

# 2024 学年第一学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

## 一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 如果将一个  $\triangle ABC$  的三边长都扩大为原来的 3 倍, 那么新三角形的面积

- (A) 扩大为原来的 3 倍; (B) 扩大为原来的 9 倍;  
(C) 没有变化; (D) 无法确定.

2. 在直角坐标平面  $xOy$  内有一点  $A(3, 4)$ , 那么射线  $OA$  与  $x$  轴正半轴的夹角的正弦值等于

- (A)  $\frac{4}{5}$ ; (B)  $\frac{3}{5}$ ; (C)  $\frac{3}{4}$ ; (D)  $\frac{4}{3}$ .

3. 如果两个非零向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  方向相反, 且  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ , 那么下列说法正确的是

- (A)  $\vec{a} + 2\vec{b} = 0$ ; (B)  $\vec{a} - 2\vec{b} = 0$ ; (C)  $\vec{a} = 2\vec{b}$ ; (D)  $\vec{a} = -2\vec{b}$ .

4. 已知二次函数  $y = -x^2 + 2x + 2$  的图像上有两点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ , 如果  $x_1 < x_2 < 0$ , 那么  $y_1$ 、 $y_2$  的大小关系是

- (A)  $y_1 < y_2$ ; (B)  $y_1 > y_2$ ; (C)  $y_1 = y_2$ ; (D) 无法确定.

5. 二次函数  $y = (a^2 + 1)x^2 - 3x + 1$  的图像一定不经过

- (A) 第一象限; (B) 第二象限; (C) 第三象限; (D) 第四象限.

6. 在四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ , 下列说法正确的是

- (A) 如果  $OA \cdot BD = OD \cdot AC$ , 那么  $AB \parallel CD$ ; (B) 如果  $OA \cdot OC = OD \cdot OB$ , 那么  $AB \parallel CD$ ;  
(C) 如果  $OA \cdot OB = OD \cdot OC$ , 那么  $AB \parallel CD$ ; (D) 如果  $OA \cdot OD = OB \cdot OC$ , 那么  $AB \parallel CD$ .

## 二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果  $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ , 那么  $\frac{a-b}{a+b} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 已知线段  $a = 3$ ,  $b = 6$ , 线段  $c$  是线段  $a$ 、 $b$  的比例中项, 那么线段  $c$  的长是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 计算:  $2(\vec{a} - 3\vec{b}) + 5\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .

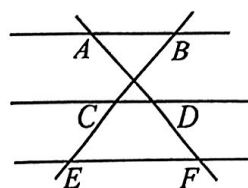
10. 已知抛物线  $y = (k+2)x^2 + 6x - 5$  的开口向下, 那么  $k$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .

11. 如果两个相似三角形的对应中线之比为 2:3, 那么它们的对应高之比为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .

12. 已知点  $D$ 、 $E$  分别在  $\triangle ABC$  的边  $AB$ 、 $AC$  上, 如果  $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ,

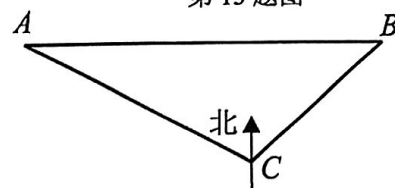
那么  $\frac{AE}{EC}$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$  时,  $DE \parallel BC$ .

13. 如图,  $AB \parallel CD \parallel EF$ , 如果  $AD = 2$ ,  $DF = 1.5$ ,  $BC = 2.4$ , 那么  $BE$  的长是  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .



第 13 题图

14. 如图, 点  $A$  位于点  $C$  的北偏西  $60^\circ$  方向, 点  $B$  位于点  $C$  的东北方向, 线段  $AB$  为一条东西向的公路的一部分, 如果点  $C$  到公路  $AB$  的距离是  $100\sqrt{3}$  米, 那么公路  $AB$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$  米. (结果保留根号)

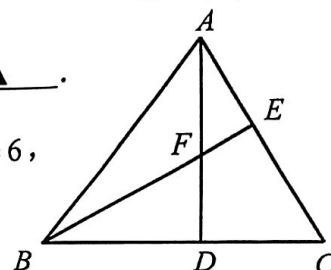


第 14 题图

15. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 3$ ,  $BC = 2$ , 那么  $\angle BAC$  的正弦值等于  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .

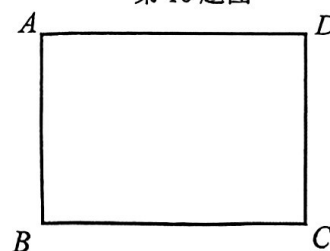
16. 如图, 已知在  $\triangle ABC$  中, 高  $AD$ 、 $BE$  相交于点  $F$ ,  $\tan C = \frac{3}{2}$ ,  $BD = CE = 6$ ,

那么  $EF$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .



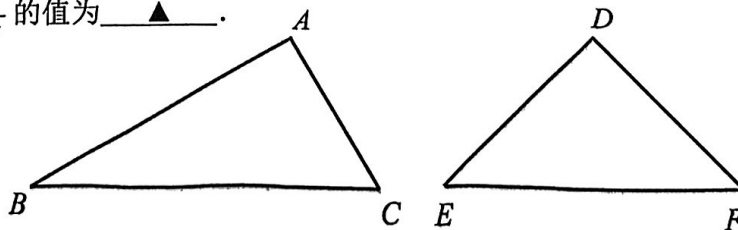
第 16 题图

17. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ . 点  $E$  在边  $AD$  上, 联结  $BE$ , 将  $\triangle ABE$  沿着  $BE$  翻折, 点  $A$  的对应点是点  $F$ , 联结  $FD$ . 如果  $FD \parallel BE$ , 那么点  $F$  到  $CD$  的距离为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .



第 17 题图

18. 如图, 在一副三角尺中,  $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $\angle E = 45^\circ$ ,  $AB = EF$ , 分别过点  $A$ 、点  $D$  画  $AG$ 、 $DH$  交边  $BC$ 、边  $EF$  于点  $G$ 、点  $H$ , 如果  $AG$  分割  $\triangle ABC$  得到的两个三角形与  $DH$  分割  $\triangle DEF$  得到的两个三角形分别相似, 那么  $\frac{AG}{DH}$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .



第 18 题图

### 三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. (本题满分 10 分)

计算:  $\frac{1}{6} \cot 30^\circ + \frac{\tan 30^\circ + \sin 60^\circ}{2 \cos^2 45^\circ}$ .

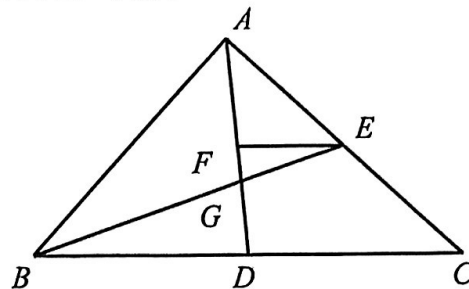
20. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

如图, 已知在  $\triangle ABC$  中, 中线  $AD$ 、 $BE$  交于点  $G$ ,  $EF \parallel BC$  交  $AD$  于点  $F$ .

(1) 如果  $FG=1$ , 求  $GD$  和  $AF$  的长;

(2) 如果  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ,

那么  $\overrightarrow{EF} = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle \hspace{1cm}$ . (用含向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的式子表示)



第 20 题图

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

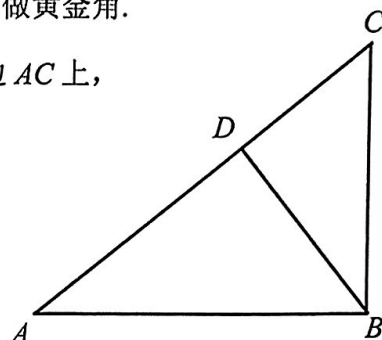
如果一个锐角的正弦值等于黄金分割数, 那么我们称这个角叫做黄金角.

如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $\angle A$  是黄金角, 点  $D$  在边  $AC$  上,

且  $\frac{CD}{AD} = \frac{AD}{AC}$ , 联结  $BD$ .

(1) 找出图中相等的线段并说明理由;

(2) 如果  $AB=6$ , 求  $BD$  的长.



第 21 题图

22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 7 分, 第 (2) 小题 3 分)

如图是某地下车库的剖面图, 某综合实践小组将无人机放在坡道起点  $A$  处, 让无人机飞到点  $D$  处,  $AD$  与底板  $BR$  平行, 测得  $AD=11.6$  米, 此时在点  $D$  处又测得坡道  $AB$  上的点  $C$  的俯角为  $26.6^\circ$ . 接着让无人机飞到点  $E$  处,  $DE \perp AD$ ,  $CE$  与底板  $BR$  平行, 测得  $DE=1.8$  米.

(1) 求坡道  $AB$  的坡度;

(2) 已知地面  $QA$ 、地下车库的顶板

$FG$  都与底板  $BR$  平行且它们到底

板  $BR$  的距离相等, 无人机从点  $A$

飞到点  $P$  处,  $AP \perp AD$ , 测得

$AP=16.4$  米, 此时在点  $P$  处测得

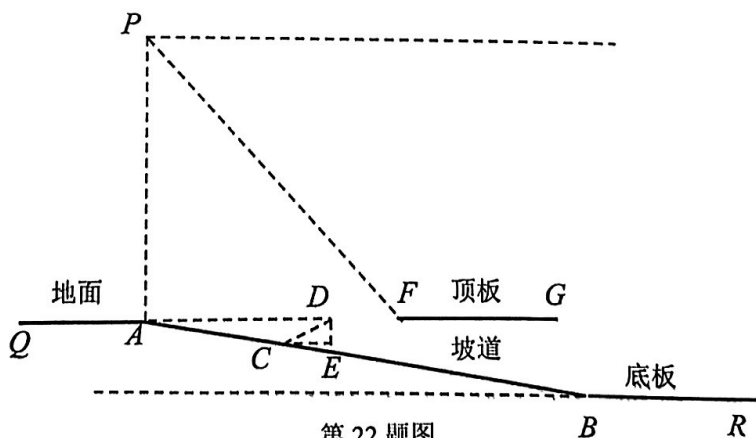
点  $F$  的俯角为  $45^\circ$ , 在不考虑其

他因素的前提下, 有一辆高度为

3 米的货车能否进入该地下车

库? 请说明理由.

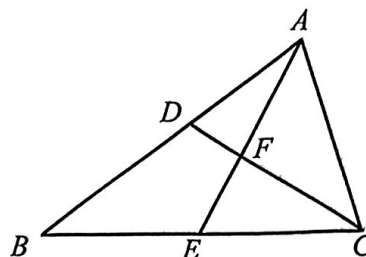
(参考数据:  $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$ ,  $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$ ,  $\tan 26.6^\circ \approx 0.5$ )



第 22 题图

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $BC$  上, 联结  $CD$ 、 $AE$  交于点  $F$ ,  $AF=FC$ ,  $\angle ADC=\angle ACB$ .



第 23 题图

(1) 求证:  $AC^2 = CD \cdot AE$ ;

(2) 如果点  $E$  是边  $BC$  的中点, 求证:  $BC^2 = 2AD \cdot AB$ .

24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 8 分)

如图, 在直角坐标平面  $xOy$  内, 以点  $C$  为顶点的抛物线  $y = x^2 + bx + c$  经过点  $A(4, 3)$ , 且与  $y$  轴交于点  $B$ , 对称轴为直线  $x = 2$ .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 平移上述抛物线, 所得的新抛物线的对称轴为直线  $x = t$ , 顶点为点  $P$ .

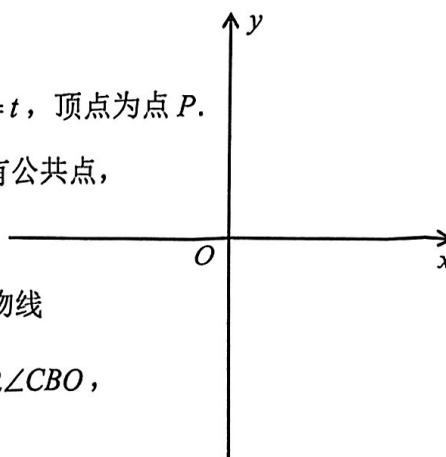
①联结  $AB$ , 如果点  $P$  在  $x$  轴上且新抛物线与线段  $AB$  有公共点,

求  $t$  的取值范围;

②设新抛物线与直线  $x = 2$  交于点  $D$ , 如果点  $P$  在原抛物线

$y = x^2 + bx + c$  上, 且在直线  $x = 2$  的右侧,  $\angle CPD = 2\angle CBO$ ,

求点  $P$  的坐标.



第 24 题图

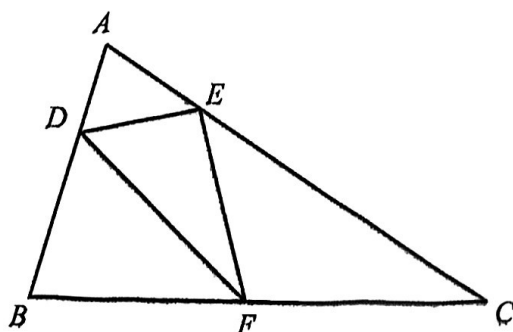
25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

已知在  $\triangle ABC$  中,  $AC=BC$ , 点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $AC$ 、 $BC$  上, 且  $\angle ADE = \angle BDF$ , 联结  $EF$ .

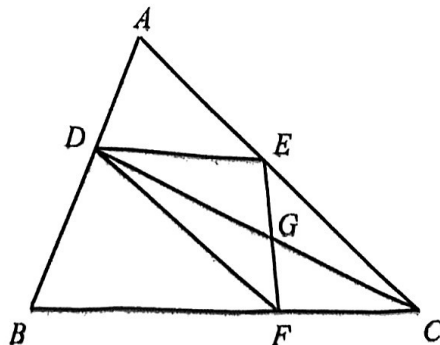
(1) 如图 1, 如果  $BD = \frac{4}{7}AB$ ,  $DE \perp EF$ , 求  $\angle EDF$  的余切值;

(2) 如图 2, 联结  $CD$  交  $EF$  于点  $G$ , 如果  $\frac{AE}{BF} = \frac{2EG}{3GF}$ , 求  $\frac{EC}{FC}$  的值;

(3) 如果  $AE=2$ ,  $EC=1$ ,  $\angle CEF = \angle AED$ ,  $\triangle ADE$  与  $\triangle EFC$  相似, 求  $AD$  的长.



第 25 题图 1



第 25 题图 2