

# Hydraulique 1

Fiches de révision

David Consuegra | Timur Gökoc

# Sommaire

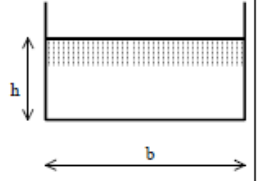
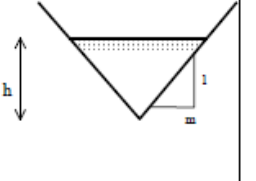
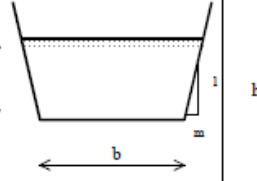
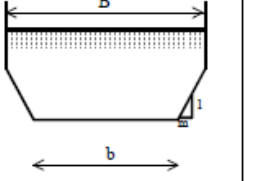
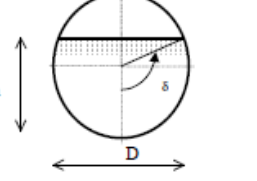
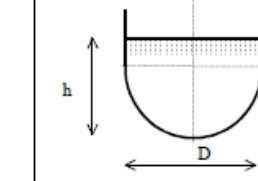
- Ecoulements & géométrie
- Nombre de Reynolds
- Nombre de Froude
- Ecoulement uniforme
- Energie spécifique

## Travaux pratiques

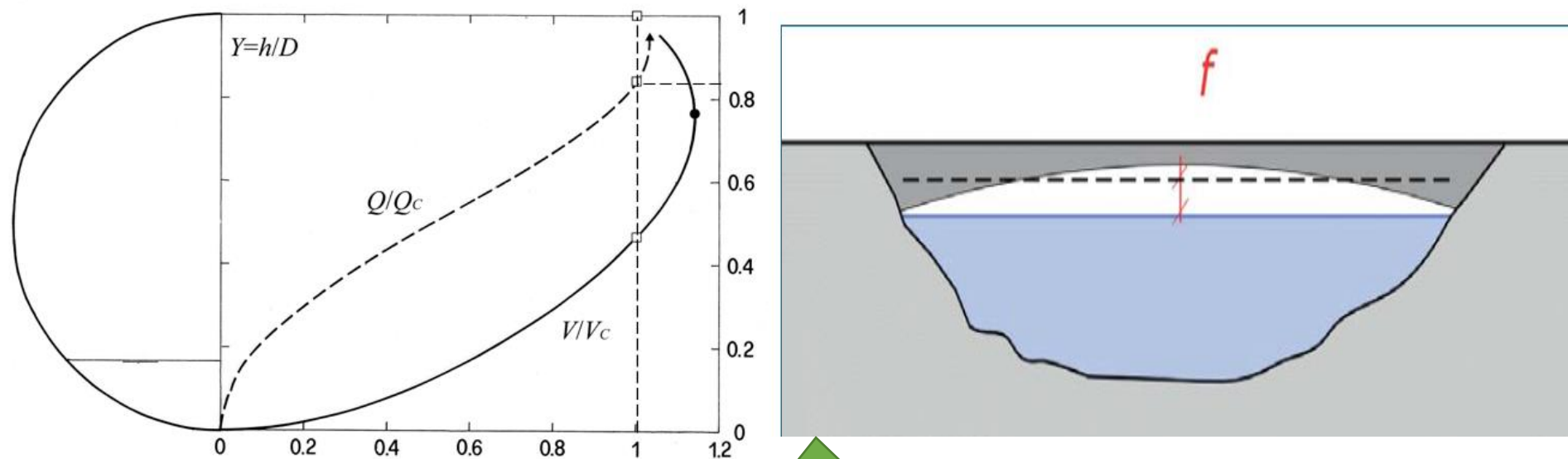
- TP Seuil Epais
- TP Contraction
- TP Ressaut
- TP Vanne
- TP Siphon
- TP Orifice
- TP Déversoir rectangulaire

# Ecoulements & géométrie

## 1 – Géométries des sections

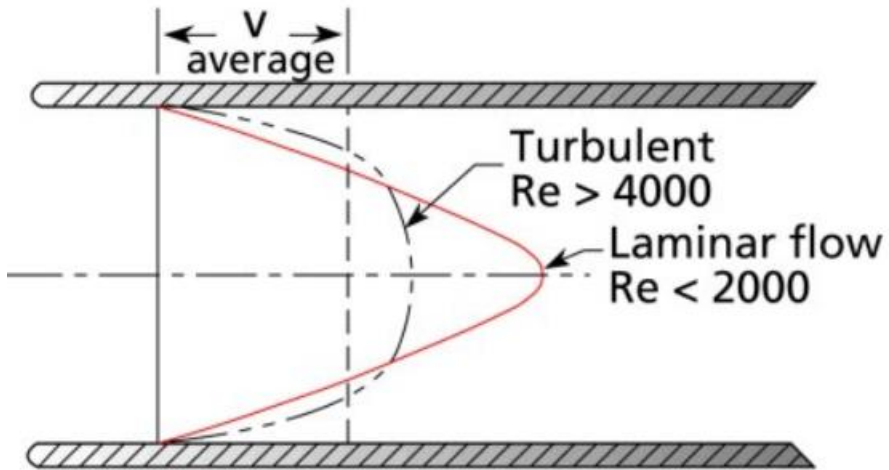
					 $h = R(1 - \cos \delta)$	
Surface S	$S = hb$	$S = m.h^2$	$S = bh + m.h^2$	$S = Bh - \frac{(B-b)^2}{4m}$	$S = \frac{D^2}{4}(\delta - \sin \delta \cos \delta)$	$S = Dh + D^2\left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}\right)$
Périmètre mouillé P	$P = b + 2h$	$P = 2h\sqrt{1+m^2}$	$P = b + 2h\sqrt{1+m^2}$	$P = 2h + b + \frac{(B-b)}{m}(\sqrt{1+m^2} - 1)$	$P = D\delta$	$P = 2h + D\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$
Rayon Hydraulique $R_h$	$R_h = \frac{hb}{b + 2h}$	$R_h = \frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}}$	$R_h = \frac{bh + mh^2}{b + 2h\sqrt{1+m^2}}$	$R_h = \frac{S}{P}$	$R_h = \frac{D}{4}\left(1 - \frac{\sin \delta \cos \delta}{\delta}\right)$	$R_h = \frac{S}{P}$
Largeur B	$B = b$	$B = 2mh$	$B = b + 2mh$	$B$	$B = D \sin \delta$	$B = D$
Profondeur hydraulique $D_h$		$D_h = \frac{h}{2}$	$D_h = \frac{bh + mh^2}{b + 2mh}$	$D_h = \frac{S}{B}$	$D_h = \frac{D(\delta - \sin \delta \cos \delta)}{4 \sin \delta}$	$D_h = \frac{S}{B}$

# Ecoulements & géométrie



Largeur miroir B

# Nombre de Reynolds



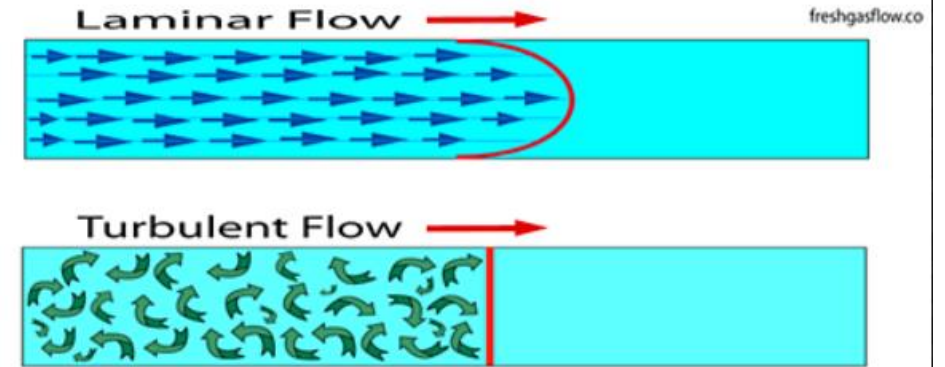
$$Re = \frac{4VR}{v}$$

$Re$  : sans unité

$V$  : vitesse [m/s]

$R$  : rayon hydraulique [m]

$v$  : viscosité cinématique [m<sup>2</sup>/s]



$Re > 4'000$  : régime turbulent

$2'000 < Re < 4'000$  : zone de transition

$Re < 2'000$  : régime laminaire

Temperature - t - (°C)	<a href="#">Kinematic Viscosity</a> - v - (m <sup>2</sup> /s) x 10 <sup>-6</sup>
0	1.787
5	1.519
10	1.307
20	1.004
30	0.801
40	0.658
50	0.553
60	0.475
70	0.413
80	0.365
90	0.326
100	0.29

# Nombre de Froude – caractériser l'écoulement

Formule générique

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gD_h}}$$

Formule « Canal à ciel ouvert » :

$$Fr^2 = \frac{Q^2 B}{gS^3}$$

Formule « Conduite circulaire » :

$$Fr = \frac{Q}{\sqrt{gDh^4}}$$

$Fr < 1$  : fluvial (*supercritical*)

$Fr = 1$  : critique

$Fr > 1$  : torrentiel (*subcritical*)

$U$  : vitesse [m/s]

$D_h$  : prof. hydraulique [m]

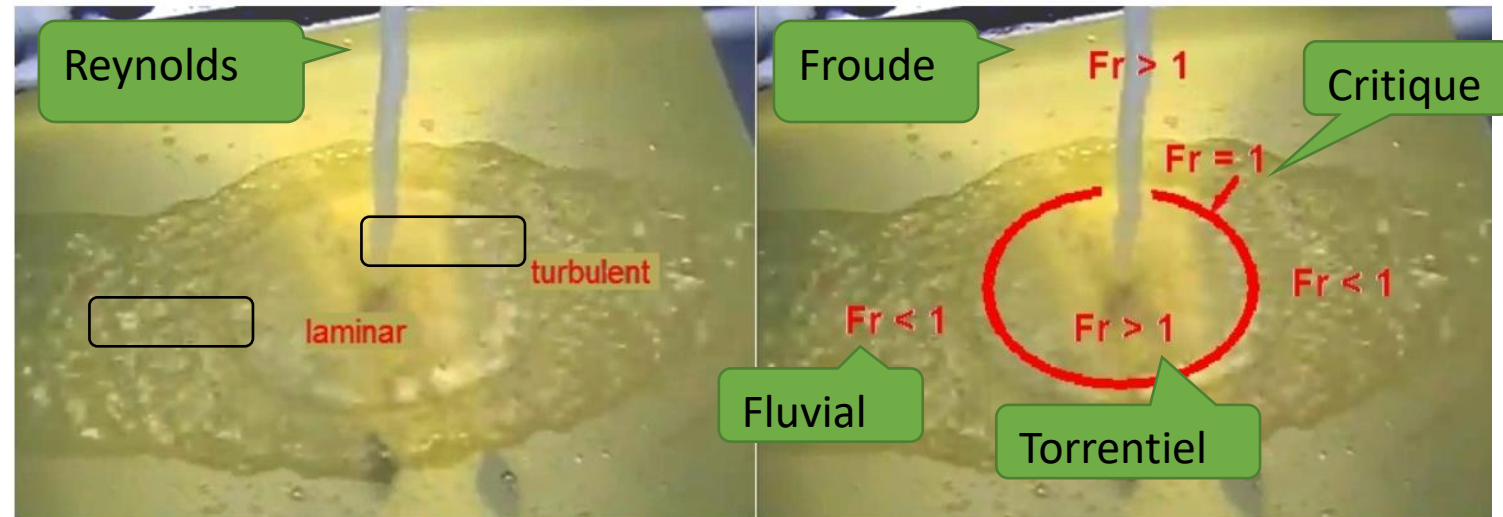
$g$  : gravité [m/s<sup>2</sup>]

$Q$  : débit [m<sup>3</sup>/s]

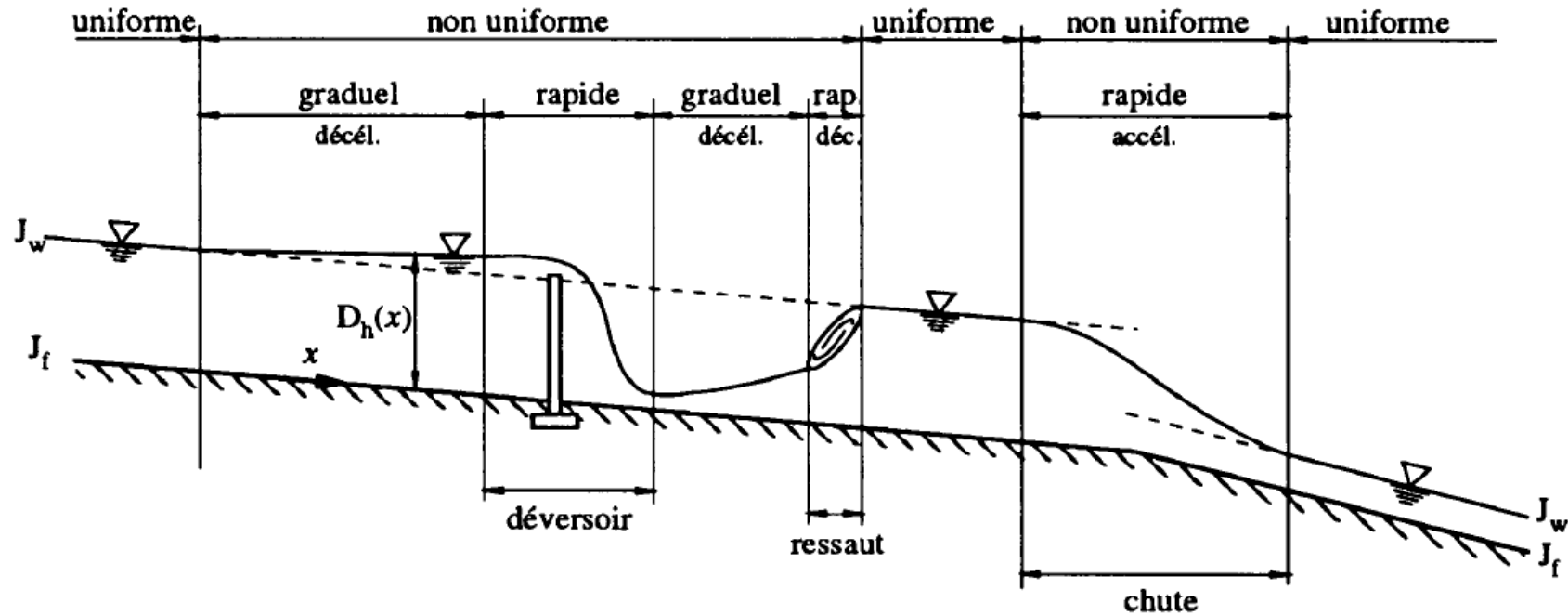
$B$  : largeur miroir [m]

$S$  : section [m<sup>2</sup>]

$Fr$  : Sans unité



# Ecoulement uniforme



- Le mouvement est uniforme si les paramètres caractérisant l'écoulement restent invariables dans les diverses sections du canal. La ligne de la pente du fond est donc parallèle à la ligne de la surface libre.

# Ecoulement uniforme

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$n = 1/K$  : rugosité de Manning [-]

$K$  : rugosité de Strickler [-]

$A$  : surface mouillée [m<sup>2</sup>]

$R = \frac{A}{P}$  : rayon hydraulique [m]

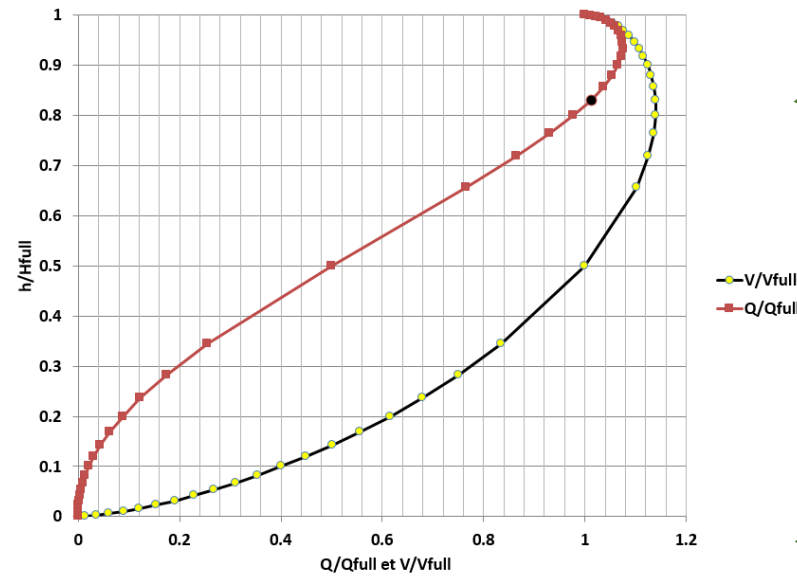
$P$  : périmètre mouillé [m]

$S$  : pente [m/m]

$Q$  : débit [m<sup>3</sup>/s]

Surface d'écoulement	K
Fossés naturels en très mauvais état et pente faible	10
Fossés en très mauvais état, pente > 3 %	20
Caniveaux rugueux (galets, herbes...)	30
Caniveaux en sol argileux	40
Caniveau en grosse maçonnerie	50
Caniveau enrobé	60
Caniveau en béton	70
Collecteur en béton avec de nombreux embranchements	70
Collecteur en béton lissé, amiante-ciment	80
Collecteur gros diamètre	90
Collecteur fonte, métal, PVC, PE	100-110
Conduite de refoulement fonte, métal, PE	110

Tableau 9-1: Coefficients de rugosité  $K$  de Strickler



On constate:  
que le débit obtenu avec  
la formule de Manning  
correspond à un taux de  
remplissage de 0.83.

$Q_{full} = Q_c$  est le débit  
obtenu avec la formule de  
Manning pour la conduite  
pleine:  $h=D$



# Energie spécifique

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

E. potentielle      E. cinétique

$E$  : énergie spécifique [J]

$y$  : hauteur d'eau [m]

$g$  : gravité [ $\text{m/s}^2$ ]

$Q$  : débit [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]

$A$  : section mouillée [ $\text{m}^2$ ]

$$V = Q/A$$

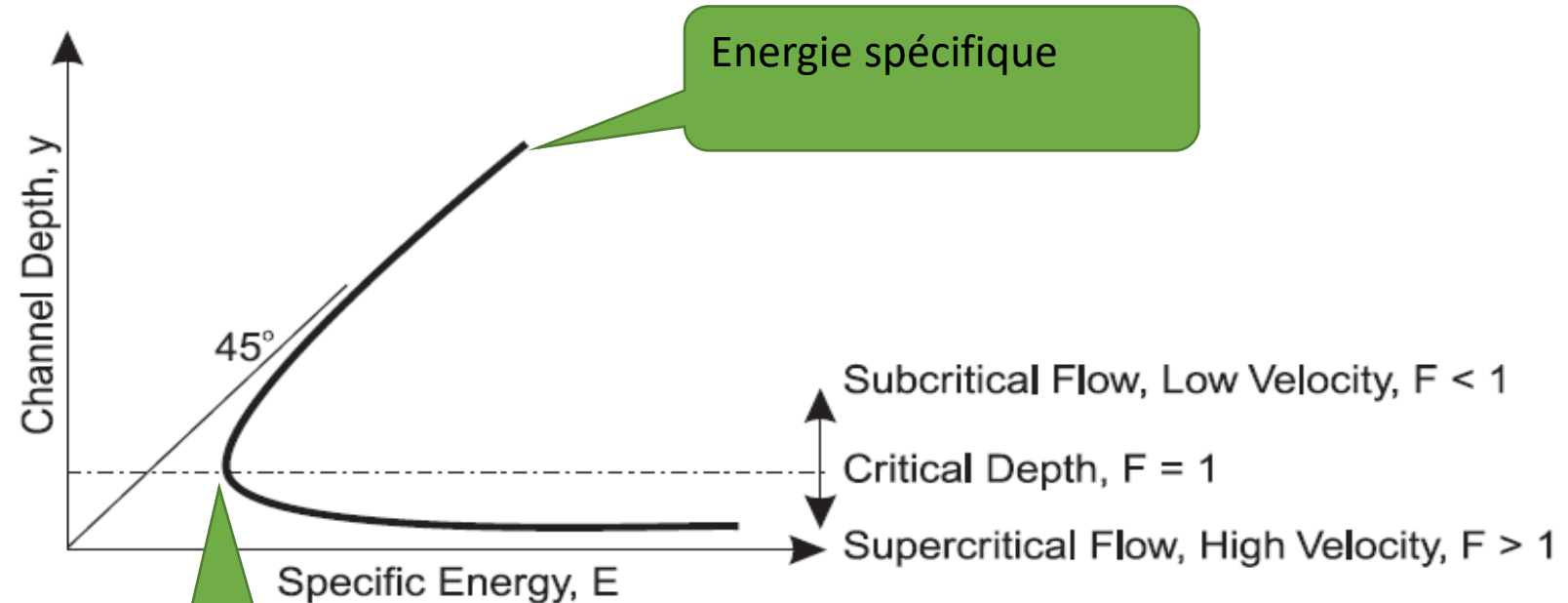
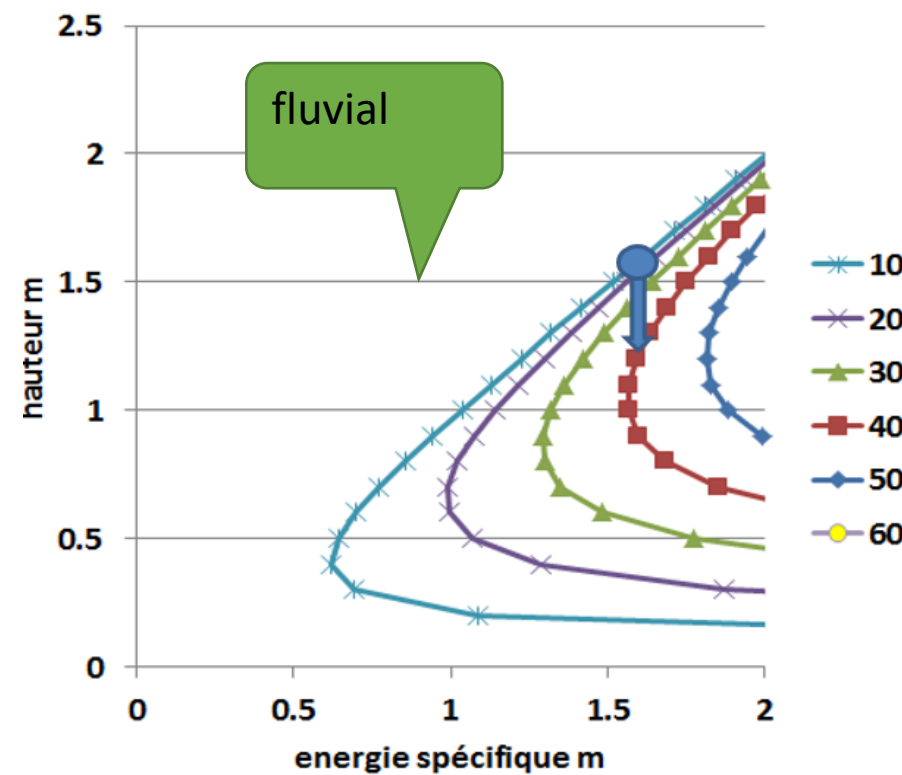
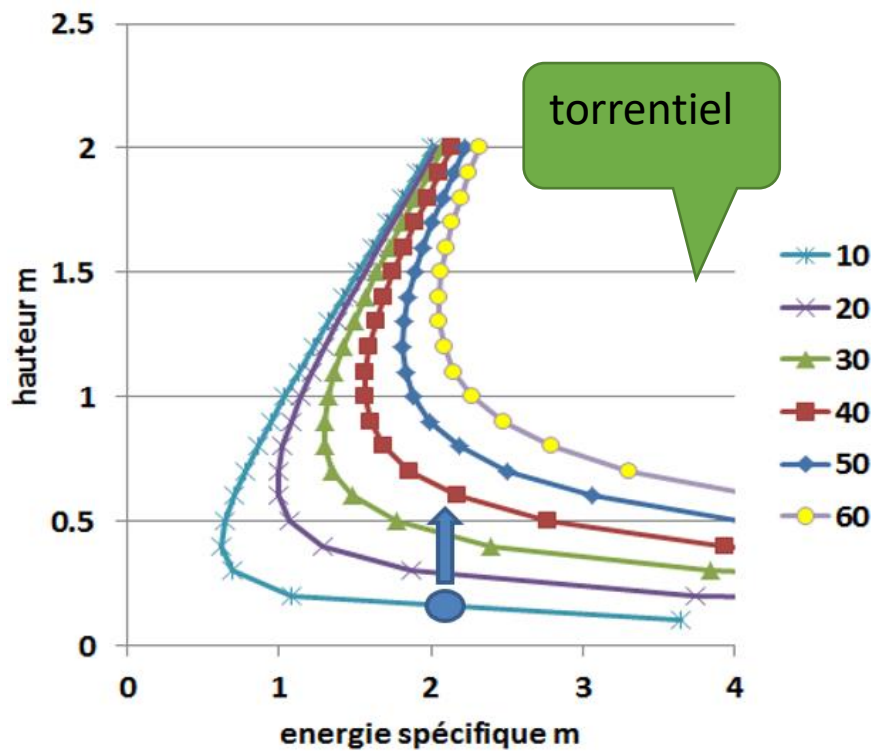
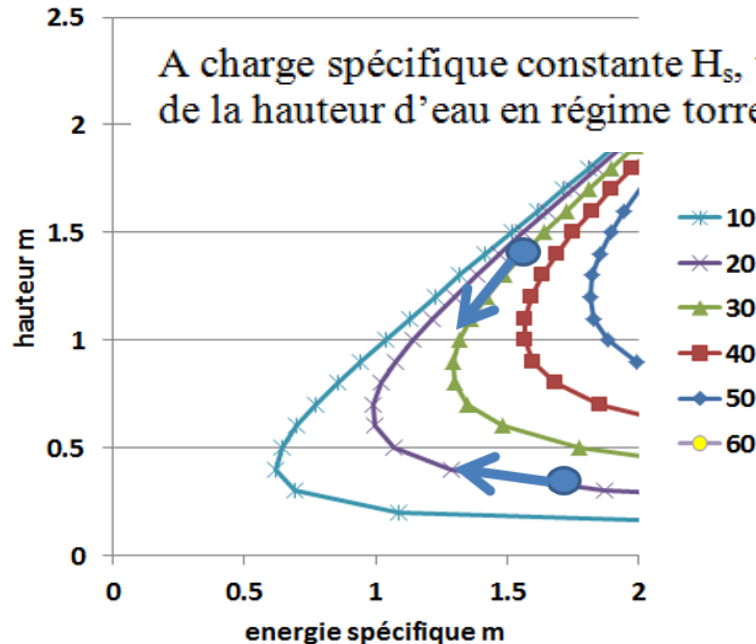


Figure 1. Specific Energy

Energie minimum  
Profondeur critique  
Froude =1



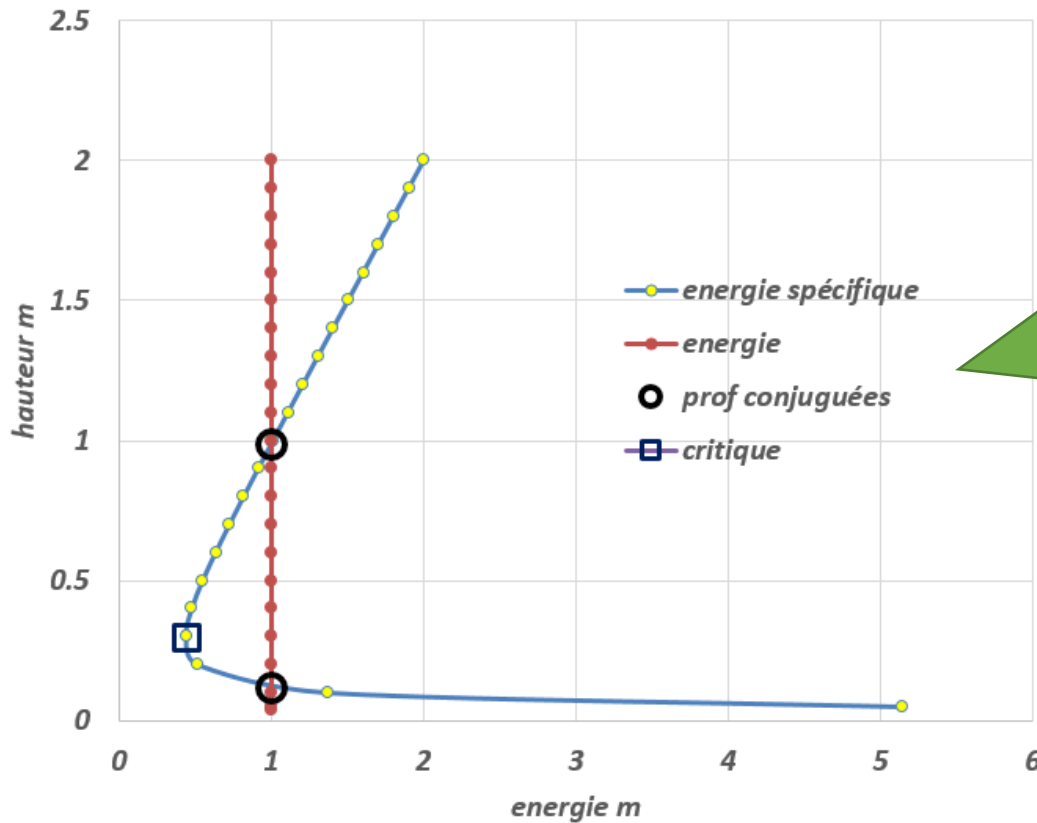
Quelques exemples anticipant l'utilité de ces courbes. Les manipuler correctement c'est être bon en hydraulique. A gauche, en haut, on voit que pour une même énergie, une augmentation de débit s'accompagne d'une augmentation de la profondeur. En régime fluvial, pour une même énergie, au contraire, la profondeur diminue avec une augmentation du débit. Une perte d'énergie en régime torrentiel augmente la profondeur alors qu'en régime fluviale, cette même profondeur diminue.



Pertes d'énergie torrentiel et/ou fluvial

# Energie spécifique

# Energie spécifique



Pour une énergie de 1m et un débit de 1m<sup>3</sup>/s, trouver les deux profondeurs torrentielle et fluviale pour ce débit et ce niveau d'énergie. Pour ce canal trouver la profondeur critique et l'énergie minimum

canal			
base m	2		
Q m <sup>3</sup> /s	1		
Energie m	1		

Donnée

# Travaux Pratiques

# TP Seuil Epais

Comment obtenir le débit qui traverse ce déversoir à paroi épaisse

En simplifiant dans la mesure du possible avec  $V_1$  très petit.

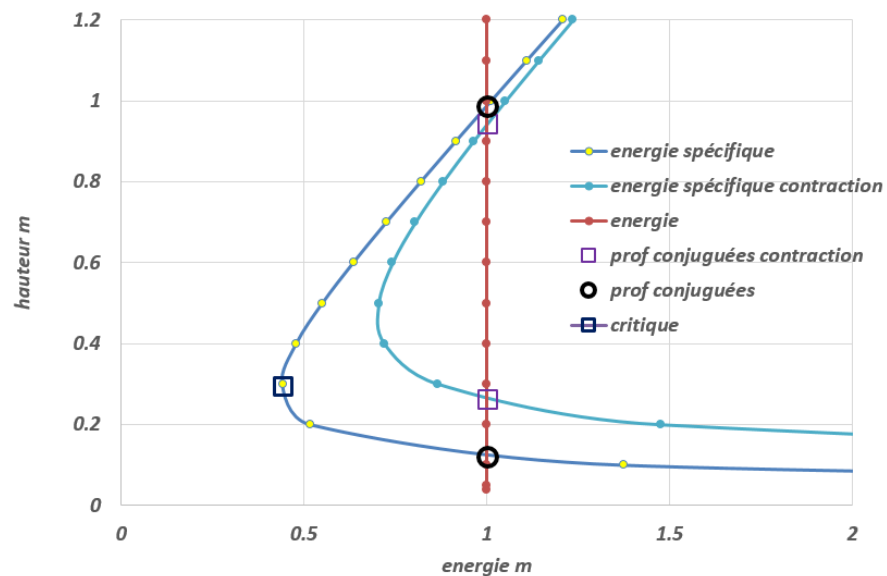
$$Q_a = C * b * (H_1)^{3/2}$$

$1.4 < C < 2.1$  en général  $C=1.6$

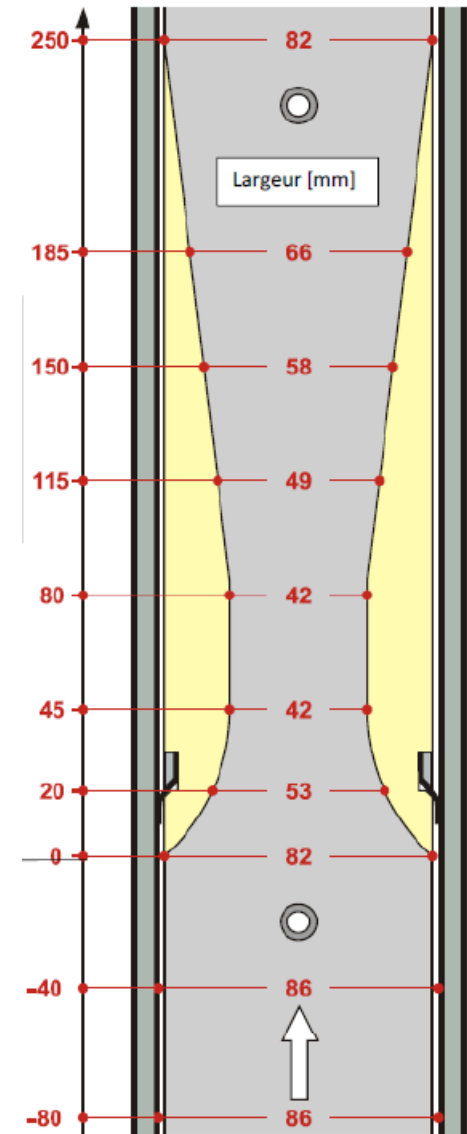
$$Q_a = b\sqrt{g} \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{V_1^2}{2g} + H_1 \right) \right]^{3/2}$$



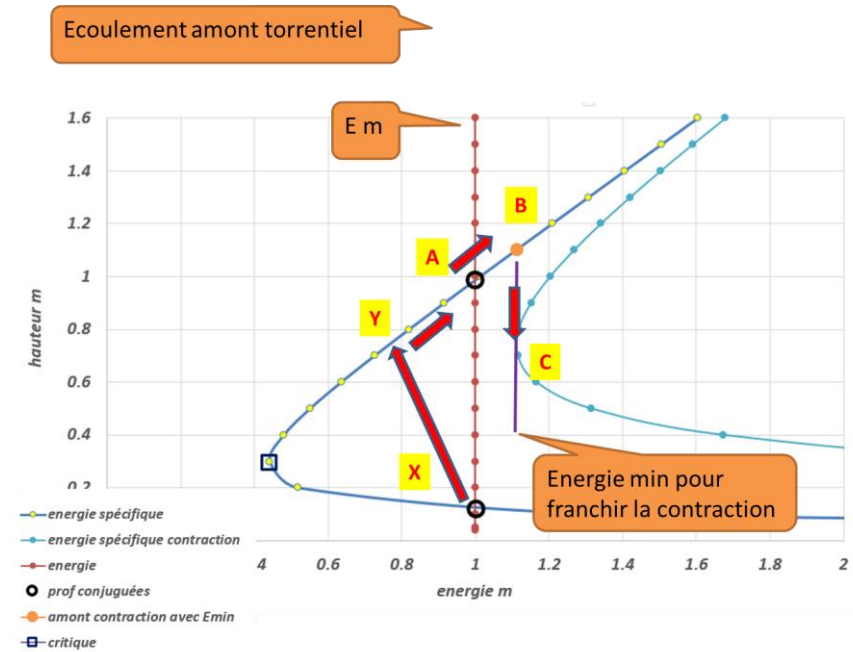
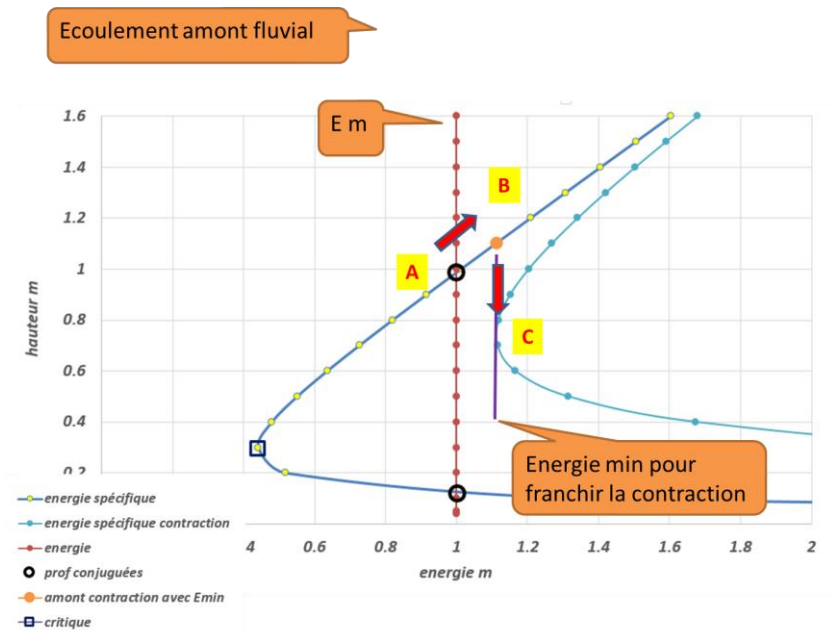
# TP Contraction



$$E = y_1 + \left(\frac{1}{2g}\right)(Q/B_1 y_1)^2 = y_2 + \left(\frac{1}{2g}\right)(Q/B_2 y_2)^2$$

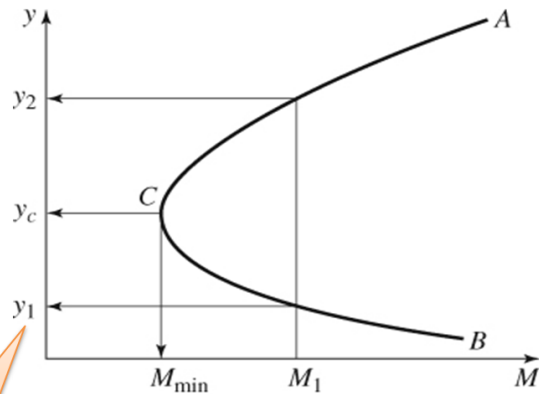
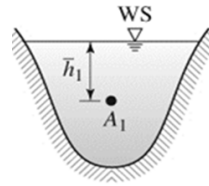


# TP Contraction



# TP Ressaut

$$\frac{Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{h}_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + A_2 \bar{h}_2$$



$$\frac{Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{h}_1$$

Profondeurs

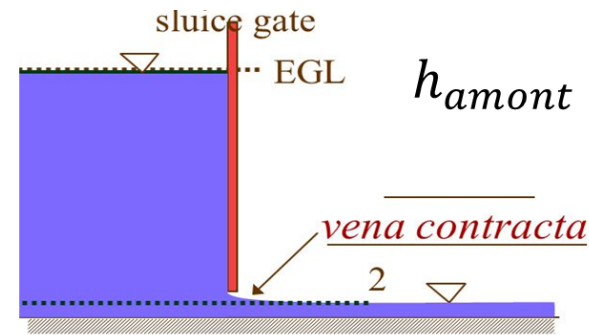
Momentum: équilibre des forces

Attention au terme  $A_1 \bar{h}_1$ .  
Pour un rectangle,  $h_1 = y_1/2$





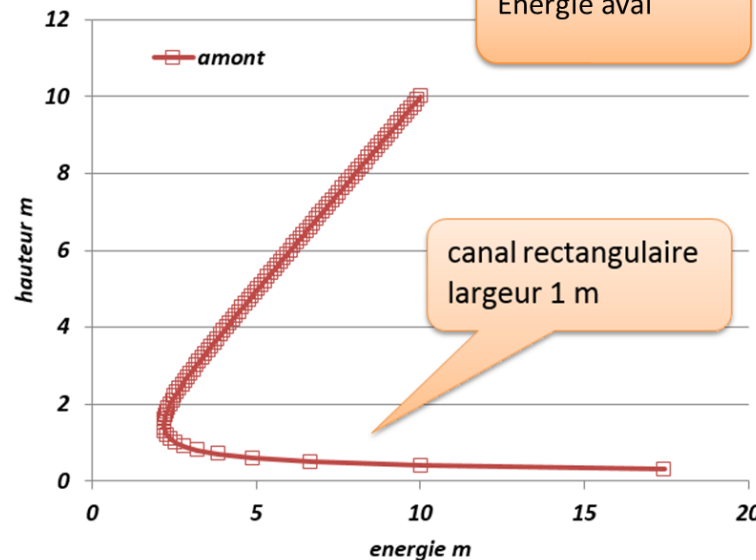
# TP Vanne



$$h_{amont} + \frac{q^2}{2gh_{amont}^2} = h_{aval} + \frac{q^2}{2gh_{aval}^2}$$

$$E_1 = E_2$$

Energie amont =  
Energie aval



$$q = C_c \cdot w \sqrt{\frac{2gh_{amont}^2}{h_{amont} + h_{aval}}}$$

$$q = C_d \cdot w \sqrt{2gh_{amont}}$$

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 + C_c w / h_{amont}}}$$

Cc est un  
coefficient pour la  
vena contracta=  
0.6

$$Q = b * q$$

# TP Siphon

Dans le cas de cette expérience, nous traiterons le cas du siphon inversé.

L'eau s'écoule d'un bac vers un autre au travers d'un ou de plusieurs tuyaux. Tout au long de l'écoulement, la charge  $H$  peut être définie de la façon suivante

$$H = z + h + \frac{V^2}{2g}$$

où  $z$  est la position de la ligne de courant considérée,  $h$  la hauteur d'eau et  $V$  la vitesse.

Entre le bac amont et le bac aval se produisent des pertes de charge  $\Delta H$

$$H_{\text{amont}} = H_{\text{aval}} + \Delta H$$

Ces pertes se répartissent entre les pertes de charge **locales**  $\Delta H_L$  (entrée, coudes et sortie) et les pertes de charge **réparties**  $\Delta H_R$  (rugosité des tuyaux et viscosité du fluide).

$$\Delta H = \Delta H_L + \Delta H_R$$

Les pertes de charges locales sont exprimées avec la relation suivante

$$\Delta H_L = \xi \cdot \frac{V^2}{2g}$$

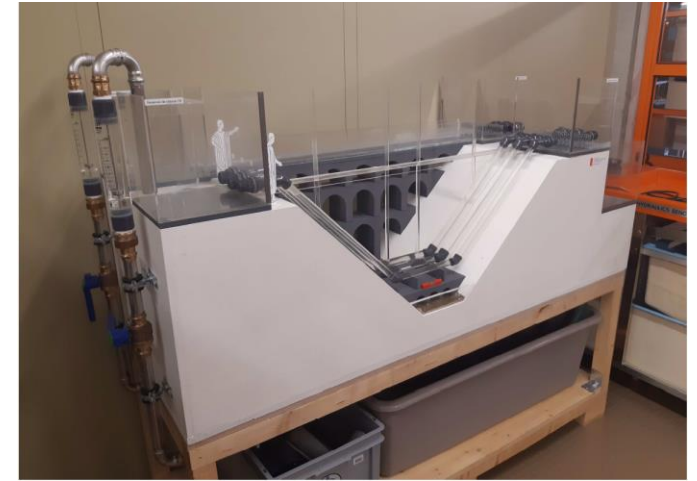
où le coefficient de perte de charge  $\xi$  peut être déterminé selon l'élément responsable de la perte de charge.

Les pertes de charges réparties peuvent être calculées avec l'équation de Darcy-Weisbach

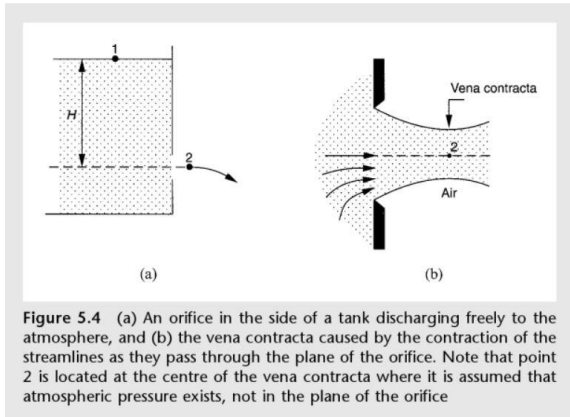
$$\Delta H_R = \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{f}{D} \cdot \Delta L$$

où  $\Delta L$  est la longueur de la conduite,  $D$  son diamètre et  $f$  le coefficient de frottement.

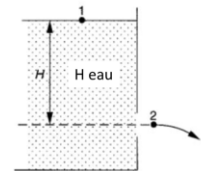
La détermination du coefficient de frottement peut se faire grâce au digramme de Moody, une fois que la rugosité relative  $\varepsilon = k_S/D$  (ou  $e/D$  dans le diagramme de Moody) et que le nombre de Reynolds  $R = VD/\nu$  ont été déterminés.  $k_S$  étant la rugosité équivalente de sable et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide.



# TP Orifice



En appliquant l'équation d'énergie, bien entendu



$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Négligeable

$$H_{eau} + \frac{V^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$H_{eau} = \frac{V_2^2}{2g}$$

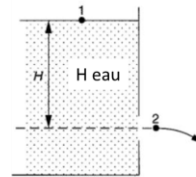
$$V_2 = \sqrt{2gH_{eau}}$$

$A_o =$  surface orifice

Continuité

$$A_o V_2 = Q$$

En appliquant l'équation d'énergie



$$Q = A_o \sqrt{2gH_{eau}}$$

Attention à la VENA CONTRACTA

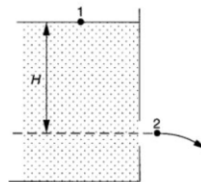
si  $A_c =$  surface VENA CONTRACTA

alors  $A_o C_c = A_c$

et  $C_c =$  coefficient de contraction

$$Q = C_c A_o \sqrt{2gH_{eau}} \quad 0.60 < C_c < 0.97$$

En appliquant l'équation d'énergie

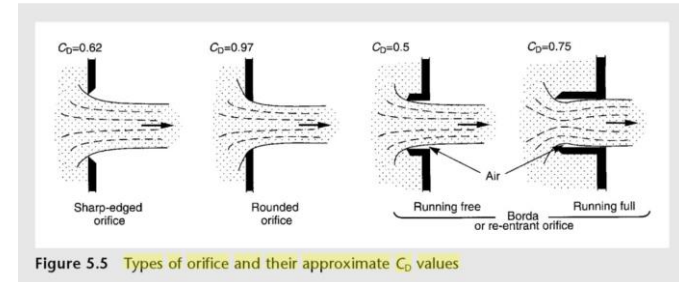
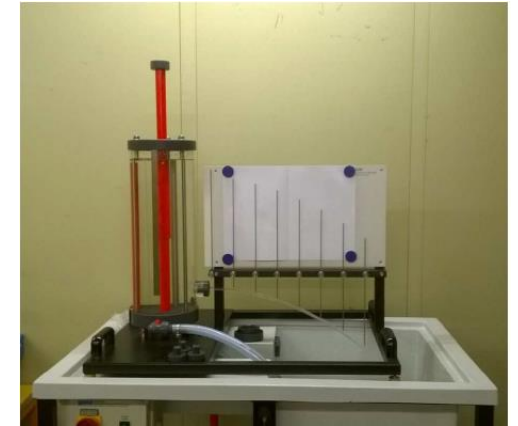


Attention à la VENA CONTRACTA

Il y a quand même des pertes de charges

on pose  $C_v C_c = C_d$   $0.95 < C_v < 0.99$

$$Q = C_d A_o \sqrt{2gH_{eau}}$$



# TP Orifice

Comment calculer le débit dans un grand orifice ?

Pour un orifice rectangulaire

Area of the strip,  $\delta A = b \delta h$

Velocity of flow through the strip =  $(2gh)^{1/2}$

Discharge through the strip,  $\delta Q = \text{area} \times \text{velocity}$

$$\delta Q = b \delta h (2gh)^{1/2}$$

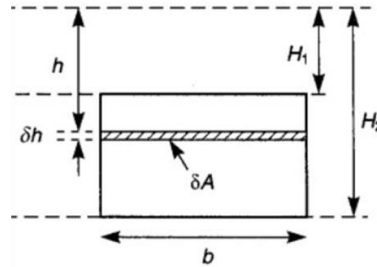
Rearranging gives:

$$\delta Q = b(2gh)^{1/2} \delta h$$

$$Q_T = b(2g)^{1/2} \int_{H_1}^{H_2} h^{1/2} dh$$

$$Q_A = \frac{2}{3} C_D b (2g)^{1/2} [H_2^{3/2} - H_1^{3/2}]$$

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 + C_c w / h_{\text{amont}}}}$$



Comment déterminer le coefficient  $C_v$

Temps  $t$  pour parcourir  $x$

$$t = x/v$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = \frac{1}{2} g (x/v)^2$$

$$v = x(g/2y)^{1/2}$$

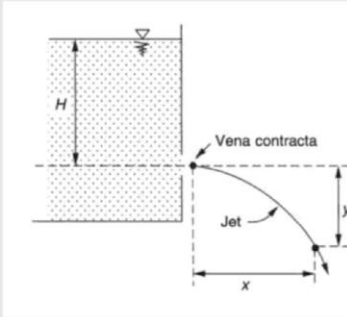


Figure 5.6 Trajectory of a jet leaving an orifice

Comment déterminer le coefficient  $C_v$

$$C_v = V_r / \sqrt{2gH_{\text{eau}}}$$

$$v_r = x(g/2y)^{1/2}$$

$$C_v = x / (2(yH)^{1/2})$$

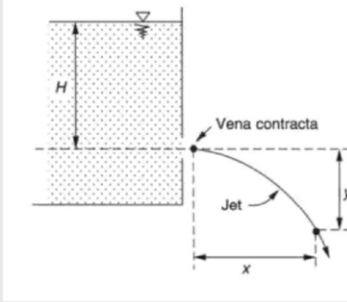


Figure 5.6 Trajectory of a jet leaving an orifice

$$C_v = \frac{x}{2 * (yH)^{1/2}}$$

# TP Déversoir rectangulaire

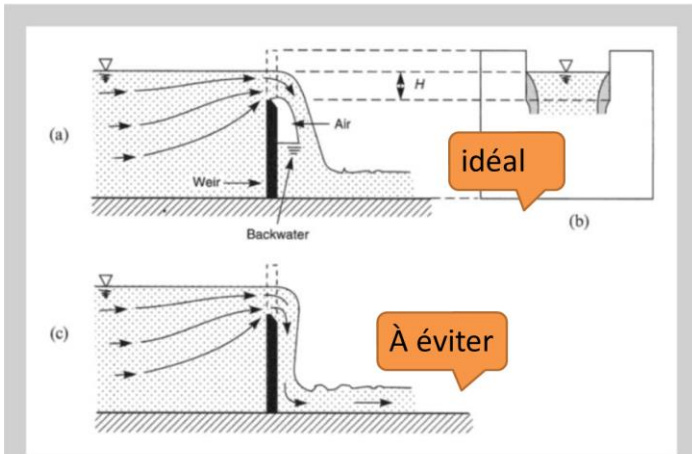


Figure 5.11 Free discharge condition in longitudinal section (a) and end view (b). (c) A clinging nappe in longitudinal section. There is no air under the nappe and the water clings to the weir plate

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Equation d'énergie

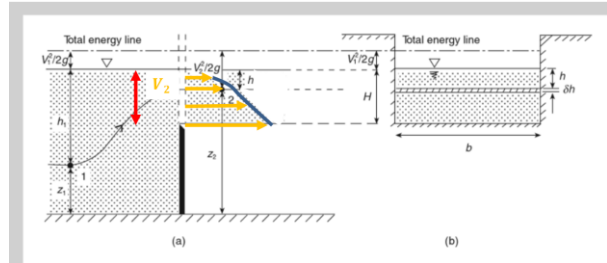


Figure 5.12 (a) Longitudinal section through a simplified weir and nappe. The energy equation is applied to points 1 and 2 on the streamline. (b) End view of the weir

Calcul du débit qui traverse le déversoir

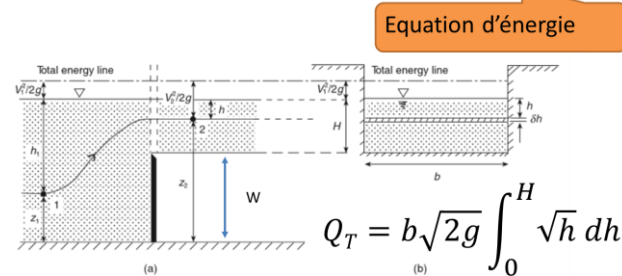
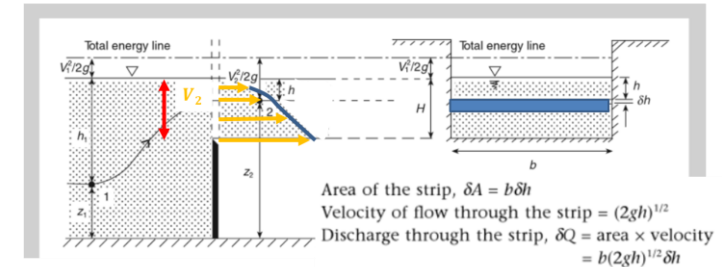


Figure 5.13 (a) End view showing the limiting or standard proportions of the weir used by Francis. (b) Plan view showing the end contractions (0.1H) and effective length of the weir,  $L_e$

$$L_e = (b - 0.1nH)$$

Appliquée au schéma ci-dessous

Equation d'énergie



$$z_1 + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$z_1 + h_1 = z_1 + h_1 - h + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$h = \frac{V_2^2}{2g}$$

Coefficient  $C_d$

$$C_d = 0.611 + 0.08 \frac{H}{W} \quad \frac{H}{W} < 5$$

$$C_d = 0.603 \left( 1 + \frac{0.135H}{W} \right) \left( 1 + \frac{0.0011}{H} \right)^{1.5}$$

$$C_d = 1.06 \left( 1 + \frac{W}{H} \right)^{3/2} \quad \text{si } w \ll H \quad \text{Pour un seuil}$$