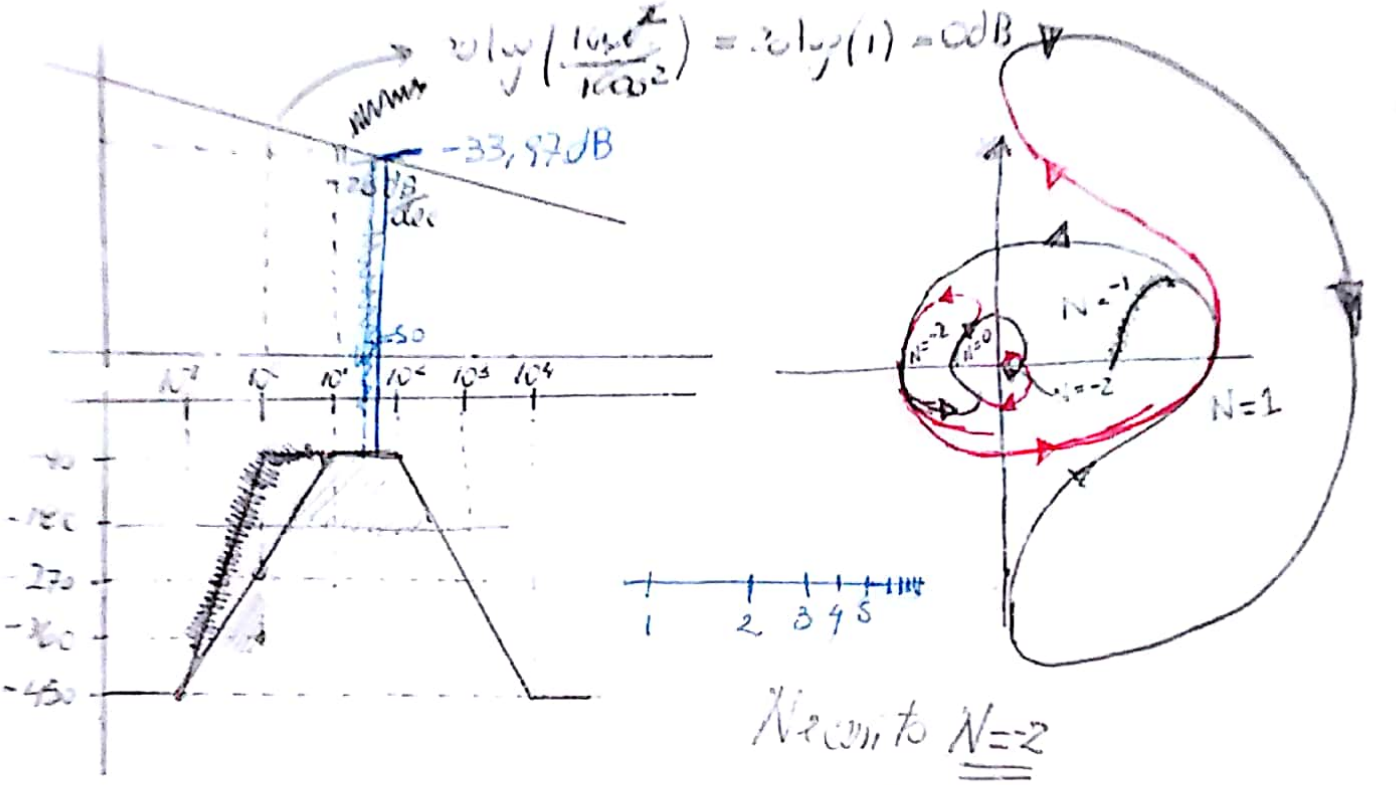


Ninguna zona donde N=-2 :(



ando la fase del bode, los PT por si solo generan una zona donde podría ser estable $[10^2, 10^3]$. Propongo cancelar la planta

$$K(s) = \frac{K\,(s+1)^2}{s\,(s+1000)^2} \rightarrow \text{Controlador propio ✓}$$



Necesito $\underline{\underline{N=-2}}$

$K \sim 1/s$ → giro por derecha. Se observa que existe 2 zonas donde $\underline{N=-2}$. Para $\underline{K>0}$

Quiero que mi frecuencia de corte en $\omega \in [10; 10^2]$ supongo $\omega = 50$

$$-20dB = \frac{0dB - (-A)}{\underbrace{\log(1)}_{0} - \log(50)} = \frac{A}{-\log(50)}$$

$$20\log(50) = A \Rightarrow A = 33,97\,dB$$

Aumento 33,97dB y llego a mi propósito $\Rightarrow K = 50$

$$\therefore K(s) = \frac{50\,(s+1)^2}{s\,(s+1000)^2}$$

//

Scanned by CamScanner