

---

# Estudio fotométrico de estrellas variables en el cúmulo globular NGC 6426 mediante sustracción de imágenes

---



## TESIS DE GRADO

Maximiliano Vaca Montejano

Instituto de Astronomía UNAM, Ensenada

Facultad de Ciencias

Universidad Autónoma de Baja California

Noviembre 2025



Estudio fotométrico de estrellas  
variables en el cúmulo globular  
NGC 6426 mediante sustracción de  
imágenes

*Tesis que presenta*

**Maximiliano Vaca Montejano**

*Para obtener el título de*

**Físico**

*Dirigida por el doctor*

**Raúl Michel Murillo**

**Instituto de Astronomía UNAM, Ensenada**

**Facultad de Ciencias**

**Universidad Autónoma de Baja California**

**Noviembre 2025**



# Índice

<b>1. Fotometría CCD</b>	<b>1</b>
1.1. Luminosidad . . . . .	1
1.2. Fotometría CCD . . . . .	2
1.2.1. Imágenes de calibración . . . . .	3
1.2.2. Bias . . . . .	3
1.2.3. Flats . . . . .	4
1.3. Point Spread Function (PSF) . . . . .	4
<b>2. Estrellas Variables</b>	<b>7</b>
2.1. Una introducción a las estrellas variables . . . . .	7
2.2. Magnitud estelar . . . . .	8
2.3. Clasificación de Estrellas Variables . . . . .	10
2.3.1. Variables Intrínsecas . . . . .	11
2.3.2. Variables Extrínsecas . . . . .	16
2.4. Cálculo de distancias . . . . .	18
2.5. Estrellas Variables en Cúmulos . . . . .	18
<b>3. Sustracción de Imágenes</b>	<b>21</b>
3.1. Introducción . . . . .	21
3.2. Registro e Interpolación Astrométrica . . . . .	23
3.3. Construcción de la imagen de referencia . . . . .	24
3.4. Sustracción de imágenes . . . . .	25
3.5. Detección de variables . . . . .	27
3.6. Fotometría y curvas de luz . . . . .	28
<b>4. Desarrollos e implementaciones recientes en técnicas de sustracción de imágenes</b>	<b>29</b>
4.1. Sustracción de imágenes para telescopios espaciales. . . . .	29
4.2. Optimización de la imagen de referencia y dirección de sustracción. . . . .	30
4.3. Pipeline de procesamiento en tiempo real. . . . .	30

<b>5. Fourier y parametros fisicos</b>	<b>33</b>
5.1. Color . . . . .	33
5.2. Series de Fourier . . . . .	34
5.3. Parámetros fisicos . . . . .	34
5.3.1. RRab . . . . .	35
5.3.2. RRc . . . . .	36
<b>Bibliografía</b>	<b>37</b>

# Índice de figuras

1.1. El espectro electromagnético (destacando los rangos de observación de Hubble, Webb y Spitzer) . . . . .	2
1.2. Perfil del brillo recibido de una estrella. . . . .	3
1.3. Efecto de convolucion con PSF. Default007, Public domain, via Wikimedia Commons . . . . .	5
1.4. Difracción de ondas Huygens y Fresnel . . . . .	6
2.1. Clasificación de las estrellas variables. . . . .	11
2.2. Mira en su máximo (a) y su mínimo (b). via AlltheSky.com .	13
2.3. Relación Periodo-Luminosidad para Cefeidas . . . . .	13
2.4. Relación Periodo-Luminosidad . . . . .	14
2.5. Sistema binario y su cambio en luminosidad a través del tiempo	17
3.1. Diagrama del algoritmo Bicubic Interpolation . . . . .	24





# Índice de Tablas

2.1. Comparación de magnitudes aparentes de diferentes objetos . . .	10
--	----



# Capítulo 1

## Fotometría CCD

### 1.1. Luminosidad

Una de las unidades de medida más importantes en el estudio de las estrellas y de la astronomía en general es el de la luminosidad, una palabra muy utilizada en este texto, que si bien es un concepto cuya definición puede resultar conceptualmente intuitiva, es preciso delimitar su significado.

Todas las estrellas y objetos celestes que nos dedicamos a observar y estudiar por medio de fotometría radian luz en un gran intervalo del espectro electromagnético, y la energía emitida por estas estará estrechamente relacionada con la región del espectro en la que emite, donde una estrella que irradia en el ultravioleta produce una cantidad total de energía significativamente mayor que aquellas que lo hacen en el infrarrojo (Mutlaq, KDE Documentation).

La luminosidad se define como una medida de la radiación o energía por segundo emitida por un objeto celeste en unidades de potencia (*vatios/s*, *ergios/s*). La relación entre energía y longitud de onda fue formulada por Einstein,

$$E = h\nu$$

donde  $E$  es la energía (Jules),  $h$  la constante de Planck ( $6,62607015 \times 10^{-34} J/s$ ) y  $\nu$  la frecuencia. Recordemos que la frecuencia se puede expresar como

$$\nu = v/\lambda$$

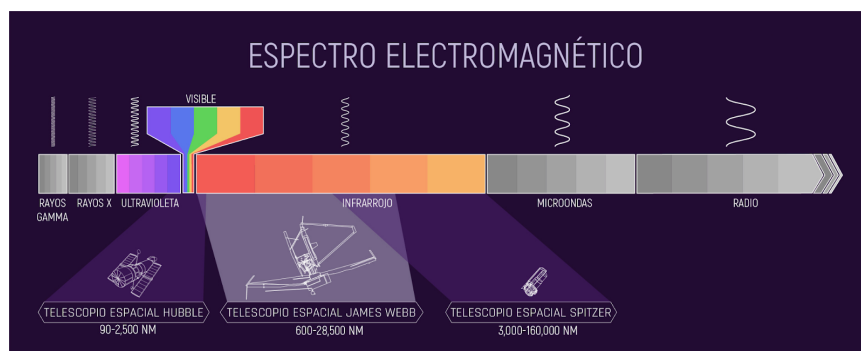


Figura 1.1: El espectro electromagnético (destacando los rangos de observación de Hubble, Webb y Spitzer)

de forma que se evidencia la relación de proporcionalidad inversa entre la longitud de onda y la energía.

## 1.2. Fotometría CCD

En astronomía, fotometría se define como la medición precisa del brillo aparente recibido de los objetos en rangos determinados del espectro electromagnético, cercanos a la banda visible. Para la correcta realización de dicha tarea los astrónomos han utilizado una variedad de dispositivos como lo son el propio ojo humano, placas fotográficas, tubos fotomultiplicadores y más recientemente Dispositivos de Carga Acoplada (CCD por sus siglas en inglés). Este último revolucionó la forma en la que convertimos luz en señales eléctricas, convirtiendo fotones en electrones y dando como resultado imágenes de alta sensibilidad y mayor rango dinámico que métodos anteriores.

La fotometría CCD nos permite medir el brillo de una estrella representada en la imagen recibida. Durante la observación, cada píxel del dispositivo CCD recibe una cierta cantidad de fotones, los cuales, mediante efecto fotoeléctrico, se traducen en el mismo número de electrones que serán almacenados en el CCD hasta que sea leído. La cantidad de fotones que chocan en un píxel es proporcional al número de electrones que serán almacenados ahí (Las Cumbres, Introduction to Photometry).

Una vez leída la imagen, que es la representación de los fotones recibidos, es momento de extraer información. En esta imagen las estrellas se presentan como manchas aproximadamente circulares (dependiendo en parte de la calidad de las observaciones). Podemos dibujar una línea a través de la estrella, representando un corte similar a una curva de nivel que nos regresa el perfil de la estrella y la distribución del brillo recibido, donde un incremento en el brillo de la imagen y en el eje del brillo en la gráfica corresponde al área del

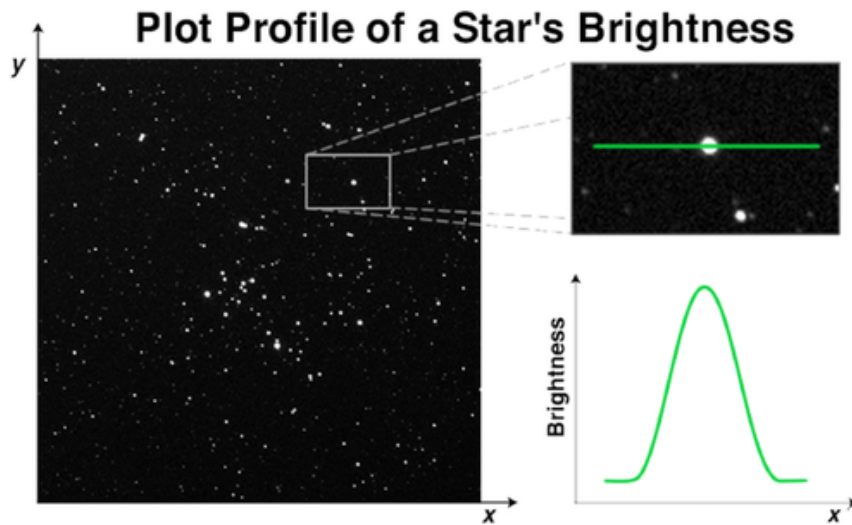


Figura 1.2: Perfil del brillo recibido de una estrella.

CCD que donde más fueron recibidos fotones.

Una de las características a tomar en cuenta al momento de realizar observaciones con cámaras CCD es el modo en el que estos dispositivos manejan el ruido. Las cámaras CCD producen una imagen digital con un nivel de ruido inicial irreducible proveniente de los propios procesos electrónicos de lectura y amplificación de la señal. Para lidiar con este ruido y evitar que las fluctuaciones den lugar a un valor de salida negativo (debido a un error en la electrónica del dispositivo o a un mal calibrado), el dispositivo está ajustado de forma que, aun en ausencia de una señal de entrada, se proporcione una señal de salida no nula de valor positivo. A este valor se le conoce como offset.

### 1.2.1. Imágenes de calibración

Estas tienen el propósito de incrementar el signal-to-noise ratio. Al consistir los CCD en un gran número de píxeles (aprox 12 millones), resulta imposible aún en el dispositivo más calibrado hacer que cada píxel se comporte de la misma manera. Los frames de calibración nos permiten cuantificar las fuentes de ruido en nuestra imagen provenientes de heterogeneidad en el comportamiento individual de los píxeles para compensarlas a través de simples operaciones matemáticas, pretendiendo que cada píxel reacciona de la misma forma frente a cada fotón que detecta.

### 1.2.2. Bias

Para un detector bien calibrado, el punto cero de cada píxel puede ser calculado sustrayendo un marco de señales Bias. Este se construye promediando varias imágenes individuales obtenidas con un tiempo de exposición 0. Posteriormente dicha imagen promediada se resta a cada imagen de observación, compensando así los efectos.

Cada CCD tiene un nivel base de señal independientemente de que no esté recibiendo ningún fotón. Idealmente este nivel base debería ser el mismo a través de todos los píxeles de la imagen, sin embargo, en la práctica esto no se cumple, e incluso dicha heterogeneidad puede variar con el tiempo conforme el dispositivo se gasta con el uso, es por eso que la recolección periódica de Bias Frames antes de cada observación es una buena práctica en la astronomía observacional.

El objetivo de los Bias Frames es caracterizar esta señal base para cada pixel y contrarrestar a través de una simple resta entre cada imagen de observación y una imagen promedio del conjunto de Bias. Mientras más Bias sean usados para construir la imagen promedio mejores serán nuestros resultados.

### 1.2.3. Flats

Por su parte, los Flats Frames tienen el propósito de caracterizar la forma en la que cada pixel reacciona ante los fotones que recibe, de forma que al aplicarlos a las imágenes de observación, cada pixel indique el mismo valor ante una misma cantidad de luz recibida. Estos se recolectan apuntando a una fuente uniforme de luz como lo es el ocaso, en sentido contrario al sol ocultándose y con la cúpula cubriendo de él al telescopio.

## 1.3. Point Spread Function (PSF)

Definimos la función de dispersión puntual (PSF por sus siglas en inglés) como la respuesta de un sistema de cámara a una fuente puntual (un impulso).

En teoría se espera que la luz de un círculo en la imagen esté uniformemente distribuida, pudiendo ser modelada como una función pillbox, definida como:

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{4}{\pi b^2}, & x^2 + y^2 \leq \frac{b^2}{4} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Sin embargo, la energía emitida por el objeto observado no llega en su totalidad a nuestro detector. En la práctica, intervienen una variedad de factores y la distribución de luz en el círculo difuminado no va a ser constante.

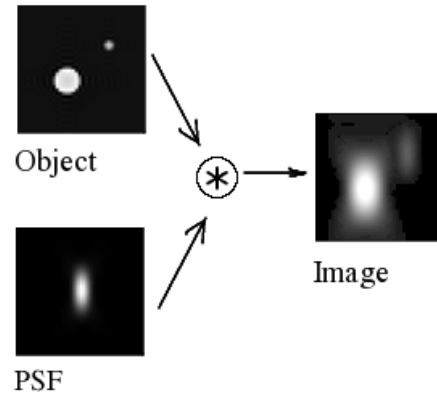


Figura 1.3: Efecto de convolucion con PSF. Default007, Public domain, via Wikimedia Commons

Debido a la difracción, aberración del lente y sensibilidad de los píxeles CCD, la PSF aparece entonces como una función gaussiana.

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Al modelar la PSF se desea saber la forma en la que un sistema óptico contribuye y modifica las observaciones, permitiendo despreciar dichas inexactitudes en la medida de lo posible para representar el objeto de observación de una manera más fiel. La teoría detrás de estas diferencias corresponde al comportamiento de las ondas electromagnéticas y la propagación de la luz, en específico el análisis de difracción.

Para explicarlas se recurre al principio de Huygens-Fresnel, el cual indica que cada punto en un frente de onda puede ser considerado como una propia perturbación secundaria, dando paso a ondas esféricas.

De esta forma, el frente de onda siguiente corresponde al envolvente de todas las perturbaciones, donde las ondas secundarias también interfieren.

En el caso ideal, podemos definir como imagen perfecta aquella que se ve limitada únicamente por la difracción debida al sistema óptico. En este caso, conocemos de forma precisa la PSF, para una apertura circular corresponde el patrón de Airy. Así que simplemente se tendría que sustraer la PSF conocida de la imagen, dejando como resultado el objeto debajo.

A pesar de conocer la teoría sobre el comportamiento de la luz, el problema y la causa de los errores viene de la intervención de las herramientas que usamos para capturarla. El primer obstáculo entre la fuente de luz y nuestra imagen es el lente. Al no existir lentes perfectos, las imperfecciones y aberraciones hacen que el frente de onda refractado no sea esférico ideal,

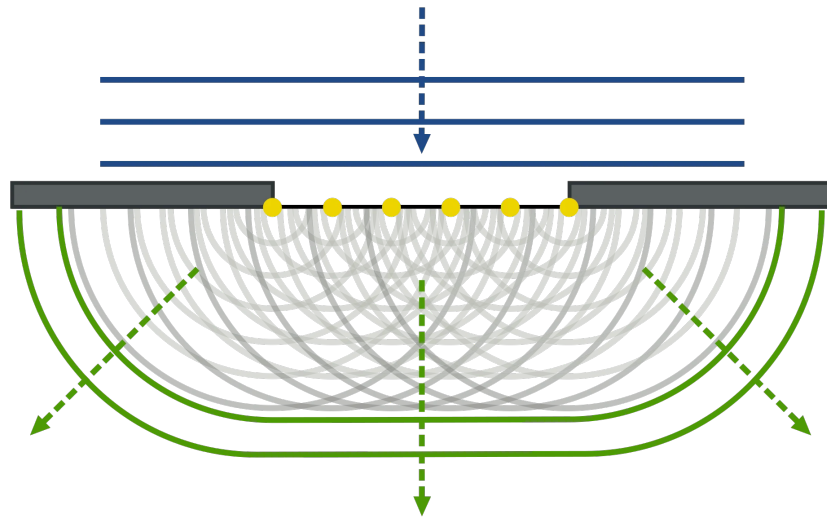


Figura 1.4: Difracción de ondas Huygens y Fresnel

evitando que los rayos converjan perfectamente en un punto.



## Capítulo 2

# Estrellas Variables

### 2.1. Una introducción a las estrellas variables

La unidad de análisis en esta investigación son las estrellas variables. Para dotar de sentido a posteriores desarrollos y al texto en su conjunto, será necesario desarrollar un desglose descriptivo que enfatice la importancia del papel que juega el estudio de las estrellas variables en el vasto estudio del cosmos y su evolución. Esto se logrará mediante la presentación de los diferentes grupos, clases y tipos en los que se categorizan las estrellas variables, casos particulares de relevancia, los métodos de observación e identificación utilizados y validados a lo largo de años de investigación, y el contexto histórico correspondiente.

Las estrellas variables son una clasificación específica de estrellas asignada a aquellas que, por diversos motivos, presentan una variación o fluctuación en su brillo a lo largo del tiempo al ser vistas desde la tierra. Esto puede deberse a características que pueden ser propias de la estrella (que van desde explosiones en sus capas externas, hasta la explosión de la estrella misma) o por factores externos (de naturaleza eclipsante o de rotación). A simple vista, observando el cielo nocturno, es común notar el hecho de que las estrellas no presentan un brillo constante, sino que pareciera que parpadean, este parpadeo es evidente en algunas estrellas más que en otras, podríamos encontrarnos con la tentación de asumir que, entonces, cada una de dichas estrellas se trata de una estrella variable, pero esta percepción sería incorrecta.

Al irnos con la falsa percepción de que cada una de las estrellas observadas se trata entonces de una estrella variable, no estaríamos del todo equivocados, ya que cada estrella se encuentra en un proceso de evolución, a través del cual, la temperatura de su superficie va cambiando conforme lo hace su

fuelle de energía (ESA y Technology, GAIA). Sin embargo, la mayor parte de estas aparentes variaciones se deben a efectos de nuestra propia atmósfera. No obstante, no es este el tipo de variación que nos interesa, sino aquellas detectadas mediante una observación más rigurosa.

Dentro de estas observaciones nos encontramos con estrellas que presentan un cambio en su brillo a través del tiempo, mostrando un comportamiento periódico, con sus respectivos máximos y mínimos repitiendo después de cada periodo, cuya magnitud en el tiempo puede ir desde horas hasta meses enteros. Sin embargo, este no es el único tipo de variación, se nos presentan también aquellas variaciones de una sola vez, aumentando en brillo dramáticamente solo para ir disminuyendo gradualmente hasta llegar a apagarse (CSIRO, astrophysicsc).

Para confirmar la naturaleza variable de la estrella observada, se utilizan una serie de metodologías ya establecidas, que a lo largo del tiempo han mostrado su efectividad al momento de identificar grupos, clases y tipos de estrellas variables, así como su pertenencia a determinados cúmulos estelares, que es donde se suelen encontrar y a través de las cuales se obtiene información importante sobre los orígenes y naturaleza de su respectivo cúmulo. La importancia del estudio de los cúmulos radica en que son objetos muy antiguos, y a través de ellos se nos permite conocer más sobre los orígenes de la galaxia.

La variabilidad de las estrellas al ser observadas desde la tierra puede deberse a una extensa cantidad de motivos, que pueden ser propios de la estrella, de su entorno, o de la atmósfera misma de la tierra. Al encontrarnos con tantos tipos de variabilidad, surge la necesidad de categorizarlas en grupos bien definidos, caracterizados por el tipo de estrella y la naturaleza de la variabilidad.

## 2.2. Magnitud estelar

Para continuar con la clasificación de las estrellas, es necesario introducir el concepto de magnitud estelar. Al observar el cielo, el principal recurso que recibimos viene en forma de luz y es parte central de los estudios realizados en astronomía. La magnitud de un objeto astronómico se refiere a la cantidad de brillo que recibimos del objeto. La idea de magnitudes para el brillo de objetos celestes se remonta a Hiparco de Nicea (c.190 - c.120 BC), un astrónomo, geógrafo y matemático de origen griego, quien inventó una escala para describir el brillo de las estrellas que él podía ver (Las Cumbres, Magnitudes and Measuring Distance). A las estrellas más brillantes que eran vistas por él en el cielo le asignó una magnitud de 1, mientras que a las menos visibles un valor de 6, sin incluir el sol, la luna o los planetas en su sistema.

La escala de magnitudes usadas hoy en día no difiere mucho de la establecida por Hiparco, aunque ha sido expandida y recalibrada ligeramente

después de la invención del telescopio, conservandose el hecho de que mientras más brillante sea el objeto, menor su valor en magnitud, llegando a incluir el 0, números negativos y valores más altos que 6.

Es importante mencionar también, que la escala no es de naturaleza lineal, sino logarítmica. Por ejemplo, una estrella de magnitud 1 es aproximadamente 2.512 veces más brillante que una de magnitud 2, considerando que si fuera lineal la estrella de magnitud 1 sería dos veces más brillante que la de magnitud 2. Esta relación logarítmica nos permite representar una amplia gama de brillos de cuerpos estelares de una manera manejable en escalas de magnitud.

$$1 \text{ magnitude} = 2,512 \text{ times difference in brightness}$$

El descubrimiento de estrellas aún más tenues después de la invención del telescopio a principios de los 1600 llevó a la necesidad de expandir la escala de Hiparco a valores más allá del 6. La naturaleza logarítmica de la escala encuentra su explicación gracias a un descubrimiento realizado en 1856 por Norman Robert Pogson, quien señaló que el ojo humano detecta diferencias de intensidad de forma logarítmica (Fujiwara y Yamaoka, 2004).

Al realizarse la calibración de las observaciones de Hiparco, el valor de magnitud de la estrella Vega quedó en 0. Esta calibración dotó a los astrónomos de una referencia estándar para medir y comparar el brillo de distintos objetos celestes, convirtiéndose en una herramienta crucial en la astronomía hasta la época actual.

De acuerdo a la percepción de las observaciones, la magnitud de un cuerpo se señala como **aparente (m)** o **absoluta (M)**. La magnitud aparente es una medida del brillo tal como es recibido en la Tierra, mientras que la magnitud absoluta es el brillo emitido por el objeto mismo. La magnitud aparente de un objeto depende en gran parte de su distancia con la Tierra, es por ello que fue necesario definir una magnitud independiente de la distancia que el objeto observado guarde con la Tierra, de lo contrario pasaríamos por alto las características intrínsecas de la estrella indicadas por su brillo. El hecho de que cada estrella posea una luminosidad diferente nos da una alerta de que únicamente la magnitud aparente no nos es suficiente para comparar estrellas.

La magnitud absoluta,  $M$ , se define entonces como la magnitud que tendría el objeto si se encontrara a 10 parsecs (1 parsec  $\approx$  3,26156 light-years) de la tierra (CSIRO, astrophysicsb) y su escala es la misma que la utilizada para la magnitud aparente.

Tabla 2.1: Comparación de magnitudes aparentes de diferentes objetos

Objeto	Magnitud aparente	Comentarios
Sol	-27	Objetos muy brillantes
Luna llena	-13	
Venus	-4.4	
Júpiter	-2.7	
Sirius (estrella más brillante)	-1.5	
Vega	0.0	Escala original de Hiparco
Betelgeuse	0.5	
Saturno	0.7	
Urano	5.5	
Estrella más tenue al ojo humano	6	
Plutón	14	Objetos únicamente observables desde telescopios
Telescopio Hubble - Observación de campo profundo	30	

## 2.3. Clasificación de Estrellas Variables

El tema principal de nuestra investigación son las estrellas variables, sabemos que son estrellas que cambian en su brillo, pero esta variación puede deberse a una amplia gama de razones, cada una distinta en magnitud y afectando de manera diferente las observaciones. Es por eso que resulta necesario establecer una clasificación bien definida según las causas y la naturaleza de dicha variabilidad. En el nivel más alto de la clasificación nos encontramos con dos grandes grupos de estrellas variables, cuya distinción se hace de acuerdo a de donde proviene la causa de la variabilidad. En el primer grupo se encuentran aquellas estrellas cuya variabilidad se debe a características **intrínsecas** de la propia estrella. Esto significa que la variación en el brillo es causada por factores internos, como lo pueden ser cambios de tamaño, de temperatura o procesos explosivos. El segundo grupo, conocido como variables **extrínsecas**, incluye a las estrellas cuya variabilidad se debe a factores externos. Aquí, la variabilidad se debe a elementos fuera de la estrella misma. Las estrellas binarias eclipsantes son el ejemplo más común de este grupo, conformando un sistema de dos estrellas cercanas que presentan interacciones, resultando en eclipses regulares.

Cabe mencionar que por características externas excluimos las relacionadas con efectos atmosféricos de la Tierra, los cuales pueden ser confundidos por una aparente variabilidad propia al objeto observado o a sus vecindades cercanas. Es fundamental identificar y corregir dichos efectos para obtener datos precisos, esto se logra mediante una cuidadosa limpieza de los datos antes de su análisis, tomando muestras del cielo antes de realizar las observaciones al objeto deseado para posteriormente considerarlas durante el análisis.

Los efectos atmosféricos que pudieran afectar las observaciones incluyen factores como turbulencia, extinción atmosférica y el seeing, llegando a afectar de forma significativa las mediciones fotométricas. Para mitigar los efectos de dichos inconvenientes, se utilizan técnicas de fotometría diferencial, la cual a grandes rasgos consiste en comparar el brillo de la estrella variable con

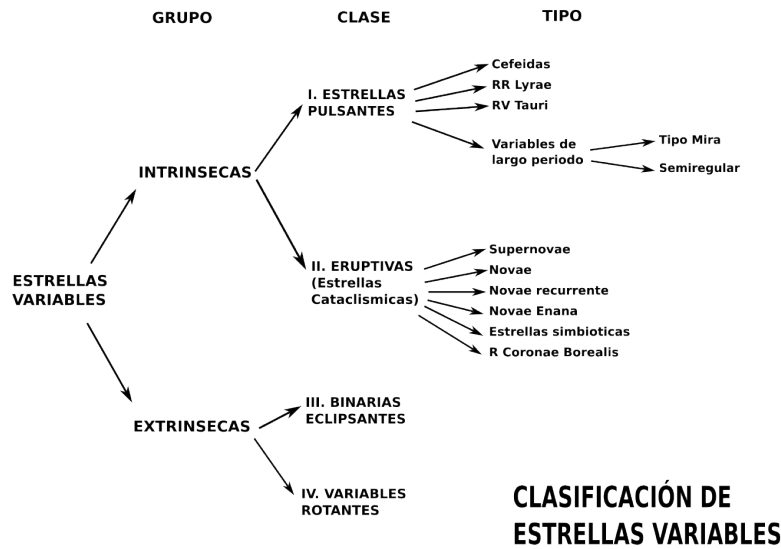


Figura 2.1: Clasificación de las estrellas variables.

el de estrellas cercanas de referencia, corrigiendo así las variaciones inducidas por nuestra atmósfera (Chr. Sterken, 1992). Estudiar características de las estrellas variables no solo nos permite distinguir unas estrellas variables de otras para agruparlas, también nos ayuda a conocer más acerca de cada estrella y su historia evolutiva, además de entender cómo se desarrollan cuerpos estelares similares o pertenecientes a la misma categoría estelar. Estos análisis pueden revelar información sobre la composición química, estructura interna y los distintos procesos que ocurren en el interior de la estrella.

Estudiar características de las estrellas variables no solo nos permite distinguir unas estrellas variables de otras para agruparlas, también nos ayuda a conocer más acerca de cada estrella y su historia evolutiva, además de entender cómo se desarrollan cuerpos estelares similares o pertenecientes a la misma categoría estelar. Estos análisis pueden revelar información sobre la composición química, estructura interna y los distintos procesos que ocurren en el interior de la estrella.

### 2.3.1. Variables Intrínsecas

Entre las estrellas catalogadas como variables intrínsecas nos encontramos con estrellas cuyo cambio en el brillo se debe a alteraciones internas en la estrella misma, como sucede en las estrellas pulsantes, cefeidas y otras categorías similares. Dichas variaciones se deben a distintos procesos, como pulsaciones radiales, explosiones en las capas externas de la estrella o cambios

en la estructura interna.

La importancia de estas estrellas radica en que su estudio nos provee de información valiosa sobre la estructura interna de las estrellas, lo cual es esencial para la realización de modelos de evolución estelar. Probablemente, donde se encuentra su mayor relevancia es en el papel fundamental que cumplen las pulsantes para medir distancias cósmicas.

### 2.3.1.1. Pulsantes

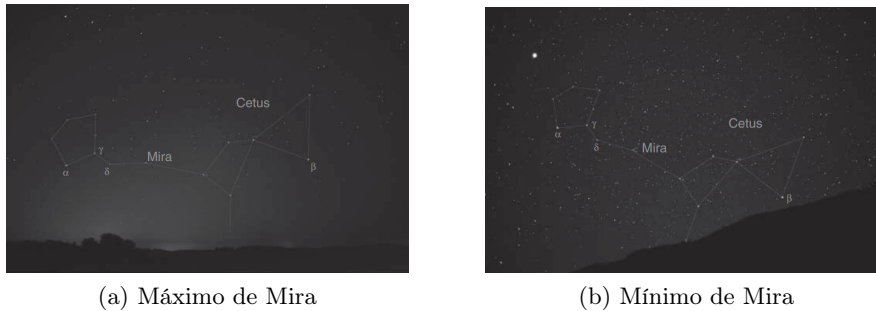
Las estrellas pulsantes son aquellas cuya superficie presenta un comportamiento de expansión y contracción de forma periódica, proceso mediante el cual cambia su tamaño, temperatura efectiva y propiedades espectrales. Juegan un papel vital en la determinación de la distancia a magnitudes galácticas y extragalácticas.

**Mira** A principios del siglo 16, las estrellas aún eran consideradas como objetivo fijos e incambiantes tanto en posición como en brillo, hasta que en 1662 Johannes Hevelius (1611-1687) llevó a cabo un estudio detallado de omicron (o) Ceti, una estrella anteriormente observada primero en 1596 por David Fabricius (1564-1617) y después llamando la atención de otros astrónomos mientras se desvanecía en las oscuridad del cielo, solo para después de casi un año reaparecer y así repitiendo el ciclo. Hevelius nombró a esta estrella Mira, nombre que conserva hasta la fecha. Mira entonces se convirtió en la primera estrella variable cuyo periodo fue determinado, además de ser el arquetipo de las ahora conocidas como variables Mira, las cuales se caracterizan por presentar un periodo largo. No obstante, habría que esperar mucho tiempo para que pudiéramos determinar a las pulsaciones como la causa de la variabilidad en Mira (Wiley y Sons, 2015).

Muchas otras estrellas del tipo Mira, de largo periodo, presentan magnitudes máximas en su brillo que llegan a ser perceptibles fácilmente sin necesidad de telescopio, esto abre la posibilidad de que en algún momento Mira u otras estrellas del arquetipo habrían sido descubiertas antes del tiempo de Fabricius, aunque sin el rigor suficiente en su documentación.

**Cefeidas** Las cefeidas son estrellas variables muy luminosas, cuyo periodo está estrechamente relacionado a su luminosidad, por lo que resultan de mucha utilidad al ser utilizadas en el cálculo de distancias como candelas universales. Dichos periodos poseen una duración de entre 1 y 70 días, de modo similar a las Mira, su nombre proviene de la primera estrella pulsante de su tipo en ser descubierta, la estrella prototipo  $\delta$  Cephei, por John Goodricke en 1784, la cual presentaba un periodo de variación de 5,366341 días (Wiley y Sons, 2015).

La relación entre periodo y luminosidad de estas estrellas fue descubierta



(a) Máximo de Mira

(b) Mínimo de Mira

Figura 2.2: Mira en su máximo (a) y su mínimo (b). via AlltheSky.com

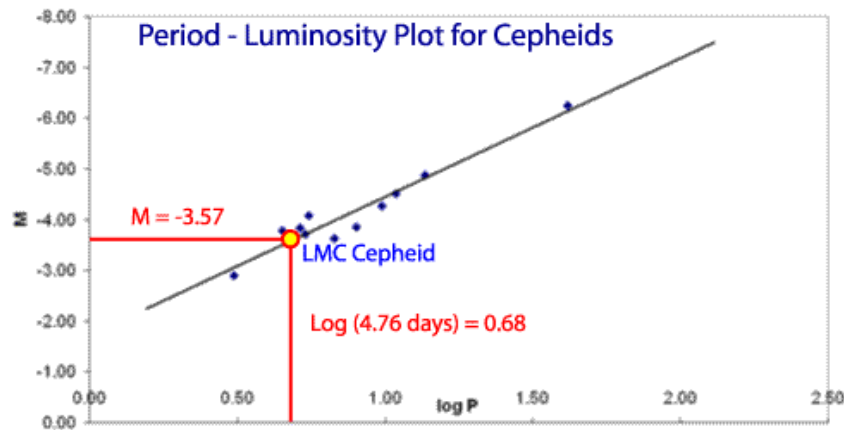


Figura 2.3: Relación Periodo-Luminosidad para Cefeidas

por la astrónoma estadounidense Henrietta Leavitt (1868-1921) a principios de los 1900, esta relación indica que mientras mayor sea el periodo de la estrella, más grande será su brillo intrínseco, de esta forma, la magnitud absoluta de una cefeida puede ser estimada a través de su periodo. Una vez conocidos estos parámetros, la distancia a la estrella se calcula comparando la magnitud aparente y absoluta (Encyclopedia Britannica, scienceb).

**RR Lyrae** Las estrellas RR Lyrae son comúnmente encontradas en cúmulos globulares, se caracterizan por sus cortos periodos del orden de horas y un rango de magnitudes entre 0.3 y 2, con una media de 0.6 (CSIRO, astrophysics). Estas estrellas son menos masivas que las cefeidas, aunque comparten su relación periodo-luminosidad, descubierta aquí por la astrónoma escocesa Williamina Fleming. El compartir la relación periodo-luminosidad las ha-

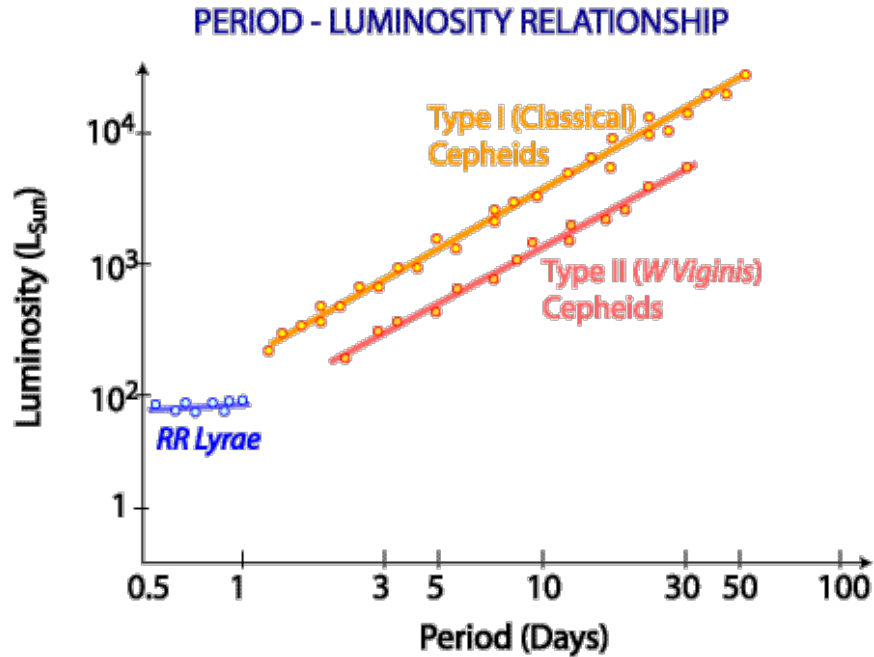


Figura 2.4: Relación Periodo-Luminosidad

ce igual de útiles para el cálculo de distancias, principalmente a cúmulos globulares, que es donde se suelen encontrar.

Las estrellas RR Lyrae son estrellas viejas, de baja masa y pulsaciones radiales cuyo periodo puede estar en el rango de 0.2 a 1 día. Las RRlyrae son excelentes indicadores de propiedades químicas y dinámicas de las poblaciones mas viejas de estrellas, dandonos perspectivas muy valiosas sobre la historia temprana de las galaxias. Estas estrellas son catalogadas de acuerdo a su modo de pulsacion:

**Fundamental-mode pulsators (RRab stars)** También conocidas como R Rab y RR0. En un principio divididas en dos categorías distintas a y b por Solon Bailey en 1902 basado en la amplitud y simetría de las curvas de luz. Posteriormente se unieron al notar que tanto R Ra y R Rb pulsan en el mismo modo fundamental, dando lugar al tipo R Rab. Sus periodos de pulsacion en el modo fundamental van de 0.3 a 1 días, con la mayoría de estrellas presentando periodo mayor a 0.45. La distribución de periodos presenta una correlación con la metalicidad de las estrellas RRlyrae, donde las variables con mayores periodos de pulsacion son mas pobres en metales.

Sus curvas de luz tienen forma asimétrica, presentando un crecimiento empinado hasta alcanzar el máximo, seguido por una disminución lenta en su brillo para repetir el ciclo. Es común la aparición de irregularidades en las



curvas de luz en forma de pequeños aumentos de brillo, siendo el comportamiento detallado de la morfología de la curva dependiente de la composición química de la estrella.

donde la morfología específica de la curva depende directamente de la composición química de la estrella. Este hecho es utilizado en la medición de metalicidad en trabajos como los de Jurcsik Kovacs 1996 (<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1996Aparcirvas.en.el.filtro.V.y.Smolec.2005>) (<https://acta.astrouw.edu.pl/Vol55/n1/pap5513.pdf>) para el filtro I.

Además, la amplitud de la variación fotométrica está estrechamente relacionada con los periodos, de forma que mientras más corto sea el periodo de la RRab, usualmente presentan largas amplitudes, de hasta 1.5 magnitudes en V y 1 en I. A su vez, las amplitudes se reducen para RRab con periodos cortos.

**A Century-old mystery: the Blazhko effect** Es importante mencionar que aproximadamente un 50 % de estrellas RRab (<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2009MNRAS.4>) presentan variaciones de fase y amplitudes en periodos muy largos de tiempo. Esto es conocido como efecto Blazhko, identificado por Sergey Blazhko en 1907 y cuyo origen hasta la fecha permanece como un misterio. Estas variaciones pueden ser periódicas (de días a años), multiperiodicas o incluso irregulares.

**First-overtone pulsators (RRc stars)** También conocidas como RRc = RR1, las RRc presentan periodos en el rango de 0.2 días hasta poco más de 0.5 días. Este tipo de estrellas carecen de la asimetría que caracteriza a las RRab, presentando un comportamiento casi sinusoidal en algunas ocasiones y amplitudes menores. Es común que este tipo de curvas presente una pequeña irregularidad cercana al punto de brillo máximo. En RRc con periodos mayores a 0.35 días, es común un ligero cambio en el periodo de pulsación a través del tiempo, lo que lleva a curvas de luz en fase más dispersas. Estas variables también presentan el efecto blazhko, pero en mucho menor medida que las RRab, representando alrededor del 10 % de las RRc.

**Double-mode pulsators (RRd stars)** También conocidas como RRd y RR01, son variables con el modo fundamental y el first-overtone. El método estándar de clasificación es mediante un prewhitening basado en la sustracción del pico máximo en la spectral window.

Las variables RRd presentan dos modos de pulsación simultáneos correspondientes al fundamental y al overtone (armónico?). Su presencia relativa al número de estrellas RR Lyrae depende en gran medida de la metalicidad del cúmulo en el que se encuentran del entorno estelar en el que se encuentran. De forma que en

### 2.3.1.2. Eruptivas y Cataclísmicas

Estas estrellas presentan cambios significativos en su brillo de manera relativamente abrupta, ocasionado por violentos procesos internos de la estrella. Dependiendo de la naturaleza del proceso, esto puede llevar a cambios importantes en la estructura original de la estrella, y en casos extremos como los de supernovas, a su destrucción. Para adentrarnos en el análisis y distinción de estrellas variables Eruptivas y Cataclísmicas, es necesario enfatizar la distinción entre novas y supernovas, ya que si bien estas dos categorías tienen en común el origen de su variabilidad debido a eventos dramáticos o violentos en su interior, es el desenlace de dichos eventos el que define su categoría.

**Novas** Son estrellas eruptivas cuya luminosidad aumenta temporalmente en factores de miles de veces su magnitud original, alcanzando su máximo en cuestión de horas y manteniendo un brillo intenso por días o algunas semanas, después de las cuales regresa a un nivel constante de magnitud. Las novas se suelen originar a partir de estrellas binarias que se encuentran muy cercanas, en ocasiones donde el intercambio de material rico en hidrógeno es tan grande que provoca una explosión nuclear en la superficie de la estrella que lo está recibiendo (Encyclopedia Britannica, sciencea).

**Supernovas** Las supernovas son más brillantes que las Novas y se dividen en dos tipos dependiendo del origen de la explosión. En ambos casos, una supernova marca la violenta muerte de una estrella y liberando, por un breve periodo de tiempo, tanta energía como toda la Vía Láctea.

**Tipo 1** Al igual que las Novas, estas tienen su origen desde un sistema binario, cuando la transferencia de masa desde la estrella gigante lleva a la enana blanca más allá del límite de Chandrasekhar (máxima masa posible que puede llegar a alcanzar una estrella de tipo enana blanca), lo que la lleva al colapso, formando una estrella de neutrones o un agujero negro y expulsando el exceso de masa en forma de una explosión titánica.

**Tipo 2** Son aquellas fruto de la muerte de una estrella masiva, cuando el núcleo central se ha convertido en nada más que hierro, incapaz de sostener a la estrella frente al colapso, el material sobre el núcleo entonces colapsa y choca con el denso núcleo de hierro, resultando en una gigante explosión debido al impacto y al calor (Teach Astronomy, The Milky Way).

### 2.3.2. Variables Extrínsecas

Las variables extrínsecas son aquellas en las que el brillo recibido cambia debido a procesos externos a la propia estrella. Alrededor de la mitad de

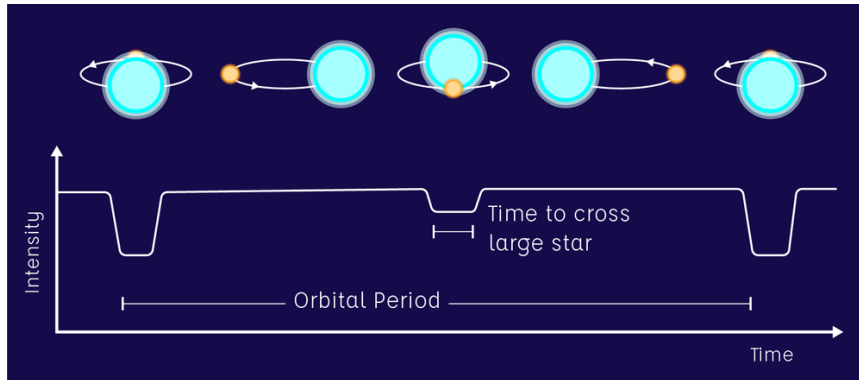


Figura 2.5: Sistema binario y su cambio en luminosidad a través del tiempo

estrellas visibles no se encuentran aisladas, sino que son parte de múltiples sistemas estelares, una gran parte de las posibles interacciones que se pueden dar entre estas afecta la forma en la que recibimos sus imágenes, no siempre resultando obvio el motivo exacto, aunque entre los casos más comunes nos encontramos con pares de estrellas orbitando entre sí, conocidas como estrellas binarias, clasificadas como clase eclipsante.

#### 2.3.2.1. Eclipsantes

Son definidas como estrellas variables (a pesar de ser un sistema de dos estrellas) debido a que esta misma interacción es la que afecta el brillo observado de manera periódica, donde el plano de traslación de las dos estrellas se encuentra alineado con la línea de visión entre la tierra y el objeto (Suárez Tejera, 2024).

Debido a las grandes distancias manejadas en la observación y a lo cerca que pueden llegar a estar las dos estrellas del sistema, lo más común es que, desde la tierra, aparenta ser una sola estrella y es en el momento del eclipse en el que detectamos un descenso en el brillo. Se presentan dos descensos en el brillo, cada uno de magnitud diferente dependiendo de cuál estrella está eclipsando a la otra, estos dos mínimos son fácilmente identificables al graficar las curvas de luz correspondientes.

#### 2.3.2.2. Rotantes

Se les llama variables rotantes a aquellas estrellas cuyo cambio en el brillo percibido en las observaciones se debe a la propia rotación de la estrella que posee manchas solares, correspondientes ya sea a regiones más frías de la estrella y, por lo tanto, donde el brillo emitido es menor, o a regiones más calientes donde el brillo emitido es mayor. Nuestro propio sol posee

dichas manchas, solo es cuestión de generalizar su estructura a las estrellas observadas, donde la cantidad y magnitud de las manchas puede variar.

## 2.4. Cálculo de distancias

La variabilidad estelar es un valioso indicador para determinar distancias cósmicas. Debido a la relación bien definida entre su periodo de variación y luminosidad intrínseca, las Cefeidas y RR Lyrae son utilizadas como candelas estándar, permitiéndonos medir con precisión la distancia a cúmulos globulares y galaxias a las que pertenecen, contribuyendo significativamente al entendimiento de la estructura y escala del universo.

Para dicha tarea, se comienza por definir el módulo de la distancia como la diferencia entre magnitud aparente y absoluta:

$$Distance\ Modulus = m - M$$

De las definiciones de magnitud relativa y absoluta, resulta intuitivo afirmar que un módulo negativo corresponde a un objeto a una distancia menor a los 10 parsecs, mientras que uno positivo indica que el objeto se encuentra más allá de los 10 parsecs.

El módulo de la distancia se puede usar entonces para determinar la distancia a una estrella mediante la ecuación

$$m - M = 5 \log\left(\frac{d}{10}\right)$$

con  $d$  en parsecs. Nótese que a una distancia de 10 parsecs,  $m = M$  (CSIRO, astrophysicsb).

## 2.5. Estrellas Variables en Cúmulos

Las estrellas variables en las que estamos interesados se encuentran en cúmulos globulares, específicamente en el cúmulo globular NGC 6426. Cuando hacemos un estudio de este tipo, es fundamental confirmar la membresía de la estrella, que se refiere a la verificación de que la estrella efectivamente pertenece al cúmulo. Este proceso se realiza mediante diversos métodos de análisis.

Se comienza por observar el área del cúmulo, seguido de un análisis para determinar la probabilidad de pertenencia (membership) de cada estrella utilizando diversas técnicas, tales como el movimiento propio relativo, la velocidad radial y al análisis astrosísmico. El movimiento propio relativo se refiere al estudio del desplazamiento aparente de las estrellas a través del cielo comparado con el movimiento general del cúmulo. La velocidad radial mide la velocidad a la cual una estrella se acerca o aleja del observador y

el análisis astrofísico analiza las oscilaciones estelares para una mejor comprensión de la estructura interna de las estrellas.

El estudio y clasificación de los cúmulos globulares se realiza mediante la observación de sus miembros, por lo cual resulta esencial el estudio de las estrellas variables. Estas variables nos brindan información crucial sobre la evolución y dinámicas internas del cúmulo, así como de los procesos físicos de las estrellas que lo componen.

También es importante resaltar la diferencia entre cúmulos globulares y cúmulos abiertos, los últimos se caracterizan por un cúmulo de estrellas que nacieron juntas y permanecen agrupadas debido a la fuerza de gravedad, pero no suelen ser demasiadas. Por otro lado, los cúmulos globulares suelen contener una gran cantidad de estrellas en su catálogo, generalmente de edades más viejas, todas agrupadas en una estructura más densa y de forma aproximadamente esférica. Esto convierte a los cúmulos globulares en importantes laboratorios para el estudio de la evolución estelar y la dinámica de sistemas estelares antiguos.



## Capítulo 3

# Sustracción de Imágenes

### 3.1. Introducción

En décadas recientes, la observación de eventos transientes ha tenido un auge gracias a *wide-field time-domain surveys* como PS1 (Chambers et al., 2016), ZTF (Bellm et al., 2018), y ATLAS (Tonry et al., 2018). Todos ellos utilizan la sustracción de imágenes (DIA) como método de identificación y extracción de curvas de luz de los objetos observados.

La sustracción de una imagen respecto a otra permite identificar diferencias entre ellas, lo cual resulta especialmente útil en diversas disciplinas como la meteorología, la medicina, el análisis de patrones o el estudio del crecimiento urbano. En astronomía, técnicas como el ajuste de la función PSF y la sustracción de imágenes son esenciales para detectar fenómenos astronómicos cuya intensidad varía con el tiempo, como ocurre en eventos transientes y estrellas variables.

Las primeras propuestas del método de sustracción de imágenes fueron hechas por Phillips y Davis (1995) y Tomaney y Crotts (1996), proponiendo el uso de un kernel de convolución para hacer coincidir la función de dispersión puntual (PSF) entre dos imágenes. No obstante, su método describe la necesidad de determinar la PSF para cada estrella brillante aislada, lo cual resultaba lento, ineficiente y poco robusto (Angulo et al., 2025).

Sin embargo, no fue hasta las implementaciones de Kochanski et al. (1996), Alard y Lupton (1998), y Alard, C. (2000) que el método se volvió más robusto, eficiente y de rápida implementación.

Este método de detección de variabilidad resulta particularmente valioso en el estudio de cúmulos abiertos y globulares. Su implementación facilita la identificación de estrellas variables incluso en regiones densamente pobladas,

donde otras técnicas fotométricas suelen tener dificultades, especialmente cerca del centro del cúmulo. (Tuairisg et al., 2003).

Existe una gran variedad de paquetes de software que siguen utilizando los mismos principios de la sustracción de imágenes con sus respectivas variaciones, como lo son Hotpants (Becker, 2015), SFFT (Hu et al., 2022), DANDIA (Bramich, 2008), ZOGY (Zackay et al., 2016), CrossConv (Yuan y Akerlof, 2008).

En nuestro caso, implementaremos la sustracción de imágenes directamente mediante el uso del paquete ISIS (Alard y Lupton, 1998) sobre nuestras observaciones realizadas en el Observatorio Astronómico Nacional de la Sierra de San Pedro Mártir.

Si bien tratar directamente con el programa viene con sus complicaciones, queremos realizar una valoración sobre otras implementaciones hechas en un más alto nivel de código e incluso de software privado.

En todos los métodos se toma una imagen de referencia  $R$  y una de ciencia  $I$ , la cual puede ser aproximadamente modelada como:

$$I \approx R * K + B_{kg}$$

para un fondo  $B_{kg}$  y un kernel  $K$ .

De forma que la imagen óptima de sustracción queda como:

$$D = I - (R * K + B_{kg})$$

Los distintos métodos difieren principalmente en su forma de modelar el kernel  $K$ . Por ejemplo:

- En ISIS (Alard y Lupton, 1998) el kernel  $K$  es descompuesto como la suma de funciones analíticas lineales.

$$K(u, v) = \sum_n a_n K_n(u, v)$$

donde

$$K_n(u, v) = e^{\frac{-(u^2+v^2)}{2\sigma_k^2}} u_i v_i$$

- En DANDIA (Bramich, 2008) el kernel  $K$  es descompuesto como una malla de píxeles discretos.

ISIS es un paquete de fotometría especializado en la detección de estrellas variables en campos moderadamente densos, como se indica y es puesto en práctica en su manual.

La serie de pasos realizados por ISIS para la detección de estrellas variables corresponden primero a la alineación del conjunto de observaciones del campo deseado, para después generar una imagen de referencia con un buen



signal-to-noise, tomando un pequeño conjunto de las imágenes con mejor seeing de nuestras observaciones. Posteriormente se aplica una convolución entre la referencia y cada una de las imágenes de ciencia, obteniendo el kernel que caracteriza las condiciones de seeing. La imagen de referencia convolucionada para igualar el seeing se sustrae a la de ciencia, dando como resultado una serie de imágenes sustraídas, donde se pueden observar residuos correspondientes a variaciones de flujo entre las dos imágenes.

### 3.2. Registro e Interpolación Astrométrica

Un paso fundamental previo a la sustracción de imágenes es el registro e interpolación astrométrica de cada una de las imágenes. Este proceso consiste en ajustar las imágenes para que estén alineadas espacialmente y se adapten al mismo sistema de coordenadas, lo que facilita su comparación. El registro astrométrico se encarga de alinear las imágenes, asegurando que todas compartan un sistema de coordenadas común. Posteriormente, la interpolación astrométrica adapta las imágenes registradas a este sistema, garantizando que los píxeles de cada imagen correspondan a las mismas posiciones en el cielo.

Es común que el conjunto de imágenes de observación de un campo pueda presentar variaciones espaciales correspondientes al centrado, orientación y escala de las imágenes. (Alard y Lupton, 1998). Entre las distintas fuentes de inconsistencia de las imágenes tomadas en un observatorio, podemos mencionar fallos del guiador, condiciones ambientales y condiciones mecánicas que ocasionan movimientos en el telescopio, observaciones realizadas a lo largo de más de una noche, entre otras.

Al procedimiento de mapear puntos de una imagen a sus correspondientes puntos en otra imagen se le llama Registro de imágenes. Esta es una transformación espacial que tiene como propósito hacer que el conjunto de observaciones coincidan en sus características más generales, esto es, alinearlas al mismo sistema de referencia de forma que las posiciones de cada estrella coincidan entre cada imagen. De no hacer dicho ajuste, la ausencia y presencia de una determinada estrella en una posición específica entre distintas imágenes puede ser interpretada como variaciones astronómicas.

Para ejecutar el procedimiento de registro e interpolación, se elige una imagen de referencia, la cual debe contener todos nuestros objetos de interés en las posiciones que consideremos favorables para nuestro propósito. Una observación a tomar en cuenta para beneficio de los pasos subsecuentes es procurar que nuestros objetos de especial interés no se encuentren muy próximos a los bordes de la imagen.

Una vez elegida la imagen de referencia, se debe especificar el grado del polinomio bidimensional `process_config/DEGREE` correspondiente al proceso astrométrico de remapeo. Esto implica el mapeo de cada píxel de la imagen

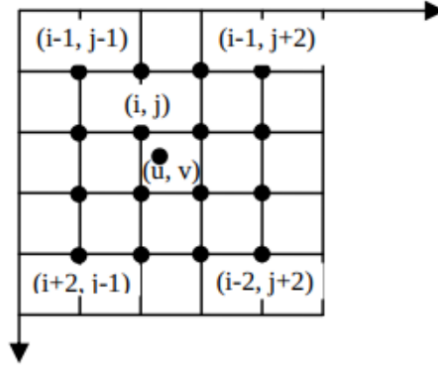


Figura 3.1: Diagrama del algoritmo Bicubic Interpolation

al sistema de referencia, corrigiendo desplazamientos, rotaciones y otras posibles distorsiones ópticas. El polinomio se calcula mediante el ajuste de un modelo a las diferencias entre coordenadas de estrellas o puntos de referencia comunes en ambas imágenes. Un catálogo de dichos objetos es extraído por el programa usando un algoritmo muy rápido (alard-old-registration). Para registrar todas las imágenes a un marco de referencia, se usa un ajuste polinómico 2D. Las coordenadas de los puntos de referencia en la imagen fuente  $(x, y)$  y en la referencia  $(x', y')$  se registran mediante una transformación  $(x', y') = T(x, y)$  donde  $T(x, y)$ :

$$x' = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + \dots$$

$$y' = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 + \dots$$

Esta transformación define puntos en la malla entre los puntos de la malla original.

Las imágenes digitales están compuestas por valores discretos, correspondientes a píxeles. Sin embargo las transformaciones geométricas pueden generar coordenadas no enteras. Es necesaria entonces una interpolación de los valores en la malla original para estimar los valores de la imagen en la nueva malla de referencia. Esto se logra mediante *Bicubic Splines Interpolation*, un metodo que utiliza un total de 16 ( $4 \times 4 =$ ) píxeles adyacentes para lograr una interpolacion con un resultado mas suavizado que con una implementación lineal (Xia et al., 2013).

El proceso de registro e interpolación astrométrica es ejecutado por ISIS mediante `./interp.csh` dando como resultado una serie de imágenes `interp_*.fits` necesarias para los pasos posteriores.

### 3.3. Construcción de la imagen de referencia

La imagen de referencia es aquella que se sustraerá o se verá sustraída con cada una de las imágenes de ciencia, siendo los residuos de cada una de estas restas representativos de la variación de los objetos en la imagen respecto al momento fijo de la imagen de referencia.

Esta imagen debe tener la característica de ser la de mejor calidad entre todas. Para posteriormente ser degradada por medio de la convolución con el kernel y hacerla coincidir con las condiciones de la imagen de ciencia correspondiente. Se puede definir como una imagen específica de entre nuestro conjunto o bien se puede construir por medio de un conjunto de imágenes de la mejor calidad

En ISIS, para la construcción de la imagen de referencia se debe explorar el conjunto de imágenes y seleccionar aproximadamente las 10 de mejor calidad en cuanto a seeing y condiciones atmosféricas. Las imágenes seleccionadas se listan en el archivo `register/ref_list`.

Si bien el paquete cuenta con la opción de construir la imagen de referencia mediante una simple adición, este método tiene la principal desventaja de que, de haber errores en las imágenes listadas, estos se acumularán haciéndose evidentes en la imagen de referencia.

Es por eso que ISIS incluye con otro procedimiento más recomendado y que aprovecha los fundamentos de su implementación de la sustracción de imágenes, capaz de lidiar con defectos puntuales en nuestra lista de mejores imágenes, lo cual representa la principal ventaja de elegir un conjunto de mejores imágenes en lugar de una puntual. Con la intención de construir la imagen de referencia como una mediana de cada pixel en la lista de imágenes, primero se implementa el mismo procedimiento que se desarrolló para la sustracción que se describe más adelante: igualar las condiciones de cada una de las imágenes en la lista mediante un kernel de convolución. Respetando así los valores de cada imagen independiente y su aporte a la mediana. En este caso se elige R (imagen de referencia para la convolución) indicando el nombre de la imagen en el parámetro `REF_STACK` del archivo `process_config`.

Una vez que las imágenes hayan sido transformadas para coincidir con la mejor de ellas (la indicada en el `REF_STACK`), cada píxel a lo largo de todas las imágenes será filtrado mediante 3 sigma rejection alrededor de la mediana. Se utiliza la mediana en lugar de la media ya que funciona mejor para filtrar el tipo de ruido común en imágenes astronómicas.

Todo este proceso se realiza ejecutando `./ref.csh`

### 3.4. Sustracción de imágenes

La sustracción de imágenes es un método que permite emparejar los rasgos más generales de una imagen frente a otra mediante distintas técnicas. De forma que puedan ser diferenciadas para detectar y medir objetos variables.

ISIS generaliza para el caso de kernels espacialmente variables sin aumentar el costo computacional. Además, impone un escalado constante del flujo entre las imágenes (integral del kernel constante), manteniendo una relación fija en el brillo de los objetos entre las imágenes. Esto nos asegura que el brillo de los objetos se mantenga proporcional en todas las imágenes y garantiza que el ajuste del kernel no modifique artificialmente el flujo total.

La esencia del método es encontrar un kernel de convolución  $K$ , que transforme una imagen de referencia  $R$  para ajustarse a una imagen dada  $I$ .

Esto se logra mediante el método de mínimos cuadrados:

$$\sum_i ([R * K](x_i, y_i) - I(x_i, y_i))^2$$

Donde el kernel es expresado en sus funciones base (gaussianas para ISIS)

$$K(u, v) = \sum_n a_n K_n(u, v)$$

con

$$K_n(u, v) = e^{\frac{-(u^2+v^2)}{2\sigma_k^2}} u_i v_i$$

resolviendo para kernel espacialmente variable:

$$K(u, v) = \sum_n a_n(x, y) K_n(u, v)$$

con los coeficientes  $a_n$  siendo funciones polinomiales de  $(x, y)$

$$a_n(x, y) = \sum_{i,j} b_{i,j} x^i y^j$$

En el proceso de emparejar el seeing entre las imágenes mediante el kernel de convolución, se debe tener especial cuidado en que la suma del kernel sea constante. De lo contrario, podría causar que el flujo de los objetos en la imagen cambie inesperadamente.

Un escalado de flujo constante implica que, aunque las imágenes puedan tener diferencias en resolución, enfoque, o ruido, se asegura que el flujo total entre las imágenes sea proporcional. Esto permite una comparación más directa.

Se impone entonces la restricción de que el flujo total de la imagen no cambie después de la transformación. Esto se puede hacer mediante multiplicadores de Lagrange, sin embargo resultaría computacionalmente costoso.

Es por eso que se opta por rediseñar la base de los vectores que forman el kernel (ec. \*).

nueva base de los vectores del kernel que son combinaciones lineales de los vectores de los vectores anteriores. Este nuevo conjunto de vectores se construye de forma que cada vector base, a excepción de uno, sumen cero. Se hace entonces la combinación:

$$K'_n = K_n - K_0$$

donde el vector  $K_n$  está normalizado y los vectores  $K'_n$  suman cero a excepción de  $K'_0$  que será igual a  $K_0$ . Así, la expresión del kernel queda como:

$$K(u, v) = a_0 K_0(u, v) + \sum_{1, N} a_n(x, y) K'_n(u, v)$$

Separamos un vector base especial  $K_0$  que controla el flujo total, de otros vectores  $K'_n$  encargados de afectar la forma de la transformación, más que actuar sobre el brillo y flujo.

Una vez encontrado el kernel, este se convoluciona con la imagen de referencia y el resultado se sustrae a su correspondiente imagen de ciencia. Esto se aplica sobre todo nuestro conjunto de imágenes, produciendo una serie de imágenes de diferencia.

Les llamamos imágenes de diferencia a las que se obtienen como resultado de la resta entre la imagen de referencia convolucionada y la de ciencia. Donde los residuos corresponden a posible variabilidad.

Sin embargo, estos residuos pueden tener su origen debido a una variedad de factores no necesariamente astronómicos debidos a pequeños fallos de alineamiento, estrellas saturadas o un ajuste deficiente de la PSF.

Este proceso es realizado por ISIS mediante el comando `./subtract.csh`, posterior al ajuste de parámetros como el tamaño del kernel (`half_mesh_size`) y del área considerada alrededor de cada objeto (`half_stamp_size`) en el archivo `default_config`

### 3.5. Detección de variables

Para mejorar las probabilidades de encontrar estrellas variables y objetos transientes, una imagen de mediana de diferencias es construida, donde cada pixel es la mediana del set de pixeles correspondientes al conjunto de imágenes de diferencia.

Cualquier residuo visible en la imagen de mediana de diferencias es un indicativo de cambio de flujo entre las dos imágenes. Este cambio visible puede deberse tanto a un auténtico cambio de flujo debido a una estrella variable, como a ruido sistemático (flat-field o fallos en la PSF modelada).

Para tener mejor oportunidad de identificar las variaciones de nuestro interés, generamos una imagen de medias de diferencias (`var.fits`) donde cada pixel es la mediana del conjunto correspondiente de píxeles en cada una de las imágenes de diferencia. De esta forma se reduce la influencia de errores sistemáticos, minimizando falsos positivos causados por fluctuaciones no astronómicas.

ISIS construye esta imagen de mediana de diferencias y el archivo `phot.data` mediante el comando `./detect.csh`

Los objetos destacados en `var.fits` son listados en el archivo `phot.data` al ejecutar el comando `./find.csh` de acuerdo a un threshold (`SIG_THRESH`) establecido en el archivo `process_config`

### 3.6. Fotometría y curvas de luz

El proceso de construcción de las curvas de luz se reduce a la estimación del flujo relativo a lo largo de cada una de las imágenes de diferencia en un punto específico. Dando como resultado un archivo que incluye dicho flujo acompañado de la fecha indicada en `dates` correspondiente a la imagen. Los puntos sobre los cuales se construyen las curvas de luz son los indicados en el archivo `phot.data`:

```
47.818095 53.288971 48 53 lc0.data 1.108024 18.838448
98.324050 53.530079 99 53 lc1.data 0.530456 6.804914
149.000000 105.000000 149 105 lc2.data 1.504538 20.553673
177.773145 153.121297 177 153 lc3.data 0.579896 13.999767
197.284906 203.871915 197 204 lc4.data 0.291704 9.640295
...
```

generado en el paso anterior, en el cual se incluyen los nombres de las curvas de luz a generar y las coordenadas *physical* del objeto en el siguiente orden de columnas: `x`, `y`, `int(x)`, `int(y)`, `name.data`, `var.fits`, `abs.fits`.

Las curvas se generan mediante el comando `./phot.data` con el nombre indicado en `phot.data`, que por defecto van como `lc<i>.data` y se almacenan en el directorio de imágenes.

Los parámetros fotométricos del proceso como el radio de apertura (`rad_aper`) y de *background* (`rad1_bg`, `rad2_bg`) se indican en el archivo `phot_config`

Una observación importante a señalar es que para este trabajo descubrimos la posibilidad de interrumpir el flujo del programa y modificar manualmente el archivo `phot.data` para realizar fotometría y curvas de luz en coordenadas de nuestro interés específico.

## Capítulo 4

# Desarrollos e implementaciones recientes en técnicas de sustracción de imágenes

### 4.1. Sustracción de imágenes para telescopios espaciales.

El artículo de Albrow (2025) presenta una metodología para la construcción de la imagen de referencia en una aplicación de la técnica de sustracción de imágenes tomadas desde telescopios espaciales. El algoritmo se presenta con el objetivo de facilitar la detección y la medición fotométrica de eventos transitorios, con un énfasis específico en los eventos de microlente gravitacional en campos estelares densamente poblados, utilizando el Telescopio Espacial Nancy Grace Roman.

En las observaciones de objetos variables desde tierra, la PSF está dominada por condiciones atmosféricas variables, de forma que el desafío se reduce a calcular un kernel  $K$  que minimice los residuos en la imagen de diferencia  $D$ . Las observaciones de series temporales desde tierra traen consigo un sobremuestreo espacial de la PSF (cada estrella ocupa varios píxeles  $\sim 2.5$  en fwhm) lo que nos da suficiente información para modelar la psf.

En contraste, las observaciones de de objetos variables desde telescopios espaciales presentan una PSF constante a través del tiempo. Si bien se obtienen imágenes mucho más consistentes debido a la ausencia de fenómenos atmosféricos, nos encontramos con un submuestreo espacial de la PSF. Este sub-muestreo complica su modelado al contar con menos información. Para

contrarrestar esta falta de ángulos de la estrella, se toman imágenes con *textdithers*, que son desplazamientos intencionales en fracciones de pixel. Con varias posiciones distintas, puedes reconstruir la distribución real de la PSF con mucha más fidelidad.

Para la construcción de la imagen de referencia, el método requiere idealmente alrededor de 25 imágenes según la teoría. Sin embargo, en la práctica se llega a la conclusión de que una imagen de referencia de buena calidad se logra con alrededor de 75 imágenes.

## 4.2. Optimización de la imagen de referencia y dirección de sustracción.

Al emparejar la PSF de dos imágenes, es necesario decidir cuál imagen será convolucionada para hacerla coincidir con la otra. En su artículo Angulo et al. (2025) Desarrolla una métrica para la elección óptima de la dirección de sustracción.

Dicha métrica permite evaluar la calidad de las mejores imágenes y una correcta elección para la imagen de referencia a priori, la cual depende únicamente del FWHM y profundidad de las imágenes. Una elección incorrecta de la imagen a convolucionar representa una de las mayores fuentes de artefactos en la imagen final de diferencia. El *depth*  $m_{5\sigma}$  se define como la magnitud de las fuentes puntuales para las cuales las cuentas efectivas poseen un signal-to-noise (S/N) de 5. De forma que una imagen de mayor profundidad es aquella con un mayor (tenue) valor de  $m_{5\sigma}$ . Nótese que el valor de  $m_{5\sigma}$  se ve afectado tanto por el tiempo de exposición como por las condiciones fotométricas de la noche de observación.

El desarrollo de una métrica confiable para elegir correctamente la dirección de sustracción da lugar a procesos de automatización más confiables y a una herramienta invaluable para el proceso más tedioso de la sustracción de imágenes y que más requiere de intervención humana experimentada: la selección de la imagen de referencia.

La implementación DIA de ISIS construye la imagen de referencia apilando las imágenes de mejor calidad. Dichas imágenes fueron elegidas de forma similar a lo propuesto en este artículo, aunque usando como parámetro principal el FWHM y dejando en segundo plano la importancia del *depth*.

## 4.3. Pipeline de procesamiento en tiempo real.

Gu et al. (2025) detallan el desarrollo de un pipeline para el procesamiento en tiempo real de imágenes tomadas desde los telescopios del proyecto Si-Tian, propuesto y guiado por National Astronomical Observatories, Chinese



Academy of Sciences (NAOC) que consiste en un survey a gran escala usando alrededor de 60 telescopios repartidos en distintos sitios de observación en China, permitiendo observaciones de todo el hemisferio norte nocturno. Preliminarmente se trabaja con el Mini-SiTian project, el cual consiste en tres telescopios de 30 cm, simulando un único nodo del proyecto entero sobre el cual se pone a prueba el pipeline.

El objetivo principal es la identificación oportuna de eventos transientes, de forma que este emita una alerta para que otros telescopios más especializados apunten a dicho campo desde las etapas más tempranas del fenómeno para capturar información crucial.

El proyecto SiTian surge debido a las limitaciones de detección oportuna para eventos de corta duración de este tipo. Los problemas con los que se encuentran la mayoría de surveys es que, al contar con telescopios de campo amplio y alta cadencia, tienen un límite de magnitud poco profundo debido a sus cortos periodos de exposición y no alcanzan a capturar fuentes débiles. A su vez, los telescopios grandes multicolor a pesar de tener buena profundidad, requieren de mayores tiempos de exposición, lo que se traduce en una cadencia insuficiente para observar eventos de corta duración o donde cada instante de tiempo es crucial, en especial el seguimiento desde los primeros estallidos.

SiTian posee la capacidad de capturar imágenes en tres colores de forma simultánea en una profundidad de hasta 21 magnitudes cada media hora. Lo cual ofrece una mejor oportunidad de estudiar eventos transientes de naturaleza corta y tenue.

Algo que caracteriza al pipeline y es de nuestro interés es la construcción de su imagen de referencia, lo cual es también origen de su primer complicación. Al ser construida sobre la marcha, las primeras versiones de la imagen de referencia no serán necesariamente las mejores ya que no existe una variedad de imágenes para filtrar de las cuales elegir. Esto da como resultado una detección pobre de eventos transientes, debidos en su mayoría a errores y falsos positivos cuyo origen viene directamente del proceso de sustracción.



## Capítulo 5

# Fourier y parametros físicos

...  
...

**RESUMEN:** ...

### 5.1. Color

Entre las tantas propiedades que se pueden medir de las estrellas se encuentra el brillo que recibimos de ellas, y para cuantificar se utiliza la escala de magnitudes

Otra propiedad importante que se puede medir de las estrellas es el color, en algunos casos es evidente incluso a simple vista como mientras unas estrellas tienen un tono amarillo o hasta rojizo, otras presentan un color mas azulado

De forma similar a como los televisores funcionan mezclando luz azul verde y roja (RGB por sus siglas en inglés), en la astronomía se emplean filtros de diferentes colores con el objetivo de resaltar algunos colores de las estrellas observar regiones del espacio en las que se pueden encontrar objetos celestes que emiten la mayoría de su luz en un color específico. La importancia que se le da al color se debe principalmente a la relación que guarda con la temperatura superficial de la estrella que lo emite, con un color rojizo indicando bajas temperaturas de hasta  $2000C$ , caso contrario al color azul que puede indicar temperaturas de hasta poco más de  $40000C$ .

Es importante a este punto aclarar que las estrellas se comportan como un cuerpo negro, esto es clave para entender la relacion de su temperatura con su color principal de emision. Las estrellas emiten luz en todos los colores, sin embargo, si identificamos un color a simple vista es es porque es el correspondiente al de máxima emisión

Un diagrama sumamente utilizado en la astronomía moderna es el de HR que se construye graficando el color y la magnitud de las estrellas en un campo. Este diagrama nos provee de información ?

## 5.2. Series de Fourier

Fenómenos periódicos pueden ser descritos a través de funciones periódicas, las cuales se definen como aquellas para las que

$$f(x) = f(x + T), \quad x \in \mathbb{R}$$

donde  $T$  es el periodo de la función, de forma que también se cumple:

$$f(x) = f(x + nT), \quad n \in \mathbb{Z}$$

Las series de Fourier son una herramienta que simplifica el análisis para este tipo de fenómenos. Una serie de Fourier se define como una expansión de una función o representación de una función con periodo  $T$  en una serie de senos y cosenos de la forma:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 x) + b_n \sin(n\omega_0 x))$$

donde  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ .

## 5.3. Parámetros físicos

En el contexto de estrellas variables se aplica para la función magnitud  $m$  con una variable temporal  $t$  y un periodo físico  $P$ :

$$m(t) = A_0 + \sum_{k=1}^N A_k \cos\left(\frac{2\pi k}{P}(t - E) + \phi_k\right)$$

con los coeficientes de ajuste amplitud  $A_k$  y fase  $\phi_k$  del  $k$ -ésimo armónico, además de la época  $E$ , típicamente seleccionada como la fecha de máximo brillo. Esta expresión se define a partir de la definición de serie de Fourier con propiedades trigonométricas y la fase definida como  $\omega_0 = \frac{2\pi}{P}$ .

El periodo se asume con un análisis previo. Al contar con un muestreo discreto para las curvas de luz  $(t_i, m_i)$ , los coeficientes amplitud  $A_k$  y fase  $\phi_k$  se obtienen planteando una función de ajuste basada en  $m(t)$  y  $m_i$  y ajustando por medio de minimización lineal para obtener los mejores parámetros de ajuste. Si utilizamos el criterio de mínimos cuadrados

$$S = \sum_{i=1}^M [m_i - m(t_i)]^2$$

buscamos el ajuste que minimice  $S$ , la suma de los errores cuadrados entre los datos y el modelo. Sin embargo, el modelo no es lineal en sus parámetros, especialmente en  $\phi_k$ . para abordar dicho problema se utiliza la propiedad trigonométrica  $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ . Una vez obtenidos los coeficientes, se definen los parámetros de Fourier:

$$R_{ij} = \frac{A_i}{A_j}$$

y

$$\phi_{ij} = j\phi_i - i\phi_j$$

correspondientes a razones de amplitudes y diferencias de fases, y que se correlacionan empíricamente con propiedades físicas de la estrella como la metalicidad y la temperatura. La demostración de esta correlación se remonta al trabajo de (10.1086/151144) y posteriormente, a través de modelos hidrodinámicos 10.1086/172771 demostraron la significancia del parámetro  $\phi_{31}$  para la estimación de masa estelar y luminosidad en estrellas RRc. Una variedad de calibraciones para la estimación de metalicidad  $[Fe/H]$  y magnitud absoluta  $M_v$  mediante la descomposición de curvas de luz RR Lyrae pueden ser encontradas en la literatura. Es importante mencionar que se debe hacer la distinción entre calibraciones para estrellas RRab y RRc debido a la diferencia de su naturaleza y por lo tanto a sus propuestas de calibración.

### 5.3.1. RRab

Para el cálculo de  $[Fe/H]$  adoptamos las siguientes calibraciones en la escala de Zinn West (1984) para estrellas RRab a partir de la escala de Jurcsik (1995):

$$[Fe/H]_J = -5,038 - 5,394P + 1,345\phi_{31}^{(s)}$$

por medio de la expresión:

$$[Fe/H]_J = 1,431[Fe/H]_{zw} + 0,88$$

dada por el mismo Jurcsik (1995). Los cuales se pueden convertir a la escala espectroscópica UVES de Carretta et al. (2009) mediante

$$[Fe/H]_{uves} = -0,413 + 0,130[Fe/H]_{zw} - 0,356[Fe/H]_{zw}^2$$

La escala de UVES resulta importante para comparar los valores fotométricos con aquellos obtenidos mediante determinaciones espectroscópicas, que resultan en valores de metalicidad mas precisos. (arXiv:0910.0675) La magnitud absoluta  $M_v$  para estrellas RRab se obtiene mediante

$$M_V = -1,876 \log P - 1,158A_1 + 0,821A_3 + 0,41,$$

de Kovács Walker (2001) para estrellas RRab

### 5.3.2. RRc

Para el cálculo de  $[\text{Fe}/\text{H}]$  adoptamos las siguientes calibraciones:

$$[Fe/H]_{zw} = 52,466P^2 - 30,075P + 0,131\phi_{31}^{(c)2} - 0,982\phi_{31}^{(c)} - 4,198\phi_{31}^{(c)}P + 2,424$$

en la escala de Zinn West (1984) para estrellas RRc. A partir de la cual podemos obtener también la escala en UVES. La magnitud absoluta  $M_V$  para estrellas RRc se obtiene mediante

$$M_V = -0,961P - 0,044\phi_{21}^{(s)} - 4,447A_4 + 1,061.$$

de Kovács (1998) para estrellas RRc.

# Bibliografía

- ALARD, C. y LUPTON, R. H. A method for optimal image subtraction. *The Astrophysical Journal*, vol. 503(1), página 325, 1998.
- ALARD, C. Image subtraction using a space-varying kernel. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, vol. 144(2), páginas 363–370, 2000.
- ALBROW, M. D. Dazzle: Oversampled image reconstruction and difference-imaging photometry for the nancy grace roman space telescope. *The Astronomical Journal*, vol. 169(6), página 297, 2025.
- ANGULO, R., REST, A., BLAIR, W. P., JENCSON, J., COULTER, D. A., WANG, Q., FOLEY, R. J., KILPATRICK, C. D., LI, X., PIRO, A. L. y ROJAS-BRAVO, C. Optimizing convolution direction and template selection for difference image analysis. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 280(1), página 29, 2025.
- BECKER, A. Hotpants: High order transform of psf and template subtraction. Astrophysics Source Code Library, record ascl:1504.004, 2015. ASCL ID: ascl:1504.004, Bibcode: 2015ascl.soft04004B.
- BELLM, E. C., KULKARNI, S. R., GRAHAM, M. J., DEKANY, R., SMITH, R. M., RIDDLE, R., MASCI, F. J., HELOU, G., PRINCE, T. A., ADAMS, S. M., BARBARINO, C., BARLOW, T., BAUER, J., BECK, R., BELICKI, J., BISWAS, R., BLAGORODNOVA, N., BODEWITS, D., BOLIN, B., BRINNEL, V., BROOKE, T., BUE, B., BULLA, M., BURRUSS, R., CENKO, S. B., CHANG, C.-K., CONNOLLY, A., COUGHLIN, M., CROMER, J., CUNNINGHAM, V., DE, K., DELACROIX, A., DESAI, V., DUEV, D. A., EADIE, G., FARNHAM, T. L., FEENEY, M., FEINDT, U., FLYNN, D., FRANCKOWIAK, A., FREDERICK, S., FREMLING, C., GAL-YAM, A., GEZARI, S., GIOMI, M., GOLDSTEIN, D. A., GOLKHOV, V. Z., GOOBAR, A., GROOM, S., HACOPIANS, E., HALE, D., HENNING, J., HO, A. Y. Q., HOVER, D., HOWELL, J., HUNG, T., HUPPENKOTHEN, D., IMEL, D., IP, W.-H., IVEZIÄ, Å., JACKSON, E., JONES, L., JURIC, M., KASLIWAL, M. M., KASPI, S., KAYE, S., KELLEY, M. S. P., KOWALSKI, M., KRAMER, E., KUPFER, T., LANDRY, W., LAHER, R. R., LEE, C.-D., LIN, H. W., LIN, Z.-Y., LUNNAN, R., GIOMI, M., MAHABAL, A., MAO, P.,

- MILLER, A. A., MONKEWITZ, S., MURPHY, P., NGEOW, C.-C., NORDIN, J., NUGENT, P., OFEK, E., PATTERSON, M. T., PENPRASE, B., PORTER, M., RAUCH, L., REBBAPRAGADA, U., REILEY, D., RIGAULT, M., RODRIGUEZ, H., ROESTEL, J. v., RUSHOLME, B., SANTEN, J. v., SCHULZE, S., SHUPE, D. L., SINGER, L. P., SOUMAGNAC, M. T., STEIN, R., SURACE, J., SOLLERMAN, J., SZKODY, P., TADDIA, F., TEREK, S., VAN SISTINE, A., VAN VELZEN, S., VESTRAND, W. T., WALTERS, R., WARD, C., YE, Q.-Z., YU, P.-C., YAN, L. y ZOLKOWER, J. The zwicky transient facility: System overview, performance, and first results. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 131(995), página 018002, 2018.
- BRAMICH, D. M. A new algorithm for difference image analysis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, vol. 386(1), páginas L77–L81, 2008. ISSN 1745-3925.
- CHAMBERS, K. C., MAGNIER, E. A., METCALFE, N., FLEWELLING, H. A., HUBER, M. E., WATERS, C. Z., DENNEAU, L., DRAPER, P. W., FARRROW, D., FINKBEINER, D. P., HOLMBERG, C., KOPPENHOEFER, J., PRICE, P. A., REST, A., SAGLIA, R. P., SCHLAFLY, E. F., SMARTT, S. J., SWEENEY, W., WAINSCOT, R. J., BURGETT, W. S. ET AL. The pan-starrs1 surveys. *arXiv e-prints*, 2016.
- CHR. STERKEN, J. M. *Astronomical Photometry, A Guide*. Astronomical Photometry, 1992. Disponible en <https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-011-2476-8#bibliographic-information> (último acceso, Agosto, 2024).
- CSIRO, A. T. N. F. (astrophysics). Entrada: “Pulsating Variable Stars”. Disponible en [https://web.archive.org/web/20240709091830/https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/variable\\_pulsating.html#pulsatingrrlyrae](https://web.archive.org/web/20240709091830/https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/variable_pulsating.html#pulsatingrrlyrae) (último acceso, Agosto, 2024).
- CSIRO, A. T. N. F. (astrophysics). Entrada: “The Magnitude Scale”. Disponible en [https://web.archive.org/web/20240812014405/https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/photometry\\_magnitude.html](https://web.archive.org/web/20240812014405/https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/photometry_magnitude.html) (último acceso, Agosto, 2024).
- CSIRO, A. T. N. F. (astrophysics). Entrada: “Variable Stars”. Disponible en [https://web.archive.org/web/20240208142835/https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/variable\\_types.html](https://web.archive.org/web/20240208142835/https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/variable_types.html) (último acceso, Agosto, 2024).
- ENCYCLOPEDIA BRITANNICA, T. E. O. (science). Entrada: “blue straggler star | Astronomy”. Disponible en <https://www.britannica.com/science/Cepheid-variable> (último acceso, Agosto, 2024).



- ENCYCLOPEDIA BRITANNICA, T. E. O. (science). Entrada: “Cepheid Variable | Astronomy”. Disponible en <https://www.britannica.com/science/Cepheid-variable> (último acceso, Agosto, 2024).
- ESA, S. y TECHNOLOGY (GAIA). Entrada: “Stars”. Disponible en <https://sci.esa.int/web/gaia/-/40576-stars> (último acceso, Agosto, 2024).
- FUJIWARA, T. y YAMAOKA, H. Magnitude systems in old star catalogues. *arXiv*, 2004.
- GU, H., HUANG, Y., SUN, Y., XIAO, K., LI, Z., WANG, B., FAN, Z., ZHENG, C., HAN, H., ZOU, H., LI, W., WU, H. y LIU, J. The mini-sitian array: the mini-sitian real-time image processing pipeline (strip). *Research in Astronomy and Astrophysics*, vol. 25(4), página 044007, 2025.
- HU, L., WANG, L., CHEN, X. y YANG, J. Image subtraction in fourier space. *The Astrophysical Journal*, vol. 936(2), página 157, 2022.
- KOCHANSKI, G. P., TYSON, J. A. y FISCHER, P. Flickering faint galaxies: Few and far between. *The Astronomical Journal*, vol. 111(4), páginas 1444–1454, 1996.
- LAS CUMBRES, O. (Magnitudes and Measuring Distance). Entrada: “Apparent magnitude”. Disponible en <https://lco.global/spacebook/distance/what-apparent-magnitude/> (último acceso, Agosto, 2024).
- LAS CUMBRES, O. (Introduction to Photometry). Entrada: “Photometry and CCDs”. Disponible en <https://lco.global/spacebook/telescopes/what-is-photometry/> (último acceso, septiembre, 2024).
- MUTLAQ, J. (KDE Documentation). Entrada: “Luminosidad”. Disponible en <https://docs.kde.org/trunk5/es/kstars/kstars/ai-luminosity.html> (último acceso, Septiembre, 2024).
- PHILLIPS, A. C. y DAVIS, L. E. Astronomical data analysis software and systems iv. En *Astronomical Data Analysis Software and Systems IV* (editado por R. A. Shaw, H. E. Payne y J. J. E. Hayes), vol. 77 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, página 297. Astronomical Society of the Pacific, 1995.
- SUÁREZ TEJERA, M. Variables de Tipo Eclipsante. <https://www.uv.es/~regalado/eclips3.htm>, 2024. Último acceso: agosto de 2024.
- TEACH ASTRONOMY, T. E. O. (The Milky Way). Entrada: “Nova and Supernova”. Disponible en <https://www.teachastronomy.com/textbook/The-Milky-Way/Nova-and-Supernova/> (último acceso, Agosto, 2024).

- TOMANEY, A. B. y CROTTS, A. P. S. Expanding the realm of microlensing surveys with difference image photometry. *The Astronomical Journal*, vol. 112(6), páginas 2872–2895, 1996.
- TONRY, J. L., DENNEAU, L., HEINZE, A. N., STALDER, B., SMITH, K. W., SMARTT, S. J., STUBBS, C. W., WEILAND, H. J. y REST, A. Atlas: A high-cadence all-sky survey system. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 130(988), página 064505, 2018.
- TUAIRISG, S. Á., BUTLER, R. F., SHEARER, A., REDFERN, R. M., BUTLER, D. y PENNY, A. Trifid observations of the cores of the three globular clusters m15, m92 and ngc 6712. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 345(3), páginas 960–980, 2003. ISSN 0035-8711.
- WILEY, J. y SONS, L. *Historical Overview*, capítulo 1, páginas 1–10. John Wiley and Sons, Ltd, 2015. ISBN 9783527655182.
- XIA, P., TAHARA, T., KAKUE, T., AWATSUJI, Y., NISHIO, K., URA, S., KUBOTA, T. y MATOBA, O. Performance comparison of bilinear interpolation, bicubic interpolation, and b-spline interpolation in parallel phase-shifting digital holography. *Optical Review*, vol. 20(2), páginas 193–197, 2013.
- YUAN, F. y AKERLOF, C. W. Astronomical image subtraction by cross-convolution. *The Astrophysical Journal*, vol. 677(1), página 808–812, 2008. ISSN 1538-4357.
- ZACKAY, B., OFEK, E. O. y GAL-YAM, A. Proper image subtraction for optimal transient detection, photometry, and hypothesis testing. *The Astrophysical Journal*, vol. 830(1), página 27, 2016.