**重 庆 大 学**

**学 生 实 验 报 告**

**实验课程名称 数学实验**

**开 课 实验室 第一实验室DS1407**

**学 院 计算机学院 年级 2019 专业班 计卓02**

**学 生 姓 名 李燕琴 学号 20195633**

**开 课 时 间 2020 至 2021 学年第 二 学期**

|  |  |
| --- | --- |
| **总 成 绩** |  |
| **教师签名** |  |

**数 学 与 统 计 学 院 制**

**开课学院、实验室：数统学院DS1407 实验时间： 2021年04月26日**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **课程**  **名称** | **数学实验** | **实验项目**  **名 称** | **线性与非线性规划实验** | **实验项目类型** | | | | |
| **验证** | **演示** | **综合** | **设计** | **其他** |
| **指导**  **教师** | **龚劬** | **成 绩** |  |  |  |  |  |  |
| 实验目的  学习线性规划和非线性规划的建模过程与编程实现。  基础实验1  问题重述  求解下述线性规划问题  min  s.t.        实验过程  !lingo代码;  min = -5\*x1-4\*x2-6\*x3;  x1-x2+x3<20;  3\*x1+2\*x2+4\*x3<42;  3\*x1+2\*x2<30;  % matlab代码  c = [-5,-4,-6]';  A = [1 -1 1; 3 2 4; 3 2 0];  b = [20;42;30];  lb = [0,0,0];  [x,fmin] = linprog(c,A,b,[],[],lb)  实验结果及分析  实验结果如图1，可以发现当 时，目标函数取得最小值.    图表 1 Lingo求解结果图  基础实验2 求解无约束优化  问题重述  求解无约束优化  1) 画出该曲面图形, 直观地判断该函数的最优解;  2) 使用fminunc或fminsearch命令求解, 能否求到全局最优解?  实验过程  function z = fun2(x)  x1 = x(1,:); x2 = x(2,:);  z = -20\*exp(-0.2\*sqrt(0.5\*(x1.^2+x2.^2)))-exp(0.5\*(cos(2\*pi\*x1)+cos(2\*pi\*x2)))+22.713;  end  x1 = linspace(-5,5,100);  x2 = x1;  [x1,x2]=meshgrid(x1,x2);  z = [];  for i=1:100  z = [z; fun2([x1(i,:);x2(i,:)])];  end  surf(x1,x2,z);  colorbar  xlabel("x1")  ylabel("x2")  zlabel("z")  x0 = -5+10\*rand(1,2)';  % x0 = [0.1,0.2]';  options = optimset("TolFun",1e-5);  % fminsearch 使用 Lagarias 等的单纯形搜索法，该算法不能保证收敛于局部最小值。  % fminunc 使用数值或解析梯度。  [x,fval] = fminunc(@fun2,x0,options)  [x,fval] = fminsearch(@fun2,x0,options)  实验结果及分析  1）根据matlab编程，得到函数曲面图像如图2所示。直观判断，函数将在(0,0)处取得全局最小值。  2）由图2可以发现，该函数具有较多局部最小值。使用 或 这两个命令当初始值为之间的随机值时，两个命令容易收敛到局部最小值，部分数据如表1所示；当初始值设为时，函数收敛到，取得最小值-0.053。    图表 2 曲面图像  表格 1 fminunc 和 fminsearch部分数据   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | |  |  |  | |  |  |  | |  |  |  |   基础实验3 **非线性规划**  问题重述  求解非线性规划,试判定你所求到的解是否是最优?   |  | | --- | |  | |  |  |     实验过程  function z = fun3(x)  z = 0.201\*(x(1).^4).\*x(2).\*(x(3)^2)/(1e7);  z = -z;  end  function [c,ceq] = nonlcon(x)  x1 = x(1); x2 = x(2); x3 = x(3);  c = [x1.^2 .\* x2 - 675;  x1.^2 .\* x3.^2 ./ 1e7 - 0.419];  ceq = [];  end  x1 = 36\*rand();  x2 = 5\*rand();  x3 = 125\*rand();  x0 = [x1 x2 x3]  [x,fval] = fmincon(@fun3,x0,[],[],[],[],[0,0,0],[36,5,125],@nonlcon)  实验结果及分析  根据题意，编写如上代码，当x1,x2,x3取得对应取值区间中的值时，函数值收敛到，但对应的x取值结果会随着初始值的改变而略微改变。  表格 2 结果数据记录   |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  | [35.9741, 0.5216, 56.9006] | | [10.8449, 2.3546, 28.8110] | [35.0371, 0.5499, 58.4224] |   应用实验1  一、问题重述  某车间有三台机床甲、乙、丙，可用于加工四种工件。设机床甲、乙和丙加工工件j（j=1,2,3,4）的加工费用分别为a1j、a2j和a3j，机床甲、乙和丙加工工件j（j=1,2,3,4）所需的加工台时数分别为b1j、b2j和b3j，机床甲、乙和丙的可用台时数分别为B1,B2和B3，工件j（j=1,2,3,4）的数量为Cj，问怎样分配机床的加工任务，才能既满足加工工件的要求，又使总加工费用最低？  （1）试建立求解该问题的数学模型;  （2）设A=[aij]3×4=[13,9,10,8;11,12,8,6;15,11,13,5]; B=[bij]3×4=[0.4,1.1,1,1.2;0.5,1.2,1.3,1.4;0.3,1,0.9,1.1]。 B1,B2和B3分别为600，700，800。Cj（j=1,2,3,4）分别为200，300，500，400。编写求解上述数学模型的MATLAB程序或Lingo程序。  二、问题分析  根据题意，本文需要建立一个线性规划模型，在满足每台机床的台时限制和每个工件的生产数量限制的情况下，选择合适的机床加工任务（即每台机床生产对应各个工件的数量分配），以使总加工费用最低。总体分析如图所示：    图表 3 规划模型概括  三、数学模型的建立与求解(一般应包括模型、求解步骤或思路，程序放在后面的附录中)  表格 3 符号说明   |  |  | | --- | --- | | 符号 | 说明 | |  | 总加工费用 | |  | 第i机床生产第j工件需要的加工费用 | |  | 第i机床生产第j工件的数量 | |  | 第i机床生产第j工件需要的台时 | |  | 第j工件需要生产的数量 | |  | 第i机床的台时限制 |   根据题意，构建线性规划模型，其中模型三大要素如下：  1）决策变量：第i个机床生产j件工件，即,  2）目标函数：总加工费用 最低；  3）约束条件：每台机床的可用台时限制; 每个工件的生产数量。即有：    四、实验结果及分析  通过建立上述模型，求解得到的任务分配表结果如表3，且加工费用取得最大值10978元。  表格 4 机床任务分配表   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | 机床 工件 | 1 | 2 | 3 | 4 | | 甲 | 0 | 300 | 39 | 0 | | 乙 | 200 | 0 | 461 | 0 | | 丙 | 0 | 0 | 0 | 400 |   五、附录（程序等）  model:  sets:  bed/1..3/:time;  work/1..4/:cnt;  mat(bed,work): fee,t,x;  endsets  min = @sum(mat(i,j):fee(i,j)\*x(i,j));  !约束条件;  !1.工件数量;  @for(work(j):  @sum(bed(i):x(i,j))=cnt(j));  !2.台时限制;  @for(bed(i):  @sum(work(j):t(i,j)\*x(i,j))<=time(i));  data:  fee = 13,9,10,8,  11,12,8,6,  15,11,13,5;  t = 0.4,1.1,1,1.2,  0.5,1.2,1.3,1.4,  0.3,1,0.9,1.1;  time = 600,700,800;  cnt = 200,300,500,400;  enddata  @for(mat(i,j):@gin(x(i,j)));  end  应用实验2  一、问题重述  一家小型汽车租赁公司有101辆汽车供出租，分布在10个代理点。每个代理点的位置坐标(xi,yi)已知，单位为千米。假设两代理点之间的距离约为它们之间的欧氏距离的1.3倍。下表给出了个代理点的坐标，以及第二天早晨汽车租赁的需求量和前一天晚上各个代理点拥有的汽车数。   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 代理点 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | | X坐标 | 0 | 20 | 18 | 30 | 35 | 33 | 5 | 5 | 11 | 2 | | Y坐标 | 0 | 20 | 10 | 12 | 0 | 25 | 27 | 10 | 0 | 15 | | 需求量 | 10 | 6 | 8 | 11 | 9 | 7 | 15 | 7 | 9 | 12 | | 拥有量 | 9 | 14 | 5 | 9 | 13 | 3 | 15 | 11 | 15 | 7 |   如何在各个代理点之间调度分配汽车才能满足各处的需求，并使总里程数最小。  (1)试建立数学模型；  (2)给出相应的MATLAB程序或Lingo程序。  二、问题分析  　本题最终的目的是要给定一个10个代理点之间的最优调配方式，即从代理点调到代理点j的汽车数量，设之为，二者之间的距离设为。调度过程中，涉及以下变量，设代理点拥有的汽车数量为, 需求量为, 其他代理点调到代理点的车辆总数为, 代理点调到其他代理点的车辆总数为, 则调度结束后，每个代理点拥有的汽车数量需要大于等于其需求量，即。而规划目标是使得调度总距离最小，即取得最小值，至此题目分析完毕，开始建模~。  三、数学模型的建立与求解(一般应包括模型、求解步骤或思路，程序放在后面的附录中)  表格 5   |  |  | | --- | --- | | 符号 | 说明 | |  | 从代理点调到代理点j的汽车数量 | |  | 从代理点调到代理点j的距离 | |  | 代理点拥有的汽车数量 | |  | 代理点拥有的汽车需求量 | |  | 调度总距离 |   根据题意，构建二维线性规划模型，其中模型三大要素如下：  1）决策变量：,  2）目标函数：；  3）约束条件：调度结束后的供应量大于等于需求量。即有：    其中，因为没有现成的二维线性规划指令进行求解，故编程过程中，需要将二维矩阵展开成一维向量进行求解。  四、实验结果及分析  通过建立上述模型，求解得到的调度方案表结果如表6，且调度最小总距离为213.1098，调度方案为。9->1:1辆，2->3:3辆，2->4:1辆，5->4:1辆，2->6:4辆，9->8:1辆，8->10:5辆。  表格 6 车辆调度方案   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 代理点 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 2 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |   五、附录（程序等）  % 编程难点在于二维矩阵的线性规划问题，需要线性展开来求解；  % 貌似没有可以直接求二维矩阵那种的命令诶  clear,clc;  siteNum = 10;  x=[0 20 18 30 35 33 5 5 11 2];  y=[0 20 10 12 0 25 27 10 0 15];  have = [9 14 5 9 13 3 15 11 15 7];  need = [10 6 8 11 9 7 15 7 9 12];  d = zeros(siteNum,siteNum);  for i = 1:siteNum  for j = 1:siteNum  d(i,j) = 1.3\*sqrt((x(i)-x(j)).^2+(y(i)-y(j)).^2);  end  end  % 矩阵的线性规划需要展开  D = reshape(d',1,[]); % 按列展开，若要按行展开，需要d', 1\*100  g = ones(1,siteNum);  get = zeros(siteNum,siteNum^2);  for i=1:siteNum  get(i,(i-1)\*siteNum+1:i\*siteNum) = g;  end  le = diag(g);  leave = repmat(le,1,siteNum);  A = get-leave;  b = (have-need)';  intcon = 1:siteNum^2;  x = intlinprog(D,intcon,A,b,[],[],zeros(siteNum^2,1));  resX = reshape(x,siteNum,siteNum); % 按列压缩成二维矩阵  resX = resX' % 本来是按行展开的，但需要展开是按列展开，故需要将其转置  s = sum(sum(d.\*resX))  resCar = have-sum(resX,2)' + sum(resX,1) % 2是按行求和，1是按列求和  [a,b] = find(resX);  for i=1:size(a,1)  % disp(a(i)+"->"+b(i)+":"+resX(a(i),b(i))+",d="+d(a(i),b(i)));  disp(a(i)+"->"+b(i)+":"+resX(a(i),b(i)));  end  总结与体会  实验中，遇到过的一些常见错误总结：  （1）实验5中，自己以10个调度点两两之间的调度为思考出发点，其中就涉及到二维矩阵展开成一维向量，一维向量恢复成二维矩阵这一点，以及不等式约束系数矩阵A的构建，也需要基于展开得到的一维矩阵，所以需要对自己处理的矩阵或向量的维度有较强的把握，不然容易晕，不过做完这道题，自己对于二维的线性规划问题也有了较清晰的认识。  （2）实验3中可以发现，fminunc和fminsearch在优化问题求解上，有一定的不同点，查阅资料发现：  fminsearch 使用 Lagarias 等的单纯形搜索法，该算法不能保证收敛于全局最小值。  fminunc 使用数值或解析梯度。  故在今后的使用中，也要注意一下，且上述两个指令，都是容易收敛到局部最小值，可以使用蒙特卡洛模拟的思想，多次随机选择初始值，找到全局最优。  教师签名  年 月 日 | | | | | | | | |

备注：

1. 同一章的实验作为一个实验项目，每个实验做完后提交电子稿到Sakai平台，文件名为“学院学号姓名实验几”，如“机械20073159张新实验二”。
2. 综合实验可以最多3人合作完成，请在实验报告上注明合作者的姓名。
3. 如果没有应用实验（或综合实验），请删去表格中的“应用实验（或综合实验）”部分的文字。
4. 提交的实验报告前，把表格中的红色文字删去，也请把备注删去。