第2章作业题

2.8，2.11，2.12，

2.13，2.17，2.19

2.8 两根弹簧的劲度系数分别为 k_1 和 k_2.

(1) 试证明它们串联起来时[图 2-17(a)],总的劲度系数 k 为

$$k=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$$

(2) 试证明它们并联起来时[图 2-17(b)],总的劲度系数 k 为

$$k=k_1+k_2$$

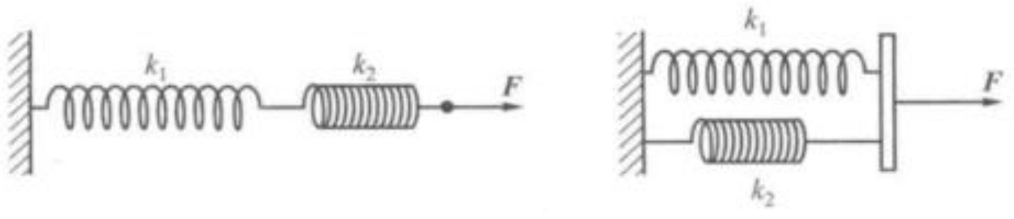


图 2-17　习题 2.8 图

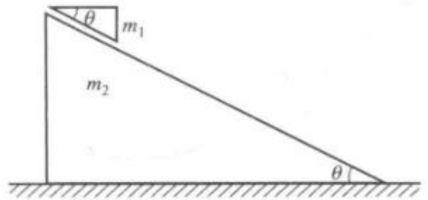
解：串联，$x_1 + x_2 = x$ ➔ $F/k_1 + F/k_2 = F/k$

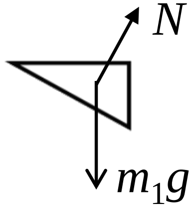
并联，$k_1x + k_2x = kx$

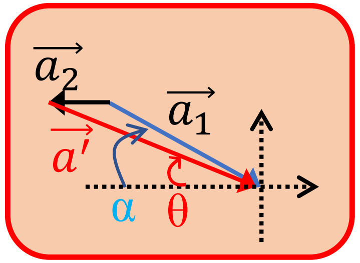
2.11 光滑水平面上放有一质量为 m_2 的三棱柱体，其上又放一质量为 m_1 的小三棱柱体，两者的接触面(倾角为 θ)亦为光滑，设它们由静止开始滑动，如图 2-20 所示，求：

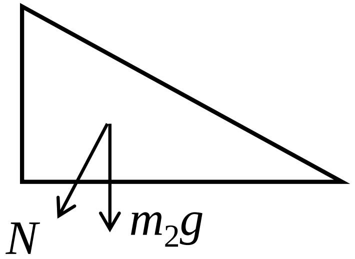
(1) m_1 相对 m_2 的加速度；

(2) m_1 和 m_2 之间的正压力.









$\vec{a_1}$: m_1加速度，与x轴夹角α (α ≠ θ)

$\vec{a_2}$: m_2加速度，与x轴反向平行

$\vec{a'}$: m_1相对于m_2加速度，与x轴夹角θ

牛顿运动定律：

m_1: $N\sin\theta = m_1a_1\cos\alpha$　(1) x方向

$m_1g - N\cos\theta = m_1a_1\sin\alpha$　(2) y方向

m_2: $N\sin\theta = m_2a_2$　(3) x方向

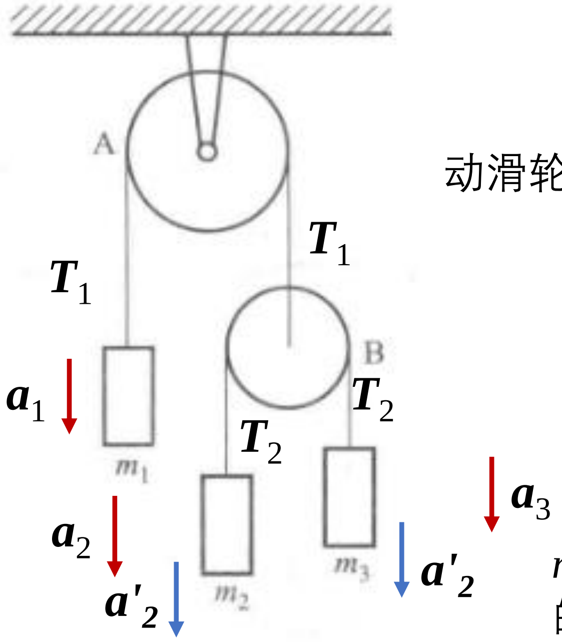
相对运动：

$\vec{a_1} = \vec{a'} + \vec{a_2}$

$\Rightarrow a_1\cos\alpha = a'\cos\theta - a_2$　(4)

$a_1\sin\alpha = a'\sin\theta$　(5)

$$N=\frac{m_1m_2\cos\theta}{m_2+m_1\sin^2\theta},\qquad a'=\frac{(m_1+m_2)g\sin\theta}{m_2+m_1\sin^2\theta}$$



动滑轮的加速度 $a'= a_1$

m_2, m_3相对于动滑轮的加速度 a'_2

图 2-21 习题 2.12 图

牛顿运动定律

$m_1g - T_1 = m_1a_1$

$m_2g - T_2 = m_2a_2$

$T_2 - m_3g = m_3a_3$

相对运动:

$a_2 = a' - a'_2 = a_1 - a'_2$

$a_3 = a' - a'_2 = a_1 - a'_2$

$2T_2 - T_1 = 0$

关键是T_1=2T_2:

绳子上所有地方的拉力一样，所以T_1=2T_2

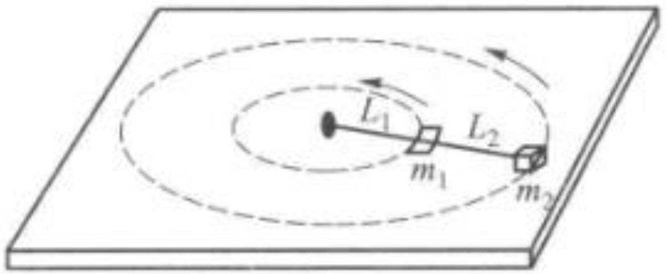


图 2-22 习题 2.13 图

以m_2为研究对象，根据牛顿运动定律

$F_2=m_2\omega^2(L_1+L_2)$

以m_1为研究对象，根据牛顿运动定律

$F_1-F_2=m_1\omega^2L_1$

$=> F_2= m_1\omega^2L_1 + m_2\omega^2(L_1+L_2)$

2.17 质量为m的摩托快艇正在以速率v_0行驶，它受到的摩擦阻力与速度平方成正比，比率常量为k。现在需要快艇停下来，故关闭发动机（设此时此地为计时起点及坐标原点），求关闭发动机后

（1）快艇速度降低到0.2 v_0所需要的时间；

（2）在这段时间内，快艇位移（设为直线运动）；

（3）快艇的速度与位移的关系。

解：（1）由牛顿运动定律：$-kv^2 = m\frac{dv}{dt}$

分离变量法：$-k\frac{dt}{m} = \frac{dv}{v^2}$

两边积分：$\int_0^t -k\frac{dt}{m} = \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^2} \Rightarrow v(t)$

（2）位移：$x = \int_0^t v dt \Rightarrow x(t)$

（3）利用前两个结果消去t.

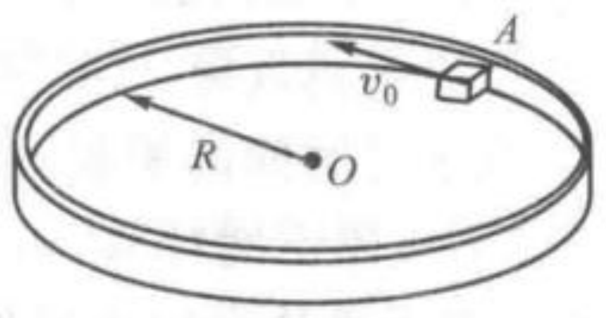


图 2-24 习题 2.19 图

运动中的任意速度v时的惯性离心力对环壁压力：$N = \frac{mv^2}{R}$

摩檫力为$f = -\mu N = -\frac{\mu m v^2}{R} = ma_t$

切向加速度$a_t = \frac{dv}{dt} = -\frac{\mu v^2}{R}$

分离变量法并积分：$\int_{v_0}^{v} -\frac{dv}{v^2} = \int_0^t \frac{\mu dt}{R} \Rightarrow v = v(t)$

路程：$s = \int_0^t v dt \Rightarrow s = s(t)$

重点：分离变量法