

# Dimensionnement Transformateur 2

## Description du modèle :

Le modèle décrit ci-après est tiré de [1] par M. Jean Bigeon, ORCID : 0000-0002-6112-6913 et de [2].

### Nomenclature :

- $A$  l'épaisseur de la bobine primaire en  $m$
- $A_L$  l'aire de la section des jambes du transformateur en  $m^2$
- $B_T$  la densité de flux en  $T = kg.A^{-1}.s^{-2}$
- $D_1$  l'espace entre la bobine primaire et la jambe du bâti en  $m$
- $D_2$  l'espace entre la bobine primaire et la bobine secondaire en  $m$
- $D_3$  l'espace entre le sommet des bobines et le haut du bâti en  $m$
- $D_4$  l'espace entre le bas des bobines et la base du bâti en  $m$
- $D_5$  l'espace entre la bobine secondaire et la limite d'inter-phase  $m$
- $D_M$  le diamètre moyen du transformateur en  $m$
- $f$  la fréquence de fonctionnement du système en  $Hz = s^{-1}$
- $F_I$  le facteur de remplissage du fer sans unité.
- $F_F$  le facteur de forme sans unité.
- $F_1$  le facteur de remplissage de la bobine primaire sans unité
- $F_2$  le facteur de remplissage de la bobine secondaire sans unité
- $G$  l'épaisseur de la bobine secondaire en  $m$
- $h$  la hauteur de la bobine en  $m$
- $J$  la densité de courant volumique en  $A.m^{-2}$
- $L_D$  le diamètre de la jambe en  $m$
- $N_1$  Nombre de tours dans la bobine primaire sans unité.
- $P_c$  le prix massique du cuivre en  $$.kg^{-1} = kg^{-1}$
- $P_i$  le prix massique du fer en  $$.kg^{-1} = kg^{-1}$
- $P_C$  le prix total de la masse de cuivre en  $\$$
- $P_I$  le prix total de la masse de fer en  $\$$
- $PC_C$  les pertes énergétiques dues au cuivre en  $W$
- $PC_I$  les pertes énergétiques dues au fer en  $W$
- $PSPC$  le coût des pertes dues au cuivre en  $$.W^{-1}$
- $PSPI$  le coût des pertes dues au fer en  $$.W^{-1}$
- $S$  la puissance apparente par jambe en  $W = kg.m^2.s^{-3}$
- $S_T$  la puissance totale apparente en  $W = kg.m^2.s^{-3}$
- $T_C$  le coût total dû au cuivre en  $\$$
- $T_I$  le coût total dû au fer en  $\$$
- $U_1$  la tension du système en  $V = kg.m^2.s^{-3}.A^{-1}$

- $V_1$  la tension efficace du système en  $V = kg.m^2.s^{-3}.A^{-1}$
- $V_C$  le volume de cuivre en  $m^3$
- $V_I$  le volume de cuivre en  $m^3$
- $X$  la réactance en %
- $X_2$  la réactance en  $\Omega$
- $\rho$  la résistivité électrique du cuivre en  $\Omega.m$
- $\rho_I$  la masse volumique du fer en  $kg.m^{-3}$
- $\rho_C$  la masse volumique du cuivre en  $kg.m^{-3}$
- $\mu_0$  la perméabilité du vide en  $kg.m.A^{-2}.s^{-2}$

#### Equations :

- $S = \frac{S_T}{3}$
- $V_1 = \frac{U_1}{\sqrt{3}}$
- $A = \frac{N_1 S}{V_1 h F_1 J}$
- $G = \frac{N_1 S}{V_1 h F_2 J}$
- $F_F = \frac{D_2 + \frac{A+G}{3}}{h}$
- $L_D = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}V_1}{\pi^2 f B_T N_1 F_1}}$
- $D_M = L_D + 2D_1 + 2A + D_2$
- $X_2 = \mu_0 * \pi * D_M * N_I^2 * (2 * \pi * f) * F_F$
- $X = \frac{X_2 * S}{V_1^2}$
- $A_L = \frac{\pi * L_D^2}{4}$
- $V_C = 3 * \pi * D_M * h * (A * F_1 + G * F_2)$
- $V_I = A_L * F_I * (8 * (D_1 + A + D_2 + G + D_5) + 6 * L_D + 3 * (h + D_4 + D_3))$
- $P_C = P_c * \rho_C * V_C$
- $P_I = P_i * \rho_I * V_I$
- $PC_C = \rho * V_C * J^2$
- $PC_I = \rho_I * V_I * (1.996 - 8.125 * B_T + 12.277 * B_T^2 - 7.502 * B_T^3 + 1.702 * B_T^4)$
- $T_C = PSPC * PC_C$
- $T_I = PSPI * PC_I$

#### Cahier des Charges :

Dans cet exemple, on choisit comme variables  $h$  et  $N_1$  en fixant le reste des paramètres pour minimiser  $P_I + T_I + P_C + T_C$ .

Variables de Décision				
Paramètre	Valeur min	Valeur max	Valeur initiale	Unité
$B_T$		1.7		$T$
$D_1$		0.05		$m$
$D_2$		0.05		$m$
$D_3$		0.05		$m$
$D_4$		0.05		$m$
$D_5$		0.05		$m$
$f$		50		$Hz$
$F_I$		0.8		$(/)$
$F_1$		0.7		$(/)$
$F_2$		0.7		$(/)$
$h$	0.4	50.2	100	$m$
$J$		$4.5 * 10^6$		$A.m^{-2}$
$N_1$	100	350	600	$(/)$
$P_c$		25		$$.kg^{-1}$
$P_i$		12		$$.kg^{-1}$
$PSPC$		5		$$.W$
$PSPI$		25		$$.W$
$S_T$		$4 * 10^7$		$W$
$U_1$		$6 * 10^4$		$V$
$\rho$		$2.6 * 10^{-8}$		$\Omega.m$
$\rho_C$		8900		$kg.m^{-3}$
$\rho_I$		7800		$kg.m^{-3}$
$\mu_0$		$4\pi * 10^{-7}$		$kg.m.A^{-2}.s^{-2}$

Sorties			
Paramètre	Type	Valeur	Unité
$A$	<i>Libre</i>	—	$m$
$A_L$	<i>Libre</i>	—	$m^2$
$D_M$	<i>Libre</i>	—	$m$
$F_F$	<i>Libre</i>	—	(/)
$G$	<i>Libre</i>	—	$m$
$L_D$	<i>Libre</i>	—	$m$
$P_C$	<i>Libre</i>	—	\$
$P_I$	<i>Libre</i>	—	\$
$PC_C$	<i>Libre</i>	—	$W$
$PC_I$	<i>Libre</i>	—	$W$
$PSPC$	<i>Libre</i>	—	$\$.W^{-1}$
$PSPI$	<i>Libre</i>	—	$\$.W^{-1}$
$T_C$	<i>Libre</i>	—	\$
$T_I$	<i>Libre</i>	—	\$
$V_C$	<i>Libre</i>	—	$m^3$
$V_I$	<i>Libre</i>	—	$m^3$
$X$	<i>Libre</i>	—	%
$X_2$	<i>Libre</i>	—	$\Omega$

Fonction Objectif :

$$f_{obj}(V) = P_I + T_I + P_C + T_C$$

Test de Fiabilité :

Afin de vérifier la validité du modèle proposé, il convient de tester ce dernier avec plusieurs sets de valeurs. Vous trouverez ci-après un ensemble de valeurs d'entrée et les résultats attendus sur la base des valeurs de [2].

Numéro du set	Set 1	Set 2	Set 3	Set 4
$h$	0.727	0.4	0.4	100
$N_1$	290	100	600	600
$S$	$\frac{4*10^7}{3}$	$\frac{4*10^7}{3}$	$\frac{4*10^7}{3}$	$\frac{4*10^7}{3}$
$V_1$	$3.464 * 10^4$	$3.464 * 10^4$	$3.464 * 10^4$	$3.464 * 10^4$
$A$	0.04876	0.3055	0.1833	0.0007331
$G$	0.04876	0.3055	0.1833	0.0007331
$F_F$	0.1135	0.1759	0.4305	0.0005049
$L_D$	0.7095	1.208	0.4933	0.4933
$D_M$	0.9570	1.419	1.010	0.6447
$X_2$	11.33	3.097	194.1	0.1453
$X$	0.1259	0.03441	2.157	0.001615
$A_L$	0.3954	1.147	0.1911	0.1911
$V_C$	0.4475	0.2288	0.9769	0.6237
$V_I$	2.757	9.575	1.314	46.55
$P_C$	$9.956 * 10^4$	$5.092 * 10^4$	$2.174 * 10^5$	$1.388 * 10^5$
$P_I$	$2.581 * 10^5$	$8.962 * 10^5$	$1.230 * 10^5$	$4.357 * 10^6$
$PC_C$	$2.356 * 10^5$	$1.205 * 10^5$	$5.143 * 10^5$	$3.284 * 10^5$
$PC_I$	$2.198 * 10^4$	$7.632 * 10^4$	$1.047 * 10^4$	$3.711 * 10^5$
$T_C$	$1.178 * 10^6$	$6.024 * 10^5$	$2.572 * 10^6$	$1.642 * 10^6$
$T_I$	$5.495 * 10^5$	$1.908 * 10^6$	$2.618 * 10^5$	$9.276 * 10^6$
$f_{obj}$	$2.085 * 10^6$	$3.458 * 10^6$	$3.174 * 10^6$	$15.41 * 10^6$

## Références

- [1] J. Bignon, “Modèle du transformateur.” <https://gitlab.univ-nantes.fr/chenouard-r/optimizationbenchmarklibrary/-/blob/main/Mod%C3%A8les/Transfo2/Refs/Mod%C3%A8le%20du%20transformateur.docx>.
- [2] M. Poloujadoff and R. D. Findlay, “A procedure for illustrating the effect of variation of parameters on optimal transformer design.” <https://gitlab.univ-nantes.fr/chenouard-r/optimizationbenchmarklibrary/-/blob/main/Mod%C3%A8les/Transfo2/Refs/Poloujadoff.pdf>, November 1986.