Matemática

especial ENEM

Editora Saraiva

Editora Saraiva
www.editorasaraiva.com.br

Rua Henrique Schaumann, 270 – Cerqueira César – São Paulo/SP – 05413-909
Fone: (11) 3613 3000 – Fax: (11) 3611 3308
Televendas: (11) 3616 3666 – Fax Vendas (11) 3611 3268

Atendimento ao professor: *(11) 3613 3030 – Grande São Paulo*
0800 0117875 – Demais localidades
atendprof.didatico@editorasaraiva.com.br

Atividades

C3 • H10

1 Uma loja de aparelhos eletrônicos oferece televisores com telas de tamanhos diversos. Poucas pessoas sabem, mas, quando um televisor possui tela de 40 polegadas, isso significa que a diagonal da tela mede 40 polegadas, que equivalem a aproximadamente 102 cm. Na vitrine dessa loja há três aparelhos televisores cujas medidas das diagonais das telas estão em progressão aritmética de razão 10 polegadas.

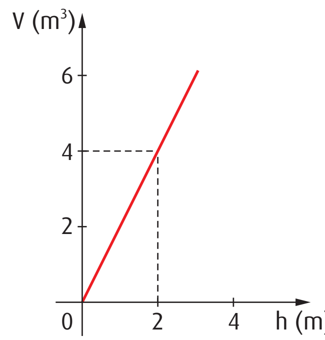
Cartoon Estúdio

Sabendo-se que o maior televisor tem tela de 40 polegadas, quais são as medidas aproximadas, em centímetros, das diagonais das telas dos dois menores aparelhos televisores?

a) 20 e 30
b) 51 e 81,5
x c) 51 e 76,5
d) 30 e 80
e) 30 e 40

C4 • H16

2 Uma fábrica de refrigerantes possui um reservatório cilíndrico em que o volume de refrigerante varia em função da altura da coluna de refrigerante, de acordo com a seguinte função do primeiro grau:



TPG

Quando a altura da coluna de refrigerante no reservatório atingir 3 m, ele será esvaziado e seu conteúdo será distribuído em latinhas de 200 mℓ. Qual é o número de latinhas necessárias para armazenar todo o refrigerante?

a) 2 000
b) 3 000
c) 20 000
x d) 30 000
e) 15 000

1. Como as medidas diagonais das telas dos aparelhos estão em progressão aritmética de razão 10 polegadas, e o maior deles tem 40 polegadas, concluímos que os dois menores têm 20 e 30 polegadas. Assim, sendo d_1 e d_2 as medidas em centímetros das diagonais das telas dos dois menores, e sabendo que 40 polegadas equivalem a 102 centímetros, temos, da regra de três simples, que:

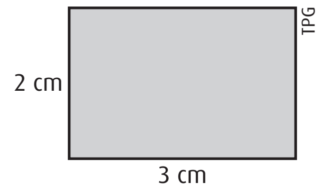
$$\left.\begin{array}{l} 40 \text{ polegadas} — 102 \text{ cm} \\ 30 \text{ polegadas} — d_2 \\ 20 \text{ polegadas} — d_1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow d_1 = 51 \text{ cm e } d_2 = 76{,}5 \text{ cm}$$

2. O gráfico apresenta a função y = 2x na qual *y* expressa, em metros cúbicos, o volume de refrigerante no reservatório e *x* expressa, em metros, a altura da coluna de refrigerante no reservatório. Portanto, quando x = 3 temos que y = 6.
Como 6 metros cúbicos equivalem a 6 000 litros ou 6 000 000 mililitros, temos que o número de latinhas necessárias para armazenar todo o refrigerante é igual a:

$$\frac{6\,000\,000}{200} = 30\,000$$

C3 • H12

3 A figura a seguir representa, numa escala de 1:1 000 000, um terreno retangular de um condomínio numa área rural do interior do estado do Ceará.



Sabendo-se que hoje o preço do metro quadrado desse terreno é de R$ 1,00 e que a taxa de desvalorização dos preços dos terrenos nessa região é de 10% ao ano, qual será o preço desse terreno daqui a 2 anos?

a) 540 milhões
b) 6 milhões
c) 300 milhões
x d) 486 milhões
e) 54 milhões

3. Como a escala é de 1:1 000 000, temos que as dimensões reais do terreno são de 2 000 000 cm por 3 000 000 cm, ou seja, de 20 000 m por 30 000 m.

Logo, a área real do terreno é de

$20\,000 \text{ m}^2 \times 30\,000 \text{ m}^2 = 600\,000\,000 \text{ m}^2$.

Como o preço é de R$ 1,00 por m², temos que hoje o terreno vale 600 milhões de reais, mas, com a desvalorização de 10% ao ano, temos que, daqui a um ano, o preço será de:
0,9 × R$ 600 000 000,00 = R$ 540 000 000,00.

E que, daqui a dois anos, o preço será de:
0,9 × R$ 540 000 000,00 = R$ 486 000 000,00.

C3 • H11

4 Um biólogo, que investiga a proliferação de algas que tomam a superfície de um lago, concluiu que a área ocupada pelas algas dobra a cada dia. Como essa espécie de alga é nociva para o ecossistema do lago, o biólogo recomenda uma solução líquida para combater as algas que deve ser despejada no lago à razão de 100 mℓ para cada m² de superfície tomada pelas algas. Sabendo-se que no início da pesquisa a área ocupada pelas algas era de 5 m² e que o tratamento teve início 3 dias depois, qual deve ter sido, em litros, a quantidade da solução usada para combater as algas no primeiro dia do tratamento?

a) 1
x b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

4. Como no 1º dia a área ocupada pelas algas era de 5 m², temos que no 2º dia essa área era de 10 m² e que no 3º dia era de 20 m². Então, sendo *x* a quantidade da solução usada para combater as algas no início do tratamento, da regra de três simples, temos que:

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}1\ \ell - 1 \text{ m}^2 \\ x - 20 \text{ m}^2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x = 2\ \ell$$

C4 • H16

5 Para construir uma churrasqueira nova num condomínio foi combinado que cada condômino pagaria o valor de R$ 40,00. Como 4 condôminos deixaram de pagar, cada um dos condôminos pagantes teve que contribuir com R$ 10,00 a mais do que era previsto. Qual é o número total de condôminos?

a) 10
x b) 20
c) 30
d) 40
e) 50

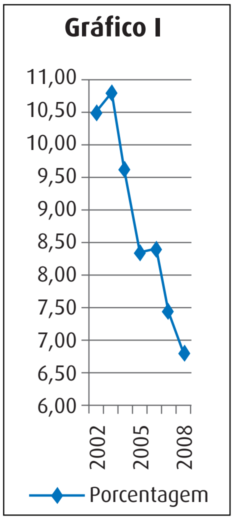
5. Sendo *n* o número de condôminos e *C* o valor do custo da construção da churrasqueira, temos que:

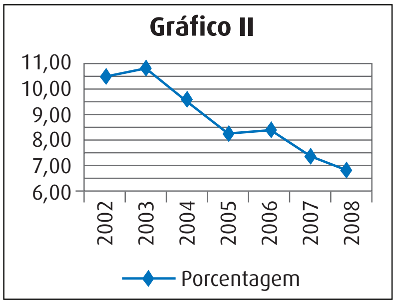
$$\begin{cases} C = 40n \\ C = (40 + 10)(n - 4) \end{cases} \Leftrightarrow 40n = 50n - 200 \Rightarrow n = 20$$

C3 • H14

6 Para divulgar o desempenho do governo na criação de novos empregos, uma propaganda governamental divulgou o gráfico I, que mostra a variação da taxa de desemprego da população economicamente ativa entre os anos 2002 e 2008.

Um jornal independente divulga o gráfico II numa matéria sobre a queda da taxa de desemprego.





TPG

6. Os gráficos traduzem as mesmas informações, só que em escalas diferentes. Isso mostra como uma informação pode ser manipulada para dar a sensação de queda "brusca" (ou o contrário) em alguma situação.

Pode-se concluir que:

a) O gráfico I mostra a queda real e o gráfico II é falso.

b) O gráfico II mostra a queda real e o gráfico I é falso.

c) Não é possível comparar os dois gráficos.

x d) Os gráficos mostram as mesmas informações, porém em escalas diferentes.

e) O gráfico II mostra uma queda na taxa de desemprego maior do que a do gráfico I.

C1 • H3

7. Com a anulação das questões de Arcadismo, as questões válidas somam 7,5. Mas como o professor disse que a prova continuaria valendo 10 pontos, sendo *x* o valor proporcional da terceira questão, temos:

$$\left.\begin{matrix} 7{,}5 - 10 \\ 2{,}1 - x \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow x = 2{,}8$$

7 O professor de Literatura do primeiro ano de uma escola da capital combinou com seus alunos que cobraria na prova mensal apenas seus conhecimentos sobre Barroco e Classicismo, mas quando foi elaborar a prova esqueceu-se do combinado e fez as cinco questões de acordo com a tabela a seguir:

	Tema	Valor
Questão 1	Arcadismo	1,5
Questão 2	Arcadismo	1,0
Questão 3	Barroco	2,1
Questão 4	Barroco	2,4
Questão 5	Classicismo	3,0

Na hora da prova, os alunos logo perceberam o erro e reclamaram. O professor, ao constatar o erro, disse o seguinte: "Não se preocupem, vou desconsiderar as questões sobre Arcadismo e as outras questões totalizarão os 10 pontos da prova, cada uma com o mesmo valor relativo que tinha antes".

Dessa forma, quanto passa a valer a terceira questão?

a) 3,2

b) 3,0

x c) 2,8

d) 2,6

e) 2,4

C1 • H4

8 Um supermercado anuncia a seguinte promoção: "a cada nove unidades de sabão que o cliente leva, só paga cinco delas!". Mariana, que adora fazer contas, já pensou: "isso equivale a um desconto de 44%". Entretanto, Mariana fez uma aproximação. A diferença entre o valor exato do desconto e o valor aproximado por Mariana é igual a:

a) $\frac{1}{25}$

b) $\frac{1}{100}$

x c) $\frac{1}{225}$

d) $\frac{11}{10}$

e) $\frac{4}{99}$

8. O desconto oferecido é de $\frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ e o valor aproximado por Mariana é de 44% $= \frac{44}{100}$.
Logo, a diferença entre esses valores é de:
$\frac{4}{9} - \frac{44}{100} = \frac{400 - 396}{900} = \frac{4}{900} = \frac{1}{225}$.

C1 • H4

9 Num renomado colégio, o diretor pedagógico solicitou a todos os professores que, após a avaliação final, fosse feito um levantamento estatístico das médias dos alunos de cada sala. Para que seja aprovado, o aluno precisa ter média de, no mínimo, 7 pontos após o arredondamento (de forma que as notas só variem de 0,5 em 0,5).

O professor de matemática tabulou as notas de todas as salas do 1º ano, chegando às seguintes conclusões:

10% dos alunos tiraram nota igual ou inferior a 2;

9. O argumento está errado, já que o diretor não percebeu que cada faixa de nota apresentada no relatório do professor contém os alunos da faixa anterior.

20% dos alunos tiraram nota igual ou inferior a 4;

30% dos alunos tiraram nota igual ou inferior a 5;

35% dos alunos tiraram nota igual ou inferior a 6,5.

O diretor, ao receber tais informações, ficou extremamente preocupado e chamou o professor para conversar. Este, ao chegar à sala, foi interpelado:

— Professor Carlos, você tem certeza de que calculou as notas corretamente?

— Sim, eu verifiquei três vezes antes de enviá-las para o senhor.

— Então você precisa rever sua estratégia de ensino! Afinal de contas, somando as porcentagens dos alunos que ficaram com nota inferior a 7, conclui-se que 95% da sala não foi aprovada. Isso é um absurdo!

Pergunta-se: o argumento do diretor pedagógico está correto? Por quê?

a) O argumento está correto, já que a soma das porcentagens é, de fato, 95%.

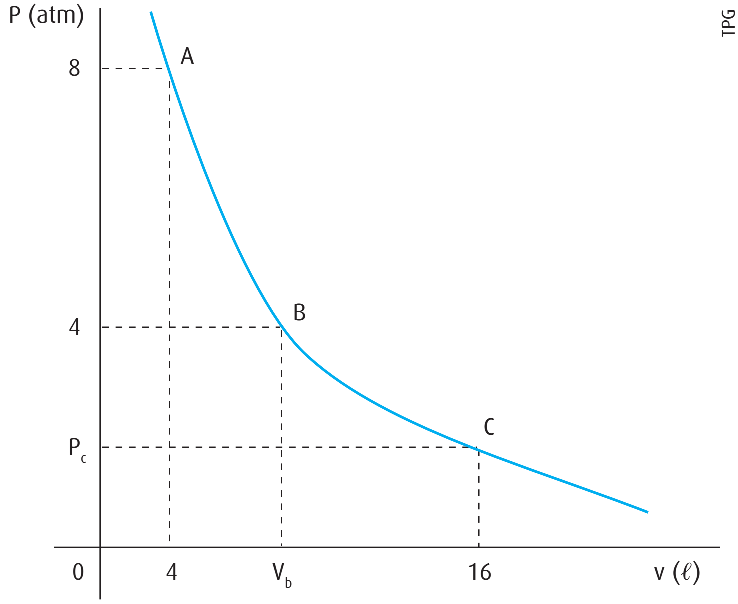
b) O argumento está errado, já que a soma das porcentagens não pode considerar os alunos com nota igual ou inferior a 6,5, pois estes serão aprovados em conselho.

c) O argumento está correto, porque uma taxa de reprovação tão elevada só pode ser resultado de uma má estratégia de ensino.

x d) O argumento está errado, já que a soma do diretor conta mais de uma vez diversos dos alunos reprovados.

e) O argumento está errado, já que não se pode somar as porcentagens sem que se conheça o número total de alunos.

10 O gráfico abaixo é de uma transformação isotérmica na qual certa quantidade de gás é levada do estado *A* para o estado *C*, passando pelo estado *B*.



Sabendo que a função que relaciona a pressão P(v), em atmosferas, com o volume *v*, em litros, do gás é dada por $P(v) = \frac{k}{v}$, em que *k* é uma constante real positiva, pode-se concluir que o volume do gás no estado *B* e a pressão do gás no estado *C* são, respectivamente:

x a) 8 ℓ e 2 atm
b) 4 ℓ e 16 atm
c) 4 ℓ e 4 atm
d) 8 ℓ e 8 atm
e) 2 ℓ e 8 atm

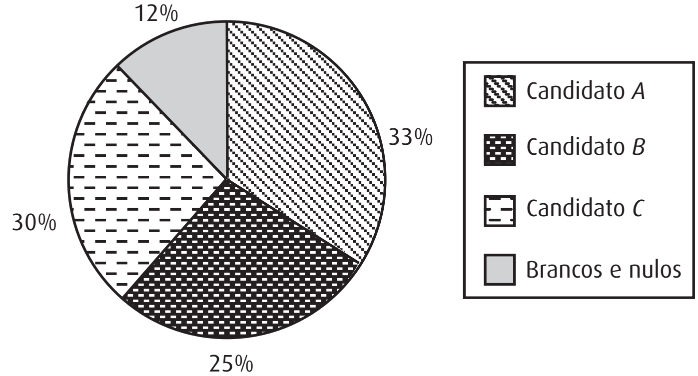
10. Como $P(v) = \frac{k}{v} \Leftrightarrow k = v \cdot P(v)$, temos no estado *A* que $k = 4 \cdot 8 = 32$, portanto, no estado *B* temos que $32 = V_b \cdot 4 \Leftrightarrow V_b = 8$ ℓ e, no estado *C*, que $32 = 16 \cdot P_c \Leftrightarrow P_c = 2$ atm

11. O candidato *A* obteve 33% das 1 000 intenções de voto na pesquisa, ou seja, obteve 330 intenções de voto. Como 12% das 1 000 intenções de voto são nulos ou brancos, temos que há 120 intenções de votos nulos ou brancos e, portanto, há apenas 1 000 − 120 = 880 intenções de votos válidos nessa pesquisa. Assim, sendo *x* a porcentagem de intenções de voto para o candidato *A* dentre as intenções de votos válidos, temos:
$\frac{330}{880} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = 37{,}5$.

C4 • H17

11 O gráfico de setores a seguir mostra o resultado de uma pesquisa de intenções de voto para governador que envolve os candidatos *A*, *B* e *C* numa amostra de 1 000 eleitores.

TPG



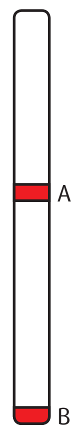
Considerando apenas as intenções de votos válidos, isto é, excluindo brancos e nulos, qual é porcentagem de intenções de votos válidos para o candidato *A*?

x a) 37,5%
b) 33%
c) 21%
d) 45%
e) 44%

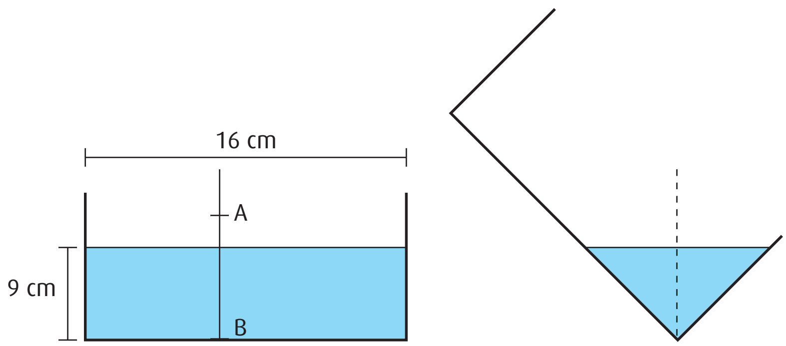
C2 • H8

12 Um técnico precisava medir a temperatura de um tanque que continha uma solução ácida. Devido à precisão necessária na medição, o termômetro utilizado tinha uma construção diferente, conforme a figura a seguir. Para que uma medida seja feita, ambas as faixas marcadas por *A* e *B*, distantes 10 cm uma da outra, devem entrar em contato com o líquido.

Porém, com o recipiente na sua posição normal (horizontal), a profundidade não seria suficiente para mergulhar o termômetro por completo, como mostra a figura a seguir.



Gráficos: TPG



Posição normal

Posição inclinada

Se o técnico inclinar o recipiente 45° e introduzir o termômetro verticalmente, segundo a linha tracejada, ele será capaz de realizar a medição?

a) Não, pois ainda faltaria 1 cm de profundidade.

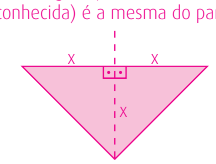
b) Não, pois faltaria mais de 1 cm de profundidade.

x c) Sim, com folga de 2 cm na profundidade.

d) Sim, com folga de menos de 2 cm na profundidade.

e) Sim, com folga de mais de 2 cm na profundidade.

12. Com o recipiente na posição normal, a solução ocupa o volume de um paralelepípedo reto-retângulo cuja base é um retângulo de dimensões 9 cm e 16 cm e a altura (desconhecida) é perpendicular ao plano do papel. Na posição inclinada, a solução passa a ocupar o volume de um prisma cuja base é um triângulo retângulo (como indicado na figura) e a altura (desconhecida) é a mesma do paralelepípedo.



Assim, como ambos os sólidos devem ter o mesmo volume, basta que as bases tenham a mesma área. Logo:

$9 \cdot 16 = \frac{(2x)x}{2} \Rightarrow x = 12$ cm

Dessa forma, a medição é possível, com folga de 2 cm.

Texto para as questões 13 e 14

Ana Elisa tem um carro modelo *flex*, cujo tanque encontra-se completamente cheio de álcool. Porém, com a chegada do inverno, ela julgou que seria melhor que o combustível no tanque tivesse sempre um mínimo de 20% de gasolina pura para facilitar o funcionamento em dias frios.

Dessa forma, Ana Elisa esperou que o tanque ficasse praticamente vazio (pode-se considerar que, neste momento, o volume de álcool restante no tanque é desprezível) e foi ao posto, solicitando ao atendente que abastecesse o carro com 40 litros de álcool e 10 litros de gasolina. Mas ela esqueceu-se de um detalhe importante: no Brasil, a gasolina comprada nos postos é, na realidade, uma mistura cujo teor é de 24% de álcool e 76% de gasolina pura.

C1 • H3

13. Dos 10ℓ de gasolina colocados no tanque, temos que apenas 7,6ℓ são de gasolina pura. Assim, a porcentagem de gasolina pura na mistura de 50ℓ é:
$\frac{7,6}{50} = \frac{15,2}{100} = 15,2\%$

13 Em vez dos 20% planejados, qual foi a porcentagem de gasolina pura obtida por Ana Elisa ao abastecer dessa forma?

a) 24%
b) 19,6%
c) 16%
x d) 15,2%
e) 7,6%

C5 • H21

14. Sendo *x* o volume em litros de gasolina adicionada, temos que o volume de gasolina pura é expresso por (0,76 · x) e o volume total, em litros, é expresso por (40 + x). Assim, como a porcentagem de gasolina pura desejada na mistura é de 20%, temos:
$\frac{0,76 \cdot x}{40 + x} = 20\% \Rightarrow x \cong 14,3$
Nesse caso, a alternativa mais próxima é *e*.

14 Se ela ainda quisesse utilizar 40 litros de álcool, quantos litros de gasolina deveriam ser colocados para se atingir, aproximadamente, a porcentagem desejada de gasolina pura?

a) 20,2
b) 17,8
c) 16,2
d) 15,3
x e) 14,1

C1 • H3

15 Uma grande rede de supermercados oferece uma promoção para seus clientes. Cada ovo de Páscoa custa R$ 10,00 à vista ou R$ 12,00 em duas parcelas de R$ 6,00, sendo a primeira no momento da compra e a segunda após 30 dias. Qual é a taxa mensal de juros sobre o saldo devedor cobrada pela loja na compra parcelada?

a) 10%
b) 20%
c) 30%
d) 40%
x e) 50%

15. Depois de paga a primeira parcela, temos que o saldo devedor é de: R$ 10,00 – R$ 6,00 = R$ 4,00. Assim, é como se a loja nos "emprestasse" R$ 4,00 no momento da compra e cobrasse R$ 6,00 após 30 dias.

Dessa forma, os juros nominais são de R$ 6,00 – – R$ 4,00 = R$ 2,00 e, portanto, a taxa mensal de juros sobre o saldo devedor é de:

$\frac{R\$\ 2,00}{R\$\ 4,00} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$.

C1 • H3

16 A fim de se adequar à inflação, uma papelaria decidiu aumentar os preços de todos os seus produtos em 20%. Porém, para não perder clientes, o dono disse aos funcionários: "Apenas neste mês, clientes antigos podem pagar o preço original, antes do aumento de 20%. Mas prestem atenção, pois todas as etiquetas já mostram o preço reajustado".

Mariângela, uma artista que compra na papelaria há mais de 5 anos, precisa de uma tela grande para pintar um quadro. Na etiqueta, o valor mostrado é de R$ 240,00.

Antes de passar no caixa, foi informada sobre o desconto para clientes antigos. Assim, o funcionário que a atendeu calculou o preço correto e o valor percentual do desconto, chegando a

a) R$ 192,00, com um desconto de 20%.
b) R$ 200,00, com um desconto de 20%.
c) R$ 192,00, com um desconto de aproximadamente 16,7%.
x d) R$ 200,00, com um desconto de aproximadamente 16,7%.
e) R$ 180,00, com um desconto de 25%.

16. Sendo x o valor original, temos que o preço na etiqueta é dado por 1,2x. Logo:

$1,2x = R\$\ 240,00 \Rightarrow x = R\$\ 200,00$

Assim, o desconto nominal dado sobre o preço da etiqueta é de R$ 40,00 em R$ 240,00 e, portanto, o desconto percentual é de:

$\frac{R\$\ 40,00}{R\$\ 240,00} = \frac{1}{6} = 1,666... \cong 16,7\%$.

Texto para as questões 17 e 18

Qual a diferença entre os juros simples e juros compostos?

Juros Simples: O valor ganho sobre o capital inicial é fixo, e esse valor é adicionado ao saldo (montante) do investimento ao final de cada período.

Juros Compostos: O valor ganho sobre o capital é reinvestido, por exemplo, ao final do segundo período, o investidor recebe juros sobre o capital inicial mais os juros sobre o lucro recebido no período anterior, e assim por diante.

17. Observe as seguintes planilhas:

Pedro (juros simples)

Capital inicial	R$ 100,00
Juros (10% de R$ 100,00)	+ R$ 10,00
Saldo após um ano	R$ 110,00
Juros (10% de R$ 100,00)	+ R$ 10,00
Saldo após dois anos	R$ 120,00
Juros (10% de R$ 100,00)	+ R$ 10,00
Saldo após três anos (montante)	R$ 130,00

Antônio (juros compostos)

Capital inicial	R$ 100,00
Juros (10% de R$ 100,00)	+ R$ 10,00
Saldo após um ano	R$ 110,00
Juros (10% de R$ 110,00)	+ R$ 11,00
Saldo após dois anos	R$ 121,00
Juros (10% de R$ 100,00)	+ R$ 12,10
Saldo após três anos (montante)	R$ 133,10

Sendo assim, a diferença absoluta entre os montantes acumulados entre Pedro e Antônio, em três anos de investimento, é:

|R$ 130,00 − R$ 133,10| = R$ 3,10

18. Do enunciado temos: $\begin{cases} C = 1000 \\ M = 2C = 2000 \\ n = 5 \\ i = ? \end{cases} \Rightarrow$

$2000 = 1000\,(1 + i)^5 \Rightarrow (1 + i)^5 = 2$

Aplicando-se a função logarítmica decimal aos dois membros da última igualdade, temos:

$\log (1 + i)^5 = \log 2 \Rightarrow 5 \cdot \log (1 + i) = 0{,}30 \Rightarrow$

$\log (1 + i) = 0{,}06 \Rightarrow 1 + i = 10^{0{,}06} \Rightarrow i = 0{,}148$

Portanto, a taxa anual de juros dessa aplicação deverá ser de 14,8%.

C4 • H16

17 Pedro e Antônio investiram R$ 100,00 cada um em aplicações diferentes, a uma taxa de juros de 10% ao ano, sendo que o investimento de Pedro é no regime de juros simples e o de Antônio, no regime de juros compostos. A diferença absoluta entre os montantes dessas aplicações após 3 anos é de:

a) R$ 0,00

b) R$ 10,00

x c) R$ 3,10

d) R$ 21,00

e) R$ 0,10

C4 • H18

18 Numa aplicação financeira no regime de juros compostos e capitalizado anualmente, um estudante pretende aplicar R$ 1000,00 e dobrar seu capital após 5 anos. Qual deverá ser a taxa anual de juros dessa aplicação?

(dados: $\log 2 = 0{,}30$ e $10^{0{,}06} = 1{,}148$)

a) 10%

b) 12,4%

x c) 14,8%

d) 15,2%

e) 16%

Texto para as questões 19 e 20

Marquinhos financiou a compra de seu carro em 12 parcelas mensais de R$ 2000,00 e já havia pagado 9 parcelas, quando recebeu um bônus de R$ 5800,00 da empresa em que trabalha. Então, na véspera do pagamento da 10ª parcela, Marquinhos ligou para a concessionária que financiou seu carro e descobriu que, se decidisse pagar as três últimas parcelas no dia seguinte, receberia um desconto de R$ 100,00 e poderia quitar sua dívida por R$ 5900,00.

C1 • H3

19 Marquinhos decidiu que usaria apenas o dinheiro do bônus para quitar sua dívida e que continuaria pagando as parcelas de R$ 2000,00, deixando o dinheiro restante, após cada pagamento, numa aplicação que lhe rende 4% de juros ao mês. Dessa forma, é correto afirmar que para o pagamento da última parcela do financiamento Marquinhos:

x a) usará o dinheiro aplicado e ainda lhe sobrarão aproximadamente R$ 30,00.

b) usará o dinheiro aplicado e ainda lhe sobrarão aproximadamente R$ 50,00.

c) usará o dinheiro aplicado e ainda lhe sobrarão aproximadamente R$ 70,00.

d) usará todo o dinheiro aplicado mais aproximadamente R$ 50,00 de seu salário.

e) usará todo o dinheiro aplicado mais aproximadamente R$ 70,00 de seu salário.

C1 • H3

20 Se Marquinhos tivesse recebido R$ 6 000,00 em vez dos R$ 5 800,00, ele teria a opção de quitar as 3 parcelas de uma vez, mas também poderia seguir com o mesmo procedimento da questão anterior. Se optasse pela quitação total, poderia investir o restante dos R$ 6 000,00 na mesma aplicação de 4%.

Considerando apenas o saldo restante nessa aplicação, na data prevista para o pagamento da última parcela, ou seja, 2 meses após o recebimento do dinheiro, qual das modalidades seria mais vantajosa para Marquinhos: quitar as três parcelas restantes de uma vez ou seguir com o pagamento parcelado? De quantos reais é a vantagem dessa modalidade em relação à outra?

a) A quitação antecipada é mais vantajosa em aproximadamente R$ 250,00.

b) A quitação antecipada é mais vantajosa em aproximadamente R$ 140,00.

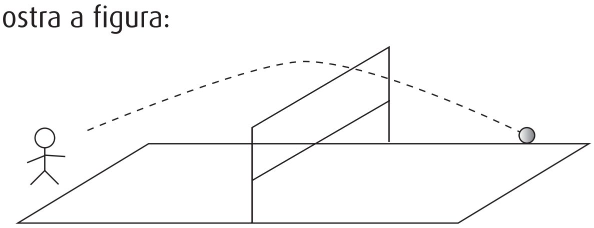
c) A quitação antecipada é mais vantajosa em aproximadamente R$ 110,00.

x d) O pagamento parcelado é mais vantajoso em aproximadamente R$ 140,00.

e) O pagamento parcelado é mais vantajoso em aproximadamente R$ 250,00.

C5 • H21

21 Um jogador de vôlei fez um saque em que a bola foi lançada numa trajetória parabólica, e atingiu altura máxima bem acima da rede, como mostra a figura:



TPG

19. Observe a seguinte planilha da aplicação de Marquinhos:

Bônus	R$ 5 800,00
10ª parcela	− R$ 2 000,00
Dinheiro aplicado	R$ 3 800,00
Juros (4% de R$ 3 800,00)	+ R$ 152,00
Saldo no mês seguinte	R$ 3 952,00
11ª parcela	+ R$ 2 000,00
Saldo	R$ 1 952,00
Juros (4% de R$ 1 952,00)	+ R$ 78,08
Saldo no mês seguinte	R$ 2 030,00
12ª parcela	− R$ 2 000,00
Saldo	R$ 30,08

Sendo assim, Marquinhos quitará sua dívida usando apenas o dinheiro aplicado e ainda lhe sobrarão R$ 30,08.

20. Observe as seguintes planilhas:

Primeira modalidade (quitação antecipada)

Bônus	R$ 6 000,00
Pagamento	− R$ 5 900,00
Dinheiro aplicado	R$ 100,00
Juros (4% de R$ 100,00)	+ R$ 4,00
Saldo no mês seguinte	R$ 104,00
Juros (4% de R$ 104,00)	+ R$ 4,16
Saldo restante após dois meses	R$ 108,16

Segunda modalidade (pagamento parcelado)

Bônus	R$ 6 000,00
10ª parcela	− R$ 2 000,00
Dinheiro aplicado	R$ 4 000,00
Juros (4% de R$ 4.000,00)	+ R$ 160,00
Saldo no mês seguinte	R$ 4 160,00
11ª parcela	− R$ 2 000,00
Saldo	R$ 2 160,00
Juros (4% de R$ 2.160,00)	+ R$ 86,40
Saldo no mês seguinte	R$ 2 246,40
12ª parcela	− R$ 2 000,00
Saldo	R$ 246,40

Sendo assim, o pagamento parcelado é mais vantajoso que a quitação antecipada em:

R$ 246,40 − R$ 108,16 = R$ 138,24

21. As raízes da função $y = f(x)$ que descreve a trajetória da bola no primeiro saque são 10 e -10 e as coordenadas de seu vértice são: $x_v = \frac{-b}{2a} = 0$ e $y_v = f(0) = 10$. Portanto, no primeiro saque, o jogador está a 10 m da rede e a altura máxima da bola também é de 10 m.

Dessa forma, pode-se concluir que, no segundo saque, o jogador está a 5 m da rede e que a altura máxima da bola é de 15 m. Assim, a trajetória da bola, no segundo saque, deve ser descrita por uma função do segundo grau com raízes 5 e -5, e vértice no ponto (0,15).

Como o vértice está em (0,15), a função é do tipo $y = ax^2 + 15$ e, como o número 5 é uma de suas raízes, temos que $25a + 15 = 0$ $a = -\frac{3}{5}$. Então esta função é $y = -\frac{3}{5}x^2 + 15$.

22. Considerando-se a função $g(x) = \begin{cases} 2x - 5, \text{ se } x < 500 \\ 5x - 9, \text{ se } x \geq 500 \end{cases}$ definida para todo número real, temos que a função apresentada no enunciado pode ser escrita como: $y = \begin{cases} g(x), \text{ se } x > 100 \\ 0, \text{ se } x \leq 100 \end{cases}$, que corresponde ao comando: "SE($x > 100$; $y = g(x)$; $y = 0$)"

Como $y = g(x)$ corresponde ao comando: "SE($x < 500$; $y = 2x - 5$; $y = 5x - 9$)", podemos fazer uma substituição e escrever a função apresentada com um único comando:

"SE($x > 100$; SE($x < 500$; $y = 2x - 5$; $y = 5x - 9$); $y = 0$)"

Considerando um sistema de coordenadas cartesianas ortogonal, de tal modo que o eixo das abscissas está no plano do chão e o eixo das ordenadas está no plano da rede, e os dois eixos estão no mesmo plano que a trajetória da bola, a equação da parábola descrita na figura é $y = -\frac{1}{10}x^2 + 10$, com *x* e *y* em metros.

Ao aproximar-se 5 m da rede, esse mesmo jogador fez outro saque em que a trajetória parabólica da bola também atingiu altura máxima bem acima da rede. Se, no segundo saque, a altura máxima da bola foi 50% maior que no primeiro, então a equação dessa nova parábola, no mesmo sistema cartesiano, é:

x a) $y = -\frac{3}{5}x^2 + 15$

b) $y = x^2 + 15$

c) $y = \frac{3}{5}x^2 - 15$

d) $y = -\frac{3}{5}x^2 - 15$

e) $y = -x^2 + 15$

C5 • H21

22 Um comando muito importante na computação que é utilizado em muitas situações, inclusive em programação e planilhas de cálculo, é o comando *SE*, que possui a seguinte estrutura:

"SE (p; a; b)"

Essa estrutura, também chamada de sintaxe, tem o seguinte significado:

"Se *p*, então *a*, caso contrário *b*".

Assim, o comando: "SE (amarelo; banana; cenoura)", por exemplo, significa:

"Se amarelo, então banana, caso contrário cenoura"

Sendo assim, uma função como:

$$y = \begin{cases} 0 \quad , \text{ se } x \leq 100 \\ 2x - 5, \text{ se } 100 < x < 500, \\ 5x - 9, \text{ se } x \geq 500 \end{cases}$$

por exemplo, pode ser descrita, numa planilha de cálculo, usando-se o comando:

x a) "SE($x > 100$; SE($x < 500$; $y = 2x - 5$; $y = 5x - 9$); $y = 0$)"

b) "SE($x > 100$; SE($x < 500$; $y = 5x - 9$; $y = 2x - 5$); $y = 0$)"

c) "SE($x > 100$; SE($x < 500$; $y = 2x - 5$; $y = 0$); $y = 5x - 9$)"

d) "SE($x < 100$; SE($x > 500$; $y = 2x - 5$; $y = 5x - 9$); $y = 0$)"

e) "SE($x < 100$; SE($x > 500$; $y = 0$; $y = 2x - 5$); $y = 5x - 9$)"

C5 • H19

23 No aniversário de Roberto, seu pai lhe deu 7 carrinhos em miniatura de presente, e prometeu que, se ele se comportasse bem, a cada 12 dias lhe daria mais um carrinho. Roberto, muito empolgado, resolveu fazer as contas, e tentou prever o número de dias *d* que seriam necessários para que ele acumulasse *n* carrinhos. Assim, obteve a relação:

a) $d = 12n + 7$

b) $d = 12n - 7$

x c) $d = 12n - 84$

d) $d = \frac{n}{12} - 5$

e) $d = \frac{n}{7} + 12$

23. Se Roberto ganhará um carrinho a cada 12 dias, então o número de carrinhos que Roberto ganhará de seu pai, a partir da data de seu aniversário, é igual a $\frac{d}{12}$, para todo número de dias (*d*) múltiplo de 12.

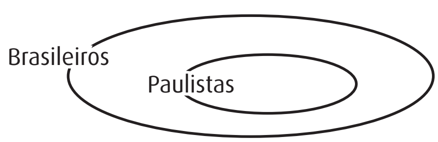
E como Roberto já ganhou sete carrinhos de aniversário, temos que a relação existente entre o número de carrinhos (*n*) e o número de dias (*d*) pode ser escrita como: $n = \frac{d}{12} + 7$.

Assim, isolando-se a variável *d*, temos:

$n = \frac{d}{12} + 7 \Rightarrow n - 7 = \frac{d}{12} \Rightarrow 12n - 84 = d.$

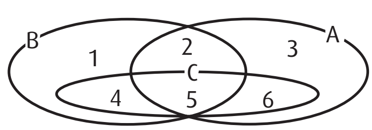
C5 • H22

24 Um recurso muito importante para resolver problemas de lógica é o diagrama de Euler-Venn, ou diagrama de inclusão e exclusão. Por exemplo, a proposição "todo paulista é brasileiro" pode ser representada no seguinte diagrama:



Gráficos: TPG

Observe no diagrama a seguir, correspondente a um levantamento feito sobre alguns escritores brasileiros, os conjuntos A, B e C e as regiões numeradas de 1 a 6:



Os conjuntos do diagrama representam: *A* — os escritores brasileiros modernistas como Manuel Bandeira e Erico Verissimo, *B* — os escritores brasileiros nascidos no século XX, e *C* — os escritores brasileiros que são nordestinos.

Sabendo que Manuel Bandeira nasceu em Recife no dia 19 de abril de 1886 e que o gaúcho Erico Verissimo nasceu em 1905, considere as proposições:

I. Manuel Bandeira é elemento da região 5.

II. Erico Verissimo é elemento da região 2.

III. Todo escritor nordestino é modernista ou nasceu no século XX.

De acordo com as formações apresentadas, tanto pelo enunciado quanto pelo diagrama, pode-se concluir que:

a) as proposições I e II são verdadeiras.

x b) as proposições II e III são verdadeiras.

c) as proposições I e III são verdadeiras.

d) a proposição II é a única verdadeira.

e) a proposição III é a única verdadeira.

24. Como Manuel Bandeira pertence ao conjunto *C*, pois é nordestino, mas não pertence ao conjunto *B*, pois nasceu no século XIX, temos que Manuel Bandeira é elemento da região 6. Portanto, a proposição I é falsa.

Erico Verissimo não pertence ao conjunto *C*, pois é gaúcho, mas pertence à intersecção dos conjuntos *A* e *B*, pois é modernista e nasceu no século XX. Logo, é elemento da região 2 e, portanto, a proposição II é verdadeira.

Agora, como no diagrama o conjunto *C* está contido na união $A \cup B$, temos que a proposição III é verdadeira.

C5 • H21

25 O país que tem a maior população do mundo é a China, e atualmente essa população está próxima de 1,4 bilhão de habitantes. A população brasileira vem crescendo, mas a taxas cada vez menores, e estima-se que a taxa de crescimento da população brasileira se mantenha em torno de 1% pelos próximos anos.

Supondo que em 2011 o Brasil tivesse 200 milhões de habitantes e que a população chinesa atingisse a marca de 1,5 bilhão de habitantes, mantendo-se constante depois disso, daqui a quantos anos o Brasil teria uma população igual à da China?

Dados: $\log 1{,}01 \approx 0{,}0044$, $\log 3 \approx 0{,}48$ e $\log 2 \approx 0{,}30$.

a) 220
x b) 200
c) 180
d) 160
e) 140

25. Se a taxa de crescimento anual da população brasileira for de 1% nos próximos anos, então a população atual de 0,2 bilhões de habitantes se multiplicará por um fator de 1,01 a cada ano. Assim, sendo *x* o número de anos necessários para que a população brasileira atinja a marca de 1,5 bilhão de habitantes, temos que:

$0{,}2 \cdot (1{,}01)^x = 1{,}5 \Rightarrow (1{,}01)^x = 7{,}5 \Rightarrow x = \log_{1{,}01} 7{,}5$

Para calcular o valor desse logaritmo com os dados apresentados no enunciado, podemos representar o número 7,5 pela fração $\frac{30}{4}$ e devemos efetuar a mudança da base 1,01 para a base 10. Assim, teremos que:

$$x = \frac{\log_{10} \frac{30}{4}}{\log_{10} 1{,}01} = \frac{\log_{10} 30 - \log_{10} 4}{\log_{10} 1{,}01} =$$

$$= \frac{\log_{10} 3 + \log_{10} 10 - 2\log_{10} 2}{\log_{10} 1{,}01}$$

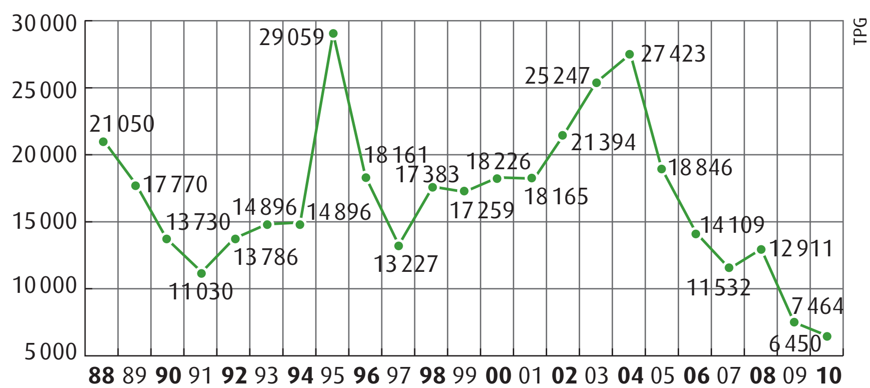
Dessa forma, com as aproximações dadas no enunciado temos:

$$x \cong \frac{0{,}48 + 1 - 2 \cdot 0{,}30}{0{,}0044} = \frac{1{,}48 - 0{,}60}{0{,}0044} =$$

$$= \frac{0{,}88}{0{,}0044} = 200$$

C5 • H20

26 Observe a manchete sobre o desmatamento, do *site* globo.com, no início de dezembro de 2010, que apresentava um gráfico com a área, em quilômetros quadrados, da região amazônica, desmatada anualmente:



Sobre as informações nesse gráfico, considere as afirmações:

I. De 2004 a 2010 o desmatamento anual na Amazônia manteve-se decrescente.

II. De 1991 a 1995 o desmatamento anual na Amazônia foi estritamente crescente.

III. O valor máximo do desmatamento anual na Amazônia, no período apresentado pelo gráfico, ocorreu no século passado.

IV. Nos dois últimos anos apresentados pelo gráfico, o desmatamento acumulado foi inferior ao desmatamento anual de 2006.

Assinale a alternativa que apresenta todas as afirmações que são verdadeiras:

a) I e II
b) II e III
x c) III e IV
d) II, III e IV
e) I, III e IV

26. O gráfico apresentado informa que, de 2007 para 2008, houve aumento no desmatamento anual, e que nos anos de 1993 e 1994 esse desmatamento manteve-se constante. Portanto, as afirmações I e II são falsas.

O gráfico também mostra que o valor máximo do desmatamento anual ocorreu em 1995, ou seja, no século XX. Portanto, a afirmação III é verdadeira.

Além disso, observa-se no gráfico que o desmatamento acumulado, de 2009 a 2010, foi de:

$7\,464 \text{ km}^2 + 6\,450 \text{ km}^2 = 13\,914 \text{ km}^2$

Como esse valor é menor do que o desmatamento no ano de 2006, que foi de $14\,109 \text{ km}^2$, temos que a afirmação IV é verdadeira.

C1 • H5

27 Um conselho comumente ouvido por pessoas que estão pensando em comprar ou alugar um imóvel é que, caso se possua valor para pagar o imóvel à vista, o aluguel **nunca** vale a pena.

Suponha que um apartamento custe R$ 200 000,00 à vista e que possa ser alugado por R$ 1 400,00 por mês. Dispondo do valor à vista, uma pessoa interessada nesse imóvel pode aplicar o dinheiro, que passa a render mensalmente uma porcentagem do valor aplicado, e pagar o aluguel com o rendimento da aplicação. Dessa forma, qual é a taxa mensal de rendimento da aplicação que torna esse procedimento financeiramente vantajoso?

a) O procedimento é vantajoso para rendimentos superiores a 0,3%.

b) O procedimento é vantajoso para rendimentos superiores a 0,4%.

c) O procedimento é vantajoso para rendimentos superiores a 0,5%.

d) O procedimento é vantajoso para rendimentos superiores a 0,6%.

x e) O procedimento é vantajoso para rendimentos superiores a 0,7%.

27. Para que o procedimento seja vantajoso, o rendimento deve ser superior ao valor do aluguel. Logo, procuramos uma taxa que, aplicada sobre um montante de R$ 200 000,00, forneça mais do que R$ 1 400,00.

$$\frac{x}{100} \cdot 200\,000 > 1\,400 \Rightarrow x > 0{,}7$$

Nesse caso, o procedimento é vantajoso somente para rendimentos mensais superiores a 0,7%.

Texto para as questões 28 e 29

Por serem menos poluentes, os veículos elétricos são considerados mais "verdes", ou seja, mais ecológicos. Alguns estados brasileiros criaram mecanismos para incentivar o uso de veículos elétricos. Veja o quadro:

Incentivos para veículos elétricos no Brasil

IPVA — Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores para veículos elétricos

Em sete Estados os proprietários de veículos movidos a motor elétrico (ou de força motriz elétrica) são isentos do IPVA:

Ceará (Lei 12.023 — art. 4, IX — veículos movidos a motor elétrico)

Maranhão (Lei 5.594 — art. 9, XI — veículos movidos a força motriz elétrica)

Pernambuco (Lei 10.849 — art. 5, XI — veículo movido a motor elétrico)

Piauí (Lei 4.548 — art. 5, VII — veículo movido a motor elétrico)

Rio Grande do Norte (Lei 6.967 — art. 8, XI — veículos movidos a motor elétrico)

Rio Grande do Sul (Lei 8.115 — art. 4, II — veículos de força motriz elétrica)

Sergipe (Lei 3.287 — art. 4, XI — veículos movidos a motor elétrico)

Veículos elétricos têm alíquota* do IPVA diferenciada em três Estados:

Mato Grosso do Sul (Lei 1.810 — O art. 153 prevê a possibilidade do Poder Executivo reduzir em até 70% o IPVA de veículo acionado a eletricidade)

Rio de Janeiro (Lei 2.877 — O inciso IV do art. 10 estabelece a alíquota de 1% para veículos que utilizem energia elétrica, alíquota essa 75% inferior à dos automóveis a gasolina)

São Paulo (Lei 6.606 — O inciso III do art. 7 estabelece a alíquota de 3% para automóveis de passeio, de esporte, de corrida e camionetas de uso misto movidos a eletricidade, alíquota essa 25% inferior à dos automóveis a gasolina)

* *Alíquota é uma porcentagem do valor do veículo cobrada como IPVA.*

Fonte: www.abve.org.br/incentivos.asp#BNDES_OE. Acesso em: 26/2/2011.

Renato, que mora no Rio de Janeiro, está em dúvida para comprar seu carro, e resolveu fazer alguns cálculos. Atualmente um carro elétrico custa aproximadamente 20% a mais que seu equivalente a gasolina, mas o gasto em combustível é praticamente zero, e há incentivos fiscais. Renato fez uma pesquisa e verificou que o modelo a gasolina do veículo no qual está interessado custa R$ 50 000,00 e, como ele roda mensalmente 1 200 km, calculou que, comprando esse modelo, gastará em média R$ 300,00 de gasolina por mês.

C5 • H21

28 Se Renato optar pelo carro a gasolina, então, contando somente o combustível e o IPVA, e desprezando a inflação, a correção monetária e a desvalorização do veículo, qual seria a expressão do gasto de Renato, em reais, após *x* anos com o carro?

a) 3 600x + 2 000
x b) 5 600x
c) 2 000x + 300
d) 2 300x
e) 300x + 2 000

28. Segundo o quadro, no estado do Rio de Janeiro, a alíquota de 1% para veículos elétricos é 75% inferior à dos veículos a gasolina. Então temos que a alíquota do IPVA para veículos a gasolina, nesse estado, é de 4%. Portanto, o gasto anual com o IPVA de Renato seria de $\frac{4}{100} \cdot$ R\$ 50 000,00 = R\$ 2 000,00.
Como, nesse caso, o gasto anual com gasolina seria de 12 · R\$ 300 = R\$ 3 600, temos que a expressão do gasto total de Renato, em reais, após *x* anos com o carro seria: g(x) = 3 600x + 2 000x = 5 600x.

C5 • H22

29 Se Renato optar pelo carro elétrico, após quanto tempo aproximadamente a diferença de preço, em relação ao carro a gasolina, seria compensada pelo gasto de combustível e pelos incentivos fiscais?

a) seis meses
b) um ano
c) um ano e meio
x d) dois anos
e) dois anos e meio

29. Como o modelo elétrico é 20% mais caro, temos, nesse caso, que Renato compraria um carro no valor de R\$ 50 000,00 + $\frac{20}{100} \cdot$ R\$ 50 000,00 = R\$ 60 000,00 e gastaria anualmente, com o IPVA, 1% desse valor, ou seja: $\frac{1}{100} \cdot$ R\$ 60 000,00 = R\$ 600,00.
Uma vez que o carro elétrico não tem gastos com combustível, a expressão para o gasto de Renato, em reais, após *x* anos com carro elétrico é: f(x) = 600x.
Assim, para compensar a diferença de R\$ 10 000,00 entre os preços dos veículos considerados, a diferença entre os gastos g(x) − f(x) = 5 600x − 600x = 5 000x deverá ser maior ou igual à diferença entre os preços: 5 000x ⩾ 10 000 ⇔ x ⩾ 2.

C1 • H3

30 Muitas pessoas projetam e constroem as próprias casas, o que pode fazer com que a tarefa pareça mais simples do que realmente é. Por exemplo, um erro muito comum envolve desconsiderar o peso de objetos que serão colocados após a construção.

Seu João é uma dessas pessoas que gostam de "botar a mão na massa" e, a pedido de sua esposa, que adora jardinagem, decidiu projetar uma varanda para o seu quarto. A área útil terá o formato de um retângulo de dimensões 3 m por 1,5 m; seu João fez os cálculos necessários e saiu para comprar os materiais. Antes de sair, porém, foi interpelado por sua esposa:

— João, tem certeza de que a varanda aguenta o peso dos vasos? Terra vegetal pesa muito!

— Maria, meu amor, eu sei o que estou fazendo. Com o meu projeto, 5 pessoas de 70 kg, como você, poderiam ficar na varanda ao mesmo tempo e mesmo assim ela não cederia.

E seu João foi às compras, enquanto dona Maria, que sempre gostou de Matemática, decidiu fazer algumas contas para ver se seu marido estava correto. Ela quer colocar na varanda duas jardineiras completamente cheias, cada uma pesando 10 kg e com capacidade para 75 ℓ de terra vegetal. Devido aos anos de jardinagem, dona Maria sabe que são necessários três sacos de 10 kg de terra vegetal para encher completamente dois vasos de 10 ℓ.

Dona Maria pensou que de nada serve ter um jardim e não poder mostrá-lo a ninguém. Considerando que o cenário descrito por seu João representa o limite de carga da varanda, dona Maria concluiu que esta:

a) não terá estrutura sequer para aguentar o peso das jardineiras cheias.

b) terá estrutura para aguentar o peso das jardineiras cheias, mas cederá com a presença de uma pessoa de 70 kg.

x c) terá estrutura para aguentar o peso das jardineiras cheias mais uma pessoa de 70 kg, mas essa pessoa nunca poderá estar acompanhada por outra pessoa com o mesmo peso.

d) terá estrutura para aguentar o peso das jardineiras cheias e, no máximo, mais duas pessoas de 70 kg simultaneamente.

e) terá estrutura para aguentar o peso das jardineiras cheias e, no máximo, mais três pessoas de 70 kg simultaneamente.

30. Sendo *x* a massa de terra vegetal necessária para encher completamente as duas jardineiras, temos:

$$\left.\begin{array}{l} 30 \text{ kg} — 20\ \ell \\ x \quad — 150\ \ell \end{array}\right\} \Leftrightarrow x = 225 \text{ kg}$$

Acrescentando a massa das jardineiras (2 × 15 kg), temos que a massa total que dona Maria pretende colocar na varanda é de 255 kg, mas o cenário descrito por seu João envolve 5 pessoas de 70 kg, num total de 350 kg.

Como 350 kg − 255 kg = 95 kg, dona Maria deve concluir que a varanda terá estrutura para aguentar as jardineiras cheias, mais uma pessoa de 70 kg, mas que essa pessoa nunca poderá estar acompanhada por outra com o mesmo peso.

C1 • H2

31 Carlos começou a trabalhar numa empresa aos 18 anos, com um salário inicial de R$ 600,00. Aos 20 anos, seu salário atingiu o valor de R$ 900,00; e hoje, aos 22 anos, seu salário é de R$ 1 200,00. Mantendo-se o mesmo padrão de aumento salarial dos últimos 4 anos, o salário de Carlos aos 26 anos será de:

a) R$ 1 700,00

b) R$ 1 750,00

x c) R$ 1 800,00

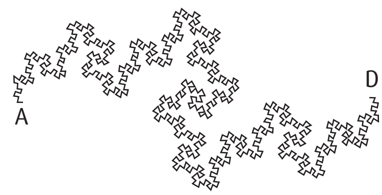
d) R$ 1 850,00

e) R$ 1 900,00

31. De acordo com o enunciado, o salário de Carlos aumentou em R$ 300,00 a cada dois anos, e hoje é de R$ 1 200,00. Como está com 22 anos, se o padrão de aumento for mantido, seu salário aos 26 anos, ou seja, daqui a 4 anos, aumentará R$ 600,00 e passará a ser R$ 1 200,00 + R$ 600,00 = R$ 1 800,00.

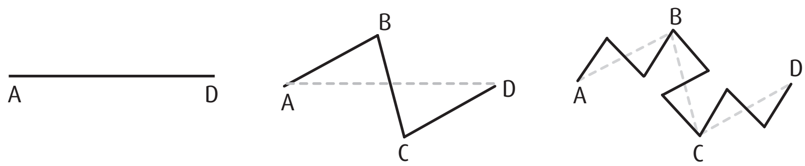
C2 • H8

32 Um fractal, anteriormente conhecido como *curva monstro*, é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhante ao objeto original. Observe o seguinte fractal e veja os passos de sua construção:



TPG

Figura 1 | Figura 2 | Figura 3



1. Dado um segmento AD (figura 1), constroem-se 3 outros segmentos AB, BC e CD com metade do tamanho do segmento original AD (figura 2), e depois apaga-se o segmento AD.
2. Na iteração seguinte, repete-se o passo 1, com os segmentos AB, BC e CD (figura 3).
3. Nas iterações seguintes, repete-se o passo 2 com todos os nove segmentos resultantes da iteração anterior.

Considerando-se a sequência de figuras usadas na construção desse fractal, se o segmento AD tem 8 cm de comprimento, então qual será o comprimento total, em centímetros, da figura formada por exatamente 729 segmentos?

a) 56
x b) 91,125
c) 189,75
d) 364,5
e) 729

32. Observando que o número de segmentos das figuras apresentadas triplica a cada iteração, temos que a sequência das quantidades de segmentos de cada figura é uma progressão geométrica de razão 3, cujo primeiro termo é igual a 1 e, portanto, o termo geral dessa sequência é dado por: $a_n = 3^{n-1}$.

Como $729 = 3^6$, temos que: $3^{n-1} = 3^6 \Rightarrow n = 7$. Logo, a figura que possui exatamente 729 segmentos é a sétima.

Observando que os comprimentos dos segmentos que formam uma figura caem pela metade a cada iteração, temos que a sequência dos comprimentos totais dessas figuras é uma progressão geométrica de razão 1,5, cujo primeiro termo é igual a 8 cm. Portanto, o sétimo termo da sequência dos comprimentos totais dessas figuras é:

$8\text{ cm} \cdot (1{,}5)^{7-1} = 8\text{ cm} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6 = 8\text{ cm} \cdot \frac{729}{64} =$

$= \frac{729}{8}\text{ cm} = 91{,}125\text{ cm}$

C1 • H2 – M

33 Em estudos sobre epidemias, é possível utilizar um modelo de progressão geométrica: supõe-se que o número de pessoas contaminadas é multiplicado por *x* a cada dia.

De acordo com a suposição de que, numa epidemia de gripe, temos $x = 3$, e se o modelo admite que a epidemia de gripe comece hoje, com um único indivíduo contaminado numa população de 10 milhões de habitantes, qual será a porcentagem aproximada da população contaminada após duas semanas? (Use: $3^{10} \cong 6 \cdot 10^4$)

a) 1%
b) 3%
c) 10%
x d) 16%
e) 25%

33. O número de novos indivíduos contaminados a cada dia segue uma progressão geométrica de razão $x = 3$, cujo primeiro termo é igual a 1.

Assim, após duas semanas, o número de indivíduos será igual ao décimo quarto termo dessa progressão:

$a_{14} = a_1 \cdot q^{14-1} = 1 \cdot 3^{13} = 3^3 \cdot 3^{10} =$

$= 27 \cdot 6 \cdot 10^4 = 162 \cdot 10^4$.

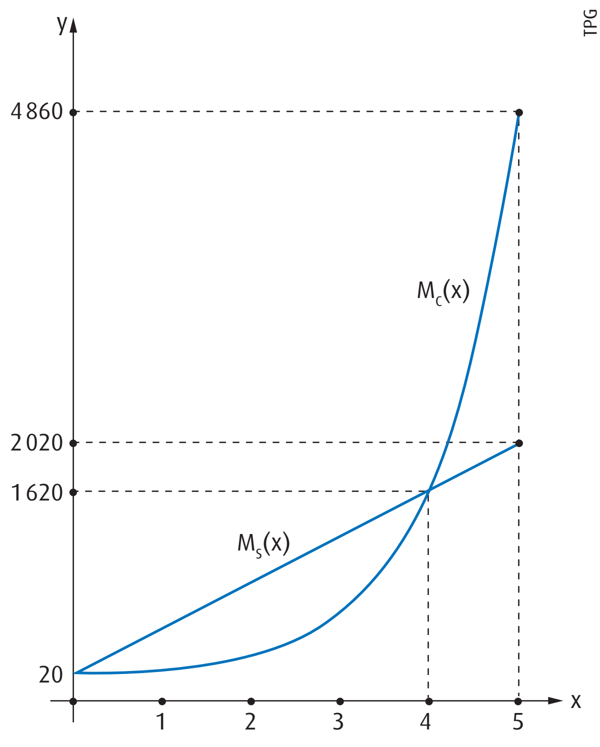
Logo, a porcentagem da população contaminada será de: $\frac{162 \cdot 10^4}{10^7} = \frac{162}{1\,000} = 16{,}2\%$.

C6 • H26

34 Dois conceitos fundamentais da matemática financeira são o de juros simples e o de juros compostos. Nesses sistemas de capitalização, as modelagens matemáticas são respectivamente expressas pelas funções: $M(x) = C \cdot (1 + i \cdot x)$ e $M(x) = C \cdot (1 + i)^x$, nas quais $M(x)$ é o montante acumulado após *x* períodos, *C* é a quantia inicial, e *i* é a taxa de juros.

Uma comunidade precisa de um capital de 20 mil reais para desenvolver projetos culturais, e tem o apoio do poder público para obter crédito numa instituição financeira que oferece duas opções de empréstimo a longo prazo: a primeira é a juros simples de 2 000% a cada 5 anos e a segunda é a juros compostos de 200% a cada 5 anos.

Dessa forma, a partir de quantos anos, a contar do dia do empréstimo, a primeira opção será mais vantajosa que a segunda?



Sugestão: analise os gráficos das funções $M_s(x) = 20 \cdot (1 + 20 \cdot x)$ e $M_c(x) = 20 \cdot (3)^x$.

a) 4 anos

b) 5 anos

c) 15 anos

x d) 20 anos

e) 24 anos

34. Note que as funções $M_s(x) = 20 \cdot (1 + 20 \cdot x)$ e $M_c(x) = 20 \cdot (3)^x$ correspondem, em milhares de reais, aos montantes da dívida de 20 mil reais após *x* períodos de 5 anos, nas condições do enunciado.

x	$y = M_s(x)$	$y = M_c(x)$
0	20	20
1	420	60
2	820	180
3	1 220	540
4	1 620	1 620
5	2 020	4 860

Assim, analisando os gráficos dessas funções, temos que $M_s(x) < M_c(x)$ a partir do quarto período $(x = 4)$ de cinco anos, ou seja, após $4 \cdot 5 = 20$ anos.

35. Sendo P_0 e C_0, respectivamente, a potência e o consumo originais do carro de Marcos, calculamos o valor do PC para cada uma das três possíveis combinações:

1. Turbo compressor e *chip* esportivo:

$PC = \frac{1,44 \cdot 1,0816 \cdot P_0}{1,2 \cdot 1,04 \cdot C_0} = 1,248\frac{P_0}{C_0}$.

2. Turbo compressor e novo sistema de escapamento:

$PC = \frac{1,44 \cdot 1,21 \cdot P_0}{1,2 \cdot 1,1 \cdot C_0} = 1,32\frac{P_0}{C_0}$.

3. *Chip* esportivo e novo sistema de escapamento:

$PC = \frac{1,21 \cdot 1,0816 \cdot P_0}{1,1 \cdot 1,04 \cdot C_0} = 1,144\frac{P_0}{C_0}$.

Como Marcos busca obter o maior ganho de potência em relação ao aumento do consumo, o valor do PC deve ser o maior dos três, obtido com a combinação do turbo compressor com o novo sistema de escapamento.

C1 • H5

35 Marcos, um jovem apaixonado por automobilismo, decidiu "envenenar" o motor do seu carro. Todas as opções disponíveis para o ganho de potência no motor trazem uma desvantagem: o aumento do consumo de combustível.

Após pesquisar as possibilidades, Marcos as reduziu a três, das quais escolherá **duas**:

- turbo compressor, com acréscimo de 44% na potência e 20% no consumo;
- *chip* esportivo, com acréscimo de 8,16% na potência e 4% no consumo;
- novo sistema de escapamento, com acréscimo de 21% na potência e 10% no consumo.

Quando são instalados dois dispositivos, a instalação é feita em sequência, de modo que os aumentos de potência e consumo devidos ao segundo equipamento são calculados sobre os valores obtidos após a instalação do primeiro.

Consciente de que não adianta o carro ficar mais potente se o consumo aumentar demais, Marcos estabeleceu o seguinte parâmetro para decidir a combinação: calculou a razão entre a nova potência e o novo consumo, chamando o número obtido de PC.

Dessa forma, Marcos deve dar preferência a combinações com PC alto ou baixo? E qual é a combinação mais adequada de acordo com esse critério?

a) PC alto, combinação de turbo compressor com *chip* esportivo.

x b) PC alto, combinação de turbo compressor com novo sistema de escapamento.

c) PC alto, combinação de *chip* esportivo com novo sistema de escapamento.

d) PC baixo, combinação de turbo compressor com *chip* esportivo.

e) PC baixo, combinação de turbo compressor com novo sistema de escapamento.

C1 • H1

36 Um prédio residencial de 10 andares e 2 subsolos tem apenas um elevador, que funciona da seguinte forma:

Do 1º ao 10º andar, só existe o botão de descida, ou seja, se um morador do 4º andar quiser ir ao 9º, deverá descer ao térreo (que não é o 1º andar) para, então, subir até o 9º.

Nos dois subsolos, só existe o botão de subida.

No térreo, é possível subir e descer.

Se nenhum morador tiver chamado o elevador, ao receber o primeiro chamado, este se desloca imediatamente em direção ao andar do solicitante.

Se o elevador estiver se deslocando em direção a um andar e receber uma solicitação de outro andar, faz a seguinte comparação: se estiver subindo, para primeiro no andar solicitante mais alto; se estiver descendo, para primeiro no mais baixo.

Para ilustrar, imagine a seguinte situação: o elevador se encontra parado no térreo e é chamado por um morador do 5º andar. Durante a subida, recebe uma solicitação do 9º andar e, dessa forma, muda o destino para o 9º.

O morador do 9º entra e aperta o botão do 1º subsolo. O elevador para no 5º andar e o morador deste aperta o botão do 2º subsolo. Dessa forma, o primeiro pedido a ser atendido é a ida ao 2º subsolo, que é mais baixo, para só então subir ao 1º subsolo.

Agora, suponha a seguinte sequência de solicitações, sendo que o elevador se encontra parado, inicialmente, no 1º subsolo:

1) 3º andar e, no percurso de subida, 8º andar.
2) O morador do 8º aperta o botão do térreo, e o do 3º andar, o do 2º subsolo.
3) Após a saída do morador do 8º, entram duas pessoas que pressionam o botão do 1º andar e do 9º andar.
4) Não há novas solicitações até a saída dos dois últimos que entraram.

Ao término da sequência, quantos andares o elevador percorreu?

a) 49
x b) 39
c) 38
d) 37
e) 36

36. Podemos associar um número inteiro a cada andar do prédio, começando por -2 para o 2º subsolo e terminando em 10 para o 10º andar.

Partindo do 2º subsolo, o elevador segue em direção ao 3º andar, mas antes de chegar nele, atende a solicitação do 8º andar. Logo, desloca-se $|8 - (-2)| = 10$ andares.

Na descida, para no 3º andar, deslocando-se mais $|3 - 8| = 5$ andares.

Solicitados tanto o térreo quanto o 2º subsolo, o primeiro a ser atendido é o mais baixo. Logo, desloca-se mais $|-2 - 3| = 5$ andares. Note que o morador do 8º andar ainda não saiu do elevador.

A próxima parada é o térreo, e o elevador desloca-se mais $|0 - (-2)| = 2$ andares.

Ao receber os dois próximos passageiros, segue em direção ao mais alto, ou seja, o 9º, deslocando-se mais $|9 - 0| = 9$ andares.

Segue, então, em direção ao 1º andar, deslocando-se mais $|1 - 9| = 8$ andares.

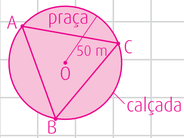
Logo, o total é de $10 + 5 + 5 + 2 + 9 + 8 = 39$ andares.

C2 • H8

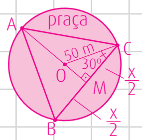
37 Muitas praças no mundo têm o formato circular, como a famosíssima praça de São Pedro, no Vaticano.

Thinkstock/Getty Images

37. Sendo *O* o centro da praça e *A*, *B* e *C* os pontos de água, temos a figura (note que o raio da circunferência é $\frac{100}{2} = 50$ m):



Como os pontos de água são equidistantes, o triângulo ABC é equilátero. Logo, os ângulos internos do triângulo medem 60º cada um. Sendo *x* o comprimento pedido, traçamos a altura relativa ao lado $\overline{BC}$:

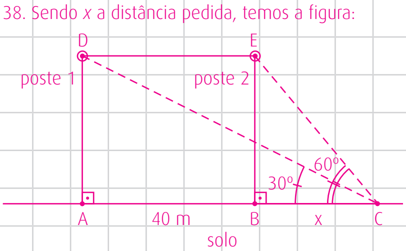


No triângulo CMO:

$\cos 30^\circ = \frac{CM}{CO} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{x}{2}}{50} \Rightarrow x = 50\sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \cong 50 \cdot 1{,}7 \Rightarrow x \cong 85$ metros

38. Sendo *x* a distância pedida, temos a figura:



Resolvendo por passos:

1) note que o quadrilátero ABED é um retângulo, e portanto DE = AB = 40 m;

2) no triângulo retângulo BCE, temos que $B\hat{E}C$ mede 30º, pois $B\hat{C}E$ mede 60º;

3) do segundo passo, temos portanto que $med(D\hat{E}C) = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$;

4) temos ainda que, no ponto *C*, $med(D\hat{C}E) = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$;

5) logo, no triângulo CDE:

$med(C\hat{D}E) = 180^\circ - med(C\hat{E}D) - med(D\hat{C}E) \Rightarrow$
$\Rightarrow med(C\hat{D}E) = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$;

6) como $med(C\hat{D}E) = med(D\hat{C}E) = 30^\circ$, temos que o triângulo CDE é isósceles, e portanto CE = DE, e do passo 1 temos então que CE = 40 m;

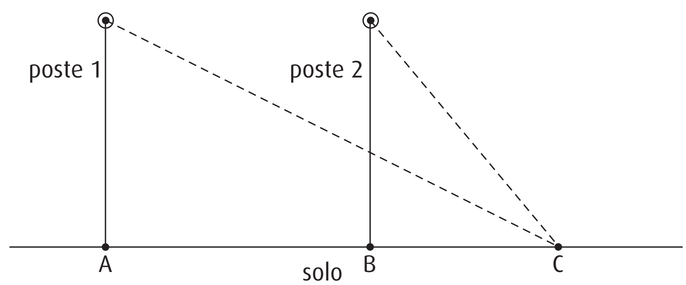
7) aplicando as relações trigonométricas no triângulo BCE: $\cos 60^\circ = \frac{BC}{CE} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{40} \Rightarrow x = 20$ m.

Numa pequena cidade do interior há uma praça circular gramada de 100 metros de diâmetro. A prefeitura dessa cidade deseja instalar na calçada que circunda essa praça três pontos de água para colocação de bebedouros, de tal forma que eles sejam equidistantes entre si. Qual a distância aproximada entre dois desses postos?

x a) 85 metros.
b) 80 metros.
c) 62,5 metros.
d) 50 metros.
e) 42,5 metros.

C2 • H8

38 Um observador no solo, alinhado com dois postes de tal forma que os pontos *A*, *B* e *C* da figura sejam colineares, observa os topos dos postes sob ângulos de 30º e 60º em relação ao solo.



Se a distância entre os postes é de 40 metros, qual a distância do observador ao poste 2?

x a) 20 metros
b) 40 metros
c) $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ metros
d) $20\sqrt{3}$ metros
e) $40\sqrt{3}$ metros

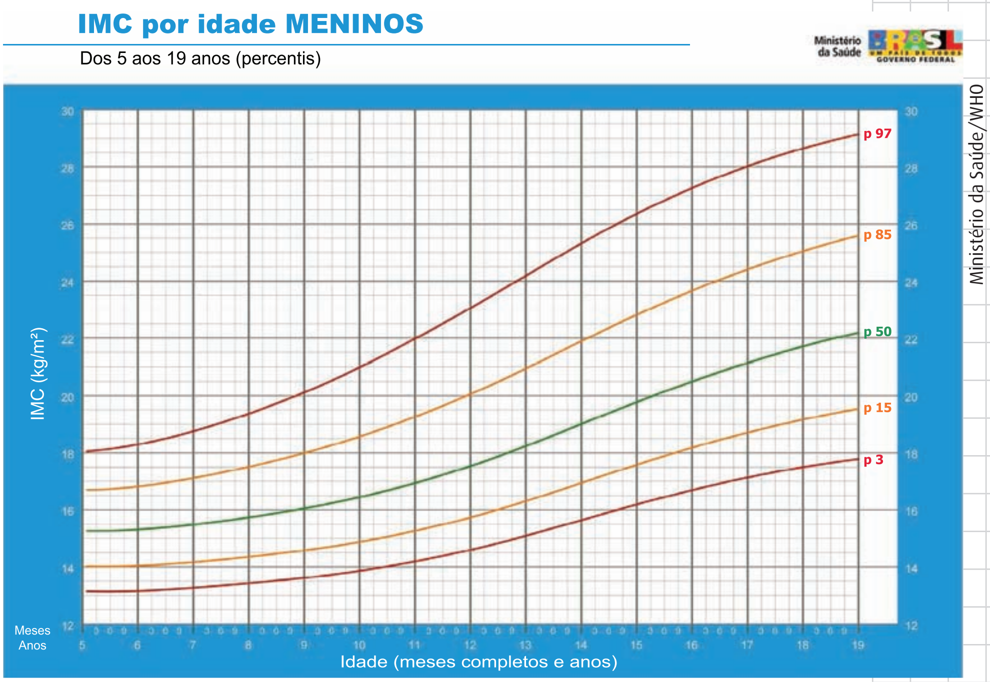
Texto para as questões 39 e 40

O Índice de Massa Corporal (IMC) é o número obtido pela divisão da massa de um indivíduo adulto, em quilogramas, pelo quadrado da altura, medida em metros. É uma referência adotada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) para classificar um indivíduo adulto, com relação a seu peso e sua altura, conforme a tabela abaixo.

IMC	Classificação
até 18,4	Abaixo do peso
de 18,5 a 24,9	Peso normal
de 25,0 a 29,9	Sobrepeso
de 30,0 a 34,9	Obesidade Grau 1
de 35,0 a 39,9	Obesidade Grau 2
$> 40{,}0$	Obesidade Grau 3

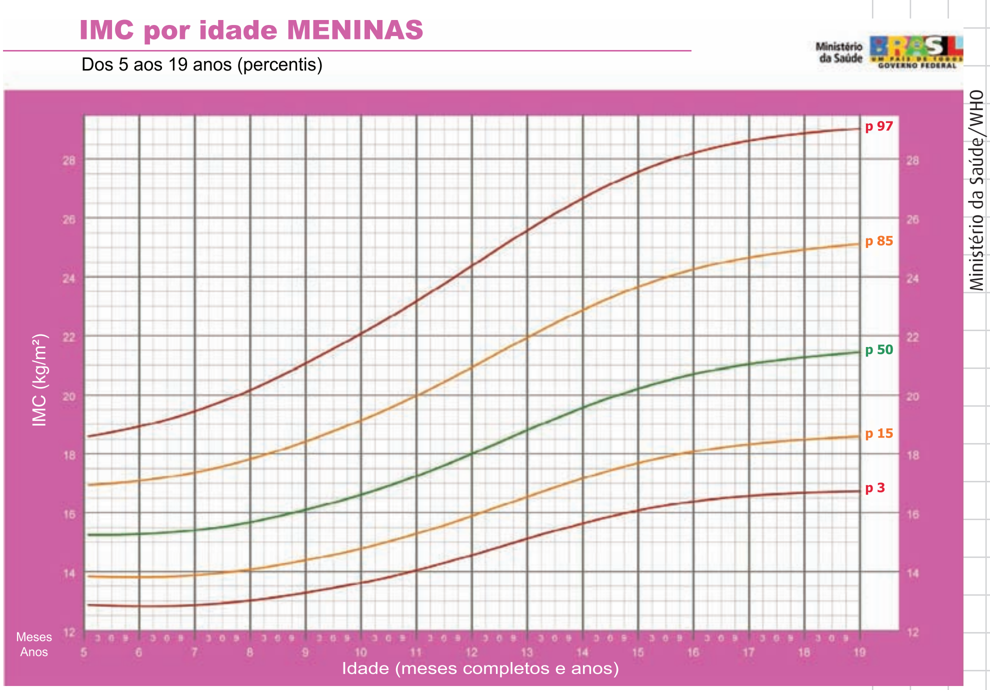
Para crianças e adolescentes, a análise é feita por meio de um gráfico, pois o IMC depende também da idade e do sexo. Sobre isso, a OMS (Organização Mundial da Saúde) apresentou em 2007 os seguintes gráficos:

Gráfico 1



Fonte: http://nutricao.saude.gov.br/sisvan.php?conteudo=curvas_cresc_oms. Acesso em: 20/3/2011.

Gráfico 2



Fonte: http://nutricao.saude.gov.br/sisvan.php?conteudo=curvas_cresc_oms. Acesso em: 20/3/2011.

As linhas correspondentes a p3, p15, p50, p85 e p97 representam, respectivamente:

- p3 — percentil 3 — a criança está entre os 3% com menor IMC;
- p15 — percentil 15 — a criança está entre os 15% com menor IMC;
- p50 — percentil 50 — a criança está na média;
- p85 — percentil 85 — a criança está entre os 15% com maior IMC;
- p97 — percentil 97 — a criança está entre os 3% com maior IMC.

Obs.: Percentil é o intervalo entre dois centis consecutivos. Por exemplo: percentil 97 corresponde ao intervalo entre 97% e 98%.

C6 • H24

39 Considere as seguintes afirmações:

I. Denis, que é um adolescente de 17 anos, tem 1,70 metro e 70 kg. Calculando o IMC de Denis, conclui-se que ele está exatamente na média de acordo com a OMS.

II. As meninas de 12 anos têm em média IMC maior que o dos meninos de mesma idade.

III. Se Ana é uma menina de 9 anos e 9 meses e está entre as meninas com 3% com menor IMC, então seu IMC é igual a 13,5 kg/m^2.

Está correto somente o que se afirma em:

a) I
b) I e II
c) II
x d) II e III
e) III

39. Analisando cada afirmação:

I. Falsa. O IMC de Denis é igual a $\frac{70}{(1,7)^2} \cong 24,2\ kg/m^2$. Então, de acordo com o gráfico 1, Denis está aproximadamente no percentil 85, e não no percentil 50.

II. Verdadeira. Observando o gráfico 1, para meninos de 12 anos a linha p50 tem ordenada 17,5 kg/m^2, enquanto no gráfico 2, para a mesma idade e mesma linha, o IMC é 18 kg/m^2.

III. Verdadeira. Do gráfico 2, para a linha p3, meninas com idade de 9 anos e 9 meses têm IMC igual a 13,5 kg/m^2.

C4 • H17

40 Adriana, Beatriz e Carla são colegas de trabalho e têm alturas e pesos tais que Beatriz é 20% mais alta e 10% mais leve do que Adriana, enquanto Carla é 20% mais baixa e 20% mais leve que Adriana. Sabendo-se que o IMC de Adriana é igual a 28 kg/m^2, sobre o índice de massa corporal de suas amigas, pode-se afirmar que:

a) Beatriz está abaixo do seu peso normal e Carla está acima do seu peso.

x b) Beatriz está abaixo do seu peso ideal e Carla está com seu peso normal.

c) Beatriz e Carla estão com seu peso normal.

d) Beatriz e Carla estão com seu peso abaixo do normal.

e) Beatriz e Carla estão com sobrepeso.

40. Como o peso de uma pessoa é diretamente proporcional à sua massa, temos em *h* e *m*, respectivamente, os valores da altura e da massa de Adriana. Portanto, o seu IMC é:

$\text{IMC(Adriana)} = \frac{p}{h^2} = 28\ kg/m^2$.

Os índices de massa corporal de Beatriz e Carla são dados em função de *h* e *m* pelas expressões:

$\text{IMC(Beatriz)} = \frac{0,8 \cdot p}{(1,2 \cdot h)^2} = \frac{0,8}{1,44} \cdot \frac{p}{h^2} =$

$= 0,625 \cdot 28\ kg/m^2 = 17,5\ kg/m^2$;

$\text{IMC(Carla)} = \frac{0,8 \cdot p}{(0,8 \cdot h)^2} = \frac{0,8}{0,64} \cdot \frac{p}{h^2} =$

$= 0,8 \cdot 28\ kg/m^2 = 22,4\ kg/m^2$.

Logo, Beatriz está abaixo do peso ideal e Carla está com seu peso normal.

Enunciado para as questões 41 e 42

Um médico decidiu criar uma escala de temperatura cujo único objetivo é representar o estado febril de um paciente. Para isso, estabeleceu que a temperatura de 36 °C (ausência de febre) seria representada pelo valor 0 e a temperatura de 40 °C (febre muito alta) seria representada pelo valor 10, conforme a tabela:

Escala Celsius (°C)	Escala do médico
36	0
40	10

Suponha que a relação entre as escalas é representada por uma reta e que um paciente esteja com febre quando sua temperatura for maior ou igual a 37 °C.

C6 • H24

41 Na escala do médico, o menor valor que indica febre é:

a) 1,0
b) 1,5
c) 2,0
x d) 2,5
e) 3,0

41. Basta fazer uma interpolação linear. Sendo *x* o valor procurado, temos:

$$\frac{37-36}{40-36}=\frac{x-0}{10-0}$$

Assim, x = 2,5.

C6 • H24

42 Se um paciente está com temperatura 7 na escala do médico, a sua temperatura, em °C, é:

a) 37,5
b) 38,0
x c) 38,8
d) 39,2
e) 39,6

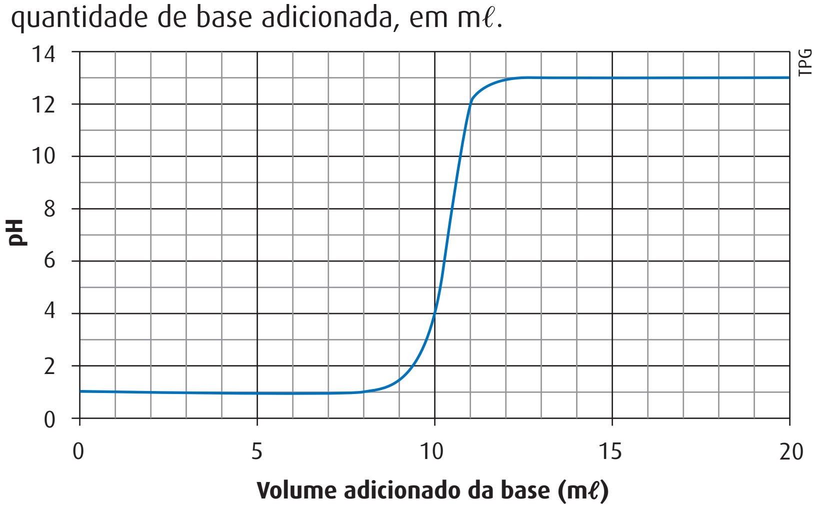
42. Novamente, basta utilizar uma interpolação linear. Chamando de *y* o valor procurado, temos:

$$\frac{y-36}{40-36}=\frac{7-0}{10-0}$$

Assim, y = 38,8 °C.

Enunciado para as questões 43 e 44

O pH (potencial hidrogeniônico) é uma medida utilizada em Química para indicar o quão ácida uma solução é, variando de 0 (muito ácida), passando por 7 (neutra, ou seja, nem ácida nem básica), até 14 (muito básica). Partindo de uma solução ácida, a adição de uma base fará com que o pH aumente gradualmente. O gráfico a seguir ilustra tal situação, em que o eixo *x* indica a quantidade de base adicionada, em mℓ.



A medição do pH é feita através de um indicador, que muda de cor de acordo com o pH da solução. Suponha que um indicador se comporte de acordo com a tabela a seguir.

Faixa de pH	Cor
0 a 5	Vermelha
5 a 7	Laranja
7 a 11	Amarela
11 a 14	Verde

C6 • H25

43 A quantidade de base que deve ser adicionada para que a solução fique neutra é um valor

a) menor que 6 mℓ.
b) entre 8 mℓ e 9 mℓ.
x c) entre 10 mℓ e 11 mℓ.
d) entre 12 mℓ e 13 mℓ.
e) maior que 15 mℓ.

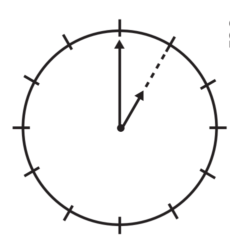
C6 • H25

44 Partindo-se da solução ácida, caso se acompanhe a cor através do indicador desde o início até o momento em que o pH se torna 13, qual deve ser a sequência de cores observada?

a) Vermelha durante todo o processo.
b) Verde durante todo o processo.
c) Laranja no início, amarela no fim.
x d) Vermelha no início, verde no fim.
e) Vermelha no início, amarela no fim.

C3 • H7

45 Um relógio analógico está atrasado, de modo que às 13h50min o mostrador exibe:



TPG

Supondo-se que não haja mais atrasos, quando o horário verdadeiro for 14h30min, qual será o ângulo formado entre os ponteiros?

a) 240°
b) 220°
c) 210°
x d) 190°
e) 150°

43. Para que o valor do pH fique igual a 7 (solução neutra), a quantidade adicionada deve ser entre 10 mℓ e 11 mℓ, como pode ser visto pelo gráfico.

44. Inicialmente, o pH é igual a 1; dessa forma, o indicador apresentará cor vermelha. No fim, o pH fica igual a 13, de modo que o indicador apresentará cor verde.

45. Passaram-se 40 minutos entre 13h50min (quando o ângulo entre os ponteiros era de 30°) e 14h30min.

Para cada 60 minutos, o ponteiro dos minutos avança 360°, ao passo que o das horas avança 30°. Dessa forma, para 40 minutos:

• Ponteiro dos minutos

Minutos decorridos	Ângulo percorrido
60	360°
40	x

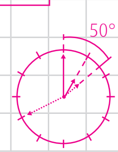
Logo, $x = 240°$.

• Ponteiro das horas

Minutos decorridos	Ângulo percorrido
60	30°
40	y

Logo, $y = 20°$.

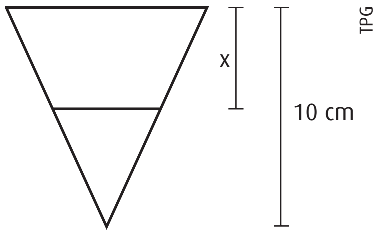
A situação final é (em pontilhado):



Dessa forma, o ângulo entre os ponteiros mede $240° - 50° = 190°$.

C2 • H8

46 O *temaki* é um prato típico da culinária japonesa que consiste de um cone de *nori* (folha de alga desidratada) recheado com uma mistura de arroz e algum peixe cru, como o salmão.



A mãe de Júlia decidiu levá-la a um restaurante de comida japonesa, mas a menina se mostrou resistente à ideia de provar o *temaki*. Para resolver o impasse, a mãe disse que a filha poderia parar de comer o *temaki* depois que metade da quantidade de arroz e peixe fosse comida.

Se o *temaki* tinha, inicialmente, a forma de um cone de 10 cm de altura, a porção *x* da altura que deverá ser comida, no mínimo, corresponde a:

(Considere $\sqrt[3]{2} = 1,26$.)

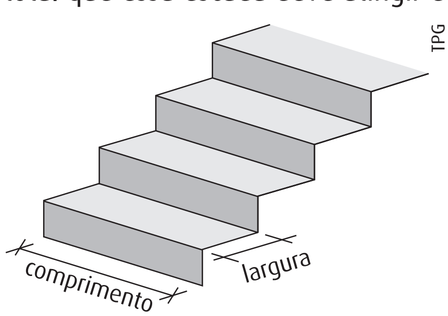
x a) 2,06 cm.
b) 4,10 cm.
c) 5,00 cm.
d) 6,12 cm.
e) 7,24 cm.

Leia o texto e responda à questão 47

Para construir uma escada de concreto, um pedreiro tem dois tipos de medida dos degraus da escada:

- 1º tipo: 80 centímetros de comprimento, 24 centímetros de largura e altura entre dois degraus consecutivos de 16 centímetros, ou,
- 2º tipo: 80 centímetros de comprimento, 31 centímetros de largura e altura entre dois degraus consecutivos de 20 centímetros.

A altura total que essa escada deve atingir é de 2,4 metros.



C2 • H7

47 Quantos degraus de cada tipo serão necessários?

a) 14 e 12
b) 15 e 11
x c) 14 e 11
d) 15 e 13
e) 16 e 12

46. Deve sobrar um cone cujo volume é metade do cone original. Dessa forma, a razão entre o volume do cone maior (de altura 10 cm) e do menor (de altura (10 − x) cm) é:

$\frac{2V}{V} = 2$

Porém, a razão entre os volumes é o cubo da razão de semelhança. Logo:

$\left(\frac{10}{10 - x}\right)^3 = 2 \Rightarrow \frac{10}{10 - x} = \sqrt[3]{2} \Rightarrow$

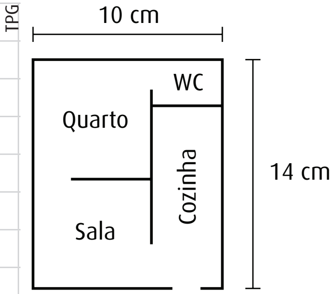
$\Rightarrow 10 - x = \frac{10}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow x = 10 - \frac{10}{\sqrt[3]{2}}$

Assim:

$x \cong 2,06$ cm

47. 1º tipo: a altura será dividida em $\frac{240}{16} = 15$ desníveis de 16 cm, e portanto serão necessários 14 degraus (note que para 1 desnível de 16 cm não há necessidade de degrau).

2º tipo: a altura será dividida em $\frac{240}{20} = 12$ desníveis de 20 cm, e portanto serão necessários 11 degraus.



Enunciado para as questões 48 e 49

A planta de um apartamento retangular está representada na figura ao lado, com as medidas do desenho, não do apartamento em tamanho real.

A escala utilizada na confecção da planta foi 1:50.

C3 • H11

48 A área total do apartamento é, em m², igual a:

a) 140.
b) 70.
x c) 35.
d) 28.
e) 14.

48. Se a escala é 1:50, cada cm no desenho representa uma medida de 50 cm. Logo, as dimensões do apartamento são $10 \cdot 50 = 500$ cm $= 5$ m e $14 \cdot 50 = 700$ cm $= 7$ m.

Dessa forma, a área é de $5 \cdot 7 = 35$ m².

C6 • H25

49 O preço por metro quadrado de cada apartamento do prédio varia linearmente desde o 1º andar até o 10º. A tabela a seguir indica os valores para esses andares.

Andar	Preço
1º	R$ 2 500,00/m²
10º	R$ 2 950,00/m²

Se o apartamento em questão se encontra no 4º andar, seu valor é:

a) R$ 150 000,00.
b) R$ 125 500,00.
c) R$ 100 000,00.
x d) R$ 92 750,00.
e) R$ 85 625,00.

49. Primeiramente, calculemos o preço *x* por metro quadrado no 4º andar. Basta, para isso, fazer uma interpolação:

$$\frac{4-1}{10-1} = \frac{x-2500}{2950-2500} \Rightarrow x = 2650$$

Logo, o preço é de R$ 2 650,00/m². Considerando os 35 m² do apartamento, temos:

$35 \cdot 2650 = 92\,750$

O apartamento custa, portanto, R$ 92 750,00.

C3 • H10

50 O côvado era uma unidade de medida utilizada no antigo Egito, inspirada na distância entre o cotovelo e a ponta dos dedos. Tem medida aproximadamente igual a 0,5 m e é subdividido em 28 dedos. Segundo a Bíblia, a arca de Noé tinha comprimento de 300 côvados e largura de 1 400 dedos.

O comprimento e a largura da arca eram, respectivamente, aproximadamente iguais a:

x a) 150 m e 25 m.
b) 120 m e 20 m.
c) 15 m e 2,5 m.
d) 12 m e 2 m.
e) 10 m e 1,5 m.

50. O comprimento era de 300 côvados, ou seja, $300 \cdot 0{,}5 = 150$ m.

A largura era de 1 400 dedos, equivalente a $1400 \div 28 = 50$ côvados, aproximadamente iguais a $50 \cdot 0{,}5 = 25$ m.

C2 • H9

51 Uma empresa fabrica tanques esféricos, que devem ser pintados com uma tinta especial para que fiquem protegidos da corrosão. Para pintar completamente o único modelo disponível, são gastos 2 galões de tinta especial.

Com o fim de tornar-se mais competitiva, a empresa estuda lançar outro modelo de tanque esférico, com diâmetro 20% maior que o atual. Decidiu, portanto, encomendar um estudo de seus técnicos para verificar quanto a mais gastaria de tinta, avisando que o projeto só sairia do papel caso o consumo aumentasse menos de 50%.

O departamento técnico concluiu que:

x a) o tanque deverá ser lançado, já que o aumento no consumo de tinta será de 44%.
b) o tanque deverá ser lançado, já que o aumento no consumo de tinta será de 20%.
c) o tanque não deverá ser lançado, já que o aumento no consumo de tinta será de 88%.
d) o tanque não deverá ser lançado, já que o aumento no consumo de tinta será de 60%.
e) o tanque não deverá ser lançado, já que o aumento no consumo de tinta será de 100%.

51. Se o diâmetro é 20% maior, será 1,2 vezes o diâmetro original. Dessa forma, a área superficial será multiplicada por $(1,2)^2 = 1,44$, ou seja, ficará 44% maior. Como o consumo de tinta é proporcional à área da superfície esférica, também aumentará em 44%.

C3 • H13

52 Quando se diz que um instrumento de medida tem erro de 5%, isso significa que qualquer medição por ele efetuada pode diferir da verdadeira em, no máximo, 5%, tanto para cima quanto para baixo.

Um encanador precisa medir o comprimento de um cano que será substituído. O novo cano tem de medir entre 1,5 m, mas um erro de 1 cm (tanto para cima quanto para baixo) é admissível.

Para realizar a medição, ele dispõe dos seguintes instrumentos:

• fita métrica, com erro de 5%;
• trena normal, com erro de 2%;
• trena digital, com erro de 1%.

Para que o cano seja cortado com medidas dentro da tolerância, quais instrumentos podem ser utilizados?

a) Apenas a trena digital.
b) Tanto a trena digital quanto a trena normal.
c) Os três.
d) Apenas a fita métrica.
x e) Nenhum deles.

52. Queremos realizar uma medida de 1,5 m com erro de, no máximo, 1 cm. Logo, o instrumento utilizado deve ter erro igual ou inferior a:

$\frac{1 \text{ cm}}{1,5 \text{ m}} = \frac{0,01 \text{ m}}{1,5 \text{ m}} = 0,00666... \cong 0,67\%$

Dessa forma, nenhum dos instrumentos é adequado para realizar a medição.

C3 • H10

53 Uma das maneiras de medir a radioatividade de uma substância é em relação ao número de desintegrações que ocorrem por unidade de tempo. Por exemplo, a unidade Bq (becquerel) indica uma desintegração por segundo, ao passo que a unidade Ci (curie) é equivalente a 37 bilhões de desintegrações por segundo. Pode-se concluir que 1 Ci é equivalente a, aproximadamente,

a) $3,7 \cdot 10^{10}$ Bq
b) $37 \cdot 10^{6}$ Bq
x c) $2,7 \cdot 10^{-11}$ Bq
d) $2,7 \cdot 10^{-8}$ Bq
e) $2,7 \cdot 10^{-5}$ Bq

53. Pelos dados do enunciado, pode-se concluir que $1 \text{ Bq} = 37 \cdot 10^9$ Ci. Dessa forma:

$1 \text{ Ci} = \frac{1}{37 \cdot 10^9} \text{ Bq} \cong 0,027 \cdot 10^{-9} \text{ Bq} = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ Bq}$

54. Sendo p(S) a probabilidade de chover no sábado e p(D) a probabilidade de chover no domingo, temos:

$p(S) = p(D) = 50\%$

Logo, a probabilidade de chover no sábado ou no domingo, supondo esses eventos independentes, é dada por:

$p(S \cup D) = p(S) + p(D) - p(S) \cdot p(D)$

$p(S \cup D) = 50\% + 50\% - 50\% \cdot 50\%$

$p(S \cup D) = 100\% - 25\% = 75\%$

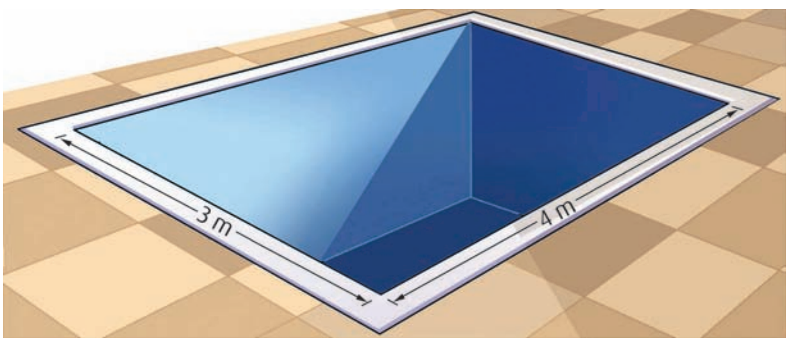
C7 • H28

54 A previsão do tempo para este fim de semana afirma que a probabilidade de chover no sábado é de 50% e a probabilidade de chover no domingo também é de 50%.

Supondo que essas previsões estejam corretas e que os dois eventos sejam independentes, pode-se concluir que a probabilidade de chover neste final de semana é de:

a) 25%
x c) 75%
e) 100%
b) 50%
d) 90%

Texto para as questões 55 e 56



Cartoon Estúdio

Paulo foi contratado por Mário para pintar as paredes e o piso da piscina de sua casa. A piscina tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo com 2 m de profundidade:

Mário fez uma pesquisa e concluiu que a tinta adequada para esse tipo de pintura custa R$ 30,00 por galão e que cada galão pinta uma área de 10 m².

55. As quatro paredes dessa piscina são retangulares, sendo que duas delas têm 3 m por 2 m e as outras duas 4 m por 2 m, e o piso também é retangular e tem 3 m por 4 m.

Assim, a área total que será pintada é de:
$2(3\ m \cdot 2\ m + 4\ m \cdot 2\ m) + 3\ m \cdot 4\ m = 40\ m^2$.

Portanto, o número de galões que serão usados na pintura da piscina é: $\frac{40\ m^2}{10\ m^2} = 4$.

C2 • H8

55 Quantos galões deverão ser usados na pintura da piscina?

a) 1
c) 3
e) 5
b) 2
x d) 4

C3 • H12

56 Se pelo serviço Paulo pretende cobrar R$ 200,00, quanto Mário deverá gastar com a pintura da piscina de sua casa?

a) R$ 200,00

b) R$ 230,00

c) R$ 260,00

d) R$ 290,00

x e) R$ 320,00

56. Como Paulo cobrará R$ 200,00 pela pintura da piscina e cada galão de tinta custa R$ 30,00, o custo total para Mário será de:
R$ 200,00 + 4 · R$ 30,00 = R$ 320,00.

C3 • H11

57 Num mapa, os pontos que indicam as cidades *A*, *B*, *C* e *D* encontram-se alinhados nessa ordem. As distâncias entre essas quatro cidades no mapa são dadas, em centímetros, pelas tabelas a seguir:

	A	D
B	5,6	17,2
C	16,4	6,4

	A	B
C	16,4	x
D	22,8	17,2

Sabendo-se que a escala do mapa é de 1:1 000 000, pode-se concluir que a distância real entre as cidades *B* e *C* é de:

a) 112 km

x b) 108 km

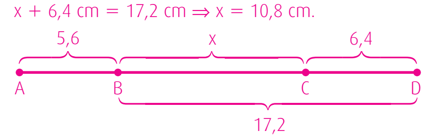
c) 120 km

d) 160 km

e) 220 km

57. Organizando as informações presentes no enunciado e nas tabelas, pode-se obter a figura a seguir, na qual se observa que:

x + 6,4 cm = 17,2 cm ⇒ x = 10,8 cm.



Portanto, usando a escala dada de 1:1 000 000, temos que a distância entre as cidades *B* e *C* é de 108 km.

58. Como a variação da altura do nível da água no recipiente exige mais vazão da mangueira quando se encontra na porção superior do recipiente, para garantir que suba com velocidade constante, é necessário aumentar a vazão da mangueira à medida que o nível da água sobe.

C2 • H7

58 Com o recipiente vazio, deseja-se completá-lo de água usando uma pequena mangueira introduzida pela parte superior do recipiente. Se quisermos que o nível de água suba a uma velocidade constante, como devemos controlar a vazão da mangueira?

a) Devemos mantê-la constante.

x b) Devemos aumentar sua vazão à medida que o nível sobe.

c) Devemos diminuir sua vazão à medida que o nível sobe.

d) Devemos mantê-la constante até que o nível atinja a altura de 5 cm e depois aumentá-la.

e) Não é possível ajustá-la de modo que o nível suba com velocidade constante.

59. O volume da semiesfera de raio 10 cm é $\frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi \cdot r^3}{3} = 2{,}1 \cdot (10\ cm)^3 = 2\,100\ cm^3$.
O volume do cubo de aresta 3 cm é $(3\ cm)^3 = 27\ cm^3$.
Logo, serão necessários $\frac{2\,100}{27} \cong 78$.

C2 • H8

59 Uma tigela em formato semiesférico, com 10 cm de raio, contém gelatina líquida, e seu conteúdo será distribuído em recipientes cúbicos com 3 cm de aresta. Se a tigela está com seu volume máximo ocupado, qual a quantidade mínima de cubos necessária para conter a gelatina? (Considere $\pi = 3{,}15$.)

a) 20 cubos.

b) 45 cubos.

c) 60 cubos.

x d) 78 cubos.

e) 90 cubos.

C4 • H12

60 Mônaco é um pequeno principado situado ao sul da França e ocupa uma área total de 1,95 km². Se toda a área de Mônaco fosse representada por um quadrado, qual seria aproximadamente a medida, em metros, do lado desse quadrado?

(Considere $\sqrt{1,95} = 1,4$.)

a) 1 950
x b) 1 400
c) 950
d) 140
e) 95

60. Sendo x > 0 o lado do quadrado que deve representar a área do principado, temos que:
$x^2 = 1,95\ km^2 \Rightarrow x = \sqrt{1,95\ km^2} = 1,4\ km$,
que equivale a 1 400 m.

C4 • H12

61 A Faixa de Gaza é um território situado no Oriente Médio, limitado a oeste pelo mar Mediterrâneo, a norte e a leste por Israel e ao sul pelo Egito. Ela recebe esse nome porque seu formato é praticamente o de uma faixa de terra com cerca de 41 km de comprimento. É um dos territórios mais densamente povoados do planeta, com 1,4 milhão de habitantes para uma área de 360 km². Infelizmente a Faixa de Gaza, há muito tempo, é foco de notícias no mundo por causa de conflitos entre israelenses e palestinos.

A figura ao lado mostra um mapa da região.

Fonte: www.depositonaweb.com.br/3329/israel-inicia-cessar-fogo-na-faixa-de-gaza/. Acesso em: 28 fev. 2011.

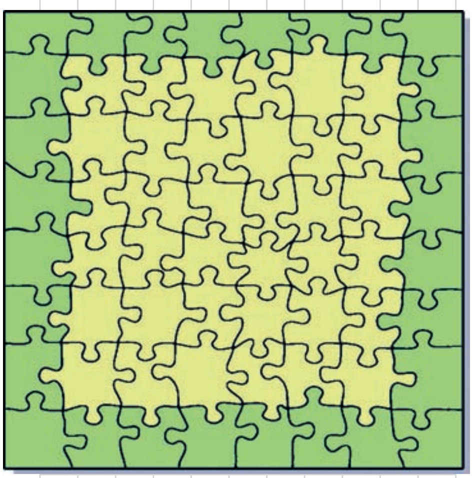
61. De acordo com o texto, a área é de 360 km², e o comprimento de aproximadamente 41 km.

Como a área de um retângulo é igual ao produto entre seu comprimento e sua largura, sendo *x* a largura aproximada do retângulo que representa a Faixa de Gaza, temos que: $41\ \text{km} \cdot x = 360\ \text{km}^2 \Rightarrow$

$x = \dfrac{360\ \text{km}^2}{41\ \text{km}} \cong \dfrac{360\ \text{km}^2}{40\ \text{km}} = 9\ \text{km}$, que equivalem a 9 000 m.

62. O volume de água numa caixa cilíndrica é diretamente proporcional à altura do nível da água dentro da caixa. Assim, sendo *V* o volume total da caixa, temos:

$\left.\begin{array}{l} 75\ \ell \text{ — } 30\% \\ V \text{ — } 100\% \end{array}\right\} \Leftrightarrow V = 250\ \ell$



Cartoon Estúdio

63. O total de peças do quebra-cabeça é igual ao produto: $a \times b$. A quantidade de peças de centro é igual ao produto: $(a - 2) \times (b - 2)$.

Logo, a quantidade de peças de borda é igual à diferença: $a \times b - (a - 2) \times (b - 2)$.

Supondo que o formato da região fosse retangular, de acordo com o texto, qual a largura aproximada da faixa?

a) 900 metros.

b) 4 000 metros.

x c) 9 000 metros.

d) 40 000 metros.

e) 90 000 metros.

C4 • H16

62 Uma fábrica possui uma caixa-d'água cilíndrica cujo consumo de 75 litros faz com que a altura do nível da água diminua em 30%. Pode-se afirmar que a capacidade total dessa caixa é de:

a) 750 litros.

b) 300 litros.

c) 500 litros.

d) 225 litros.

x e) 250 litros.

C5 • H19

63 Um quebra-cabeça é um passatempo muito comum, apreciado por pessoas de todas as idades. A figura apresenta um quebra-cabeça 8×8, ou seja, com oito linhas e oito colunas, com um total de 64 peças, das quais 28 são peças de borda (destacadas com a cor mais escura na figura) que têm algum dos lados reto.

As peças de borda geralmente são separadas e montadas primeiro, pois sua montagem é mais fácil. Num quebra-cabeça $a \times b$, o total de peças de borda é dado pela expressão:

a) $2a + 2b$

b) $2a \times 2b - 4$

x c) $a \times b - (a - 2) \times (b - 2)$

d) $a^2 - b^2$

e) $a \times b - 36$

C3 • H10

64 Um bloco metálico sofre variação de volume de acordo com a mudança de sua temperatura. As variáveis presentes nesse fenômeno podem ser relacionadas através da expressão: $\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta t$, em que V_0 é o volume inicial, γ é o coeficiente de dilatação volumétrica (°C^{-1}) e Δt é a variação da temperatura (°C).

Um bloco cúbico constituído por um metal específico sofre uma variação de 10 cm³ em seu volume quando sua temperatura sofre uma mudança de 10 °C.

Um pesquisador utilizava um termômetro na escala Fahrenheit e notou, nesse mesmo bloco, uma variação de temperatura de 50 °F para 104 °F. Sabendo que a relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit é expressa por $\dfrac{C}{100} = \dfrac{F - 32}{180}$, em que C e F representam respectivamente as temperaturas na escala Celsius e na escala Fahrenheit, determine qual foi a variação de volume sofrida pelo bloco, em centímetros cúbicos.

a) 10 b) 20 x c) 30 d) 40 e) 50

Texto para as questões 65, 66 e 67

Para fabricar dois tipos de doce, são usados três ingredientes, A, B e C. As quantidades em gramas dos ingredientes utilizados e o preço do quilograma de cada ingrediente são apresentados pela tabela a seguir:

	Doce X	Doce Y	Preço por quilograma
Ingrediente A	10 g	15 g	R$ 10,00
Ingrediente B	8 g	10 g	R$ 20,00
Ingrediente C	20 g	10 g	R$ 12,00

C6 • H25

65 Se uma doceria fabrica diariamente 100 doces do tipo X e 50 doces do tipo Y, então qual é a quantidade de ingrediente B utilizado durante uma semana (7 dias), considerando todos os dias trabalhados?

a) 1,3 kg
x b) 9,1 kg
c) 7 kg
d) 188 g
e) 1 050 g

C6 • H25

66 Qual é a diferença no custo dos ingredientes para a produção de um doce de cada tipo?

a) R$ 0,01
x b) R$ 0,03
c) R$ 0,10
d) R$ 0,13
e) R$ 0,30

C4 • H14

67 Se a doceria tem um custo de produção diário de R$ 100,00 que independe da quantidade de doces fabricados, e num certo dia ela só produz doces do tipo X, que serão vendidos a R$ 2,50 a unidade, qual é a quantidade mínima de doces que ela deverá produzir para evitar prejuízo?

x a) 50 b) 80 c) 100 d) 200 e) 500

C1 • H5

68 Cláudia foi comprar 4 pneus novos para seu carro, cada um no valor de R$ 300,00. Como era uma compra de valor alto, ela imaginou que poderia ter um desconto razoável caso optasse por pagar à vista. Porém, na hora de pagar, foi informada de que a margem de lucro sobre os pneus era muito baixa e, por causa disso, o desconto máximo à

64. Como o cubo metálico sofre uma variação de 10 cm³ em seu volume quando sua temperatura sofre uma mudança de 10 °C, temos que:

$10\ cm^3 = V_0 \cdot \gamma \cdot 10\ °C \Leftrightarrow V_0 \cdot \gamma = \frac{1\ cm^3}{°C}$

Para F = 50, temos: $\frac{C}{100} = \frac{50 - 32}{180} \Rightarrow C = 10.$

Para F = 104, temos: $\frac{C}{100} = \frac{104 - 32}{180} \Rightarrow C = 40.$

Portanto, a variação de temperatura na escala Celsius é $\Delta t = 30\ °C$.

Então, a variação de volume do cubo, durante a pesquisa, foi de:

$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta t = 1\ cm^3/°C \cdot 30\ °C = 30\ cm^3$

65. Em um dia de trabalho são consumidos 100 · 8 g + + 50 · 10 g = 1 300 g do ingrediente *B*. Então, considerando os 7 dias trabalhados, a quantidade é 7 · 1 300 g = 9 100 g, que equivalem a 9,1 kg.

66. O custo dos ingredientes usados na produção de um doce do tipo *X* é:

0,01 · R$ 10,00 + 0,008 · R$ 20,00 + 0,02 · R$ 12,00 = = R$ 0,50

O custo dos ingredientes usados na produção de um doce do tipo *Y* é:

0,015 · R$ 10,00 + 0,01 · R$ 20,00 + 0,01 · R$ 12,00 = = R$ 0,47

Logo, a diferença entre esses custos é de:

R$ 0,50 − R$ 0,47 = R$ 0,03.

67. Sendo *n* a quantidade de doces vendidos, temos que a receita nesse dia é de R$ 2,50 · n e que o custo de produção dos doces vendidos é de R$ 100,00 + R$ 0,50 · n.

Assim, para evitar prejuízo devemos ter receita = custo, ou seja:

R$ 2,50 · n = R$ 100,00 + R$ 0,50 · n ⇒ x = 50

68. Se o desconto à vista for igual à taxa cobrada pela operadora, cada pneu terá um desconto de:
12% · R$ 300,00 = R$ 36,00.

Como o desconto oferecido inicialmente era de apenas R$ 10,00, Cláudia pediu um desconto de R$ 26,00 a mais.

69. Sendo *x* a idade atual da filha, temos que a idade atual do pai é 2x. Sendo assim, há dez anos, as idades do pai e da filha eram tais que:
$2x - 10 = 3(x - 10) \Rightarrow x = 20$

70. A probabilidade de Ana ganhar o prêmio é de 5%.

A probabilidade de Beatriz ganhar o prêmio é de 10%.

A probabilidade de Camila ganhar o prêmio é de 15%.

Logo, a probabilidade de Ana ganhar o prêmio é um terço da probabilidade de Camila ganhar o prêmio.

vista seria de R$ 10,00 por pneu. Caso não quisesse pagar à vista, poderia fazer em três vezes sem juros no cartão de crédito.
Cláudia é comerciante e sabe que, quando uma empresa recebe algum pagamento em cartão de crédito, a operadora (empresa que fornece o cartão para os clientes e o sistema de recebimento para as lojas) cobra uma taxa de 12% sobre o valor total da compra, além de não repassar no ato para a loja o valor pago pelo cliente. Dessa forma, argumentou que seria mais vantajoso para a empresa dar um desconto para o cliente que fosse, no mínimo, igual à taxa cobrada pela operadora. Portanto, Cláudia solicitou um desconto de quantos reais a mais que o que lhe fora oferecido por pneu?

a) R$ 36,00
b) R$ 30,00
x c) R$ 26,00
d) R$ 20,00
e) R$ 16,00

C1 • H3

69 Henrique, ao ver sua filha Mariana entrar na faculdade, disse: “Minha filha, como o tempo passa! Hoje, eu tenho o dobro da sua idade, mas dez anos atrás você era tão jovem que eu tinha o triplo da sua idade!”. Quantos anos a filha tem hoje?

a) 22 b) 21 x c) 20 d) 19 e) 18

C7 • H29

70 Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos do terceiro ano decidiram sortear uma viagem ao nordeste brasileiro através de uma rifa com 100 bilhetes numerados de 1 a 100. Todos os números foram vendidos. Ana, Beatriz e Camila compraram, respectivamente, 5, 10 e 15 bilhetes. Considerando-se equiprovável o sorteio de qualquer um dos 100 bilhetes, é correto afirmar que:

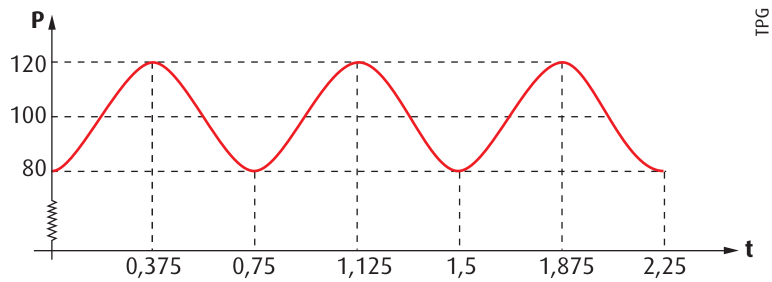
a) a probabilidade de alguma das três amigas ganhar o prêmio é superior a 40%.
b) a probabilidade de Ana ganhar o prêmio é o dobro da probabilidade de Beatriz ganhar o prêmio.
c) a probabilidade de Camila ganhar é o dobro da probabilidade de Beatriz ganhar o prêmio.
x d) a probabilidade de Ana ganhar o prêmio é um terço da probabilidade de Camila ganhar o prêmio.
e) a probabilidade de alguma das três amigas ganhar o prêmio é inferior a 20%.

C4 • H15

71 O texto a seguir é do professor José Luiz Pastore Mello e foi publicado na *Folha de S.Paulo* em outubro de 2007:

Muitos fenômenos físicos e sociais de comportamento cíclico podem ser modelados com auxílio de funções trigonométricas, daí a enorme aplicação do estudo desse conteúdo em campos da ciência como acústica, astronomia, economia, engenharia, medicina, etc.

Um exemplo de relação que pode ser modelada por uma função trigonométrica é a variação da pressão nas paredes dos vasos sanguíneos de certo indivíduo em função do instante de coleta dessa medida. O gráfico representa uma investigação desse tipo onde se analisa a situação clínica de um paciente, sendo P a pressão nas paredes dos vasos sanguíneos, em milímetros de mercúrio (mmHg) e t o tempo (em segundos).



TPG

Em geral, a pressão indicada no gráfico obedece um ciclo, sendo que cada ciclo completo equivale a um batimento cardíaco.

Fonte: *Folha de S.Paulo* — 09/10/2007 — Caderno Fovest — p. 6.

Considerando-se o comportamento periódico das funções trigonométricas e a situação clínica do paciente apresentada pelo gráfico, qual é a frequência cardíaca, em batimentos por minuto, dessa pessoa?

a) 75 b) 60 x c) 80 d) 100 e) 120

71. Do gráfico, temos que o período é de 0,75 segundo por batimento; assim, sendo x o número de batimentos por minuto, temos:

$\left.\begin{matrix} 0{,}75\text{ s} — 1 \\ 60\text{ s} — x \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow x = 80$

C1 • H4

72 Marcos, de 9 anos, foi pela primeira vez em sua vida a um clube esportivo e, ao deparar-se com uma das piscinas olímpicas, exclamou: “Mãe, essa piscina é umas mil vezes maior do que a nossa!”.

Sua mãe respondeu: “Isso é fácil de descobrir. Basta sabermos a largura, o comprimento e a profundidade das duas piscinas. Em casa eu te ensino a fazer essa conta”.

Chegando em casa, mediram a própria piscina e pesquisaram na internet para descobrir as dimensões de uma piscina olímpica. Descobriram os seguintes dados.

Dimensão	Piscina da casa de Marcos	Piscina olímpica
Profundidade (m)	1,5	2
Largura (m)	5	25
Comprimento (m)	10	50

Depois, a mãe ensinou a Marcos como fazer os cálculos. Se eles fizeram os cálculos corretamente, então, a respeito da estimativa inicial do menino, eles devem ter concluído que:

a) Estava correta.

x b) Era alta, pois a piscina olímpica é apenas cerca de 33 vezes maior que a de Marcos.

c) Era alta, pois a piscina olímpica é apenas cerca de 50 vezes maior que a de Marcos.

72. O volume da piscina da casa de Marcos é:

$1{,}5\text{ m} \cdot 5\text{ m} \cdot 10\text{ m} = 75\text{ m}^3$.

O volume da piscina olímpica é:

$2\text{ m} \cdot 25\text{ m} \cdot 50\text{ m} = 2\,500\text{ m}^3$.

A razão entre os volumes das piscinas é:

$\dfrac{2\,500\text{ m}^3}{75\text{ m}^3} = 33{,}33...$

Logo, a estimativa inicial de Marcos era muito alta, sendo a piscina olímpica apenas cerca de 33 vezes maior.

d) Era baixa, pois a piscina olímpica é cerca de 1 500 vezes maior que a de Marcos.

e) Era baixa, pois a piscina olímpica é cerca de 2 000 vezes maior que a de Marcos.

C1 • H2

73 No outono, as laranjas caem de uma laranjeira da seguinte maneira: no primeiro dia, cai uma laranja; no dia seguinte, caem três laranjas, ou seja, duas a mais que no primeiro dia, e assim por diante até que caiam todas as laranjas dessa laranjeira.


Delfim Martins/Pulsar

Se, no último dia de queda, caíram 23 laranjas, quantas havia inicialmente na árvore?

a) 100 b) 121 x c) 144 d) 169 e) 196

Texto para as questões 74 e 75

Numa farmácia, 3 embalagens do xampu *A* custam R$ 10,00, o mesmo preço de 5 embalagens do sabonete *B*. Além disso, 4 embalagens do xampu *B* custam R$ 12,00, sendo este R$ 1,00 mais barato do que o preço de 6 embalagens do sabonete *A*.

C1 • H3

74 Comprando-se 2 embalagens do xampu mais barato (*A* ou *B*) e 3 embalagens do sabonete mais barato (*A* ou *B*), quanto se gasta?

a) R$ 13,20
b) R$ 12,66
c) R$ 12,54
x d) R$ 12,00
e) R$ 11,66

C1 • H3

75 Caso se opte por comprar 2 embalagens do xampu mais caro e 3 embalagens do sabonete mais caro, qual é aproximadamente, em porcentagem, o valor que se gasta a mais em relação à compra dessas mesmas quantidades de xampu e sabonete nas suas versões mais baratas?

a) 14% b) 12% x c) 10% d) 8% e) 6%

73. A sequência do número de laranjas que caem por dia forma uma progressão aritmética de razão igual a 2, cujo primeiro termo é igual a 1 e o último termo é igual a 23:

(1, 3, 5, ..., 23)

Assim, sendo *n* o número de dias para que todas tenham caído, temos:

$23 = 1 + (n - 1) \cdot 2 \Rightarrow n = 12$

Dessa forma, o número total de laranjas é igual à soma dos 12 termos dessa progressão:

$S_{12} = \dfrac{(1 + 23) \cdot 12}{2} = 144$

75. Os preços de cada produto são:

Xampu *A*: $\dfrac{\text{R\$ } 10{,}00}{3} \cong \text{R\$ } 3{,}33$

Xampu *B*: $\dfrac{\text{R\$ } 12{,}00}{4} = \text{R\$ } 3{,}00$

Sabonete *A*: $\dfrac{\text{R\$ } 13{,}00}{6} \cong \text{R\$ } 2{,}17$

Sabonete *B*: $\dfrac{\text{R\$ } 10{,}00}{5} = \text{R\$ } 2{,}00$

Logo, o xampu *B* e o sabonete *B* são os mais baratos. Comprando-se 2 embalagens do primeiro e 3 do segundo, gastam-se: 2 · R$ 3,00 + 3 · R$ 2,00 = = R$ 12,00.

75. O xampu *A* e o sabonete *A* são os mais caros. Comprando-se 2 embalagens do primeiro e 3 do segundo, gastam-se aproximadamente:

2 · R$ 3,33 + 3 · R$ 2,17 = R$ 13,17.

Logo, o percentual a mais é:

$\dfrac{\text{R\$ } 13{,}17 - \text{R\$ } 12{,}00}{\text{R\$ } 12{,}00} = \dfrac{\text{R\$ } 1{,}17}{\text{R\$ } 12{,}00} = 9{,}75\%$

C7 • H28

76 A tabela a seguir apresenta a probabilidade de cada jogador titular de um time de futebol chutar corretamente um pênalti.

Jogador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Probabilidade	70%	65%	72%	76%	63%	74%	62%	80%	67%	78%	78%

Nessas condições, se o melhor batedor de pênaltis desse time cobrar um pênalti contra um time cujo goleiro defende 10% de todas as cobranças, a probabilidade de que essa cobrança resulte em gol será de:

a) 70% x b) 72% c) 75% d) 80% e) 90%

76. Segundo a tabela, o melhor batedor de pênaltis desse time é o jogador de número 8, cuja probabilidade de chutar a bola na direção do gol é de 80%. Mas, como o goleiro defende 10% de todas as cobranças, temos que a probabilidade de que essa cobrança resulte em gol é igual a: $80\% - 10\% \cdot 80\% = 72\%$.

Texto para as questões 77 e 78

A tabela a seguir apresenta a distribuição dos alunos de uma sala de aula de um curso pré-vestibular. Essa distribuição leva em consideração o sexo e a maioridade dos alunos.

	Homens	**Mulheres**
Menores de idade	35	20
Maiores de idade	10	15

C7 • H28

77 Se um aluno dessa sala é sorteado aleatoriamente, a probabilidade *x* de esse aluno ser menor de idade **e** do sexo feminino e a probabilidade *y* de esse aluno ser menor de idade **ou** do sexo feminino são tais que:

a) $3x = 2y$

b) $5x = 2y$

x c) $7x = 2y$

d) $5x = 3y$

e) $7x = 3y$

77. Considerando-se os dados da tabela temos:

$x = \frac{20}{80} = \frac{2}{8}$

$y = \frac{35 + 20 + 15}{80} = \frac{70}{80} = \frac{7}{8}$

Logo: $7x = 2y$.

C7 • H28

78 Sabendo que, sorteado ao acaso um aluno do sexo masculino, a probabilidade de que ele seja menor de idade é igual a *p*, e que, sorteado ao acaso um aluno menor de idade, a probabilidade de que ele seja do sexo masculino é igual a *q*, o valor da expressão $7(p^{-1} + q^{-1})$ é:

x a) 20 b) 15 c) 10 d) 5 e) 1

78. Considerando os dados da tabela, temos:

$p = \frac{35}{45} = \frac{7}{9}$ e $q = \frac{35}{55} = \frac{7}{11}$

Logo:

$p^{-1} + q^{-1} = \frac{9}{7} + \frac{11}{7} = \frac{20}{7} \Rightarrow 7(p^{-1} + q^{-1}) = 20$

C7 • H28

79 Durante o recreio, a professora colocou sobre a mesa dois saquinhos: um marrom e outro vermelho. Dentro desses saquinhos havia “bolas-surpresa”, indistinguíveis entre si, umas contendo chocolate e outras, brinquedo.

79. A bola transferida do saquinho marrom para o vermelho tem probabilidade $\frac{4}{6}$ de ser de chocolate e $\frac{2}{6}$ de ser de brinquedo.

Se a bola transferida for de chocolate, a probabilidade de que a bola retirada do saquinho vermelho, pelo segundo garoto, seja também de chocolate é $\frac{4}{5}$, mas se a bola transferida for de brinquedo a probabilidade de que a bola retirada do saquinho vermelho seja de chocolate é $\frac{3}{5}$.

Assim, considerando esses dois casos, temos que a probabilidade de o segundo garoto retirar uma bola de chocolate do saquinho marrom é:

$\frac{4}{6} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{16 + 6}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$

80. Da forma como o sorteio é descrito, temos que a probabilidade do sorteio de um número com três algarismos iguais, como 444, é:

$\frac{3}{30} \times \frac{2}{29} \times \frac{1}{28} = \frac{1}{4\,060}$

Já a probabilidade de que seja sorteado um número com apenas dois algarismos iguais, como 335, é:

$\frac{3}{30} \times \frac{2}{29} \times \frac{3}{28} = \frac{3}{4\,060}$

E a probabilidade de que seja sorteado um número com os três algarismos distintos, como 287, é:

$\frac{3}{30} \times \frac{3}{29} \times \frac{3}{28} = \frac{9}{4\,060}$

Logo, a melhor opção para Gisele é escolher um número com os três algarismos distintos.

A tabela a seguir apresenta a quantidade de bolas de cada tipo nos dois saquinhos:

	Marrom	Vermelho
Chocolate	4	3
Brinquedo	2	1

Um aluno transferiu uma bola, escolhida ao acaso, do saquinho marrom para o saquinho vermelho. Se, após a transferência, outro aluno retirar, ao acaso, uma bola do saquinho vermelho, então a probabilidade de esta bola conter chocolate é de:

x a) $\frac{11}{15}$

b) $\frac{11}{30}$

c) $\frac{8}{15}$

d) $\frac{8}{11}$

e) $\frac{1}{10}$

C7 • H30

80 Numa festa beneficente de final de ano será realizado o sorteio de um carro em que cada participante tem direito a escolher um número de 000 a 999.

O sorteio é realizado por meio de um globo giratório de bingo em que são colocadas trinta bolinhas numeradas de 0 a 9, sendo três com cada algarismo.

Thinkstock/Getty Images

Depois disso, são sorteadas consecutivamente e sem reposição três bolinhas desse globo. A primeira bolinha sorteada representará o algarismo das centenas, a segunda o algarismo das dezenas e a terceira o algarismo das unidades do número vencedor.

Quando Gisele foi escolher seu número para o sorteio do carro, as únicas opções disponíveis eram os números: 444, 335, 287, 020 e 599. Usando seus conhecimentos de probabilidade, decida qual dos números disponíveis é a melhor escolha para Gisele.

a) 444 b) 335 x c) 287 d) 020 e) 599

C2 • H9

81 Uma caixa no formato de um paralelepípedo com dimensões 20 cm, 15 cm e 6 cm foi construída com a intenção de guardar enfeites natalinos no formato de esferas.

Considerando que a caixa deverá ser tampada e que as esferas terão diâmetro máximo, qual é o maior número de esferas que podem ser guardadas nessa caixa?

a) 4 esferas

b) 12 esferas

x c) 6 esferas

d) 10 esferas

e) 5 esferas

81. Como a caixa deverá ser tampada, qualquer esfera com diâmetro superior a 6 cm não poderá ser guardada, logo as esferas terão diâmetro máximo de 6 cm.

O comprimento de 20 cm da caixa permite que sejam enfileiradas 3 esferas com uma folga de 2 cm, e a largura de 15 cm permite o enfileiramento de 2 esferas com uma folga de 3 cm. Logo, o maior número de esferas que podem ser guardadas nessa caixa é $3 \cdot 2 = 6$.

C2 • H8

82 Uma figura interessante, que aparece na moeda italiana de 1 euro, é a do Homem Vitruviano, desenhada por Leonardo da Vinci, em que um homem nu aparece dentro de duas figuras geométricas: um quadrado e um círculo.

PjrStudio/Alamy/Other Images

Nessa figura, a área do quadrado é igual à do círculo prateado. Se a parte dourada da moeda tivesse área igual à da parte prateada, e o lado do quadrado tivesse 1 cm, o raio externo da moeda, em centímetros, seria igual a:

a) 2

b) $\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}$

c) $\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}$

d) $\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}$

x e) $\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$

82. Como o círculo prateado e o quadrado têm a mesma área, e sendo *r* e *R*, respectivamente, as medidas dos raios interno e externo da coroa circular dourada, temos:

$\pi \cdot r^2 = 1\ cm^2 \Rightarrow r = \dfrac{1}{\sqrt{\pi}}\ cm$

Como a coroa circular dourada e o quadrado têm a mesma área, temos também que:

$\pi \cdot (R^2 - r^2) = 1\ cm^2$

Então, substituindo a medida encontrada para o raio interno, temos:

$\pi\left(R^2 - \dfrac{1}{\pi}\ cm^2\right) = 1\ cm^2 \Rightarrow$

$R^2 - \dfrac{1}{\pi}\ cm^2 = \dfrac{1}{\pi}\ cm^2 \Rightarrow R^2 = \dfrac{2}{\pi}\ cm^2 \Rightarrow$

$R = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\ cm$

83. Como as batatas têm a mesma densidade, pode-se concluir que seus volumes são diretamente proporcionais às suas massas e, portanto, temos que o volume da batata maior é 8 vezes o volume da batata menor. Sendo *R* e *r* seus respectivos raios e considerando esféricos os formatos das batatas, temos que:

$$\frac{4\pi \cdot R^3}{3} = 8 \cdot \frac{4\pi \cdot r^3}{3} \Rightarrow R = 2r$$

Dessa forma, a área da casca da batata maior é $4\pi \cdot R^2 = 4\pi \cdot (2r)^2 = 16\pi \cdot r^2$, ao passo que a área das cascas de todas as 8 batatas menores é $8 \cdot 4\pi \cdot r^2 = 32\pi \cdot r^2$, que representa o dobro da área da casca da batata maior.

C3 • H12

83 A casca de batata pode ser aproveitada em diversas receitas culinárias. Uma senhora tem a opção de comprar uma única batata de 800 g ou 8 batatas menores com 100 g cada uma. Supondo que todas as batatas são perfeitamente esféricas, de mesma densidade, e que esta senhora pretende utilizar também a casca de cada batata, pode-se afirmar que comprando as 8 batatas menores ela terá:

x a) o dobro da quantidade de casca da batata maior.

b) o triplo da quantidade de casca da batata maior.

c) a metade da quantidade de casca da batata maior.

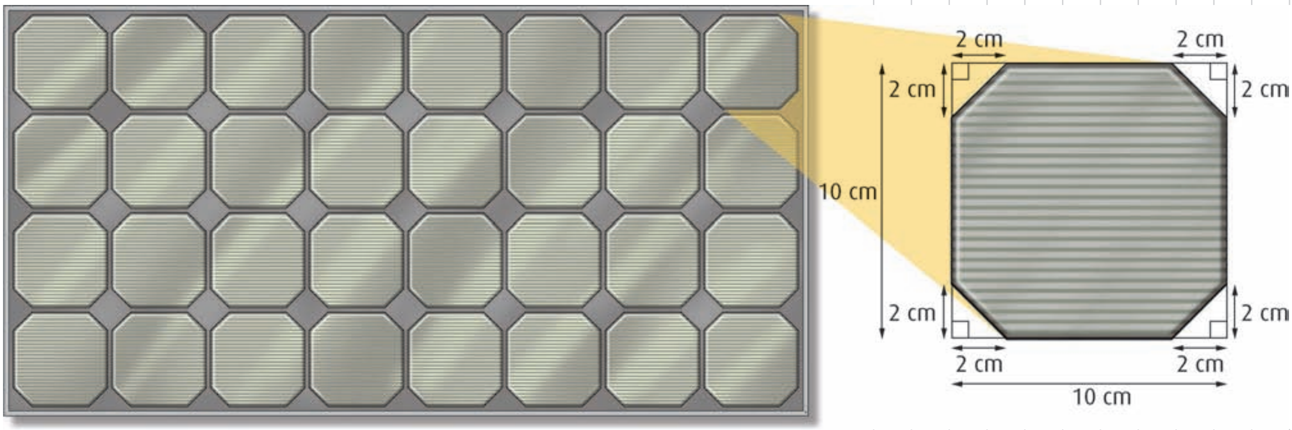
d) a terça parte da quantidade de casca da batata maior.

e) a mesma quantidade de casca da batata maior.

C2 • H8

84 Células fotovoltaicas são dispositivos capazes de transformar a energia luminosa, proveniente do Sol ou de outra fonte de luz, em energia elétrica. Também são chamadas de células solares. Atualmente, apresentam eficiência de conversão de aproximadamente 16%. Isso significa que 16% da energia luminosa recebida é convertida em energia elétrica.

Considerando que em determinado lugar da Terra, onde serão instaladas células solares, a energia por unidade de tempo e por unidade de área recebida pela Terra é de 800 W/m^2, qual é a energia disponibilizada para uso pelas células, por unidade de tempo, de acordo com a quantidade e o formato especificados nas figuras a seguir?



Paulo César Pereira

a) 240 W

b) 240 MW

c) 38 400 W

x d) 38,4 W

e) 80 W

84. A área de cada célula octogonal é igual à área do quadrado de lado 10 cm menos as áreas dos quatro triângulos com 2 cm de base e de altura:

$(10 \text{ cm})^2 - 4 \cdot \left(\frac{2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2}\right) =$

$= 100 \text{ cm}^2 - 8 \text{ cm}^2 = 92 \text{ cm}^2$

No painel há $4 \cdot 8 = 32$ células; portanto, a área total ocupada pelas células receptoras é de $32 \cdot 92 \text{ cm}^2 =$ $= 2944 \text{ cm}^2$, que equivalem a aproximadamente 0,3 m^2.

Assim, sendo *x* o valor da energia recebida por unidade de tempo nesse painel, temos:

$\left.\begin{array}{l} 800 \text{ W} — 1 \text{ m}^2 \\ x — 0{,}3 \text{ m}^2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x = 240 \text{ W}$

Mas, considerando que apenas 16% dessa energia é convertida em energia elétrica, temos que a energia disponibilizada por unidade de tempo por esse painel é de:

$16\% \cdot 240 \text{ W} = \frac{16}{100} \cdot 240 \text{ W} = 38{,}4 \text{ W}$

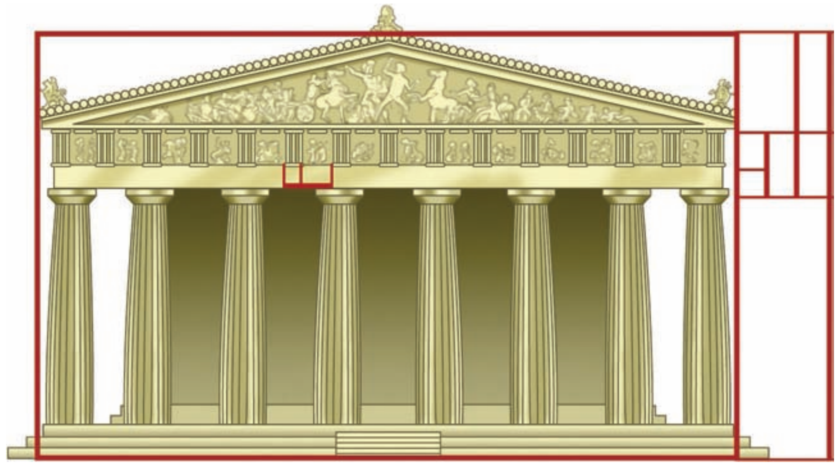
Texto para as questões 85 e 86

O número áureo (ou razão áurea) é uma famosa constante matemática representada pela letra grega Φ (fi maiúsculo), cujo valor exato é $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ e cujo valor aproximado é 1,618.

Sua fama se dá devido a diversos contextos naturais onde aparece. Por exemplo, se dividirmos o comprimento de cada falange (ossos que formam os dedos) pelo comprimento da falange menor ligada a ela, obteremos, para a maior parte dos seres humanos, um valor bastante próximo de Φ.

Justamente por essa ocorrência natural, muitos artistas consideram que a razão áurea é naturalmente agradável aos olhos e tentam reproduzi-la em suas obras. No Partenon, templo dedicado à deusa grega Atena, construído há mais de 1 500 anos, a razão áurea aparece em várias ocasiões. Uma delas é a própria fachada: se dividirmos a largura da construção por sua altura obteremos um valor próximo a Φ.

O retângulo cuja razão entre os lados é igual a Φ é denominado retângulo áureo.


Paulo César Pereira

Um conceito intimamente ligado ao número áureo é a sequência de Fibonacci, cujos dois primeiros termos são iguais a 1 e cujos termos a partir do terceiro são iguais à soma dos dois termos anteriores: (1, 1, 2, 3, 5, 8, ...).

Essa sequência é tal que, escolhido um termo qualquer a partir do segundo, o quociente entre esse termo e seu antecessor é tão mais próximo de Φ quanto maior for o termo escolhido.

C1 • H3

85 Pedro quer construir uma mesa cujo tampo tenha a forma de um retângulo áureo. Se um dos lados desse retângulo tiver 1 m, qual das alternativas apresenta uma medida possível para o outro lado?

a) 6,18 m
b) 1,68 m
x c) 0,618 m
d) 0,168 m
e) 0,162 m

85. Sendo x a medida do outro lado do retângulo, temos que, se o lado menor do retângulo for o de 1 m, então $\frac{x}{1\text{ m}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow x \cong 1{,}618$ m, valor que não é apresentado por nenhuma das alternativas. Mas se o lado maior do retângulo for o de 1 m, então:

$$\frac{1\text{ m}}{x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow$$

$$x = \frac{2\text{ m}}{\sqrt{5}+1} = \frac{2\text{ m}}{\sqrt{5}+1}\cdot\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} =$$

$$= \frac{2\left(\sqrt{5}-1\right)\text{ m}}{4} \Rightarrow x \cong 0{,}618\text{ m}$$

C1 • H1

86 Ao chegar à loja, Pedro constatou que comprar o tampo retangular num formato pré-fabricado seria muito mais barato. As opções disponíveis na loja eram as seguintes:

I) 2 m × 1 m
II) 130 cm × 80 cm
III) 110 cm × 68 cm

Qual ou quais dessas opções apresentam formato mais próximo do retângulo áureo?

a) A opção I é a mais próxima.
b) A opção II é a mais próxima.
x c) A opção III é a mais próxima.
d) As opções II e III são igualmente mais próximas que a opção I.
e) As três opções são igualmente próximas.

86. Os dez primeiros termos da sequência de Fibonacci são: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 e 55, portanto os quocientes entre as medidas do maior e do menor lado em cada formato são:

I) $\frac{2\text{ m}}{1\text{ m}} = \frac{2}{1} = \frac{\text{terceiro termo}}{\text{segundo termo}}$

II) $\frac{130}{80} = \frac{13}{8} = \frac{\text{sétimo termo}}{\text{sexto termo}}$

III) $\frac{110}{68} = \frac{55}{34} = \frac{\text{décimo termo}}{\text{nono termo}}$

Como, das três opções, é o formato III que tem as medidas representadas pelos maiores termos da sequência de Fibonacci, este é o formato que mais se aproxima do retângulo áureo.

C2 • H8

87 Uma lata de tinta tem a forma de um cilindro circular reto com 50 cm de altura e cujo raio da base mede 10 cm. Um pincel com 25 cm de comprimento caiu dentro da lata e ficou completamente submerso na tinta. Qual é o volume mínimo de tinta dentro da lata, em litros, para que isso seja possível? (Considere $\pi = 3$.)

a) 10

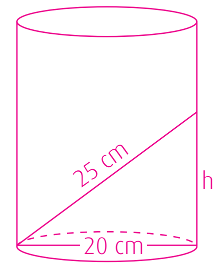
x b) 4,5

c) 15

d) 5

e) 8

87. A figura a seguir representa a lata de tinta com o pincel dentro:



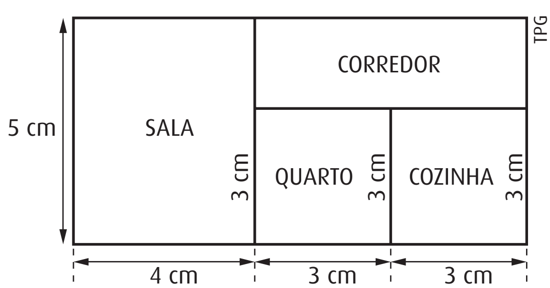
Sendo $h > 0$ a altura mínima que o pincel pode atingir dentro da lata, temos que:

$h^2 + (20\text{ cm})^2 = (25\text{ cm})^2 \Rightarrow h = 15\text{ cm}$ (do Teorema de Pitágoras).

Dessa forma, o volume mínimo de tinta necessário para cobrir completamente o pincel é $\pi \cdot (10\text{ cm})^2 \cdot 15\text{ cm} \cong 4\,500\text{ cm}^3$, que equivalem a 4,5 ℓ.

C3 • H13

88 Três amigos, Arnaldo, Bernaldo e Cernaldo, decidiram morar juntos numa "república", mas, antes da mudança, será preciso colocar piso na sala, no quarto e na cozinha da casa. A figura a seguir apresenta a planta dessa casa, numa escala de 1:100.



O mestre de obras contratado para o serviço informou aos amigos que cada caixa de piso contém o suficiente para apenas 3 m²

88. Como a planta está na escala 1:100, cada centímetro da planta corresponde a 1 m da medida real. Portanto, a área total dos três cômodos é:

$$\underbrace{4\text{ m} \cdot 5\text{ m}}_{\text{Sala}} + \underbrace{3\text{ m} \cdot 3\text{ m}}_{\text{Quarto}} + \underbrace{3\text{ m} \cdot 3\text{ m}}_{\text{Cozinha}} = 38\text{ m}^2$$

Como foi prevista uma perda de 12 m^2, a quantidade de piso a ser comprada deve preencher uma área de 38 m^2 + 12 m^2 = 50 m^2.

Se cada caixa de piso contém o suficiente para 3 m^2, então os amigos deverão comprar $\frac{50\text{ m}^2}{3\text{ m}^2} = 16{,}666... \cong$ $\cong$ 17 caixas de piso. Arnaldo disse que 20 caixas seriam suficientes, portanto ele está correto, mas exagerando em aproximadamente 3 caixas.

e que está prevista uma perda de 12 m^2 com eventuais quebras e com a colocação dos rodapés.

Os amigos pretendem gastar o mínimo possível. Arnaldo diz que 20 caixas serão suficientes; Bernaldo acha que 13 caixas serão suficientes; Cernaldo afirma:"15 caixas serão suficientes".

Se as informações dadas pelo mestre de obras estão corretas, pode-se afirmar que:

a) Arnaldo pediu o número exato de caixas.

x b) Arnaldo está exagerando em aproximadamente 3 caixas.

c) Bernaldo pediu o número exato de caixas.

d) Bernaldo está exagerando em aproximadamente 3 caixas.

e) Cernaldo pediu o número exato de caixas.

C4 • H17

89. O volume da piscina de Cláudio é 10 m · 6m · 1,5 m = 90 m^3, que equivalem a 90 000 ℓ.

Sendo *x* o tempo necessário para encher completamente a piscina, como as duas torneiras juntas fornecem uma vazão de 50 litros por minuto, temos:

$$\left.\begin{array}{l} 50\ \ell \ —\ 1\text{ min} \\ 90\,000\ \ell \ —\ x \end{array}\right\} \Leftrightarrow x = 1800\text{ min} = 30\text{ h}$$

89 Para encher uma piscina, Cláudio mantém duas torneiras abertas ininterruptamente. A primeira tem vazão de 30 litros por minuto, e a segunda, de 20 litros por minuto. Sabendo que a piscina tem o formato de um paralelepípedo com 10 metros de comprimento, 6 metros de largura e 1,5 m de profundidade, quanto tempo levará para que a piscina fique totalmente cheia?

a) 10 horas

b) 15 horas

c) 20 horas

d) 25 horas

x e) 30 horas

C1 • H3

90 Júlia usa apenas duas marcas de sabão em pó: Limpíssimo e Alvíssimo. Sua escolha depende apenas do preço de cada marca, já que ambas têm, na opinião dela, a mesma qualidade.

Ao chegar ao supermercado, Júlia verificou os preços de cada um. A embalagem de 1 kg da marca Limpíssimo custava R$ 8,10; e a da marca Alvíssimo, que também costuma vir em embalagens de 1 kg, custava R$ 9,00; mas estava em promoção e vinha com 100 g a mais grátis.

Qual das marcas Júlia deve levar e quanto deveria custar o sabão em pó Alvíssimo para que ambas as escolhas fossem indiferentes para ela?

a) Deve levar Alvíssimo, que deveria custar R$ 9,10 para que a escolha fosse indiferente.

b) Deve levar Alvíssimo, que deveria custar R$ 9,90 para que a escolha fosse indiferente.

c) Deve levar Limpíssimo, e a marca Alvíssimo deveria custar R$ 8,80 para que as escolha fossem indiferentes.

x d) Deve levar Limpíssimo, e a marca Alvíssimo deveria custar R$ 8,91 para que as escolhas fossem indiferentes.

e) Tanto faz a marca, pois as escolhas já são indiferentes.

90. Se fosse possível comprar 1,1 kg do sabão em pó da marca Limpíssimo, o preço seria de:
$1,1 \cdot R\$\ 8,10 = R\$\ 8,91$.

Como o preço é R$ 0,09 mais baixo que o da marca Alvíssimo, Júlia deve levar a marca Limpíssimo e, para que a escolha fosse indiferente, a marca Alvíssimo deveria custar R$ 8,91.

C7 • H29

91 O texto a seguir foi publicado pela revista Crescer em novembro de 2010.

Um levantamento do IBGE divulgado nesta sexta-feira, 12 de novembro de 2010, comprovou que as mulheres estão realmente se tornando mães cada vez mais tarde. De acordo com as Estatísticas de Registro Civil, de 1999 a 2009 o número de mães na faixa etária de 30 a 34 anos aumentou (de 14,4% para 16,8%).

Cláudio Crespo, gerente de estatísticas vitais do IBGE, explica que há duas razões para essa alteração: uma social e outra demográfica. “Há o caso das mulheres com mais escolaridade, que se dedicam à carreira, além da questão do envelhecimento da população, que faz com que cresça proporcionalmente o número de mulheres com mais de 30 anos”, explica.

Fonte: http://portalgestante.blogspot.com. Acesso em: 28 mar. 2011.

A tabela a seguir mostra o aumento da participação de mães com 30 anos ou mais no total de registros de nascimentos.

	Menos de 15	15 a 19	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39	Mais de 40	Idade ignorada
1999	0,7%	20,6%	30,5%	23,7%	14,8%	6,6%	2,0%	1,1%
2004	0,7%	19,9%	30,7%	23,7%	14,8%	7,3%	2,1%	0,8%
2009	0,8%	18,2%	28,3%	25,2%	16,8%	8,0%	2,3%	0,5%

Fonte: http://fernandonogueiracosta.wordpress.com. Acesso em: 7 abr. 2011.

91. A porcentagem de mães com idade menor ou igual a 24 anos em 2009 é igual a 28,3% + 18,2% + + 0,8% = 47,3% do total de mães.

Logo, a probabilidade pedida é de 47,3%.

92. A quantidade de lixo será máxima quando $\cos\left(x \cdot \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

Desta forma temos que:

$\frac{x \cdot \pi}{3} \in \{0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi, \pm 8\pi, \pm 10\pi, ...\}$

$\frac{x}{3} \in \{0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 10, ...\}$

$x \in \{0, \pm 6, \pm 12, \pm 18, \pm 24, \pm 30, ...\}$

Mas como *x* é um número inteiro que varia de 1 a 31, temos que a coleta do lixo é máxima nos dias: 6, 12, 18, 24 e 30.

Para $x = 6$ temos $Q(6) = 3 + 2 \cdot \cos\left(6 \cdot \frac{\pi}{3}\right) = 5$.

Logo, a quantidade máxima de lixo coletado é de 5 toneladas, que equivalem a 5 000 kg. Portanto, o número de blocos compactados é $\frac{5\,000 \text{ kg}}{200 \text{ kg}} = 25$.

De acordo com essa tabela, é correto afirmar que, se em 2009 fosse escolhida uma mãe ao acaso, então a probabilidade de ela ter sido mãe:

a) com idade menor ou igual a 24 anos é de 28,3%.

b) com menos de 15 anos é de 8%.

x c) com idade menor ou igual a 24 anos é de 47,3%.

d) com idade superior a 34 anos é de 27,6%.

e) com idade inferior a 19 anos é de 18,2%.

C3 • H10

92 Um matemático criou a seguinte fórmula para descrever, em função do dia do mês, a quantidade de lixo coletada em um bairro, em toneladas: $Q(x) = 3 + 2 \cdot \cos\left(x \cdot \frac{\pi}{3}\right)$.

Sabendo que cada 200 kg de lixo podem ser comprimidos em blocos cúbicos com 1 metro de aresta, qual é a quantidade de blocos que serão compactados nos dias em que a quantidade de lixo coletada for máxima?

a) 10

b) 15

c) 20

x d) 25

e) 30

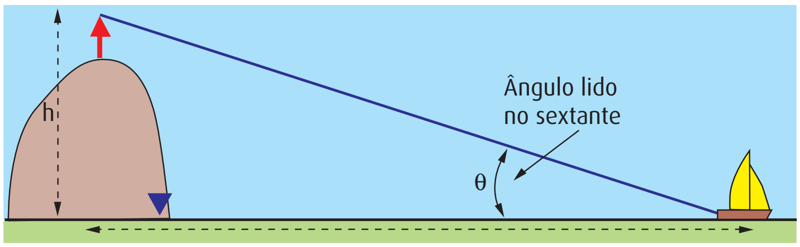
C2 • H8

93 O sextante é um instrumento elaborado para fins de posicionamento na navegação. Ele mede a abertura angular entre a vertical de um astro e o horizonte. Também pode ser usado para calcular distâncias, comparando o tamanho aparente de objetos.

Thinkstock/Getty Images

Uma forma de utilizar o sextante é medindo o ângulo formado pelo horizonte e pela linha imaginária que liga o observador ao topo de uma ilha, conforme o esquema a seguir:

TPG



Uma equipe de resgate precisa salvar uma pessoa que está perdida numa ilha, a uma altura aproximadamente igual à metade da altura do ponto mais alto da ilha. O barco em que se encontra a equipe está a 5,5 km dessa ilha e mede, com um sextante, o ângulo θ de 1 grau e 18 minutos. Sendo assim, a altura em que a pessoa perdida está em relação ao nível do mar, em metros, é expressa por:

a) $5\,500 \cdot \text{tg}\,(1°18')$
x b) $2\,750 \cdot \text{tg}\,(1°18')$
c) $5\,500 \cdot \text{tg}\,(49')$
d) $5{,}5 \cdot \text{tg}\,(49')$
e) $2\,750 \cdot \text{tg}\,(49')$

93. Sendo *x* a altura em metros do local onde a pessoa está perdida, no triângulo retângulo da figura temos:
$\text{tg}\,(1°18') = \dfrac{2x}{5\,500} \Rightarrow x = 2\,750 \cdot \text{tg}\,(1°18')$.

Leia o texto e responda à questão 94:

Maré é o movimento periódico de elevação ou abaixamento das águas do mar.

A altura da maré é uma função periódica, pois oscila regularmente entre maré alta e baixa.

A altura da maré, em metros, no porto de Santos é aproximada pela função a seguir, em que *t* é o tempo, em horas, a partir das duas horas da madrugada do dia 10 de fevereiro de 2010:

$$f(t) = 1{,}5 + 1{,}5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

C5 • H23

94 Um bom momento para ir pescar na praia é o de maré crescente, que começa no instante em que a maré está em altura mínima e vai começar a subir, ou o de vazante, que começa no instante em que a maré está em altura máxima e vai começar a baixar.

Se Pedro quisesse ir pescar no dia 10 de fevereiro, na maré crescente, então a partir de que horas ele deveria estar na praia?

a) 3 horas da manhã.
x b) 5 horas da manhã.
c) 6 horas da manhã.
d) 9 horas da manhã.
e) 11 horas da manhã.

94. A maré crescente começa quando a altura da maré é mínima, e isso acontece quando temos:
$\cos\left(\dfrac{\pi}{6}t + \dfrac{\pi}{2}\right) = -1 \Rightarrow \dfrac{\pi}{6}t + \dfrac{\pi}{2} = \pi + k \cdot 2\pi$,
com $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow t = 3 + 12k$, com $k \in \mathbb{Z}$.
Logo, para $k = 0$, temos $t = 3$, o que corresponde às 5 horas da manhã do dia 10 de fevereiro de 2010.

95. De acordo com o enunciado, a matriz A é igual a $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, que não satisfaz nenhuma das propriedades. Já as matrizes B e C satisfazem todas as propriedades.

96. Como os elementos a_{11}, a_{22}, a_{33} e a_{44} estão todos na diagonal principal da matriz *A* e os elementos a_{14}, a_{23}, a_{33} e a_{41} estão todos na diagonal secundária dessa matriz, podemos concluir que a sentença I descreve a propriedade P2.

Para i = n 1 e i = 3, a sentença II fica:

$a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} = a_{13} + a_{23} + a_{33} + a_{43}$,

expressando que a soma dos elementos da primeira linha é igual à soma dos elementos da terceira coluna, por exemplo. Portanto, pode-se concluir, desse caso particular, que a sentença II descreve a propriedade P1.

C1 • H2

95 Sejam as matrizes: $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$, com $a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ 0, \text{ se } i \neq j \end{cases}$,

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 9 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 18 & 23 & 16 \\ 17 & 19 & 21 \\ 22 & 15 & 20 \end{bmatrix}.$$

De acordo com as propriedades citadas, qual ou quais das matrizes não são quadrados mágicos?

a) *A* e *B*
b) *A* e *C*
c) *B* e *C*
d) somente *C*
x e) somente *A*

C5 • H19

96 Considere uma matriz quadrada $A = (a_{ij})_4$, que é um quadrado mágico, e as sentenças a seguir, que descrevem as propriedades de um quadrado mágico com 4 linhas e 4 colunas:

I. $a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} = a_{14} + a_{23} + a_{33} + a_{41}$

II. $a_{i1} + a_{i2} + a_{i3} + a_{i4} = a_{1j} + a_{2j} + a_{3j} + a_{4j}$, para todo $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ e $j \in \{1, 2, 3, 4\}$.

A associação correta entre essas sentenças e as propriedades P1, P2 e P3 é:

a) A sentença I descreve a propriedade P1 e a sentença II descreve a propriedade P2.
b) A sentença I descreve a propriedade P2 e a sentença II descreve a propriedade P3.
c) A sentença I descreve a propriedade P3 e a sentença II descreve a propriedade P1.
x d) A sentença I descreve a propriedade P2 e a sentença II descreve a propriedade P1.
e) A sentença I descreve a propriedade P1 e a sentença II descreve a propriedade P3.

C7 • H28

97 Numa reunião executiva de uma multinacional estão presentes diretores de três nacionalidades. A tabela a seguir apresenta a distribuição de frequências das nacionalidades dos diretores presentes nessa reunião:

Brasileiros	3
Norte-americanos	2
Japoneses	5

A finalidade dessa reunião é formar uma comissão, composta por exatamente 3 diretores, para um estudo de mercado.

Depois de muita discussão, os diretores decidiram sortear aleatoriamente os integrantes da comissão. Assim, sendo *X* a probabilidade de que na comissão sorteada não haja duas pessoas da mesma nacionalidade, *Y* a probabilidade de que na comissão sorteada haja exatamente 2 japoneses e *Z* a probabilidade de que a comissão sorteada seja formada apenas por diretores ocidentais, pode-se afirmar que:

x a) $Z < X < Y$
b) $X < Y < Z$
c) $Y < X < Z$
d) $Y < Z < X$
e) $Z < Y < X$

C7 • H28

98 Na cidade de São Paulo, o rodízio municipal de veículos foi criado para diminuir os índices de poluição da cidade. A lei número 12.490, de 3 de outubro de 1997, determina que, das 7 às 10 horas e das 17 às 20 horas, alguns veículos particulares e de empresas de qualquer cidade não podem circular no centro expandido da capital em um determinado dia da semana (segunda a sexta), com exceção dos feriados.

O dia da semana em que cada veículo fica impedido de circular é determinado de acordo com o dígito final da placa de licenciamento. Veja a tabela:

Dia da semana	Dígito final da placa
Segunda	1 e 2
Terça	3 e 4
Quarta	5 e 6
Quinta	7 e 8
Sexta	9 e 0

Essa lei faz exceções para motocicletas e veículos que realizem funções essenciais, como transportes urbanos, escolares, médicos e de produtos perecíveis. Dessa forma, se o veículo com a placa a seguir não pertencer a nenhuma das categorias de exceção, ele deve obedecer à lei do rodízio às segundas-feiras.

Cartoon Estúdio

Suponha equiprovável a presença de qualquer algarismo numa placa de automóvel, em qualquer das quatro posições. Qual é a probabilidade de que um veículo particular, que obedece à lei do rodízio às quintas-feiras, tenha o algarismo 5 em sua placa?

a) 20%
x b) 27,1%
c) 41,68%
d) 66,67%
e) 72,9%

97. O número total de possibilidades para a formação de uma comissão composta por três diretores dentre os presentes é:

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{6 \cdot 7!} = 120.$$

Para que não haja duas pessoas da mesma nacionalidade nessa comissão, ela deverá ser formada por exatamente um brasileiro, um norte-americano e um japonês. Como, neste caso, há apenas $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ possibilidades, temos que: $X = \frac{30}{120} = 25\%$.

Já para uma comissão com dois japoneses e uma pessoa de outra nacionalidade há $\binom{5}{2} \cdot 5 = 10 \cdot 5 = 50$ possibilidades e, portanto, temos que:

$$Y = \frac{50}{120} \cong 41{,}67\%.$$

Finalmente, uma comissão formada apenas por diretores ocidentais deve conter 3 integrantes não japoneses. Como, neste caso, há apenas $\binom{5}{3} = 10$ possibilidades, temos que: $Z = \frac{10}{120} \cong 8{,}33\%$.

Portanto: $Z < X < Y$.

98. Sendo *P* a probabilidade pedida, temos que $P = 100\% - \overline{P}$, em que $\overline{P}$ indica a probabilidade de a placa em questão não possuir o algarismo 5 em nenhuma das quatro posições.

Como o carro em questão obedece ao rodízio às quintas-feiras, sua placa não termina com o algarismo 5.

Logo, temos: $\overline{P} = \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{729}{1000} = 72{,}9\%$ e, portanto, $P = 100\% - 72{,}9\% = 27{,}1\%$.

C7 • H28

99 O ministro da saúde deverá sortear aleatoriamente quatro capitais entre: Aracaju, Belo Horizonte, Cuiabá, Fortaleza, Goiânia, Manaus, Porto Velho, Rio de Janeiro, São Luís e Vitória, aquelas que receberão o primeiro lote de certa verba destinada à saúde pública.

Nessas condições, qual é a probabilidade de que nenhuma capital de algum dos estados da região Sudeste do Brasil receba o primeiro lote dessa verba?

a) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{9}$

c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{7}$

x e) $\frac{1}{6}$

99. Entre as opções para o sorteio, as capitais dos estados da região Sudeste do Brasil são apenas três: Belo Horizonte, Rio de Janeiro e Vitória.

Logo, as quatro capitais sorteadas devem caracterizar uma combinação das sete capitais restantes. O número de combinações desse tipo é:

$\frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 6} = 35.$

O total de possibilidades para esse sorteio é igual ao número de combinações de quatro capitais entre as dez citadas no enunciado, ou seja:

$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{24 \cdot 6!} = 210.$

Logo, a probabilidade pedida é de: $\frac{35}{210} = \frac{1}{6}$.

C7 • H30

100 Bianca foi ao caixa eletrônico fazer uma retirada com o cartão magnético da conta de sua mãe, mas, quando chegou o momento de digitar a senha do cartão, esqueceu-se do último algarismo.

A tela do caixa eletrônico apresentava cinco botões para digitar a senha, sempre com as mesmas opções numéricas:

Cartoon Estúdio

Bianca lembrava-se de que a senha era composta por seis algarismos distintos e que a máquina permitia apenas três tentativas antes de invalidar o cartão. Usando seus conhecimentos matemáticos, qual é o melhor conselho que você pode dar para Bianca nessa situação?

a) Voltar para casa e perguntar a senha para a mãe, pois a probabilidade de que ela acerte o último algarismo nas três tentativas é muito pequena.

b) Fazer duas tentativas antes de desistir e voltar para casa, pois a probabilidade de que ela acerte em uma delas é de 40%.

c) Fazer duas tentativas antes de desistir e voltar para casa, pois a probabilidade de que ela acerte em uma delas é de 80%.

d) Fazer as três tentativas, pois mesmo que ela não consiga efetuar o saque com três tentativas, sua mãe poderá requisitar um cartão novo.

x e) Verificar se os cinco primeiros algarismos da senha estão distribuídos em apenas três botões, pois neste caso a probabilidade de que Bianca consiga efetuar o saque com três tentativas é de 100%.

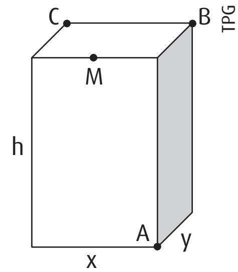
100. Se os cinco primeiros algarismos da senha do cartão da mãe de Bianca estiverem distribuídos em cinco botões diferentes, então o último algarismo da senha pode estar em qualquer um desses botões e, neste caso, a probabilidade de que Bianca consiga efetuar o saque numa das três tentativas é igual a: $\frac{3}{5} = 60\%$.

Se o os cinco primeiros algarismos dessa senha estiverem distribuídos em quatro dos botões da tela, então haverá um botão que não pode conter o último algarismo da senha. Neste caso, a probabilidade de que Bianca consiga efetuar o saque numa das três tentativas é igual a: $\frac{3}{4} = 75\%$.

Mas, se os cinco primeiros algarismos dessa senha estiverem distribuídos em apenas três dos botões da tela, então haverá dois botões que não podem conter o último algarismo da senha. Assim, a probabilidade de que Bianca consiga efetuar o saque numa das três tentativas é igual a: $\frac{3}{3} = 100\%$.

C2 • H6

101 Uma formiga está no vértice *A* de um prédio que tem o formato de um paralelepípedo reto-retângulo, de altura *h*, largura *y* e comprimento *x*, conforme a figura abaixo.



Essa formiga deve passar pelos pontos *B* e *M* (não necessariamente nessa ordem), com *M* sendo ponto médio da aresta a que ele pertence, e terminar seu percurso no ponto *C*, sempre percorrendo, entre dois pontos, o segmento de reta que os une. Essa formiga, então, tem duas opções de caminho:

Caminho 1: passando primeiro por *B*, depois por *M* e finalmente chegando a *C*.

Caminho 2: passando primeiro por *M*, depois por *B* e chegando a *C*.

Considere os seguintes casos:

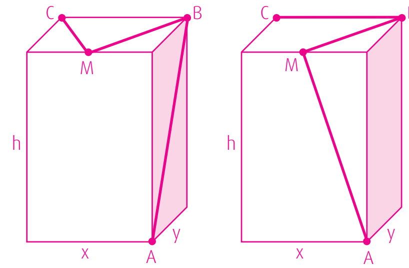
1º caso: $h = 40$ m, $x = 60$ m e $y = 30$ m.

2º caso: $h = 30$ m, $x = 80$ m e $y = 40$ m.

3º caso: $h = 20$ m, $x = 10$ m e $y = 5$ m.

Em qual ou quais casos o caminho 1 é o mais curto?

101. Os dois caminhos possíveis estão na figura a seguir:



Note que, nos dois caminhos, o segmento $\overline{BM}$ é comum. Portanto, basta analisar os comprimentos dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{MC}$ do primeiro caminho e os segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{BC}$ do segundo caminho. Assim, $\overline{BC} = x$ e, do Teorema de Pitágoras temos, nos triângulos I, II e III que:

$$MC = \sqrt{y^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2},\ AB = \sqrt{y^2 + h^2} \text{ e}$$

$$AM = \sqrt{h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

Assim, no **primeiro caso**, com $h = 40$ m, $x = 60$ m e $y = 30$ m, temos:

$$\begin{cases} MC + AB = 30\sqrt{2} \text{ m} + 50 \text{ m} \cong 95 \text{ m} \\ AM + BC = 50 \text{ m} + 60 \text{ m} = 110 \text{ m} \end{cases}$$

No **segundo caso**, com $h = 30$ m, $x = 80$ m e $y = 40$ m, temos:

$$\begin{cases} MC + AB = 40\sqrt{2} \text{ m} + 50 \text{ m} \cong 110 \text{ m} \\ AM + BC = 50 \text{ m} + 80 \text{ m} = 130 \text{ m} \end{cases}$$

Finalmente, no **terceiro caso**, com $h = 20$ m, $x = 10$ m e $y = 5$ m, temos:

$$\begin{cases} MC + AB = 5\sqrt{2} \text{ m} + 5\sqrt{17} \text{ m} \cong 27 \text{ m} \\ AM + BC = 5\sqrt{17} \text{ m} + 10 \text{ m} \cong 31 \text{ m} \end{cases}$$

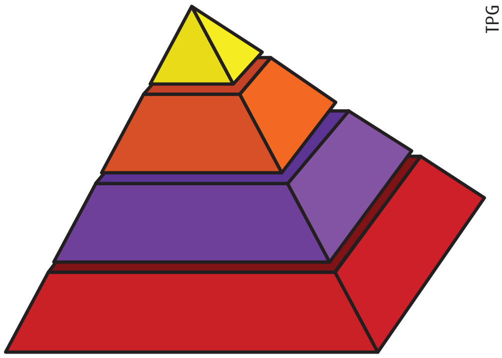
Como todos os casos verificam a desigualdade $\overline{MC} + \overline{AB} < \overline{AM} + \overline{BC}$, verifica-se que o primeiro caminho é o mais curto nos três casos.

a) Somente no primeiro caso.
b) Somente no segundo caso.
c) Somente no terceiro caso.
d) No segundo e no terceiro caso.
x e) Em todos os casos.

C2 • H6

102. A peça amarela no topo da figura é uma pirâmide semelhante à pirâmide formada pelo conjunto todo, e a razão dessa semelhança é de 1:4, pois a altura da peça amarela é $\frac{1}{4}$ da altura do conjunto todo. Assim, sendo V_1 o volume da peça amarela, temos que:
$\frac{V_1}{6{,}4\ \ell} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \Rightarrow V_1 = 0{,}1\ \ell$.
Juntas, as duas peças superiores do conjunto — amarela e laranja — formam outra pirâmide semelhante à pirâmide formada pelo conjunto, mas a razão dessa semelhança é 1:2, pois a altura da pirâmide formada pelas duas peças é $\frac{1}{2}$ da altura do conjunto todo. Assim, sendo V_2 o volume da peça laranja, temos que:
$\frac{0{,}1\ \ell + V_2}{6{,}4\ \ell} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow V_2 = 0{,}7\ \ell$.
As três peças superiores do conjunto — amarela, laranja e roxa — juntas formam outra pirâmide semelhante à pirâmide formada pelo conjunto, mas a razão dessa semelhança é 3:4, pois a altura da pirâmide formada pelas três peças é $\frac{3}{4}$ da altura do conjunto todo. Assim, sendo V_3 o volume da peça roxa, temos que:
$\frac{0{,}1\ \ell + 0{,}7\ \ell + V_3}{6{,}4\ \ell} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \Rightarrow V_3 = 1{,}9\ \ell$.
A peça vermelha na base do conjunto é o maior dos quatro recipientes e o volume V_4 desta peça é tal que:
$V_4 + 0{,}1\ \ell + 0{,}7\ \ell + 1{,}9\ \ell = 6{,}4\ \ell \Rightarrow V_4 = 3{,}7\ \ell$.

102 A figura ao lado apresenta uma pirâmide quadrangular regular que foi dividida em 4 partes de mesma altura.

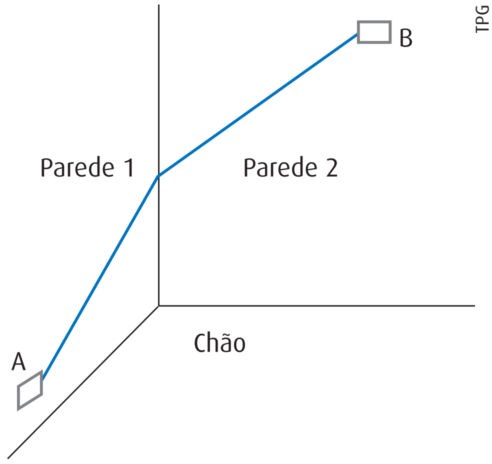

TPG

Cada uma das partes é um recipiente para armazenar alimentos, de tal forma que o conjunto forme também uma peça decorativa. Se o conjunto todo é capaz de armazenar 6,4 litros, então o volume do maior recipiente, em litros, é igual a:

x a) 3,7
b) 3,4
c) 3,2
d) 2,8
e) 2,4

C2 • H8

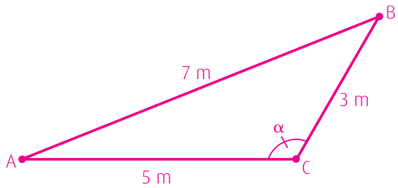
103 Um eletricista instalou conduítes (tubulações que servem para passagem de fios elétricos) de um ponto A situado na parte de baixo da parede 1, para um ponto B situado na parte de cima da parede 2, conforme a figura:



Ao medir o comprimento de cada um dos conduítes ele obteve 5 metros e 3 metros. Se a distância entre os pontos é de 7 metros e os conduítes estão esticados como segmentos de reta em cada parede, então o ângulo formado pelos conduítes, nas paredes 1 e 2, mede:

a) 90º
b) 105º
c) 110º
x d) 120º
e) 150º

103. Desenhando-se, num mesmo plano, os conduítes do enunciado, temos a figura:



Assim, sendo α a medida do ângulo formado pelos conduítes, do teorema dos cossenos temos:

$7^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2}$.

Como $0° < \alpha < 180°$, temos que $\alpha = 120°$.

C3 • H13

104 Um fabricante de recipientes de vidro tem três opções para criar um novo tipo de pote para requeijão, todos de mesmo volume:

1ª opção: pote em forma de um cubo de aresta 6 cm.

2ª opção: pote em forma de um prisma quadrangular regular de altura 8,64 cm.

3ª opção: pote em forma de um cilindro reto de altura 3 cm.

Nos três casos, a tampa será metálica e, portanto, não haverá gasto do fabricante com material para a tampa. Sabendo que a espessura das bordas e das bases de todos os potes será a mesma, considerando-se o valor de π como sendo 3, são feitas as afirmações:

I. Para esse fabricante tanto faz qual opção escolher, pois o gasto de material para a confecção dos potes será o mesmo nos três casos.

II. O gasto de material, para o fabricante, é maior na segunda opção.

III. O pote de forma cilíndrica é menos vantajoso, pois terá menor quantidade do produto.

Qual ou quais destas afirmações estão corretas?

a) I e II

b) I e III

c) II e III

x d) II

e) III

104. Sendo *V* o volume de cada pote, como na primeira opção o pote é cúbico e tem 6 cm de aresta, temos que: $V = (6\ \text{cm})^3 = 216\ \text{cm}^3$.

Sendo $a > 0$ a medida da aresta da base do pote em forma de prisma da segunda opção, temos que:

$a^2 \cdot 8{,}64\ \text{cm} = 216\ \text{cm}^3 \Rightarrow a = 5\ \text{cm}^3$.

E, sendo $r > 0$ a medida do raio da base do pote cilíndrico da terceira opção, temos que:

$\pi \cdot r^2 \cdot 2\ \text{cm} = 216\ \text{cm}^3 \Rightarrow r \cong 6\ \text{cm}$.

Como as espessuras são as mesmas, o gasto com o material será diretamente proporcional à área total da superfície externa de cada pote. Essas áreas são:

Pote cúbico: $5 \cdot (6\ \text{cm})^2 = 180\ \text{cm}^2$.

Pote em forma de prisma: $a^2 + 4 \cdot a \cdot 8{,}64\ \text{cm} =$

$= (5\ \text{cm})^2 + 4 \cdot 5\ \text{cm} \cdot 8{,}64\ \text{cm} = 197{,}8\ \text{cm}^2$.

Pote cilíndrico: $\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot 2\ \text{cm} \cong$

$\cong 3 \cdot (6\ \text{cm})^2 + 6 \cdot 6\ \text{cm} = 180\ \text{cm}^2$.

Logo, o pote em forma de prisma é o que gastará mais material para ser produzido.

C2 • H7

105 Analise as figuras das bandeirinhas, muito utilizadas para enfeitar festas juninas, e assinale a alternativa incorreta.

figura 1

figura 2

Ilustrações: TPG

a) As duas figuras são pentágonos.

b) Na figura 2, todas as diagonais são internas ao polígono.

x c) A figura 1 corresponde a um polígono convexo e a figura 2 corresponde a um polígono não convexo.

d) Com um pedaço de papel retangular é possível fazer as duas figuras com um único corte.

e) A soma dos ângulos internos da figura 2 vale 540°.

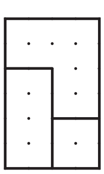
105.a) Verdadeiro.
b) Verdadeiro.
c) A figura 1 é um polígono côncavo e a figura 2 é um polígono convexo.
d) Para fazer as duas bandeirinhas com um único corte é preciso dobrar o papel ao meio, na vertical, e fazer um corte em diagonal.
e) $S = (n - 2)180° \Rightarrow S = (5 - 2)180° \Rightarrow$
$\Rightarrow S = 540°$

C2 • H8

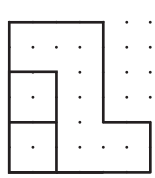
106 Observe este esquema de um edifício:

Com relação às projeções a seguir, pode-se afirmar que:

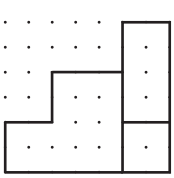
I)



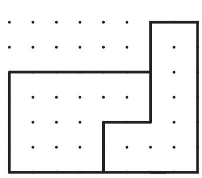
III)



II)



IV)



a) as projeções I e II não correspondem às vistas da peça.

b) as projeções II e IV não correspondem às vistas da peça.

c) as projeções III e IV não correspondem às vistas da peça.

d) as projeções I e IV não correspondem às vistas da peça.

x e) as projeções II e III não correspondem às vistas da peça.

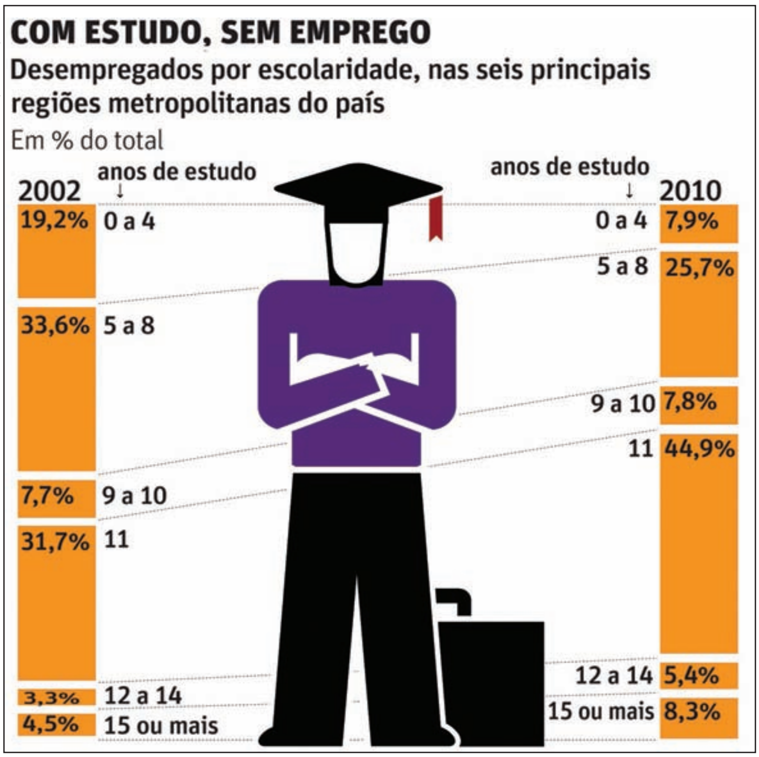
106. A vista I é frontal e a vista IV é lateral direita.

107. Variação do emprego:
De 0 a 4 anos de estudo: 7,9 − 19,2 = |11,3|
De 5 a 8 anos de estudo: 25,7 − 33,6 = |7,9|
De 9 a 10 anos de estudo: 7,8 − 7,7 = |0,1|
11 anos de estudo: 44,9 − 31,7 = |13,2|
De 12 a 14 anos de estudo: 5,4 − 3,3 = |2,1|
15 anos de estudo ou mais: 8,3 − 4,5 = |3,8|

C6 • H24

107 O gráfico a seguir compara a quantidade de desempregados no país, por grau de escolaridade, em dois momentos: 2002 e 2010. De acordo com o gráfico e com o contexto do país, é incorreto afirmar que:

Editoria de Arte/Folhapress



Folha de S.Paulo, 20 mar. 2011.

a) O desemprego aumentou mais entre os mais escolarizados.
b) O nível de desemprego diminuiu entre as pessoas que possuem até o ensino fundamental 2.
c) O avanço da economia impulsionou, principalmente, os setores que contratam mão de obra com pouca qualificação.
d) Quase metade dos indivíduos que têm apenas o ensino médio está desempregada.
x e) A maior variação de desemprego aparece na faixa dos que possuem apenas o ensino fundamental 1.

108. Com base no enunciado, as dimensões dos óculos do pescador e do peixe diminuem na mesma proporção quando aparecem na tela da máquina fotográfica. Assim:
$\frac{16}{2} = \frac{Comp_{peixe}}{9} \Rightarrow Comp_{peixe} = 72$ cm

C4 • H16

108 Na imagem vê-se um pescador fazendo pose para uma foto. Os óculos do pescador têm 16 cm de largura. Na tela da máquina fotográfica, os óculos do pescador e o peixe medem, respectivamente, 2 cm e 9 cm. Considerando que o peixe e os óculos do pescador pertencem a um plano paralelo ao plano da lente da máquina, determine o comprimento do peixe.

Stephen Mcsweeny/Glow Images

a) 23 cm
b) 55 cm
c) 65 cm
x d) 72 cm
e) 80 cm

C1 • H3

109 Brasil “tranca” time para buscar pódio

Equipe está concentrada para ajudar Jade e Daniele, que credita melhoria à dieta de 600 calorias.

Só duas ginastas do Brasil estão na disputa do mundial de Roterdã, Jade Barbosa e Daniele Hypólito. Mas a seleção toda continua em regime de concentração para a final do individual geral, hoje. [...] A nossa equipe é muito unida, isso ajuda bastante — diz Daniele Hypólito, 26. Mais experiente do grupo, a ginasta credita seus resultados neste ano a mudanças em treino e alimentação. Adotei uma dieta de 600 calorias por dia e aumentei a carga de treinos. Tá dando certo, perdi sete quilos, e os resultados têm surgido [...].

Folha de S.Paulo, 22 out. 2010.

Editoria de Arte/Folhapress

Com base no texto e na figura, assinale a alternativa correta:

a) Se as ginastas consumirem 2 mistos-quentes e 1 refrigerante por dia, o consumo calórico estará dentro do estabelecido.

x b) A OMS (Organização Mundial de Saúde) recomenda que cada indivíduo consuma, pelo menos, 2 000 calorias para poder exercer as suas atividades diárias. Portanto, as ginastas consomem apenas 30% do recomendado.

c) A atleta atribui a melhora do rendimento apenas à dieta.

d) Uma pessoa que consome 1 misto no café da manhã e 1 *cheeseburger* e 1 lata de suco no almoço e no jantar consumirá mais de 2 000 calorias.

e) As atletas tinham que escolher entre comer 1 *cheeseburger* ou 2 mistos por dia.

109. a) Falsa. Consumindo 2 mistos-quentes e 1 refrigerante por dia, o consumo calórico será de: $290 + 290 + 120 = 700$ calorias. Portanto, o consumo será maior do que o estabelecido.
b) Verdadeiro. 30% de 2 000 calorias são 600 calorias.
c) Falsa. A atleta atribui a melhora do rendimento à dieta e à mudança no treino.
d) Falsa. 1 misto = 290 calorias; 2 *cheeseburger* = = 740 calorias; 2 sucos = 360 calorias. Total = $290 + 740 + 360 = 1390 < 2\,000$ calorias.
e) Falsa. Nada se pode afirmar.

C3 • H11/H12

110

Rafael ganhou de seu pai um carrinho para a coleção que está iniciando, uma miniatura idêntica a um veículo real, com comprimento 17,6 cm e com a especificação de que a escala era de 1:24. A prateleira de que dispõe mede 1,50 m de comprimento e Rafael quer colocar nela o maior número possível de miniaturas. Ele lembrou que tinha visto na loja vários modelos na escala 1:32, incluindo um do mesmo modelo do que ele ganhou. Então, calculou o número máximo de carrinhos que caberiam em sua prateleira se ele obtivesse os modelos em tamanho menor. Esse número foi:

a) 9

b) 10

x c) 11

d) 12

e) 13

110. Como a escala de seu presente era de 1:24 e os modelos vistos na loja eram de 1:32, então a escala entre eles é de 24:32, ou ainda, de 3:4. Logo, o comprimento dos carrinhos da loja é igual a $\frac{3}{4} \cdot 17{,}6 = 13{,}2$ cm. O número máximo de carrinhos que Rafael conseguirá colocar na prateleira será de $\frac{150 \text{ cm}}{13{,}2 \text{ cm}} = 11{,}36$. Como a quantidade deve ser inteira, caberiam 11 carrinhos.

111. Considerando que a caixa atual tenha 10 m × × 10 m × 10 m = 1 000 m³, dobrando sua largura e triplicando sua altura, as novas medidas seriam 20 m × × 30 m × 10 m = 6 000 m³.

112. Para saber o total de livros lidos, deve-se multiplicar o número de alunos pela quantidade de livros que cada um leu. Organizando os dados em uma tabela:

Número de alunos	Quantidade de livros	Total de livros lidos
3	0	0
7	1	7
10	2	20
3	3	9
1	4	4
1	5	5
25 alunos		45 livros

C2 • H8

111 Um reservatório de água tem a forma de um cubo com capacidade para 1 000 m³ de água. Com o objetivo de aumentar sua capacidade, devido ao crescimento populacional, dobrou-se sua largura e triplicou-se sua altura. A capacidade do novo reservatório, em metros cúbicos, passou a ser de:

a) 2 000

b) 3 000

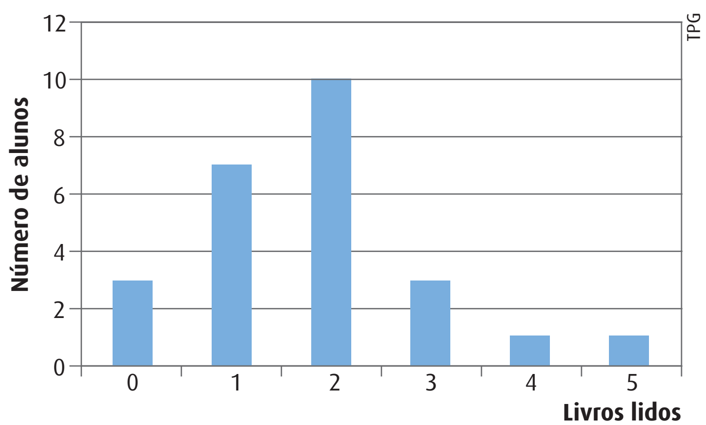
c) 4 500

x d) 6 000

e) 9 000

C5 • H22

112 Foi realizada uma pesquisa sobre o número de livros que cada aluno de uma turma do 3º ano do ensino médio tinha lido nas férias. Os resultados da pesquisa estão representados no gráfico que se segue:



A respeito do gráfico podemos afirmar que:

a) 50% dos alunos leram exatamente dois livros.

x b) essa turma leu exatamente 45 livros.

c) a média da quantidade dos livros lidos foi de 2,25 livros.

d) o total de alunos desta turma é 24 alunos.

e) todos os alunos leram pelo menos um livro.

113 Leia com atenção o texto do jornal *Folha de S.Paulo*, publicado em 18 de novembro de 2010.

Companhia quer que cliente voe em pé

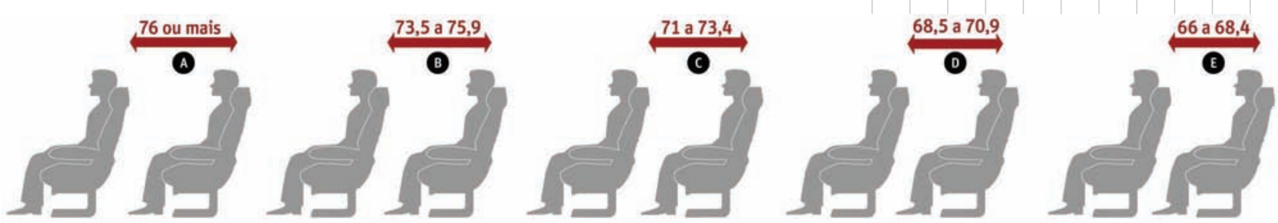
A irlandesa Ryanair polemiza ao anunciar os “assentos verticais”...

O espaço entre a “poltrona” em pé é de 58 cm; passageiro deve usar cinto e permanecer levemente apoiado.

Fotos: Editoria de Arte/Folhapress

A maioria dos passageiros reclama de falta de espaço na classe econômica. Mas isso ainda pode piorar! Pelo menos na Ryanair, empresa aérea “low cost” (de baixo custo) europeia, que planeja diminuir o preço dos bilhetes e atrair clientes nas viagens de até uma hora.

O assento em pé — em inglês, “vertical seating” — foi revelado em setembro na feira Aircraft Interiors Expo Americas. Assim como as poltronas comuns, ele tem cinto de segurança.



Para se ter uma ideia do aperto: enquanto a distância entre as poltronas da classe A costuma ser de 76 cm ou mais, de acordo com informações das empresas aéreas que operam no país, repassadas à Anac o espaço dos assentos verticais é de 58 cm ou menos.

Considerando como referência a distância de 76 cm entre uma poltrona e outra na classe A de um avião, determine aproximadamente o percentual de redução de espaço para um passageiro ao trocar uma poltrona convencional por um “vertical seating” com 58 cm de distância entre os assentos.

a) 76%

x b) 24%

c) 58%

d) 18%

e) 42%

113. Considerando que o espaço disponível na classe A para cada passageiro é de 76 cm, temos uma redução de $76 - 58 = 18$ cm ao trocar o lugar por um “vertical seating”.

Assim: $\frac{18}{76} \approx 23{,}7$. A redução foi de aproximadamente 24% do espaço disponível.

C7 • H27

114 Na prateleira de uma loja de ferragens havia 9 caixas de parafusos cujos rótulos informavam:

Paulo César Pereira

O lojista resolveu verificar o desvio padrão dessa amostra e, para isso, numerou todas as caixas, abriu-as e contou quantos parafusos havia realmente em cada uma.

Os resultados obtidos pelo lojista foram:

Caixa 1 → 100 parafusos
Caixa 2 → 101 parafusos
Caixa 3 → 101 parafusos
Caixa 4 → 96 parafusos
Caixa 5 → 99 parafusos
Caixa 6 → 100 parafusos
Caixa 7 → 104 parafusos
Caixa 8 → 99 parafusos
Caixa 9 → 100 parafusos

Se o lojista fez todos os cálculos corretamente, o desvio padrão encontrado foi de:

a) 0,7
b) 1
c) 1,5
d) 1,8
x e) 2

114. O número médio de parafusos em cada caixa dessa amostra corresponde, de fato, à informação no rótulo:

$$\overline{X} = \frac{100 + 101 + 101 + 96 + 99 + 100 + 104 + 99 + 100}{9} =$$

$$= \frac{900}{9} = 100$$

Portanto, os desvios da média em cada caixa são:

Caixa 1 → 0 parafuso
Caixa 2 → +1 parafuso
Caixa 3 → +1 parafuso
Caixa 4 → −4 parafusos
Caixa 5 → −1 parafuso
Caixa 6 → 0 parafuso
Caixa 7 → +4 parafusos
Caixa 8 → −1 parafuso
Caixa 9 → 0 parafuso

Logo, o desvio padrão é:

$$\sigma = \sqrt{\frac{0^2 + 1^2 + 1^2 + (-4)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 4^2 + (-1)^2 + 0^2}{9}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{0 + 1 + 1 + 16 + 1 + 0 + 16 + 1 + 0}{9}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = 2$$

C7 • H27

115 A tabela a seguir apresenta o número *n* de moradores em cada apartamento de um edifício residencial de quatro andares:

1º Andar		2º Andar		3º Andar		4º Andar	
apto.	**n**	**apto.**	**n**	**apto.**	**n**	**apto.**	**n**
11	3	21	2	31	3	41	4
12	2	22	5	32	2	42	2
13	4	23	2	33	2	43	1
14	3	24	4	34	2	44	3

Sobre o número médio (Me), o número mediano (Md) e o número modal (Mo) de moradores por apartamento desse edifício, é correto afirmar que:

x a) Mo < Md < Me

b) Mo > Md > Me

c) Mo = Md = Me

d) Mo < Md = Me

e) Mo > Md = Me

C7 • H27

116 Os resultados da rodada desse final de semana no campeonato paulista de basquete feminino foram:

Santo André	**59**	×	**75**	Americana
Joinville	**79**	×	**56**	Basquete Clube
São Caetano	**54**	×	**76**	Ourinhos
Mangueira	**55**	×	**96**	Catanduva

Sendo *x* a média de pontos por partida e *y* a média de pontos por time nessa rodada do campeonato, pode-se afirmar que:

a) x = y

x b) x = 2y

c) 2x = y

d) x = 3y

e) 3x = y

C4 • H17

117 A tabela a seguir mostra a quantidade de turistas estrangeiros que chegaram ao Brasil nos anos 2005, 2007 e 2009.

Turismo no Brasil	2005	2007	2009
Chegada de turistas ao Brasil (em milhões)	5,4	5,0	4,8

Disponível em: http://www.copa2014.turismo.gov.br/export/sites/default/dadosefatos/estatisticas_indicadores/downloads_estatisticas/Estatxsticas_Bxsicas_do_Turismo_-_Brasil_2004_a_2009.pdf. Acesso em: 15 mar. 2011.

Supondo que a variação da quantidade de turistas entre os anos de 2009 e 2011 é a média aritmética da variação entre os anos 2005 para 2007 e 2007 para 2009, qual é a quantidade de turistas prevista para o ano de 2011?

a) 4 milhões

b) 5 milhões

c) 4,6 milhões

d) 4,4 milhões

x e) 4,5 milhões

115. A tabela de distribuição de frequências absolutas e acumuladas dessa amostra é:

Número de moradores por apartamento	Número de apartamentos	Número acumulado de apartamentos
1	1	1
2	7	8
3	4	12
4	3	15
5	1	16

Das informações contidas nas duas primeiras colunas da tabela, temos que a média e a moda dessa amostra valem, respectivamente:

$Me = \frac{1 \times 1 + 2 \times 7 + 3 \times 4 + 4 \times 3 + 5 \times 1}{1 + 7 + 4 + 3 + 1} =$

$= 2{,}75$ e $Mo = 2$

Das informações contidas na última coluna, temos que a mediana dessa amostra é:

$Md = \frac{2 + 3}{2} = 2{,}5$

Portanto: Mo < Md < Me

116. Sendo *S* a soma de todos os pontos feitos pelos oito times nesses quatro jogos, temos que:

$\begin{cases} x = \frac{S}{4} \\ y = \frac{S}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = 4x \\ S = 8y \end{cases} \Rightarrow x = 2y$

117. A variação de 2005 para 2007, em milhões de turistas, é: $5{,}0 - 5{,}4 = -0{,}4$.

A variação de 2007 para 2009, em milhões de turistas, é: $4{,}8 - 5{,}0 = -0{,}2$.

Portanto, a média das variações entre os anos 2005-2007 e 2007-2009, em milhões de turistas, é:

$\frac{-0{,}4 + (-0{,}2)}{2} = -0{,}3$

Logo, a previsão para o ano de 2011, em milhões de turistas, é de: $4{,}8 + (-0{,}3) = 4{,}5$.

118. Os três candidatos que empataram no segundo critério foram Ana, Bruna e Diogo, pois suas notas medianas são maiores que suas notas médias e, entre eles, é Bruna que apresenta a menor dispersão das notas em torno da média, com desvio padrão igual a 0,774597.

C7 • H30

118 Para preencher uma vaga na diretoria de uma empresa, diversos candidatos submeteram-se a uma série de avaliações nas quais foram atribuídas notas de 0 a 10.

Os critérios estipulados para essa seleção foram, respectivamente:

1º) maior média;

2º) maior número de notas acima da média;

3º) menor dispersão das notas em torno da média.

Se dois ou mais candidatos empatarem no primeiro critério, então o segundo critério será considerado para o desempate e, caso também haja empate no segundo critério, o terceiro critério decidirá qual candidato preencherá a vaga.

A tabela a seguir apresenta a nota média, a nota mediana e o desvio padrão das notas dos cinco candidatos que empataram com a maior média:

	Média	Mediana	Desvio padrão
Ana	7,0	7,5	1,048809
Bruna	7,0	7,5	0,774597
Carlos	7,0	6,5	1,303840
Diogo	7,0	8,0	1,760682
Érica	7,0	6,5	0,632455

Sabendo que três desses cinco candidatos também empataram no segundo critério de seleção, qual dos candidatos deverá preencher a vaga?

a) Ana
x b) Bruna
c) Carlos
d) Diogo
e) Érica

C7 • H27

119 A tabela a seguir mostra a distribuição de salários dos funcionários de uma empresa no ano de 2007:

Salários (em reais)	Número de funcionários
R$ 500,00	20
R$ 800,00	8
R$ 1 000,00	8
R$ 1 200,00	4

Qual era a média salarial dessa empresa?

a) R$ 875,00
x b) R$ 730,00
c) R$ 500,00
d) R$ 1 000,00
e) R$ 800,00

119. O número de funcionários dessa empresa era:

$20 + 8 + 8 + 4 = 40$

Portanto, a média salarial é:

$$\frac{20 \cdot \text{R\$ } 500{,}00 + 8 \cdot \text{R\$ } 800{,}00 + 8 \cdot \text{R\$ } 1000{,}00 + 4 \cdot \text{R\$ } 1200{,}00}{40} =$$

$= \text{R\$ } 730{,}00$

C1 • H2

120 Costuma-se utilizar o termo “tataravô” para se identificar o pai do bisavô. Porém, essa nomenclatura é errada, já que a palavra é sinônima de “tetravô”, que, por sua vez, vem depois de “trisavô”, o pai do bisavô. Dessa forma, o pai do tetravô é o pentavô, filho do hexavô, e assim por diante. Utilizando-se a nomenclatura correta, quantos pentavôs (apenas homens) tem uma pessoa?

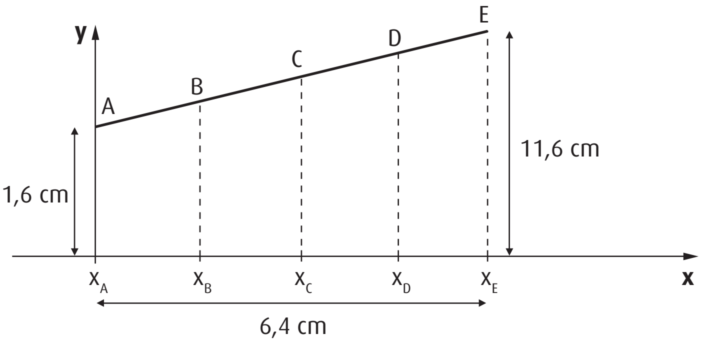
a) 8
b) 16
x c) 32
d) 64
e) 128

120. Basta observar a seguinte regularidade: toda pessoa tem apenas 1 pai e uma mãe e, portanto, tem apenas 2 avôs, 4 bisavôs, 8 trisavôs, 16 tetravôs e 32 pentavôs.

C3 • H11

121 Para montar a decoração natalina de uma rua no centro da cidade, uma corda é esticada e ligada a dois edifícios, nos pontos *A* e *E*. Essa corda tem 3 lâmpadas presas a ela nos pontos *B*, *C* e *D* de modo que os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$ são congruentes.

A figura a seguir representa essa situação num sistema de coordenadas cartesianas em escala de 1:1 000, tal que o eixo das abscissas representa o solo:



Sabendo que na figura a distância do ponto *A* ao solo é de 1,6 cm, a distância do ponto *E* ao solo é de 11,6 cm e a distância entre os edifícios é de 6,4 cm, determine o valor real da altura do ponto *B* em relação ao solo.

a) 66 m
b) 32 m
c) 16 m
x d) 41 m
e) 20 m

121. De acordo com o enunciado, as coordenadas dos pontos em que a corda está ligada aos edifícios são, em centímetros: $A = \left(0, \frac{16}{10}\right)$ e $E = \left(\frac{64}{10}, \frac{116}{10}\right)$.

Como os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$ são congruentes, temos que o ponto *C* é médio do segmento $\overline{AE}$ e o ponto *B* é médio do segmento $\overline{AC}$.

Portanto: $y_C = \frac{y_A + y_E}{2} = \frac{1,6 + 11,6}{2} = 6,6$ e $y_B = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1,6 + 6,6}{2} = 4,1$.

Como a escala da figura é de 1:1 000, o valor real da altura do ponto *B* em relação ao solo é de 41 m.

C3 • H12

122 Um filtro de água, no formato de um cilindro reto, possui 50 cm de altura e a circunferência de sua base, medida em cm, pode ser descrita pela equação $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$. Determine a capacidade aproximada desse filtro, em litros, utilizando $\pi = 3$ para essa aproximação.

a) 2
b) 2,5
c) 2,75
d) 3
x e) 3,75

122. A equação reduzida da circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ é $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$ e, portanto, o raio da base desse cilindro mede $\sqrt{25}$ cm = 5 cm.

Logo, o volume desse cilindro é $\pi \cdot (5 \text{ cm})^2 \cdot 50 \text{ cm} \cong 3 \cdot 25 \text{ cm}^2 \cdot 50 \text{ cm} = 3\,750 \text{ cm}^3$, que equivalem a 3,75 ℓ.

123. Para dobrar o volume de um cilindro, pode-se multiplicar a altura por dois ou multiplicar o raio por raiz de dois.

C3 • H12

123 Considere um recipiente cilíndrico, de altura *h* e raio da base *R*, como mostra a figura abaixo:

Se o fabricante deseja dobrar o volume desse recipiente, ele pode:

a) multiplicar o valor do raio por dois.

x b) multiplicar o valor da altura por dois.

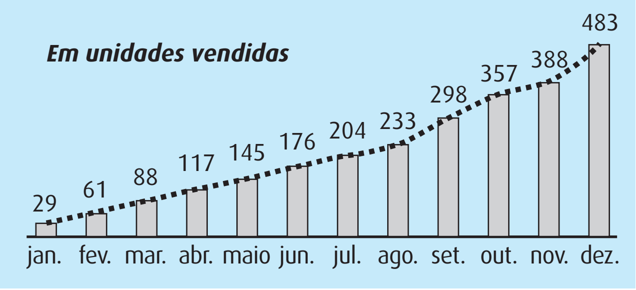
c) multiplicar o valor da altura por raiz de dois.

d) adicionar duas unidades ao valor da altura.

e) adicionar duas unidades ao valor do raio.

Texto para as questões 124 e 125

O gráfico de colunas a seguir apresenta o total de vendas de certo jogo infantil em uma loja de brinquedos, acumuladas mensalmente, no ano de 2010.



124. Como o gráfico apresenta as vendas acumuladas, para obter o número de unidades vendidas em cada mês, a partir de fevereiro, devemos subtrair os valores de duas colunas consecutivas. A tabela a seguir apresenta o número de unidades desse produto vendidas em cada mês do ano de 2010:

janeiro	29	julho	204 − 176 = 28
fevereiro	61 − 29 = 32	agosto	233 − 204 = 29
março	88 − 61 = 27	setembro	298 − 233 = 65
abril	117 − 88 = 29	outubro	357 − 298 = 59
maio	145 − 117 = 28	novembro	388 − 357 = 31
junho	176 − 145 = 31	dezembro	483 − 388 = 95

Logo, os três meses em que a loja vendeu mais unidades desse produto, em ordem decrescente, foram: dezembro, setembro e outubro.

C7 • H30

124 Assinale a alternativa que apresenta, em ordem decrescente, os três meses em que a loja vendeu mais unidades desse jogo.

a) Outubro, novembro e dezembro.

b) Setembro, outubro e dezembro.

x c) Dezembro, setembro e outubro.

d) Dezembro, novembro e outubro.

e) Dezembro, novembro e setembro.

C7 • H30

125 Considere os seguintes fatos sobre essa loja:

I. Ao final do ano de 2010, ainda restavam 92 unidades do jogo no estoque dessa loja.

II. A capacidade máxima do estoque da loja para armazenar esse jogo é de 150 unidades.

III. Cada reposição desse produto é feita esgotando-se a capacidade de armazenamento do estoque.

Admitindo-se o histórico de vendas em 2010 como sendo uma previsão para as vendas do ano seguinte, em que meses haverá necessidade de reposição do jogo no estoque da loja, para que nenhuma venda seja perdida em 2011?

a) Em maio, agosto, novembro e dezembro.

b) Em março, julho, outubro e dezembro.

c) Em maio, agosto e dezembro.

d) Em março, novembro e outubro.

x e) Em março, agosto e outubro.

125. Usando-se o histórico dado como previsão para o ano de 2011, o número de unidades desse produto no estoque previsto para o final de março de 2011, será de 92 − 88 = 4 unidades e, como a previsão de vendas para o mês de abril é de 29 unidades, a **primeira reposição** desse produto no estoque deverá ser feita ao final do mês de março.

Assim, a previsão do número de unidades no estoque para o final de abril será de 150 − 29 = 121 unidades.

Ao final de maio: 121 − 28 = 93.

Ao final de junho: 93 − 31 = 62.

Ao final de julho: 62 − 28 = 34.

Ao final de agosto: 34 − 29 = 5. **(Segunda reposição)**

Ao final de setembro: 150 − 65 = 85.

Ao final de outubro: 85 − 59 = 26. **(Terceira reposição)**

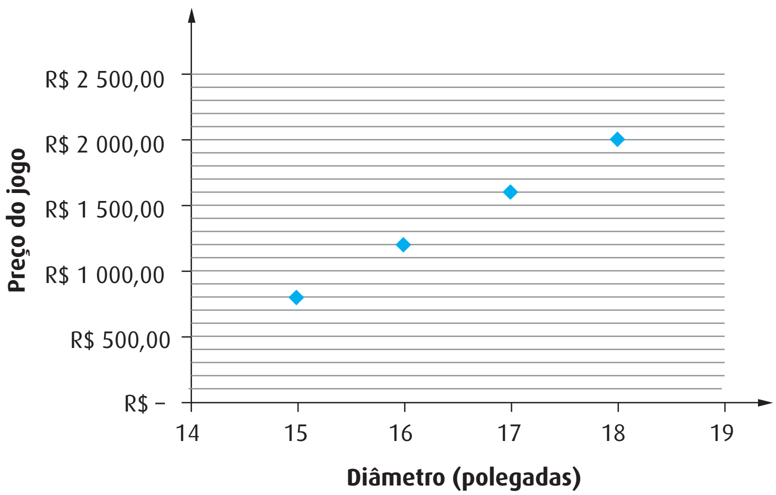
Ao final de novembro: 150 − 31 = 119.

Ao final de dezembro: 119 − 95 = 24.

Observação: Será necessário repor também em dezembro, mas já visando às vendas de 2012 e não de 2011, como propõe a questão.

C6 • H24

126 Uma loja de pneus divulgou a lista com os preços dos jogos de 4 rodas de liga leve, de acordo com a medida do diâmetro (em polegadas). O gráfico a seguir resume os preços:



Se o gráfico apresentar o mesmo comportamento para diâmetros maiores, uma estimativa razoável para o preço de um jogo de rodas com 20 polegadas de diâmetro é

a) R$ 2 500,00

b) R$ 2 600,00

c) R$ 2 700,00

x d) R$ 2 800,00

e) R$ 2 900,00

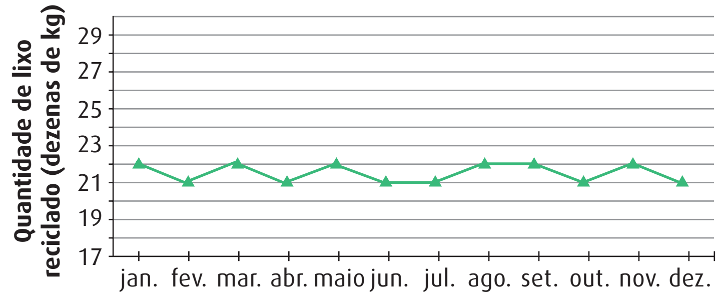
126. Observando-se que os pontos do gráfico estão aparentemente alinhados, concluímos que cada aumento de 1 polegada no diâmetro faz com que o jogo custe R$ 400,00 a mais.

Dessa forma, o jogo de rodas com diâmetro de 20 polegadas deve custar R$ 800,00 a mais que o jogo de 18 polegadas, ou seja: R$ 2 000,00 + R$ 800,00 = = R$ 2 800,00.

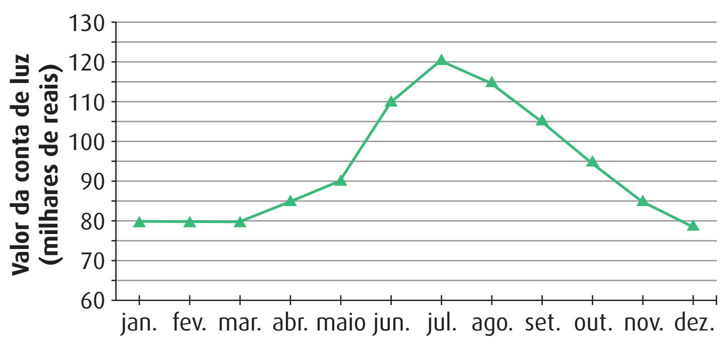
Texto para as questões 127 e 128

Um condomínio tem dois edifícios idênticos e apenas um síndico para administrá-los. Os moradores de ambos os prédios têm perfis bastante parecidos, de forma que qualquer estatística feita num deles pode ser aplicada ao outro. Os gráficos a seguir apresentam a quantidade de lixo reciclado e o valor da conta de luz mensal por prédio em 2009:

Lixo reciclado 2009



Conta de luz 2009

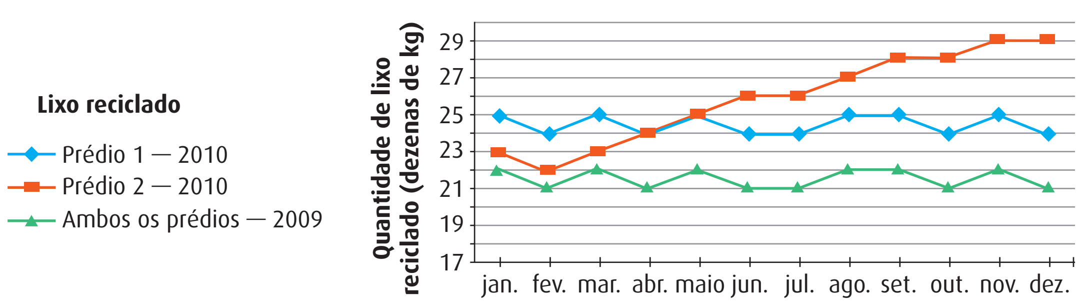


Na esperança de diminuir a conta de luz e aumentar a quantidade de lixo reciclado, o síndico pensou em duas estratégias: fazer um grande evento de conscientização no começo do ano (estratégia *A*) ou fazer uma campanha ao longo do ano (estratégia *B*).

Para verificar qual é a estratégia mais eficaz, optou por aplicar apenas a estratégia *A* no prédio 1, e apenas a estratégia *B* no prédio 2.

C6 • H24

127 O que o síndico pode concluir com relação à eficácia de cada estratégia, no que diz respeito à quantidade de lixo reciclado, a partir dos números de 2010, apresentados pelo gráfico a seguir?



a) Ele pode concluir que ambas foram eficazes, mas a estratégia *A* foi mais eficaz do que a *B*.

x b) Ele pode concluir que ambas foram eficazes, mas a estratégia *B* foi mais eficaz do que a *A*.

c) Ele pode concluir que ambas foram igualmente eficazes.

d) Ele pode concluir que apenas a estratégia *A* foi eficaz.

e) Ele pode concluir que apenas a estratégia *B* foi eficaz.

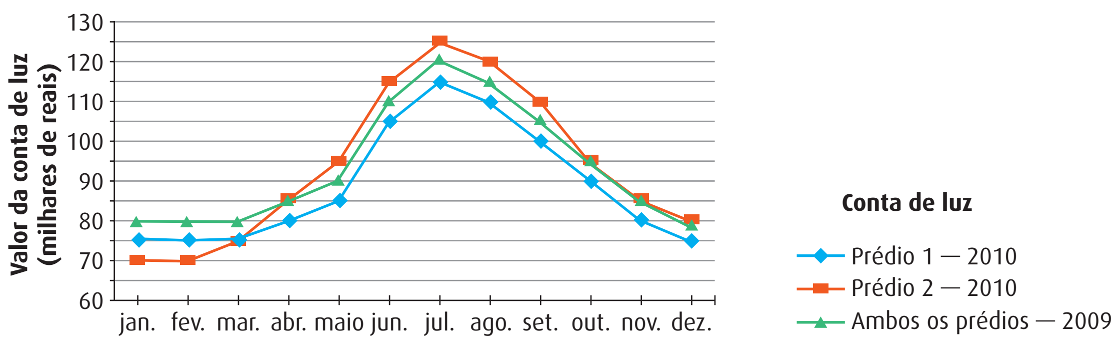
127. A análise do gráfico permite concluir que ambas foram eficazes, já que em todos os meses de 2010 notou-se aumento da quantidade de lixo reciclado em relação aos meses correspondentes de 2009.

Nos meses de janeiro, fevereiro e março, a estratégia *A* aparentou ser mais eficaz, pois o prédio 1 produziu 20 kg + 20 kg + 20 kg = 60 kg de lixo reciclado a mais que o prédio 2. Já nos meses de abril e maio, ambas as estratégias tiveram os mesmos resultados e nos meses de junho, julho e agosto o prédio 2 compensou a desvantagem, produzindo 60 kg de lixo reciclado a mais que o prédio 1.

Como em todos os meses seguintes o prédio 2 continuou apresentando resultados melhores que o prédio 1, o síndico pode concluir que a estratégia *B* foi a mais eficaz.

C6 • H24

128 Quanto à conta de luz, o que o síndico pode concluir a respeito da eficácia de cada estratégia a partir dos números de 2010, apresentados pelo gráfico a seguir?



a) Que ambas foram eficazes, mas a estratégia *A* foi mais eficaz do que a *B*.

b) Que ambas foram eficazes, mas a estratégia *B* foi mais eficaz do que a *A*.

c) Que ambas foram igualmente eficazes.

x d) Que apenas a estratégia *A* foi eficaz.

e) Que apenas a estratégia *B* foi eficaz.

128. Como em todos os meses de 2010 a conta de luz no prédio 1 foi mais baixa do que nos meses correspondentes em 2009, o síndico pode concluir que a estratégia *A* foi eficaz.

Embora nos meses de janeiro, fevereiro e março de 2010 os gastos com a conta de luz no prédio 2 tenham sido menores do que em 2009, de maio a setembro esses gastos foram maiores e anularam a economia acumulada.

De acordo com o gráfico, a economia acumulada nos três primeiros meses, no prédio 2, foi de:
R$ 10 000,00 + R$ 10 000,00 + R$ 5 000,00 =
= R$ 25 000,00; mas nos meses de maio a setembro o aumento acumulado da conta de luz foi de
5 · R$ 5 000,00 = R$ 25 000,00.

Como nos três últimos meses do ano os valores da conta de luz no prédio 2 em 2010 foram os mesmos que em 2009, considerando o ano todo, o síndico pode concluir que a estratégia *B* não foi eficaz.

C5 • H22

129 As raízes da função polinomial $P(x) = x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ são as medidas, em metros, das arestas de uma barra de chumbo na forma de um paralelepípedo reto-retângulo. Essa barra de chumbo será derretida e, com todo o líquido resultante, serão moldados cubos de aresta 10 cm. Quantos cubos desse tipo poderão ser obtidos com o metal derretido?

a) 1 000

b) 100

c) 240

d) 2 400

x e) 24 000

129. Sendo x_1, x_2 e x_3 as raízes do polinômio e *V* o volume do paralelepípedo, em metros cúbicos, temos que: $V = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$. E como, das relações de Girard, o produto das raízes do polinômio é 24, temos que a barra de chumbo tem 24 m^3 que equivalem a 24 000 litros.

Como o volume de um cubo com 10 cm de aresta é igual a um litro, concluímos que o material derretido serve para moldar 24 mil cubos.

130. De acordo com a tabela, o número de países considerados nessa amostra é:

$33 + 14 + 12 + 7 + 5 = 71$

Assim, o país que representa a mediana da amostra ocupa a 36ª posição $\left(\frac{71 + 1}{2}\right)$.

Como na classe *A* estão os 33 primeiros países e na classe *B* estão os próximos 14, o 36º país pertence ao grupo *B*.

C7 • H27

130 Uma pesquisa sobre o custo médio da banda larga em diversos países foi feita em 2010, comparando quanto o consumidor pagava por MB/s (megabyte por segundo). A discrepância verificada foi impressionante: em Hong Kong, por exemplo, esse custo não passa de 0.03 dólares, ao passo que no Peru o custo é de quase 200 dólares.

Os países considerados na pesquisa foram ordenados e divididos em cinco grupos, de acordo com os valores pagos por MB/s. A tabela a seguir apresenta a quantidade de países pertencentes a cada grupo:

Grupo	Custo do MB/s	Nº de países
A	Até US$ 2.00	33
B	De US$ 2.01 até US$ 10.00	14
C	De US$ 10.01 até US$ 20.00	12
D	De US$ 20.01 até US$ 99.99	7
E	Acima de US$ 100.00	5

De acordo com essa tabela, Hong Kong pertence ao grupo *A*, o Peru pertence ao grupo *E*, e o país que representa a mediana dessa amostra pertence ao grupo:

a) A
x b) B
c) C
d) D
e) E

C7 • H29

131 Os grupos sanguíneos humanos dividem-se em quatro categorias, de acordo com a presença de antígenos e anticorpos diferentes:

Os indivíduos *A* possuem os antígenos *A* e os anticorpos Anti-B.

Os indivíduos *B* possuem os antígenos *B* e os anticorpos Anti-A.

Os indivíduos *AB* possuem ambos os antígenos e nenhum dos anticorpos.

Os indivíduos *O* possuem ambos os anticorpos e nenhum dos antígenos.

A tabela a seguir apresenta a distribuição de pessoas por tipo sanguíneo em certo território.

Grupo sanguíneo	A	B	AB	O
% da população	43	9	6	42

De acordo com essas definições e com os dados estatísticos apresentados é correto afirmar que 51% dessa população:

a) possui o antígeno *A*.

x b) não possui antígeno *A*.

c) possui o antígeno *B*.

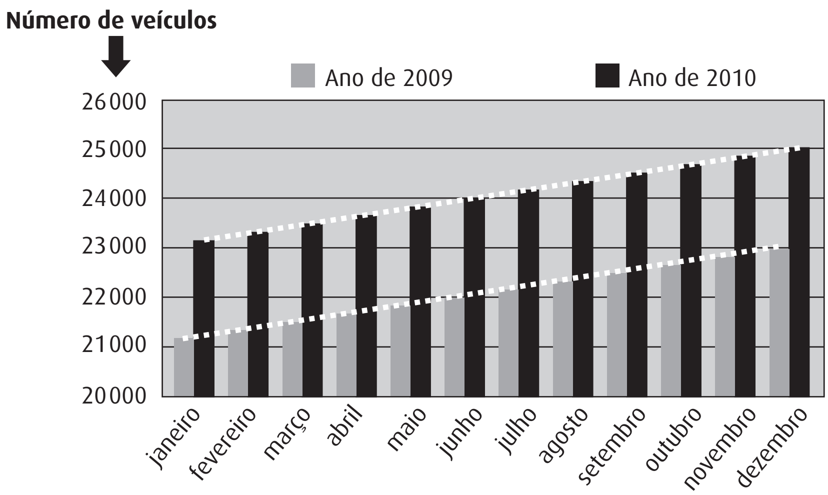
d) não possui antígeno *B*.

e) possui pelo menos um dos antígenos.

131. De acordo com as definições apresentadas, uma pessoa possui o antígeno *A* sendo do tipo *A* ou do tipo *AB*. Como 43% dessa população pertence ao grupo *A* e 6% ao grupo *AB*, temos que a porcentagem dessa população que possui o antígeno *A* é 43% + 6% = 49%. Logo, 51% não possuem o antígeno *A*.

C7 • H29

132 O gráfico de colunas a seguir apresenta o número de veículos em circulação na frota de um município do estado do Rio de Janeiro.



Sabendo-se que as linhas pontilhadas que passam pelos topos das colunas do gráfico são retas paralelas, é correto afirmar que a taxa de variação mensal do número de veículos na frota desse município, tanto no ano de 2009 quanto no ano de 2010:

a) teve um crescimento exponencial.

b) teve um crescimento linear.

x c) manteve-se constante.

d) teve um decrescimento linear.

e) teve um decrescimento exponencial.

132. As retas pontilhadas que passam pelos topos das colunas indicam que o número total de veículos nessa frota aumenta linearmente ao longo de cada ano.

Logo, a taxa de variação mensal do número de veículos nessa frota manteve-se constante no período considerado.

Texto para as questões 133, 134 e 135

Uma pesquisa feita em certa região do país indicou que, no ano de 2002, havia 1,8 milhões de pessoas com ensino superior completo e 300 mil estudantes universitários. Já no ano de 2009, de acordo com a mesma pesquisa, havia 2,5 milhões de pessoas com ensino superior completo e 500 mil estudantes universitários.

133. Em 2002, o número de pessoas dessa região do país, formadas em universidades publicas, era igual a:

27% × 1,8 milhões = 0,486 milhões = 486 mil

Em 2009, esse número era igual a:

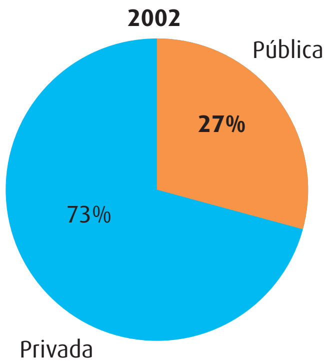
22% × 2,5 milhões = 0,55 milhões = 550 mil

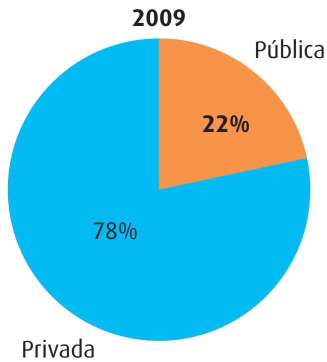
Portanto, desprezando-se os óbitos e as mudanças de região, o número de pessoas formadas em universidades públicas no período de 2002 a 2009, nessa região, é igual a:

550 mil − 486 mil = 64 mil

C7 • H29

133 Um dos principais fatores que contribuíram para tal crescimento foi o aumento das vagas nas universidades privadas. Os gráficos de setores a seguir mostram a distribuição das pessoas graduadas entre universidades públicas e privadas até o final de 2002 e até o final de 2009, na população dessa região:





Se, entre a população com ensino superior completo nessa região, considerarmos desprezível o número de óbitos e o número de pessoas que se mudaram para ou dessa região, podemos afirmar que:

a) 640 mil pessoas se formaram em universidades públicas entre 2002 e 2009.

b) 486 mil pessoas se formaram em universidades públicas entre 2002 e 2009.

c) 550 mil pessoas se formaram em universidades públicas entre 2002 e 2009.

x d) 64 mil pessoas se formaram em universidades públicas entre 2002 e 2009.

e) 48 mil pessoas se formaram em universidades públicas entre 2002 e 2009.

C7 • H29

134 Essa mesma pesquisa revelou um grande aumento no número de pessoas com formação universitária nas classes *C* e *D* em relação às classes *A* e *B* da população da região considerada na pesquisa. A tabela a seguir apresenta o retrato do ensino superior nessa região, por classe social, em porcentagem da população universitária nos anos de 2002 e 2009:

Classe	A	B	C	D	E	Total
2002	24,0	29,6	40,8	5,0	0,6	100
2009	7,2	19,2	57,3	15,0	1,3	100

Em relação à variação da população universitária das classes *A* e *D*, do ano de 2002 para o ano de 2009, é correto afirmar que:

a) O número de estudantes da classe *A* caiu pela metade e o da classe *D* triplicou.

x b) O número de estudantes da classe *A* caiu pela metade e o da classe *D* quintuplicou.

c) O número de estudantes da classe *A* diminuiu 70% e o da classe *D* triplicou.

d) O número de estudantes da classe *A* diminuiu 70% e o da classe *D* quintuplicou.

e) O número de estudantes da classe *A* diminuiu 30% e o da classe *D* triplicou.

134. De acordo com as informações do texto, o número de estudantes universitários dessa região era de 300 mil em 2002 e de 500 mil em 2009.

Assim, a partir dos dados da tabela, temos que o número de estudantes da classe *A* era:

Em 2002 → 24% × 300 mil = 72 mil

Em 2009 → 7,2% × 500 mil = 36 mil

Logo, de 2002 para 2009, o número de universitários da classe *A* caiu pela metade.

Já o número de estudantes da classe *D* era:

Em 2002 → 5% × 300 mil = 15 mil

Em 2009 → 15% × 500 mil = 75 mil

Logo, de 2002 para 2009, o número de universitários da classe *D* quintuplicou.

C7 • H29

135 A classe social de uma pessoa é determinada pela renda mensal familiar. A tabela a seguir mostra a distribuição por classe social da população total da região considerada na pesquisa em 2002 e 2009.

Classe	Renda familiar	2002	2009
A	Superior a 20 salários mínimos	7,3%	2%
B	De 10 a 20 salários mínimos	25,4%	22%
C	De 3 a 10 salários mínimos	38,1%	37%
D	De 1 a 3 salários mínimos	27,1%	30%
E	Inferior a 1 salário mínimo	2,1%	8%

Considerando as informações apresentadas nessa tabela e na tabela da questão anterior, pode-se concluir que um dos fatores que ajudam a explicar a grande diminuição da população universitária na classe *A* de 2002 para 2009 foi:

a) O desinteresse pelo ensino superior entre os integrantes das classes mais abastadas.

b) O fato de que as pessoas com renda superior a 20 salários mínimos não precisam de diplomas universitários para garantir seu padrão de vida.

x c) A grande diminuição percentual, nessa região, da população com renda superior a 20 salários mínimos.

d) O aumento no interesse pelo estudo nas pessoas das classes *C* e *D*, que em 2009 ocupavam as vagas que antes eram de pessoas das classes *A* e *B*.

e) A grande queda nos preços das universidades privadas dessa região do país.

135. De acordo com a tabela, a porcentagem da população dessa região que pertence à classe *A* caiu de 7,3% em 2002 para apenas 2% em 2009.

Uma queda percentual geral como essa ajuda a explicar a queda percentual particular da população universitária pertencente à classe *A*, mostrada pela tabela da questão **134**, de 24% em 2002 para 7,2% em 2009.

C7 • H30

136 Fernando, que mora em Brasília, quer atualizar seu computador adquirindo três novos componentes eletrônicos *X*, *Y* e *Z*, que podem ser comprados no Brasil, mas que também podem ser importados da China, dos Estados Unidos ou da Inglaterra.

Com o objetivo de minimizar seus gastos nessa atualização, Fernando fez uma pesquisa de preços e impostos pela internet e montou a seguinte planilha (em dólares) com os preços dos componentes *X*, *Y* e *Z*, o valor do frete de importação e as taxas de impostos alfandegários de cada país:

	X	Y	Z	Frete	Impostos alfandegários
Brasil	230	550	340	—	—
EUA	190	260	150	100	20%
Inglaterra	190	300	200	150	40%
China	100	80	180	200	60%

Sabendo que os impostos alfandegários incidem somente sobre o valor da mercadoria, quais são os países que apresentam as melhores opções para Fernando adquirir os componentes *X*, *Y* e *Z*, respectivamente?

x a) Brasil, China e Estados Unidos.
b) China, Brasil e Inglaterra.
c) Brasil, Estados Unidos e Inglaterra.
d) Inglaterra, China e Brasil.
e) Estados Unidos, Brasil e Inglaterra.

136. Calculando o custo da importação dos componentes *X*, *Y* e *Z* nos três países, temos:

Componente *X*:

EUA → $190 \times 1{,}2 + 100 = 328$
Inglaterra → $190 \times 1{,}4 + 150 = 416$
China → $100 \times 1{,}6 + 200 = 360$

Logo, a melhor opção é comprar o componente *X* no Brasil, por US$ 230,00.

Componente *Y*:

EUA → $260 \times 1{,}2 + 100 = 412$
Inglaterra → $300 \times 1{,}4 + 150 = 570$
China → $80 \times 1{,}6 + 200 = 328$

Como o preço desse produto no Brasil é de US$ 550.00; a melhor opção é importar o componente *Y* da China.

Componente *Z*:

EUA → $150 \times 1{,}2 + 100 = 280$
Inglaterra → $200 \times 1{,}4 + 150 = 430$
China → $180 \times 1{,}6 + 200 = 488$

Como o preço desse produto no Brasil é US$ 340.00; a melhor opção é importar o componente *Z* dos Estados Unidos.

C7 • H17

137 Na primeira prova de matemática de uma turma de terceiro ano de um colégio, a nota média dos 20 meninos da sala foi 7 e a nota média das 30 meninas da sala foi 8. Se na próxima prova, a média das notas dos meninos aumentar 20% e a média das notas das meninas diminuir 20%, então a nota média da sala na segunda prova:

a) aumentará menos de 20% em relação à nota média da sala na primeira prova.
x b) diminuirá menos de 20% em relação à nota média da sala na primeira prova.
c) será a mesma que a nota média da sala na primeira prova.
d) aumentará mais de 20% em relação à nota média da sala na primeira prova.
e) diminuirá mais de 20% em relação à nota média da sala na primeira prova.

137. A distribuição de meninos (20) e meninas (30) nessa sala é diretamente proporcional aos números 2 e 3. Então, a média das notas de todos esses alunos deve ser ponderada com peso 2 para a média dos meninos e peso 3 para a média das meninas.

Assim, a média da sala na primeira prova foi:

$$\frac{2 \times 7 + 3 \times 8}{2 + 3} = 7{,}6.$$

Se na próxima prova a nota média dos meninos aumentar 20%, e a das meninas diminuir 20%, essas médias passarão a ser: $7 + 20\% \cdot 7 = 8{,}4$ para os meninos e $8 - 20\% \cdot 8 = 6{,}4$ para as meninas, e a média da sala passará para:

$$\frac{2 \times 8{,}4 + 3 \times 6{,}4}{2 + 3} = 7{,}2.$$

Logo, haverá diminuição de $7{,}6 - 7{,}2 = 0{,}4$, que representa aproximadamente 5,3% da média da sala na primeira prova.

C4 • H17

138 A Confederação Brasileira de Voleibol convocou em 12/11/2009 a seleção brasileira feminina que participou da "Copa dos Campeões" no Japão. Segundo dados do *site* oficial da Confederação Brasileira, a altura média das 10 atletas convocadas era 1,85 m.

http://www.cbv.com.br/cbv2008/selecao/adultas_fem.asp.
Acesso em: 12 mar. 2011.

Considere que mais duas atletas foram adicionadas ao grupo inicial, uma com altura 1,84 m e outra com 1,98 m. Sobre a nova média de altura da equipe podemos afirmar que:

a) permaneceu a mesma.

b) não pode ser calculada com os novos dados.

c) aumentou 1% em relação à média original.

x d) aumentou menos do que 1% em relação à média original.

e) aumentou mais do que 5% em relação à média original.

138. Como a média de alturas das dez primeiras convocadas é 1,85 m, temos:

$\frac{\sum \text{alturas}}{10} = 1{,}85 \text{ m} \Leftrightarrow \sum \text{alturas} = 18{,}5 \text{ m}$

Assim, com a entrada das novas jogadoras, a média das alturas das 12 jogadoras passa a ser:

$\frac{1{,}84 \text{ m} + 1{,}98 \text{ m} + \sum \text{alturas}}{12} =$

$= \frac{1{,}84 \text{ m} + 1{,}98 \text{ m} + 18{,}5 \text{ m}}{12} = 1{,}86 \text{ m}.$

Portanto, temos um aumento de 1 cm na média das alturas, que representa um aumento de $\frac{1 \text{ cm}}{185 \text{ cm}} \cong 0{,}5\%$ em relação à média original.

C6 • H24

139 Com os dados do Censo 2010 divulgados pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) podemos analisar a variação populacional dos 5 565 municípios brasileiros.

A instalação de grandes empresas, o investimento em turismo ou grandes obras governamentais proporciona, em alguns casos, grandes mudanças na quantidade de moradores de alguns municípios. Vejamos alguns dados:

	População no ano 2000	População no ano 2010
Piumhi (MG)	28 783	31 885
Balbinos (SP)	1 313	3 932
Pracinha (MA)	1 431	2 863
Maetinga (BA)	13 686	7 031

Supondo que nas próximas décadas a variação populacional percentual de cada uma dessas cidades mantenha-se aproximadamente a mesma, pode-se inferir que, em 2040:

a) a população de Pracinha será menor que a de Maetinga.

b) a população de Balbinos será menor que a população de Piumhi.

c) a população de Balbinos será menor que a de Pracinha.

d) a população de Maetinga será superior a 1 000 habitantes.

x e) a população de Piumhi será superior a 40 000 habitantes.

139. As variações percentuais aproximadas das populações de cada cidade são:

Piumhi $\rightarrow \frac{31\,885 - 28\,783}{28\,783} \cong 10\%$

Balbinos $\rightarrow \frac{3\,932 - 1\,313}{1\,313} \cong 200\%$

Pracinha $\rightarrow \frac{2\,863 - 1\,431}{1\,431} \cong 100\%$

Maetinga $\rightarrow \frac{7\,031 - 13\,686}{13\,686} \cong -50\%$

Assim, considerando-se a variação percentual aproximada, a estimativa para o número de habitantes de cada cidade em 2040 será:

Piumhi $\rightarrow 31\,885 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 \cong 42\,439 > 40\,000$

Balbinos $\rightarrow 3\,932 \cdot \left(1 + \frac{200}{100}\right)^3 = 106\,164$

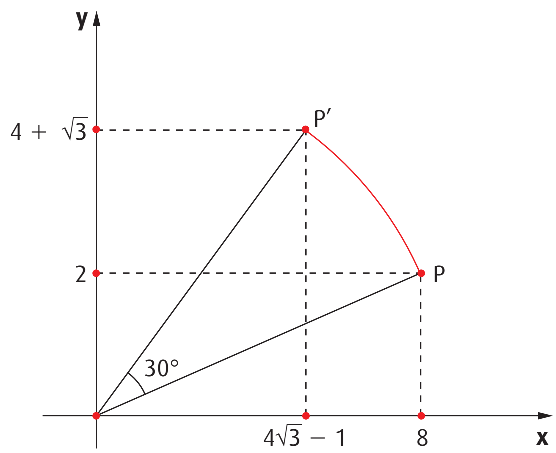
Pracinha $\rightarrow 2\,863 \cdot \left(1 + \frac{100}{100}\right)^3 = 22\,904$

Maetinga $\rightarrow 7\,031 \cdot \left(1 - \frac{50}{100}\right)^3 \cong 879$

140. Seguindo o exemplo dado, a matriz de rotação será $R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, e o vetor coluna associado ao ponto dado é $Q = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.
Então, o vetor coluna associado ao ponto resultante dessa rotação será:
$Q' = R(\theta) \cdot Q = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} =$
$= \begin{bmatrix} a \cdot \cos\theta - b \cdot \text{sen}\theta \\ b \cdot \cos\theta + a \cdot \text{sen}\theta \end{bmatrix}$
Logo, as coordenadas do ponto Q' são:
$(a \cdot \cos\theta - b \cdot \text{sen}\theta,\ b \cdot \cos\theta + a \cdot \text{sen}\theta)$

C2 • H6

140 Num sistema de coordenadas cartesianas podemos fazer rotações de pontos usando multiplicação de matrizes. Por exemplo, se queremos rotacionar o ponto P = (8,2) 30° em relação à origem, no sentido anti-horário, basta multiplicarmos a matriz de rotação $R(30^\circ) \cdot \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\text{sen } 30^\circ \\ \text{sen } 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix}$ pelo vetor coluna $P = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$ associado ao ponto. Assim, o vetor associado ao ponto P' obtido é $P' = R(30^\circ) \cdot P = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\text{sen } 30^\circ \\ \text{sen } 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\sqrt{3} - 1 \\ 4 + \sqrt{3} \end{bmatrix}$.

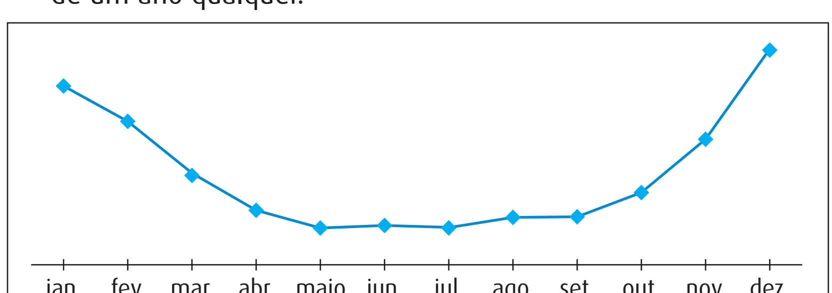


Seguindo esse exemplo, rotacionando-se o ponto Q = (a, b) um ângulo θ em relação à origem, no sentido anti-horário, obtem-se o ponto Q', cujas coordenadas são:

a) $(a \cdot \cos\theta + b \cdot \text{sen }\theta,\ b \cdot \cos\theta + a \cdot \text{sen }\theta)$
b) $(a \cdot \cos\theta - b \cdot \text{sen }\theta,\ b \cdot \text{sen }\theta + a \cdot \text{sen }\theta)$
c) $(a \cdot \cos\theta - b \cdot \cos\theta,\ b \cdot \text{sen }\theta + a \cdot \text{sen }\theta)$
x d) $(a \cdot \cos\theta - b \cdot \text{sen }\theta,\ b \cdot \cos\theta + a \cdot \text{sen }\theta)$
e) $(a \cdot \cos\theta + b \cdot \text{sen }\theta,\ b \cdot \cos\theta - a \cdot \text{sen }\theta)$

C6 • H26

141 Considere o seguinte gráfico quantitativo, em que o eixo das ordenadas foi omitido e o eixo das abscissas representa os meses de um ano qualquer.



Sabendo que esse gráfico pode representar corretamente tanto o consumo de água numa determinada cidade litorânea quanto o número de afogamentos nas praias dessa cidade, bem como a venda de picolés na cidade, são tiradas as seguintes conclusões:

I. Durante os meses do verão, verifica-se um aumento no consumo de água, na quantidade de afogamentos nas praias e na venda de picolés.

II. O aumento do consumo de água é uma das causas do aumento no número de afogamentos.

III. Se houver esforço por parte do governo para que diminua o número de afogamentos, o consumo de água e a quantidade de picolés vendidos diminuirão.

A respeito das três conclusões tiradas das informações gráficas, pode-se afirmar que:

x a) a conclusão I é a única correta.

b) a conclusão II é a única correta.

c) a conclusão III é a única correta.

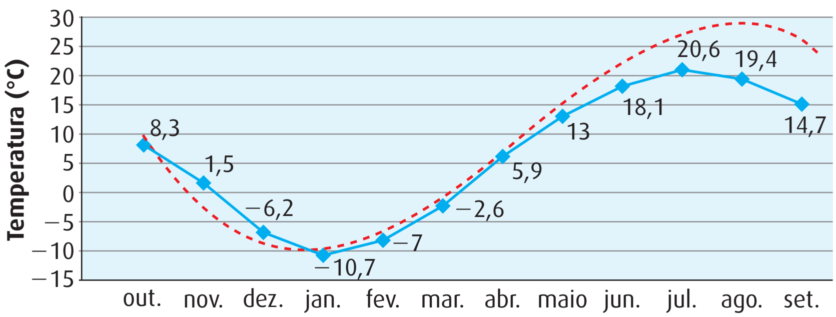
d) a conclusão I é a única falsa.

e) todas as conclusões estão corretas.

38. A primeira afirmação é claramente verdadeira, já que o gráfico mostra valores elevados em dezembro, janeiro, fevereiro e março. As afirmações II e III estabelecem relações de causalidade que não podem ser concluídas a partir das informações gráficas, nenhuma delas é verdadeira.

Texto para as questões 142 e 143

Uma aplicação importante das funções polinomiais é a aproximação de uma curva num gráfico cartesiano. No gráfico a seguir, a linha em azul corresponde à temperatura mensal média observada numa cidade do hemisfério norte, desde o mês de outubro de 2009 ($x = 1$) até o mês de setembro do ano seguinte ($x = 12$) e a linha pontilhada em vermelho é o gráfico do polinômio $T(x) = -\frac{1}{5}x^3 + \frac{22}{5}x^2 - \frac{243}{10}x + 30$, que aproxima a curva azul.



C5 • H20

142 Considere as afirmações a seguir e assinale a alternativa que apresenta afirmações falsas.

I. A curva aproximada pelo polinômio registra que a temperatura máxima ocorreu aproximadamente um mês após sua ocorrência real.

142. De acordo com o gráfico do polinômio, a temperatura mensal média atingiu o valor máximo em agosto, mas a curva real da temperatura indica que isso ocorreu em julho. Portanto, a afirmação I é verdadeira.

Apesar de ambos os gráficos cruzarem o eixo das abscissas exatamente duas vezes no período observado, a temperatura nessa cidade pode ter sido igual a zero em outros dias desse período, pois o gráfico apresenta apenas os valores médios mensais, e não os valores diários. Portanto, a afirmação II é falsa.

O mês de fevereiro do período observado corresponde a x = 5 e, dessa forma, temos: $T(5) = -25 + 110 - 121{,}5 + 30 = -6{,}5$. A temperatura real observada nesse mês é −7 °C, que difere em apenas meio grau da aproximação polinomial. Portanto, a afirmação III é falsa.

O mês de maio do período observado corresponde a x = 8. Assim, temos: $T(8) = -102{,}4 + 281{,}6 - 194{,}4 + 30 = 14{,}8$. A temperatura real observada nesse mês é 13 °C, que difere 1,8 °C da aproximação polinomial. Portanto, a afirmação IV é verdadeira.

143. No polinômio $T(x) = -\frac{1}{5}x^3 + \frac{22}{5}x^2 - \frac{243}{10}x + 30$, temos: $a = -\frac{1}{5}$, $b = \frac{22}{5}$ e $c = -\frac{243}{10}$.

Portanto: $3a = -\frac{3}{5}$, $2b = \frac{44}{5}$ e

$T'(x) = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{44}{5}x - \frac{243}{10}$.

II. No período observado, a temperatura atingiu 0 °C em exatamente dois dias.

III. No mês de fevereiro, a diferença entre o valor real da temperatura e o valor aproximado pela curva é de 6,5 °C.

IV. No mês de maio, a diferença entre o valor real da temperatura e o valor aproximado pela curva é de 1,8 °C.

a) I, II e III.

b) II, III e IV.

c) I e III.

x d) II e III.

e) III e IV.

C5 • H19

143 Para identificar valores máximos e mínimos de um polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, definimos o polinômio derivada $P'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, cujas raízes correspondem aos valores de *x* em que o polinômio P(x) assume seus valores máximo e mínimo. Sendo assim, pode-se concluir que os valores máximo e mínimo do polinômio que aproxima a temperatura dessa cidade ocorrem nos meses correspondentes aos valores aproximados das raízes de:

a) $T'(x) = -6x^2 + 88x - 243$

b) $T'(x) = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{22}{5}x - \frac{243}{10}$

x c) $T'(x) = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{44}{5}x - \frac{243}{10}$

d) $T'(x) = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{44}{5}x + 30$

e) $T'(x) = -\frac{22}{5}x^2 + \frac{243}{10}x + 30$

C3 • H13

144 Uma marca de sorvete oferece ao consumidor três formatos de copos:

Semiesférico	Raio: 5 cm		Preço: R$ 7,50
Cilíndrico	Raio da base: 4 cm	Altura: 10 cm	Preço: R$ 4,80
Cônico	Raio da base: 7 cm	Altura: 10 cm	Preço: R$ 4,90

Uma pessoa decide comprar copos de sorvete em grande quantidade e, para isso, busca o que seja mais econômico, ou seja, o que tem o menor custo por unidade de volume.

De acordo com os valores da tabela e usando-se $\pi = 3$, pode-se afirmar que:

a) o copo cônico é menos econômico que o copo cilíndrico.

x b) os copos cônicos e cilíndricos são igualmente mais econômicos que o semiesférico.

c) o copo no formato de uma semiesfera é o mais econômico.

d) o copo cilíndrico é o mais econômico.

e) a escolha do tipo de copo é economicamente indiferente.

144. O volume do copo semiesférico é $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (5\ \text{cm})^3 \cong$ $\cong 500\ \text{cm}^3$, que equivale a meio litro, e o custo desse copo por litro é $\frac{\text{R\$ } 7{,}50}{0{,}5} = \text{R\$ } 15{,}00$.

O volume do copo cilíndrico é $\pi \cdot (4\ \text{cm})^2 \cdot 10\ \text{cm} \cong$ $\cong 480\ \text{cm}^3$, que equivale a 0,48 litro, e seu custo por litro é $\frac{\text{R\$ } 4{,}80}{0{,}48} = \text{R\$ } 10{,}00$.

O volume do copo cônico é $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (7\ \text{cm})^2 \cdot 10 \cong$ $\cong 490\ \text{cm}^3$, que equivale a 0,49 litro, e seu custo por litro é $\frac{\text{R\$ } 4{,}90}{0{,}49} = \text{R\$ } 10{,}00$.

C1 • H1

145 Antônio deseja ladrilhar as quatro paredes e o chão de seu estúdio com um único tipo de azulejo, na forma de quadrado. Se o estúdio tem 3,5 m de largura, 3 m de altura e 4,15 m de comprimento, qual é o maior tamanho possível para o lado do azulejo, de modo que nenhuma peça seja cortada?

a) 20 cm

b) 15 cm

c) 10 cm

x d) 5 cm

e) 1 cm

145. As dimensões do estúdio de Antônio, em centímetros, são representadas pelos números 350, 300 e 415. Assim, para que nenhuma peça seja cortada, o lado do azulejo quadrado deve ser representado, em centímetros, por um número que seja divisor de 350, 300 e 415.

Logo, o lado do maior azulejo possível, em centímetros, é: mdc(350, 300, 415) = 5.

C1 • H1

146 Para um feriado prolongado na praia, um grupo de amigos se reuniu e combinou que cada um levaria a mesma quantidade de latas de suco e a mesma quantidade de garrafas de refrigerante. Se, no total, foram levadas 210 latas de suco e 49 garrafas de refrigerante, então esse grupo é constituído por quantos amigos?

a) 5

b) 6

x c) 7

d) 10

e) 14

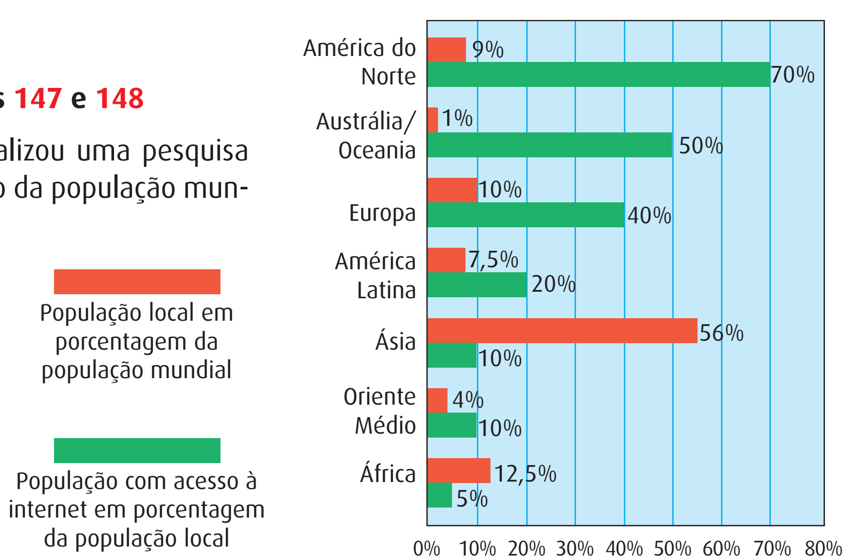
146. Como as 210 latas de suco e as 49 garrafas de refrigerante foram divididas igualmente entre os amigos, temos que o número de amigos é divisor de 210 e 49.

Os divisores positivos de 49 são os números 1, 7 e 49. Mas como um grupo de amigos deve possuir mais de um integrante e 49 não é divisor de 210, esse grupo é constituído de 7 amigos.

Texto para as questões 147 e 148

Certo instituto internacional realizou uma pesquisa comparativa entre a distribuição da população mundial e seu acesso à internet.

Como o Oriente Médio tem características culturais particulares, a equipe optou por considerar seus dados separadamente dos referentes ao continente asiático.



C7 • H29

147 De acordo com as informações fornecidas pelo gráfico, a região em que há o maior número de pessoas com acesso à internet é:

a) a América do Norte, apenas se excluirmos os habitantes do Oriente Médio da população da Ásia.

x b) a América do Norte, mesmo se incluirmos os habitantes do Oriente Médio na população da Ásia.

c) o Oriente Médio.

d) a Ásia, mesmo sem incluir a população do Oriente Médio.

e) a Ásia, apenas se nela incluirmos a população do Oriente Médio.

147. De acordo com as informações fornecidas pelo gráfico, o número de pessoas com acesso à internet na América do Norte é: 70% × 9% = 6,3% da população mundial.

No Oriente Médio é: 10% × 4% = 0,4% da população mundial.

Na Ásia, sem incluir a população do Oriente Médio, é: 10% × 56% = 5,6% da população mundial.

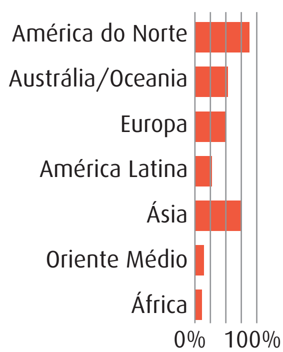
E na Ásia, incluindo a população do Oriente Médio, é: 5,6% + 0,4% = 6% da população mundial.

Logo, o número de pessoas com acesso à internet na América do Norte é maior do que na Ásia, mesmo se incluirmos nela os habitantes do Oriente Médio.

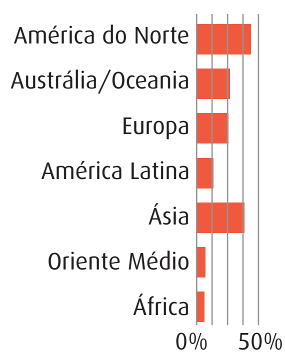
C7 • H29

148 Assinale a alternativa com o gráfico que melhor representa a população com acesso à internet de cada região em porcentagem da população mundial.

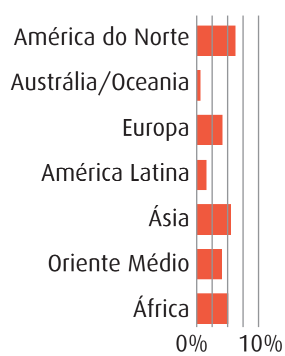
a)



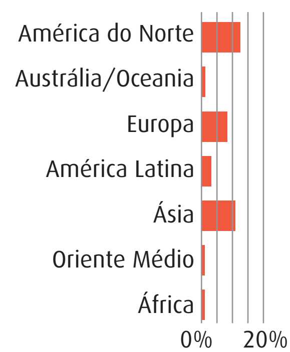
b)



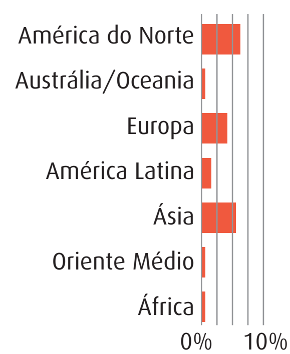
c)



d)



x e)



148. Calculando as porcentagens de pessoas com acesso à internet em relação à população mundial para cada uma das regiões consideradas no gráfico temos:

América do Norte: 70% × 9% = 6,3%

Austrália/Oceania: 50% × 1% = 0,5%

Europa: 40% × 10% = 4,0%

América Latina: 20% × 7,5% = 6,3%

Ásia: 10% × 56% = 5,6%

Oriente Médio: 10% × 4% = 0,4%

África: 5% × 12,5% = 0,4%

O gráfico que melhor representa essas porcentagens é o da alternativa *e*.

149 A tabela a seguir apresenta a composição da população que atualmente reside em cada uma das cinco regiões de determinado país, por região de nascimento, sem levar em consideração os estrangeiros que residem nesse país e os que são nativos desse país mas que residem em outro:

149. Observando a última coluna da tabela, vemos que 29,9% da população de nativos desse país que residem atualmente na região Oeste nasceu em outras regiões do país, sendo que: 1,1% nasceu na região Norte, 11,9% na região Sul, 12,1% na região Central e 4,8% na região Leste.

Regiões de nascimento	Distribuição relativa da população residente, por regiões de residência atual (%)				
	Norte	Sul	Centro	Leste	Oeste
Norte	84,2	0,5	1,3	0,3	1,1
Sul	8,7	96,7	9,2	1,6	11,9
Centro	3,1	2,1	86,6	4,2	12,1
Leste	1,8	0,4	2,1	93,3	4,8
Oeste	1,2	0,3	0,7	0,6	70,1

De acordo com os dados apresentados por essa tabela é correto concluir que:

a) 8,7% dos que nasceram na região Sul desse país migraram para a região Norte.

b) 11,9% da população que reside atualmente na região Sul nasceu na região Oeste.

c) 3,2% dos que nasceram na região Norte migraram para outras regiões do país.

x d) 29,9% da população que reside atualmente na região Oeste nasceu em alguma outra região do país.

e) a média da população que reside atualmente na mesma região em que nasceu é 86,18%.

C1 • H5

150 No começo do dia, o caixa de uma padaria dispunha de poucas cédulas e moedas para dar o troco aos clientes. Os valores eram:

1 moeda de 50 centavos
1 moeda de 1 real
1 cédula de 5 reais
1 cédula de 20 reais

A compra do primeiro cliente totalizou R$ 48,00, e este pagou com uma cédula de R$ 50,00.

Ciente de que não poderia dar o troco exato nessas condições, o caixa pediu gentilmente ao cliente um valor a mais para inteirar o troco. Qual dos seguintes valores não ajuda o caixa?

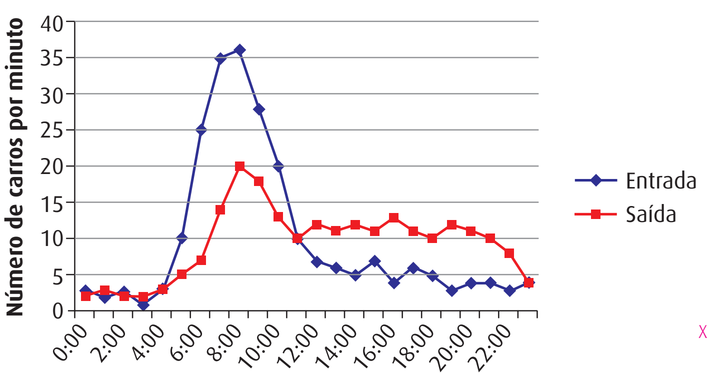
a) R$ 3,50
b) R$ 4,00
c) R$ 4,50
x d) R$ 5,00
e) R$ 18,00

150. Como o cliente já deu uma cédula de R$ 50,00 ao caixa, se ele der mais:

a) R$ 3,50, o troco deverá ser de R$ 53,50 – R$ 48,00 = = R$ 5,50, que poderá ser dado com uma cédula de 5 reais e uma moeda de 50 centavos.
b) R$ 4,00, o troco deverá ser de R$ 54,00 – R$ 48,00 = = R$ 6,00, que poderá ser dado com uma cédula de 5 reais e uma moeda de 1 real.
c) R$ 4,50, o troco deverá ser de R$ 54,50 – R$ 48,00 = = R$ 6,50, que poderá ser dado com uma cédula de 5 reais, uma moeda de 1 real e uma moeda de 50 centavos.
d) R$ 5,00, o troco deverá ser de R$ 55,00 – R$ 48,00 = = R$ 7,00, que **não** poderá ser dado com as cédulas e as moedas disponíveis.
e) R$ 18,00, o troco deverá ser de R$ 68,00 – – R$ 48,00 = R$ 20,00, que poderá ser dado com a cédula de 20 reais.

C6 • H24

151 Entre os quilômetros 20 e 35 de uma estrada existe apenas uma entrada, que fica no quilômetro 25, e uma saída, que fica no quilômetro 26, o que frequentemente causa congestionamentos. O gráfico ao lado mostra a quantidade de carros que passam por minuto ao longo de um dia, tanto na entrada quanto na saída do trecho considerado:



Por volta de qual horário o congestionamento deve começar a diminuir?

a) 8 horas
x b) 11 horas
c) 13 horas
d) 15 horas
e) 18 horas

151. Independentemente do horário em que o congestionamento começa, para que ele passe a diminuir é necessário que o fluxo de carros saindo da estrada seja maior que o fluxo de carros entrando e, segundo o gráfico, isso ocorre em torno de 11 horas.

C1 • H5

152 A perda de sangue do sistema circulatório é denominada hemorragia e é classificada em 4 classes de acordo com a quantidade de sangue perdida. Veja a tabela:

Classificação da hemorragia	Volume de sangue perdido (% em relação ao volume total)	Sintomas
Classe I	até 15%	Leve aumento da frequência cardíaca
Classe II	15% a 30%	Grande aumento das frequências cardíaca e respiratória
Classe III	30% a 40%	Sintomas da hemorragia classe II, além de palidez, suor frio e diminuição da consciência
Classe IV	mais de 40%	Sintomas da hemorragia classe III, com perda total da consciência

Fonte dos dados: http://enfermagembr.com/choque_hipo_32.html. Acesso em: 28 fev. 2011.

Suponha que o volume de sangue de um adulto seja numericamente igual a 7% de sua massa corporal (em kg).

Uma pessoa de 70 kg é levada ao pronto-socorro devido a uma hemorragia, apresentando palidez, suor frio e leve perda de consciência. Depois que os médicos interromperem o sangramento, qual deverá ser a quantidade mínima de sangue que o paciente deve receber, aproximadamente, para garantir que seu quadro seja revertido para uma hemorragia classe I?

a) 0,8
b) 1,0
x c) 1,2
d) 1,5
e) 2,0

152. De acordo com os sintomas enunciados na tabela, o paciente apresenta hemorragia de classe III, tendo perdido entre 30% e 40% do seu volume de sangue.

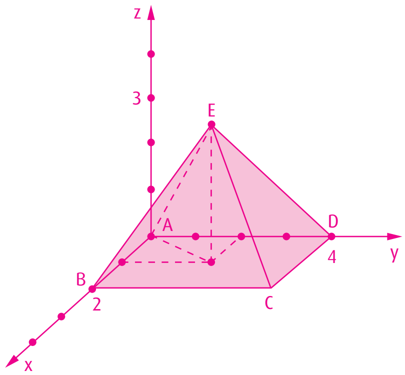
Assim, para garantir que a hemorragia seja revertida para classe I, devemos considerar o pior caso, ou seja, perda de 40% do volume de sangue.

Como o volume de sangue desse paciente, em litros, é $7\% \cdot 70 = 4{,}9$, devemos supor que ele esteja com apenas 60% desse volume, ou seja, $60\% \cdot 4{,}9\ \ell = 2{,}94\ \ell$ de sangue no corpo.

Como numa hemorragia de classe I um indivíduo perde até 15% do seu volume de sangue, o volume mínimo de sangue, no caso desse paciente, deve ser igual a $85\% \cdot 4{,}9\ \ell = 4{,}165\ \ell$ para que seu quadro seja revertido para uma hemorragia de classe I.

Logo, esse paciente deverá receber $4{,}165\ \ell - 2{,}94\ \ell = 1{,}225\ \ell$ de sangue.

153. Do enunciado temos a figura:



Trata-se de uma pirâmide cuja base é o retângulo ABCD de lados 2 m e 4 m, cuja altura é 3 m (a cota do ponto *E*). Logo, seu volume é igual a $\frac{1}{3} \cdot (2 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}) \cdot 3 \text{ m} = 8 \text{ m}^3$.

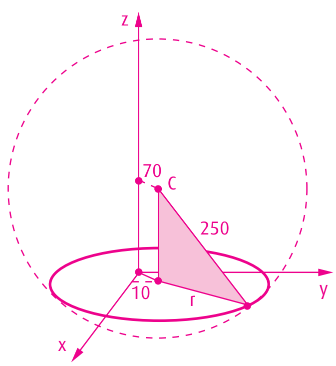
C2 • H8

153 Uma aplicação importante para o sistema de coordenadas tridimensionais é a modelagem de sólidos por computador. Um arquiteto projetou, em seu computador, um telhado para a cobertura de uma casa, na forma de um poliedro cujos vértices são os pontos E = (1, 2, 3), A = (0, 0, 0), B = (2, 0, 0), C = (2, 4, 0) e D = (0, 4, 0), num sistema de coordenadas com as unidades em metros.

Qual o volume, em metros cúbicos, do poliedro que representa esse telhado?

a) 24
b) 15
c) 12
x d) 8
e) 6

154. Do enunciado temos a figura em que a calota de esfera pontilhada representa o alcance do transmissor, e a circunferência destacada é a região limite do alcance no solo:



Sendo *r* a média em metros do raio do círculo de máximo alcance no solo, do teorema de Pitágoras no triângulo retângulo destacado, temos: $250^2 = r^2 + 70^2 \Rightarrow r = 240$.

Logo, a região em questão é dada pela inequação: $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 \leqslant 57\,600$.

C2 • H8

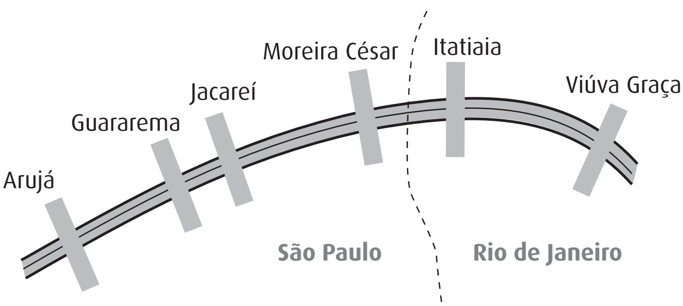
154 Uma torre de transmissão de sinais de aparelhos celulares encontra-se num espaço cartesiano (sistema de coordenadas cartesianas tridimensionais), com unidades em metros, de forma que a transmissão seja feita a partir do ponto C = (10, 10, 70) e que o solo corresponda ao plano de cota zero (z = 0).

Se o raio de alcance do transmissor é 250 m, então qual é a equação que descreve os pontos do solo ao alcance do transmissor?

a) $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 \leqslant 4\,900$
b) $(x - 10)^2 + (y - 10) \leqslant 62\,500$
x c) $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 \leqslant 57\,600$
d) $x^2 + y^2 \leqslant 57\,600$
e) $x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 62\,500$

Texto para as questões 155 e 156

O mapa esquemático a seguir representa a localização das seis praças de pedágio existentes na rodovia Presidente Dutra, que liga a capital do estado de São Paulo à capital do estado do Rio de Janeiro:



A tabela a seguir apresenta o número de cabines de cobrança, o valor cobrado para veículos de passeio (VP) em reais, além do fluxo médio diário (FMD) em milhares de veículos:

Praça	Cabines	VP	FMD
Arujá	16	R$ 2,30	492
Guararema	16	R$ 2,30	248
Jacareí	12	R$ 4,10	310
M. César	4	R$ 9,20	10
Itatiaia	4	R$ 9,20	45
V. Graça	12	R$ 9,20	291

C7 • H30

155 A rentabilidade média diária (RMD) de cada praça de pedágio é calculada multiplicando-se o fluxo médio diário pelo valor cobrado para veículos de passeio:

(RMD) = (FMD) × (VP)

A partir das informações apresentadas pelo mapa e pela tabela, é correto afirmar que:

a) a praça de Arujá tem o maior RMD da rodovia.

b) a praça de Guararema tem o menor RMD do trecho paulista.

c) a praça de Itatiaia tem um RMD superior ao da praça de Guararema.

d) as praças de Arujá e Guararema têm, juntas, um RMD superior ao da praça de Viúva Graça.

x e) o trecho carioca da rodovia tem um RMD superior ao do trecho paulista.

155. Calculando-se o RMD de cada praça, temos, no trecho paulista:

Arujá: 491 000 × R$ 2,30 = R$ 1 129 300,00

Guararema: 244 000 × R$ 2,30 = R$ 561 200,00

Jacareí: 305 000 × R$ 4,10 = R$ 1 250 500,00

M. César: 10 000 × R$ 9,20 = R$ 92 000,00

Total = R$ 3 033 000,00

E no trecho carioca:

Itatiaia: 45 000 × R$ 9,20 = R$ 414 000,00

V. Graça: 291 000 × R$ 9,20 = R$ 2 677 200,00

Total = R$ 3 091 200,00

Logo, o RMD do trecho carioca da rodovia é superior ao do trecho paulista.

156. Sendo *x*, *y*, *z* e *w* os respectivos números de funcionários que devem ser enviados às praças de Arujá, Guararema, Jacareí e Moreira César, temos que:

$x + y + z + w = 42$

De acordo com a quinta regra, dividindo o número 42 em partes proporcionais aos números 491, 244, 305 e 10 (FMD), encontramos $w = 0{,}4$. Assim, de acordo com a primeira regra, devemos ter $w = 2$ e $x + y + z = 40$.

Agora, dividindo o número 40 em partes proporcionais aos números 491, 244 e 305, encontramos $x \cong 18{,}9$. Assim, de acordo com a segunda regra, devemos ter $x = 18$, sendo 16 cobradores e 2 ajudantes de cobrança.

Finalmente, temos que $y + z = 22$ e, como os números 244 e 310 são diretamente proporcionais aos números 4 e 5, temos também que: $\frac{y}{4} = \frac{z}{5}$. Assim, resolvendo o sistema formado por essas equações, obtemos: $y \cong 9{,}8$ e $z \cong 12{,}2$.

C7 • H30

156 A empresa que administra o trecho paulista dessa rodovia segue as seguintes regras, em qualquer período do dia:

I. Deve haver pelo menos dois funcionários do setor de cobranças trabalhando em cada praça, sendo um cobrador de cabine e um ajudante de cobranças.

II. Em nenhuma praça são necessários mais do que dois ajudantes de cobrança nem mais cobradores do que o número de cabines de cobrança.

III. Se houver mais do que seis cabines de cobrança em funcionamento numa praça, então serão necessários dois ajudantes de cobrança nessa praça.

IV. Todo funcionário do setor de cobranças pode ser escalado para trabalhar como cobrador ou ajudante em qualquer uma das praças, de acordo com a necessidade do dia.

V. O número de cobradores de cabine trabalhando em cada praça deve ser proporcional ao FMD da praça.

Certa manhã, o setor de cobranças do trecho paulista da rodovia contava com apenas 42 funcionários para atender às quatro praças. Sendo assim, uma possibilidade para o número de funcionários que devem ser enviados a cada praça, nessa manhã, que esteja de acordo com as regras administrativas da empresa, é:

x a) Arujá (18), Guararema (12), Jacareí (10) e Moreira César (2).
b) Arujá (18), Guararema (14), Jacareí (8) e Moreira César (2).
c) Arujá (17), Guararema (15), Jacareí (7) e Moreira César (3).
d) Arujá (16), Guararema (15), Jacareí (6) e Moreira César (3).
e) Arujá (15), Guararema (14), Jacareí (9) e Moreira César (4).

Texto para as questões 157 e 158

Desde 19 de junho de 2008 está em vigor no Brasil a chamada Lei Seca, que estabeleceu o limite de álcool no sangue dos motoristas. Se for constatada uma quantidade superior a 0,2 g de álcool a cada litro de sangue, o condutor estará sujeito a multa, suspensão da habilitação e até prisão.

Considere as seguintes bebidas e as respectivas quantidades de álcool em uma dose:

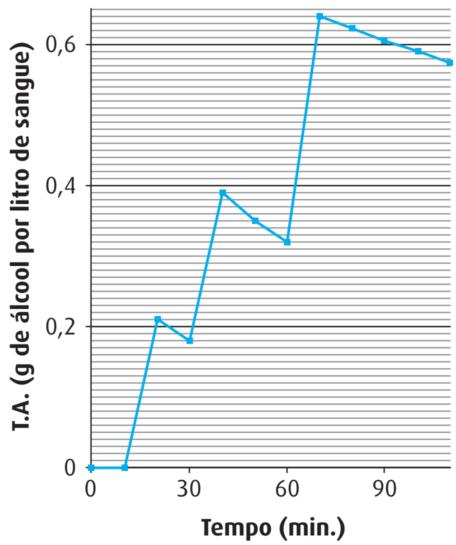
Bebida	Volume de uma dose (mℓ)	Teor alcoólico (g de álcool por mℓ da bebida)
Cerveja	350	0,03
Vinho branco	150	0,08
Vinho do Porto	50	0,14
Uísque	100	0,27
Cachaça	50	0,31

Para calcular a taxa de alcoolemia (T.A.) de um adulto, ou seja, a quantidade de álcool por litro de sangue, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$\text{T.A.} = \frac{\text{massa de álcool ingerida (em g)}}{0{,}7 \cdot \text{massa do adulto (em kg)}}$$

C6 • H24

157 O gráfico a seguir mostra a evolução da T.A. de uma pessoa que foi presa com base na Lei Seca.



Se a pessoa só ingeriu doses das bebidas mostradas na tabela, qual das alternativas a seguir apresenta a ordem e o tipo das bebidas por ela ingeridas no período considerado?

a) Cerveja, vinho branco, cachaça.

b) Vinho do Porto, vinho branco, uísque.

x c) Cerveja, cerveja, cachaça.

d) Vinho branco, cerveja, uísque.

e) Vinho branco, vinho branco, uísque.

157. Como a única variável na fórmula é a quantidade de álcool ingerida e esta se encontra no numerador, podemos concluir que a cada "salto" no gráfico a diferença de T.A. é devida exclusivamente à bebida ingerida no período.

Dessa forma, temos:

1ª dose: T.A. de 0 para 0,21 → variação de 0,21 (cerveja).

2ª dose: T.A. de 0,18 para 0,39 → variação de 0,21 (cerveja).

3ª dose: T.A. de 0,32 para 0,64 → variação de 0,32 (cachaça).

C1 • H3

158 Suponha que o corpo humano seja capaz de metabolizar 15% do álcool presente no sangue a cada hora. Ainda com base no gráfico da questão anterior, após a 3ª dose, quantas horas inteiras devem passar de modo que a T.A. volte a ficar abaixo do limite legal?

a) Cinco horas.

b) Seis horas.

c) Sete horas.

x d) Oito horas.

e) Nove horas.

158. Após a 3ª dose, a T.A. passa a ser de 0,64 g/ℓ. A cada hora, esse valor é multiplicado por 0,85 (15% de diminuição). Logo:

Após 1 hora: 0,54 g/ℓ

Após 2 horas: 0,46 g/ℓ

Após 3 horas: 0,39 g/ℓ

Após 4 horas: 0,33 g/ℓ

Após 5 horas: 0,28 g/ℓ

Após 6 horas: 0,24 g/ℓ

Após 7 horas: 0,21 g/ℓ

Após 8 horas: 0,17 g/ℓ

Dessa forma, a T.A. fica abaixo do limite legal após 8 horas.

159. Considerando os pares ordenados (x, y) em que x e y representam as respostas da penúltima e da última questão, respectivamente, temos que $x \neq y$, pois as duas últimas questões dessa prova têm respostas diferentes.

Sendo assim, o espaço amostral desse problema é:

	(b, a)	(c, a)	(d, a)	(e, a)
(a, b)		(c, b)	(d, b)	(e, b)
(a, c)	(b, c)		(d, c)	(e, c)
(a, d)	(b, d)	(c, d)		(e, d)
(a, e)	(b, e)	(c, e)	(d, e)	

Assinalando alternativas diferentes em cada questão, como, por exemplo, *a* na penúltima e *b* na última, a probabilidade de acertar pelo menos uma questão é de $\frac{7}{20} = 35\%$. Veja a tabela:

	(b, a)	(c, a)	(d, a)	(e, a)
(a, b)		(c, b)	(d, b)	(e, b)
(a, c)	(b, c)		(d, c)	(e, c)
(a, d)	(b, d)	(c, d)		(e, d)
(a, e)	(b, e)	(c, e)	(d, e)	

Mas, assinalando a mesma alternativa nas duas questões, como, por exemplo, *a* e *a*, a probabilidade de acertar pelo menos uma questão é de $\frac{8}{20} = 40\%$. Veja a tabela:

	(b, a)	(c, a)	(d, a)	(e, a)
(a, b)		(c, b)	(d, b)	(e, b)
(a, c)	(b, c)		(d, c)	(e, c)
(a, d)	(b, d)	(c, d)		(e, d)
(a, e)	(b, e)	(c, e)	(d, e)	

Logo, na opção II a probabilidade de Alberto acertar pelo menos uma das questões é maior que na opção I.

C7 • H30

159 A prova final de Biologia de determinado colégio é composta de dez questões tipo teste com cinco alternativas cada uma, sendo que as duas últimas questões, sobre as propriedades dos tecidos vegetais, apresentam as mesmas cinco alternativas: a) Colênquima; b) Esclerênquima; c) Parênquima; d) Floema; e) Xilema.

Alberto, que para ser aprovado sem recuperação precisa acertar nove questões nessa prova, estudou muito e sabe responder às oito primeiras perguntas, mas, como não se lembra das propriedades dos tecidos vegetais, terá de "chutar" as duas últimas questões.

Como as questões são diferentes e as alternativas são as mesmas, Alberto concluiu que as alternativas corretas das duas últimas questões devem ser representadas por letras diferentes. Assim, para melhorar suas chances de fazer o ponto que lhe falta, Alberto considerou duas opções:

I. Assinalar alternativas diferentes em cada questão.

II. Assinalar a mesma alternativa nas duas questões.

Nessa situação, é correto afirmar que:

a) a opção I é a melhor, pois, como as questões são diferentes e as alternativas são as mesmas, é melhor "chutar" em alternativas diferentes.

b) a opção II é a pior, pois ela torna impossível acertar as duas questões.

c) a opção I é a melhor, pois a probabilidade de Alberto acertar pelo menos uma das questões é maior na opção I que na opção II.

x d) a opção II é a melhor, pois a probabilidade de Alberto acertar pelo menos uma das questões é maior na opção II que na opção I.

e) não faz diferença, pois a probabilidade de Alberto acertar pelo menos uma das questões na opção I é a mesma que na opção II.

C2 • H6

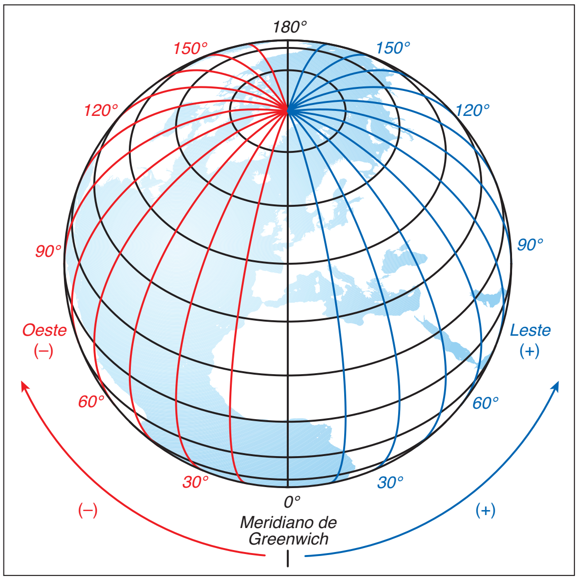
160 A longitude descreve uma localização na Terra, medida a partir do Meridiano de Greenwich, e que varia de 0º a +180º para leste ou de 0º a −180º para oeste.

A latitude descreve uma localização na Terra, medida a partir da linha do Equador, e que varia de 0º a +90º para norte ou de 0º a −90º para sul.

Uma longitude pode ser combinada com uma latitude para descrever precisamente a posição de um determinado lugar na Terra.

Cada grau de latitude corresponde a uma distância real de 111,12 km na superfície da Terra. Já um grau de longitude pode corresponder a uma distância que, se for medida em um círculo de mesma latitude, varia de 0 km a 111,12 km e pode ser aproximada multiplicando-se 111,12 km pelo cosseno da latitude.

Assim, um grau de longitude sobre a linha do Equador corresponde a uma distância de 111,12 km, pois cos 0º = 1, ao passo que um grau de longitude sobre o polo norte corresponde a uma distância de 0 km, pois cos 90º = 0.



Mario Yoshida

Um navegador que se encontra num ponto do oceano de longitude −40º e latitude −60º move-se primeiro para o leste e depois para o norte, chegando a um ponto de longitude +20º e latitude −50º. Sabendo que o navegador manteve a mesma latitude enquanto se movia para o leste e manteve a mesma longitude enquanto se movia para o norte, podemos estimar a distância total percorrida em:

a) 7 778 km
x b) 4 445 km
c) 3 336 km
d) 2 224 km
e) 1 112 km

160. O primeiro trajeto é percorrido sobre a linha de latitude −60º e corresponde a uma variação de 20º −(−40º) = 60º na longitude. Portanto, a distância percorrida nesse trecho é de aproximadamente:

$60 \cdot 111{,}12 \text{ km} \cdot \cos(-60^\circ) =$

$= 6\,667{,}2 \text{ km} \cdot \frac{1}{2} = 3\,333{,}6 \text{ km}$

O segundo trajeto é percorrido sobre a linha de longitude 20º e corresponde a uma variação de −50º −(−60º) = 10º na latitude. Portanto, a distância percorrida nesse trecho é de $10 \cdot 111{,}12$ km = = 1 111,2 km

Logo, a distância total percorrida foi de: 3 333,6 km + 1 111,2 km = 4 444,8 km.

C3 • H11

161 As miniaturas de carros são verdadeiras paixões para alguns colecionadores. Essas miniaturas são construídas de forma que todas as dimensões da miniatura são proporcionais às mesmas dimensões do carro real. O fator de proporção corresponde à escala da miniatura. Com base na figura e em seus conhecimentos, a escala da miniatura pode ser:

a) 1:5
x b) 1:30
c) 1:100
d) 1:200
e) 1:500

Thinkstock/Getty Images

161. A palma da mão de um adulto tem aproximadamente 19 cm. O comprimento de um carro varia, em média, de 4 m a 5 m. Na foto, o carro é um pouco menor que a palma da mão, por exemplo, 15 cm. Assim, a relação entre os comprimentos da miniatura e de um carro real será de:

15 cm ⟶ 4 m ou 15 cm ⟶ 400 cm, o que fornece uma escala de aproximadamente 1:27. Relacionando com uma medida de 5 m, teríamos:

15 cm ⟶ 5 m ou 15 cm ⟶ 500 cm, o que fornece uma escala de aproximadamente 1:34.

Assim, dentre as alternativas, a escala mais adequada será de 1:30.

162. Com essas características, a média adotada deverá ser a média ponderada com pesos crescentes.

C5 • H23

162 Determinada escola irá adotar um sistema de avaliação que será igual para todas as disciplinas. O cálculo da média final (M) desse novo sistema levará em conta as notas das provas do 1º, 2º, 3º e 4º bimestre (P_1, P_2, P_3, P_4) dos alunos, cujo conteúdo é cumulativo, e tem as seguintes características:

— força os alunos a estudarem mais, principalmente nos últimos bimestres;

— permite que o aluno se recupere com certa facilidade nos bimestres finais, caso tenha ido mal nos primeiros bimestres;

— se o aluno tirar zero em uma das provas não significa que já está reprovado;

— considera a quantidade de conteúdos cobrados em cada prova.

Das fórmulas a seguir, assinale a que melhor atende a esses critérios.

a) $M = \dfrac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{4}$

b) $M = \dfrac{P_1 + P_2 + P_3 + 2 \cdot P_4}{5}$

c) $M = \dfrac{P_1 + P_2 + 2 \cdot P_3 + 2 \cdot P_4}{4}$

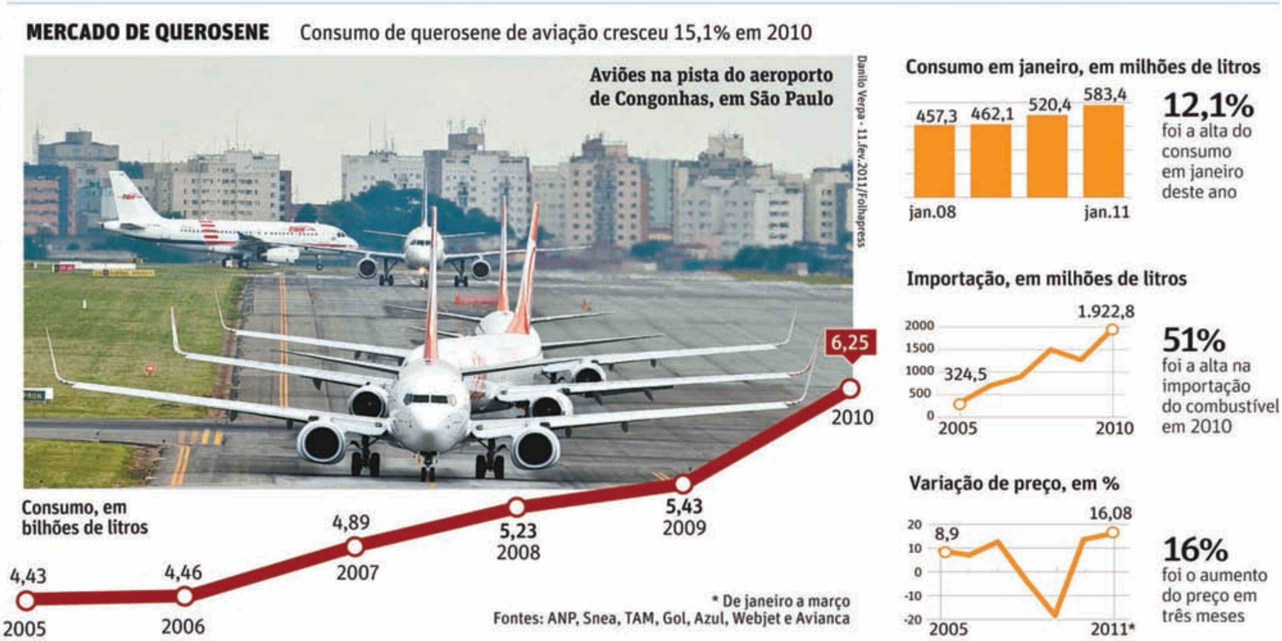
x d) $M = \dfrac{P_1 + 2 \cdot P_2 + 3 \cdot P_3 + 4 \cdot P_4}{10}$

e) $M = \sqrt[4]{P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4}$

C6 • H24

163 Observe o gráfico abaixo:

Editoria de Arte/Foto: Danilo Verpa/Folhapress



Folha de S.Paulo, 27/3/2011.

Se o consumo de querosene de aviação aumentar tanto quanto aumentou entre 2009 e 2010, qual deverá ser o consumo em 2011?

x a) 7,07 bilhões de litros;

b) 4,89 bilhões de litros;

c) 0,82 bilhões de litros;

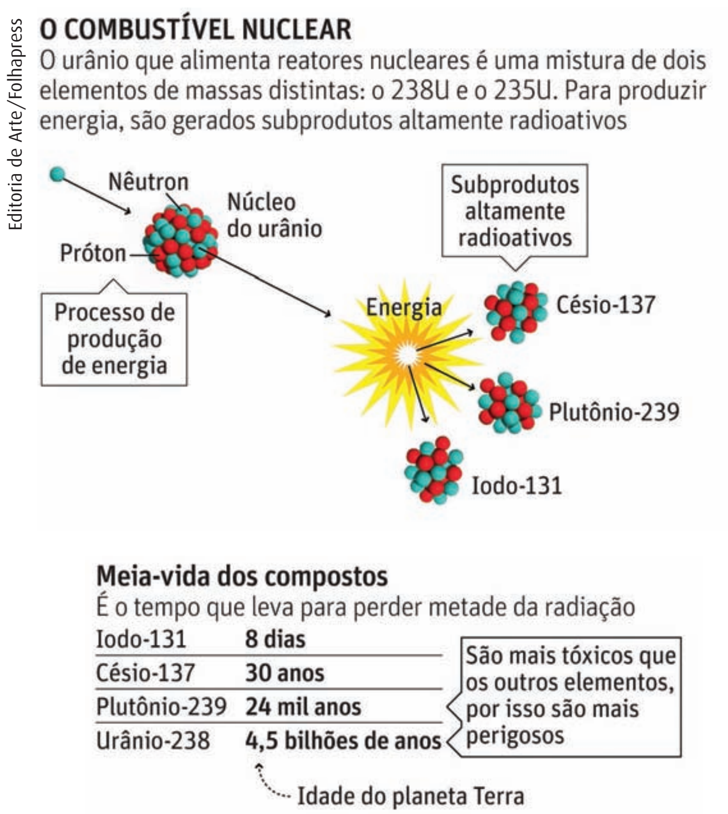
d) 6,05 bilhões de litros;

e) 11,68 bilhões de litros.

163. Entre 2009 e 2010 o consumo aumentou 0,82 bilhões de litros. Assim, se o consumo de querosene de aviação aumentar tanto quanto aumentou entre 2009 e 2010, em 2011 o consumo será de 7,07 bilhões de litros (6,25 + 0,82 = 7,07).

C6 • H26

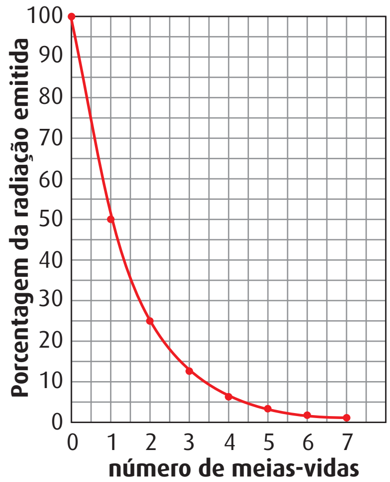
164 O acidente nuclear de Fukushima no Japão, em março de 2011, reacendeu as discussões a respeito do uso da energia nuclear no mundo. Um dos maiores problemas do uso da energia nuclear está na geração de subprodutos altamente radioativos, como mostra a figura a seguir:



Folha de S.Paulo, 29/3/2011.

O gráfico a seguir relaciona a perda da radiação emitida por esses subprodutos com o tempo.

164. O urânio-238 não deve mais ser radioativo após 7 meias-vidas, ou seja, 31,5 bilhões de anos.



Com base nessas informações, assinale a alternativa incorreta:

a) Em 56 anos, o iodo-131 praticamente não emitirá mais radiação.

x b) O urânio-238 não deve mais ser radioativo após 18 000 000 000 anos.

c) Após 48 000 anos o plutônio-239 terá 25% da capacidade original.

d) Após 32 dias o iodo-131 terá 6,25% da capacidade original.

e) O nível de radiação do césio-137 cairá para 12,5% em 90 anos.

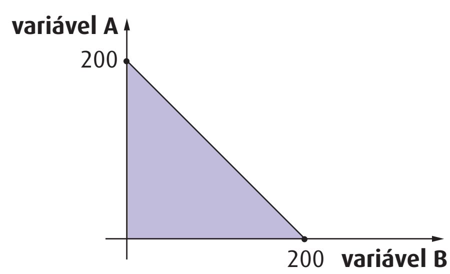
C6 • H26

165. O gráfico representa a união das soluções de 3 inequações:

$$\begin{cases} A \geqslant 0 \\ B \geqslant 0 \\ A + B \leqslant 200 \end{cases}$$

Assim, a única alternativa que pode ser representada pelo gráfico é a alternativa *a*, em que a incógnita *A* pode representar o gasto com uma calça e a incógnita *B*, o gasto com a camisa.

165 Observe a área representada pelo gráfico abaixo.



Assinale a alternativa que contém uma situação que pode ser representada por esse gráfico:

x a) Mariana tem R$ 200,00 para comprar uma calça e uma camisa;

b) João pedalou com sua bicicleta 200 km em 200 dias;

c) Pedro deve menos que R$ 200,00 para o banco;

d) Carlos resolverá 200 questões em 200 minutos;

e) Carla deve acertar, pelo menos, 200 questões de uma prova.