In [1]:
```
al <- data.frame(y=c(435,147,375,134),gender=as.factor(c("F","F","M","M")),f
```

In [2]:
```
al
```

A data.frame: 4 × 3

y	gender	faith
<dbl>	<fct>	<fct>
435	F	1
147	F	0
375	M	1
134	M	0

In [3]:
```
mod.0 <- glm(y ~ gender + faith, data=al, family=poisson)
```

In [4]:
```
model.matrix(mod.0)
```

A matrix: 4 × 3 of type dbl

	(Intercept)	genderM	faith1
1	1	0	1
2	1	0	0
3	1	1	1
4	1	1	0

In [5]:
```
mod.0
```

```
Call:  glm(formula = y ~ gender + faith, family = poisson, data = al)

Coefficients:
(Intercept)      genderM       faith1  
      5.010       -0.134        1.059  

Degrees of Freedom: 3 Total (i.e. Null);  1 Residual
Null Deviance:      272.7 
Residual Deviance: 0.162        AIC: 35.41
```

In [6]:
```
fitted(mod.0)
```

1: 432.098991750688 **2:** 149.901008249313 **3:** 377.901008249313 **4:** 131.098991750688

El ajuste parece ser bastante cercano, y sería algo sorprendente si un modelo con interacciones entre creencia y género tuviera resultados significativamente mejores.

Sin embargo, tal modelo podría ser:

$$\eta_i = log(\mu_i) = \tilde{n} + \tilde{\gamma}_k + \tilde{\alpha}_j + \tilde{\zeta}_{kj}$$

Si y_i es la observacion asociada al genero k y creencia j, donde $\tilde{\zeta}_{kj}$ es el parametro de interaccion.

El modelo completo se ve de la siguient forma:

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{\gamma}_1 \\ \hat{\gamma}_2 \\ \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \tilde{\zeta}_{11} \\ \tilde{\zeta}_{12} \\ \tilde{\zeta}_{21} \\ \tilde{\zeta}_{22} \end{pmatrix}$$

Reduciendose a un modelo identificable

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{\gamma}_1 \\ \hat{\gamma}_2 \\ \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \tilde{\zeta}_{22} \end{pmatrix}$$

In [7]:
```
mod.1 <- glm(y ~ gender*faith, data=al, family=poisson)
```

In [8]:
```
model.matrix(mod.1)
```

A matrix: 4 × 4 of type dbl

	(Intercept)	genderM	faith1	genderM:faith1
1	1	0	1	0
2	1	0	0	0
3	1	1	1	1
4	1	1	0	0

In [9]:
```
mod.1
```

```
Call:  glm(formula = y ~ gender * faith, family = poisson, data = al)

Coefficients:
   (Intercept)         genderM          faith1  genderM:faith1
       4.99043        -0.09259         1.08491        -0.05583

Degrees of Freedom: 3 Total (i.e. Null);  0 Residual
Null Deviance:      272.7
Residual Deviance: 1.51e-14     AIC: 37.25
```

Para probar si existe evidencia de una interacción entre género y creencia, la hipótesis nula de que mod.0 es correcto se compara con la alternativa más general de que mod.1 es correcto, utilizando un análisis de devianza

In [10]:
```
anova(mod.0,mod.1,test="Chisq")
```

A anova: 2 × 5

	Resid. Df	Resid. Dev	Df	Deviance	Pr(>Chi)
	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
1	1	1.619951e-01	NA	NA	NA
2	0	1.509903e-14	1	0.1619951	0.6873263

Un valor p de 0,69 sugiere que no hay evidencia para rechazar el modelo 0 y la hipótesis de no asociación entre género y creencia en el más allá.

Finalmente, observe que los valores ajustados para mod.0 tenían la extraña propiedad de que, aunque los valores ajustados y los datos originales son diferentes, el número total de hombres y mujeres se conserva entre los datos y los valores ajustados, al igual que el número total de creyentes y no creyentes.

Esto se debe al hecho de que el enlace logarítmico es canónico para la distribución de Poisson, por lo que $X^T y = X^T \mu$