

第一章作业习题

1.3, 1.10, 1.13, 1.16, 1.18, 1.21, 1.23, 1.28

总评：1、注意矢量写法；2、熟练掌握 1.21 中的分离变量法。

1.3 一质点在 Oxy 平面运动, 运动方程为 $\mathbf{r} = 20t\mathbf{i} + 5t^2\mathbf{j}$, 求任意时刻 t 质点的速度和加速度.

解：对运动方程 \mathbf{r} 求一阶导数得到质点的速度，二阶导数即得质点的加速度。（注意矢量写法）

1.10 一质点沿 x 方向运动, 其速度随时间变化的关系为 $v = 6t^2$, 则质点在 $t=0$ 到 $t=2\text{ s}$ 过程中的位移 $\Delta x = \underline{\hspace{2cm}}$ m.

解：对速度进行积分，积分区间 $[0, 2]$ ，可得答案 16.

1.13 如图 1-20 所示, 高为 H 的路灯下有一高为 h 的人走向远方, 若人的速度为 v_0 , 求人头部影子 P 的运动速度.

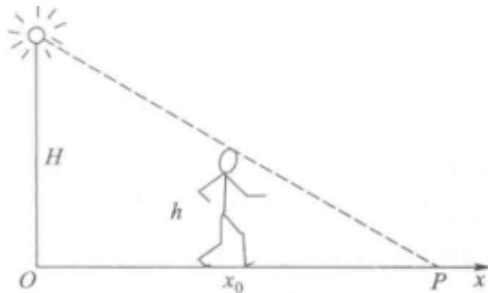


图 1-20 习题 1.13 图

解：根据比例关系得到头部影子 P 点的运动方程： $P = \frac{Hx_0}{H-h}$, 求导得到 $v_P = \frac{Hv_0}{H-h}$.

1.16 一质点沿 x 轴运动, 速度与位置的关系为 $v = kx$, 其中 k 为一正常量, 则质点在任意 x 处的加速度为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

解：对速度求导： $a = k^2x$.

1.18 一质点绕半径 $R = 16\text{ m}$ 的圆周运动, 路程 $s = 4t + t^2$, 求任意时刻 t 质点的速率、切向加速度和法向加速度.

解：根据定义求导得速率， $v = 4 + 2t$ ；切向加速度，继续求导： $a_t = 2$ ；法向加速度 $a_n = v^2/R = \dots$

1.21 一质点沿半径为 R 的圆周加速运动, $t=0$ 时速率为 v_0 , 若质点的切向加速度和法向加速度的大小始终相等, 问在 $t=$ _____ 时, 质点速度达到 $2v_0$.

解: 由于 $a_t = a_n$, 即 $\frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{R}$, 分离变量 $\frac{dv}{v^2} = \frac{dt}{R}$, 积分 $\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t \frac{dt}{R}$, 有 $\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v} = \frac{t}{R}$

$v = 2v_0$ 时, $\frac{1}{v_0} - \frac{1}{2v_0} = \frac{t}{R}$, 得到, $t = \frac{R}{2v_0}$

1.23 一质点作圆周运动, 圆半径 $R = 18 \text{ m}$, 若质点角位置 $\theta = \pi/4 + \pi t + \pi t^2/3$, 求质点在任意 t 时刻的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度.

解: 根据定义得到角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, 角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$, 切向加速度 $a_t = R\alpha$ 和法向加速度 $a_n = R\omega^2$.

1.28 一轮船相对于岸以匀速率 v_0 向东行驶, 船甲板上一辆玩具小汽车从 $t=0$ 开始相对于船由静止出发, 向东偏北 30° 方向作匀加速运动, 加速度大小为 a' . 设立对地静止的 Oxy 坐标系和对船静止的 $O'x'y'$ 坐标系, x 和 x' 轴向东, y 和 y' 轴向北, 且 $t=0$ 时 O 和 O' 均在汽车的出发点, 求小汽车对两个坐标系的运动方程.

解: 小车对 O' 系的加速度分量,

$$a'_x = a' \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a' \quad a'_y = a' \sin 30^\circ = \frac{1}{2} a'$$

小车对 O' 系的运动方程

$$x' = \frac{1}{2} a'_x t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a' t^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a' t^2$$

$$y' = \frac{1}{2} a'_y t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} a' t^2 = \frac{1}{4} a' t^2$$

O' 系对 O 系的运动方程 $x_0 = v_0 t \quad y_0 = 0$

故小车对 O 系的运动方程

$$x = x' + x_0 = v_0 t + \frac{\sqrt{3}}{4} a' t^2$$

$$y = y' + y_0 = \frac{1}{4} a' t^2$$