

2024 学年第一学期九年级期终学业质量调研

数学 试卷

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

2025.01

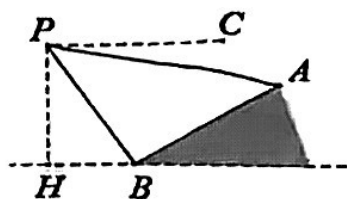
考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

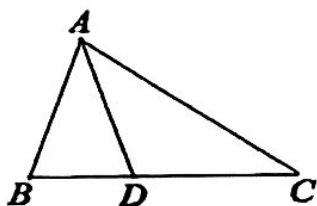
一、选择题:(本大题共 6 题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

[每题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

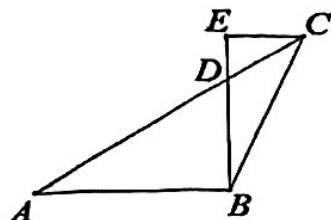
1. 如果 $x:y=2:3$, 那么 $(x+y):y$ 是
(A) 2:5; (B) 5:2; (C) 3:5; (D) 5:3.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $BC=3$, $AB=5$, 那么下列结论正确的是
(A) $\sin A = \frac{3}{5}$; (B) $\cos A = \frac{3}{5}$; (C) $\tan A = \frac{3}{5}$; (D) $\cot A = \frac{3}{5}$.
3. 抛物线 $y=x^2+2x$ 的对称轴是
(A) 直线 $x=1$; (B) 直线 $x=-1$; (C) 直线 $x=2$; (D) 直线 $x=-2$.
4. 如图, 点 P 是航拍飞机在某一高度时的位置, BH 是地平线, $PH \perp BH$, $PC \parallel BH$, AB 是某大型建筑物的斜面. 从点 P 观测点 B 的俯角是
(A) $\angle HPB$; (B) $\angle CPB$; (C) $\angle APB$; (D) $\angle PBA$.
5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle C=36^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. $\frac{AB}{BC}$ 是
(A) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$; (B) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$; (C) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; (D) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, 且 $\angle CBD = \angle A$, 过点 C 的射线与 BD 的延长线相交于点 E , 如果 $CE \parallel AB$, 那么下列结论错误的是
(A) $\frac{ED}{CE} = \frac{CE}{EB}$; (B) $\frac{CD}{CB} = \frac{CB}{CA}$; (C) $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{BC}$; (D) $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$.



(第 4 题图)



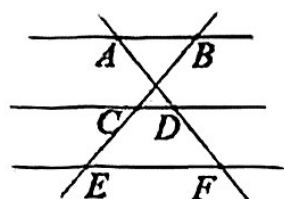
(第 5 题图)



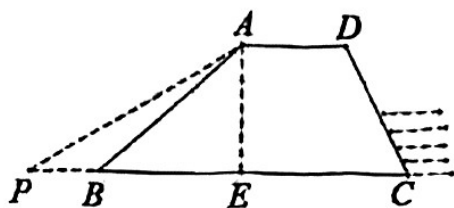
(第 6 题图)

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

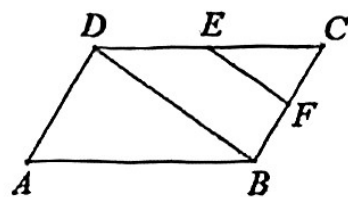
7. 线段 $a = 2$ 厘米， $c = 3$ 厘米，线段 a 和 c 的比例中项 $b =$ ▲ 厘米.
8. 如果两个相似三角形面积的比为 $1:3$ ，那么它们周长的比为 ▲ .
9. 二次函数 $y = x^2 + 3x - 1$ 的图像与 y 轴的交点坐标是 ▲ .
10. 二次函数 $y = x^2 - 1$ 的图像在其对称轴右侧的部分是 ▲ 的（填“上升”或“下降”）.
11. 某公司 10 月份产值是 120 万元，设第四季度每个月产值的增长率相同，均为 x ($x > 0$)，如果 12 月份的产值为 y 万元，那么 y 关于 x 的函数解析式为 ▲ .
12. 如图， $AB \parallel CD \parallel EF$ ，如果 $AD:DF = 3:2$ ，那么 $BE:CE =$ ▲ .
13. 如图，梯形 $ABCD$ 是某水库大坝的横截面. 已知坝高 $AE = 8m$ ，如果将坡度为 $1:\sqrt{2}$ 的斜坡 AB 改为坡度为 $1:2$ 的斜坡 AP ，那么大坝底部应加宽 ▲ m .（结果保留根号）
14. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，正方形 $CEDF$ 的边 CE 在边 BC 上，顶点 D 、 F 分别在边 AB 、 AC 上. 如果 $BC = 3$ ， $AC = 6$ ，那么正方形 $CEDF$ 的边长是 ▲ .
15. 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，点 D 在边 AC 上，如果 $GD \parallel BC$ ，那么 $\frac{GD}{BC} =$ ▲ .
16. 如图，点 E 、 F 分别是平行四边形 $ABCD$ 的边 DC 、 BC 的中点，联结 DB ，如果 $\overrightarrow{EF} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么向量 \overrightarrow{AB} 关于 \vec{a} 、 \vec{b} 的分解式为 ▲ .
17. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，且 DE 垂直平分 AB . 联结 BE ，如果 $\tan \angle A = \frac{1}{3}$ ，那么 $\cos \angle CBE =$ ▲ .
18. 梯形 $ABCD$ 中，已知 $AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ， $AD < BC$ ， $AD:DC = 2:3$. 将梯形沿过点 D 的直线折叠，点 C 落在 AB 上，记作点 E ，折痕与底边 BC 的交点记作点 F . 如果 $DF \parallel AB$ ，那么 $AE:EB =$ ▲ .



(第 12 题图)



(第 13 题图)



(第 14 题图)

三、(本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $2(1 - \cos 30^\circ) + \frac{2\sin 60^\circ}{2\tan 45^\circ - \cot 30^\circ}$.

20. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 7 分)

抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表.

(1) 写出该抛物线的开口方向、对称轴及顶点的坐标;

(2) 设该抛物线与 x 轴相交于点 A (点 A 在对称轴的右侧), 与 y 轴相交于点 B , 顶点为 C , 求证: $\triangle ABC$ 是直角三角形.

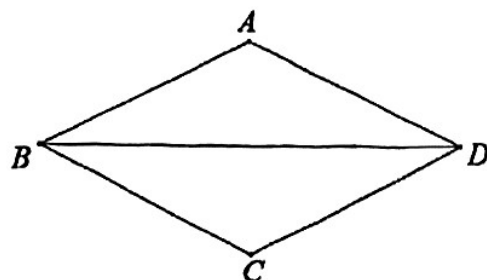
x	\dots	0	1	2	3	4	\dots
y	\dots	3	0	-1	0	3	\dots

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 6 分)

如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{5}$, $\tan \angle CBD = \frac{1}{2}$.

(1) 求对角线 BD 的长;

(2) 求 $\sin \angle ABC$ 的值.



(第 21 题图)

22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

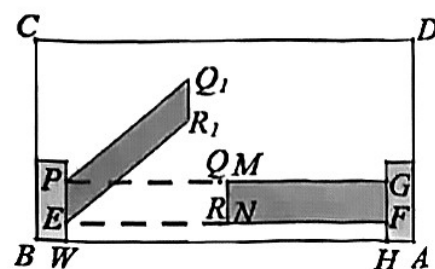
图 1 是某商场地下车库的出入口, 车辆出入时, 通常情况下只需升起“出口”或“入口”的道闸. 特殊情况, 两个道闸也可以同时升起. 图 2 是其示意图, 道闸升起过程中对边始终保持平行 (如图中升起的道闸 EPQ_1R_1), 升起的最高点不超过顶部 CD . 矩形门的高 $AD = 3.6$ 米, 宽 $AB = 6.6$ 米. 矩形闸机的宽 $AH = BW = 0.3$ 米, 矩形道闸的宽 $FG = EP = 1$ 米, 道闸底部距地面 AB 的高度 $FH = EW = 0.2$ 米. 顶点 G 、 M 、 Q 、 P 在同一条直线上, 边 $MG = PQ$, 边 MN 与 QR 之间的缝隙可以忽略不计.

(1) 求道闸升起的最大角的正切值;

(2) 一辆高为 1.8 米、宽为 1.9 米的小货车想进入这个地下车库, 是否需要同时升起两个道闸? 请说明理由.



(第 22 题图 1)



(第 22 题图 2)

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

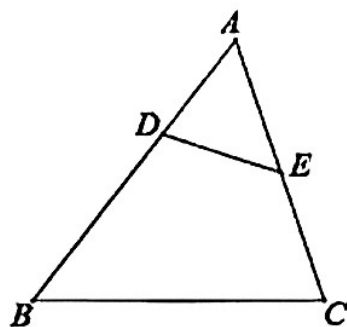
已知: 如图, 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB 、 AC 边上,

$$AE = EC, AE^2 = \frac{1}{2} AD \cdot AB, \text{ 联结 } DE.$$

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ACB$;

(2) 取 AD 的中点 F , 联结 EF 、 BE ,

求证: $\angle DEF = \angle CBE$.



(第 23 题图)

24. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 5 分)

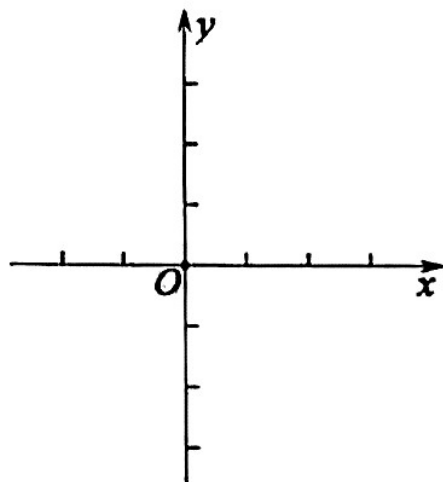
在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 (a < 0)$ 经过直线 $y = -x$ 上的点 A , 已知 $OA = 2\sqrt{2}$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 将抛物线 $y = ax^2 (a < 0)$ 先向右平移 1 个单位, 再向上平移 $k (k > 0)$ 个单位后, 所得新抛物线与 y 轴相交于点 C , 如果 $\tan \angle OCA = \frac{4}{9}$,

① 求 k 的值;

② 设新抛物线的顶点为点 D , 新抛物线上的点 B 是点 A 的对应点. 联结 OD 、 CD , 在新抛物线的对称轴上存在点 P , 使得 $\angle OPB = \angle ODC$, 求点 P 的坐标.



(第 24 题图)

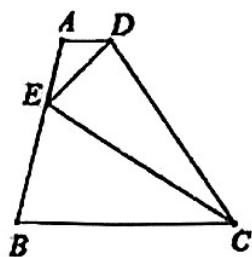
25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 4AD$, 点 E 在边 AB 上, $AE = 1$, $BE = 2$, 联结 DE .

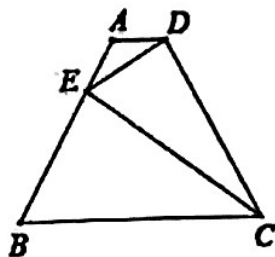
(1) 如图 1, 联结 EC , 求 $\triangle EAD$ 与 $\triangle EBC$ 的面积之比;

(2) 如图 2, 如果 $\angle EDC = 90^\circ$, $\angle DEC = \angle DCB$, 求 $\angle B$ 的正切值;

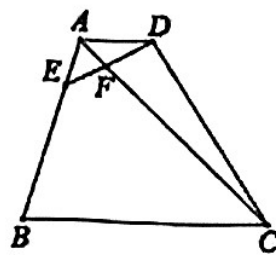
(3) 如图 3, 联结 AC 交 DE 于点 F , 如果 $DA^2 = DF \cdot DE$, 且 $\frac{DE}{AC} = \cos B$, 求边 BC 的长.



(第 25 题图 1)



(第 25 题图 2)



(第 25 题图 3)