

# 2024 学年第一学期九年级数学练习

(2025.01)

(完卷时间 100 分钟, 满分 150 分)

考生注意:

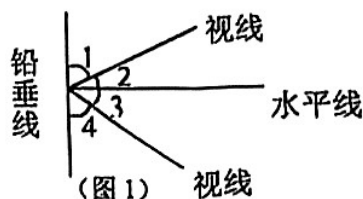
1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 在测量过程中, 常常会遇到仰角和俯角, 图 1 中是俯角的角是 .

(A)  $\angle 1$ ; (B)  $\angle 2$ ; (C)  $\angle 3$ ; (D)  $\angle 4$ .



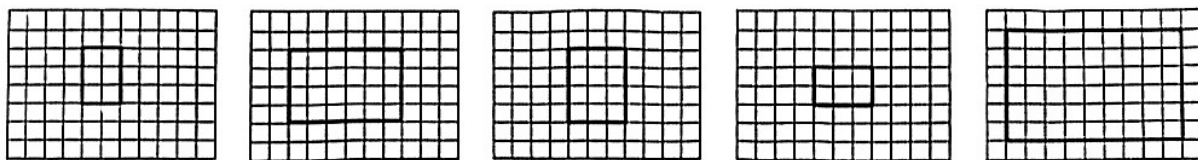
2. 下列多项式中, 是完全平方式的是

(A)  $x^2 - x + \frac{1}{4}$ ; (B)  $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ ; (C)  $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ ; (D)  $x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ .

3. 已知函数  $y = kx + b$ , 其中常数  $k > 0$ 、 $b > 0$ , 那么这个函数的图像不经过的象限是

(A) 第一象限; (B) 第二象限; (C) 第三象限; (D) 第四象限.

4. 下列哪个选项中的矩形与图 2 中的矩形不是相似形

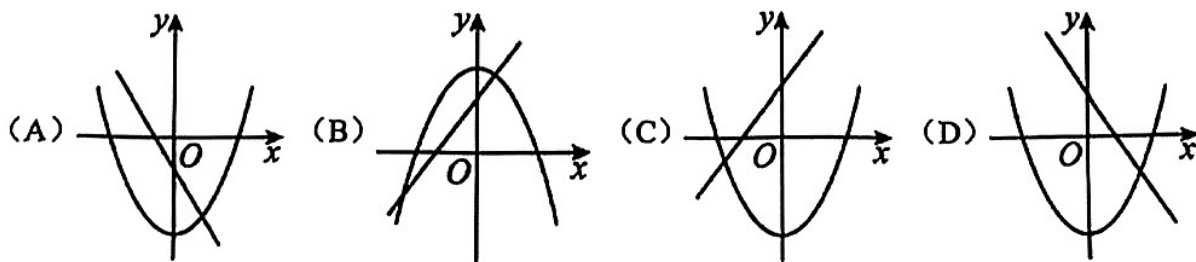


(图 2) (A) (B) (C) (D)

5. 点  $E$  在平行四边形  $ABCD$  的边  $BA$  的延长线上, 联结  $CE$ ,  $CE$  交  $AD$  于点  $F$ . 下列各式中错误的是

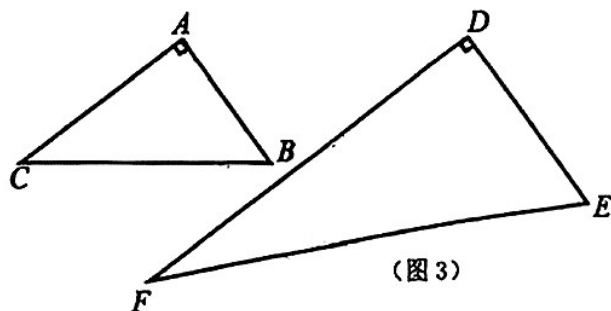
(A)  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{BC}$ ; (B)  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{DF}$ ; (C)  $\frac{AE}{AB} = \frac{FE}{FC}$ ; (D)  $\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{BC}$ .

6. 在同一直角坐标系中, 一次函数  $y = ax + b$  与二次函数  $y = x^2 - a$  的图象可能是



二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 如果  $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ , 那么  $\frac{x+y}{y} = \underline{\quad\triangle\quad}$ .
8. 函数  $y = \frac{x}{x+2}$  的定义域是  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .
9. 已知一个斜坡的坡角为  $\alpha$ , 坡度为 1:2, 那么  $\cos \alpha = \underline{\quad\triangle\quad}$ .
10. 正比例函数  $y = (a-3)x$  图像中,  $y$  的值随着  $x$  的值增大而增大, 那么  $a$  的取值范围是  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .
11. 已知  $e$  是单位向量, 向量  $a$  与  $\bar{e}$  的方向相反, 且长度为 4, 那么  $a$  用  $e$  表示是  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .
12. 在平面直角坐标系的第一象限内有一点  $P$ ,  $OP=10$ , 射线  $OP$  与  $x$  轴正半轴的夹角为  $\alpha$ , 如果  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ , 那么点  $P$  坐标为  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .
13. 如果点  $M$  把线段  $AB$  分割成  $AM$  和  $MB$  两段 ( $AM > MB$ ), 其中  $AM$  是  $AB$  与  $MB$  的比例中项, 那么  $MB:AM$  的值为  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .
14. 一个边长为 10 厘米的正方形, 如果它的边长减少  $x$  厘米 ( $0 < x < 10$ ), 则正方形的面积随之减少  $y$  平方厘米, 那么  $y$  关于  $x$  的函数解析式是  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .
15. 点  $M$  是  $\triangle ABC$  的角平分线  $AT$  的中点, 过点  $M$  的直线交边  $AB$  于  $D$  点、交边  $AC$  于  $E$  点, 且  $\angle ADE = \angle C$ , 那么  $\triangle ADE$  和  $\triangle ABC$  的面积比是  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .
16. 等腰三角形  $ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $BD$ 、 $CE$  分别是边  $AC$ 、 $AB$  上的中线, 且  $BD \perp CE$ , 那么  $\tan \angle ABC = \underline{\quad\triangle\quad}$ .
17. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象经过点  $A(0, m)$ ,  $B(2, -m)$ ,  $C(-2, n)$ ,  $D(-6, -m)$ , 其中  $m$ 、 $n$  为常数, 那么  $\frac{m}{n}$  的值为  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .
18. 如图3,  $Rt\triangle ABC$  和  $Rt\triangle DEF$  中,  $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$ ,  $AB=3$ ,  $AC=4$ ,  $DE=4$ ,  $DF=8$ , 点  $M$  在边  $BC$  上, 点  $N$  在边  $EF$  上,  $AM$  分割  $\triangle ABC$  所得的两个三角形分别与  $DN$  分割  $\triangle DEF$  所得的两个三角形相似, 那么线段  $DN$  的长是  $\underline{\quad\triangle\quad}$ .



三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (本题满分 10 分)

$$\text{计算: } \cos^2 45^\circ + \sqrt{(1 - \tan 60^\circ)^2} - \frac{2 \cot 45^\circ}{\cot 30^\circ + 2 \cos 60^\circ}$$

20. (本题满分 10 分)

新定义: 若一个点的纵坐标是横坐标的 3 倍, 那么称这个点为三倍点. 已知反比例函数的图像经过点  $A(3, 4)$ , 二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图像经过点  $A$  及反比例函数图像上的三倍点, 求二次函数的解析式.

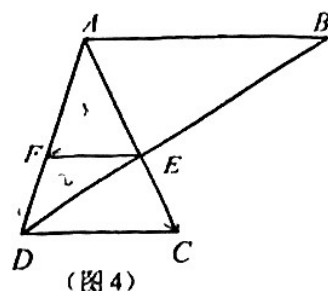
21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

如图 4,  $AB \parallel CD$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $E$ ,  $AB=9$ ,  $CD=6$ .

点  $F$  在  $AD$  上,  $S_{\triangle DEF} : S_{\triangle BEF} = 2:3$ .

(1) 求  $EF$  的长;

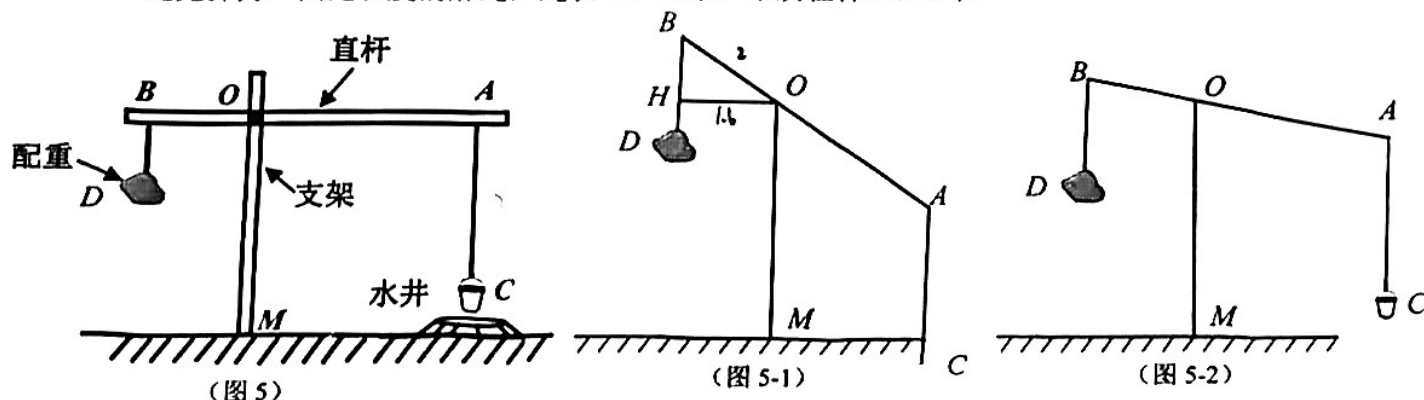
(2) 设  $\overrightarrow{EC} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{EF} = \vec{b}$ , 用含  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的式子表示  $\overrightarrow{BE}$ .



22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

桔槔 (gāo) 是古代汉族的一种农具, 也是一种原始的汲水工具, 它的工作原理基于杠杆原理, 通过一根竖立的支架加上一根杠杆, 当中是支点, 末端悬挂一个重物, 前段悬挂水桶. 当人把水桶放入水中打满水以后, 由于杠杆末端的重力作用, 便能轻易把水提拉至所需处. 这种工具可以省力地进行汲水, 减轻劳动者的劳动强度.

如图 5 所示, 线段  $OM$  代表固定支架, 点  $D$ 、点  $C$  分别代表重物和水桶, 线段  $BD$ 、 $AC$  是无弹力、固定长度的麻绳, 绳长  $AC=3$  米, 木质杠杆  $AB=6$  米.



(1) 当水桶  $C$  的位置低于地面 0.5 米 (如图 5-1 所示), 支架  $OM$  与绳子  $BD$  之间的距离  $OH$  是 1.6 米, 且  $\cot B = 0.75$ , 求这个桔槔支架  $OM$  的高度;

(2) 向上提水桶  $C$  上升到地面上方 0.6 米 (如图 5-2 所示), 求此时重物  $D$  相对于 (1) 中的位置下降的高度.

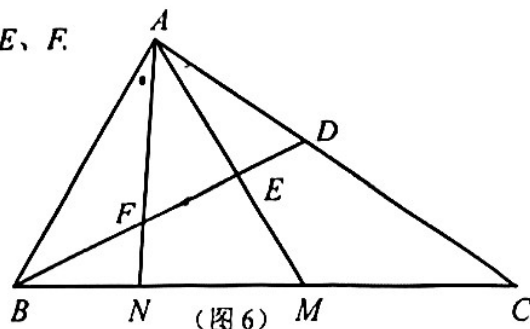
23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

已知: 如图 6, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  在边  $AC$  上, 点  $M$ 、 $N$  在边  $BC$  上,  $AB$  是线段  $AD$  与  $AC$  的比例中项,  $\angle BAN = \angle CAM$ ,  $AM$ 、 $AN$  分别交  $BD$  于点  $E$ 、 $F$ .

(1) 求证:  $\frac{BD}{AE} = \frac{BC}{AN}$ ;

(2) 若点  $O$  为  $BD$  边的中点, 联结  $ON$ ,

且  $BD^2 = 2BN \cdot BC$ , 求证:  $ON \parallel AB$ .



24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

在直角坐标平面  $xOy$  中, 直线  $y = -\frac{1}{4}x + 2$  向下平移 5 个单位后, 正好经过抛物线

$y = ax^2 + 8ax + 2$  的顶点  $C$ , 抛物线与  $y$  轴交于点  $B$ .

(1) 求点  $C$  的坐标;

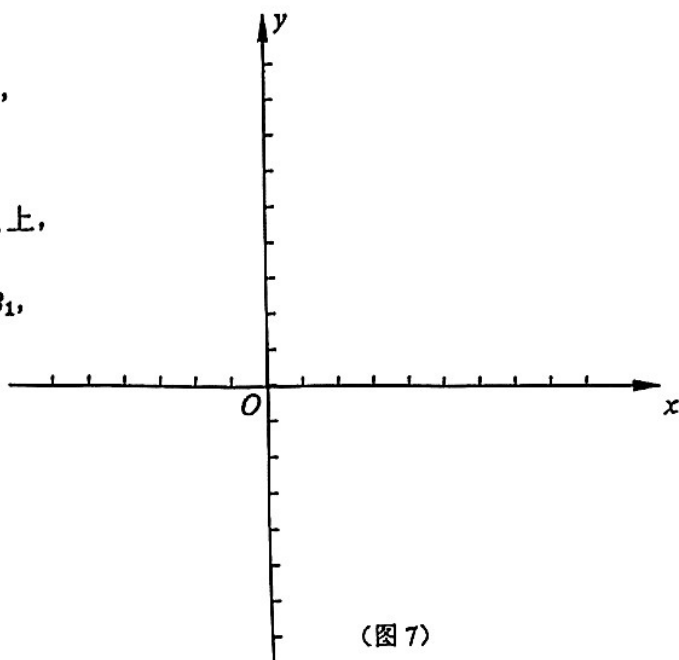
(2) 点  $M$  在抛物线对称轴上, 且位于  $C$  点下方,

当  $\angle MBC = \angle BCO$  时, 求点  $M$  的坐标;

(3) 将原抛物线顶点  $C$  平移到直线  $y = -\frac{1}{4}x + 2$  上,

记作点  $C_1$ , 新抛物线与  $y$  轴的交点记作点  $B_1$ ,

当  $\angle BB_1C_1 = 45^\circ$  时, 求  $BB_1$  的长.



(图 7)

25. 本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 6 分, 第 (3) 小题 4 分)

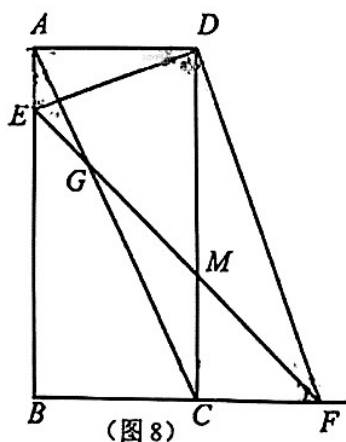
如图 8, 矩形  $ABCD$  中,  $AB = 2BC$ , 点  $E$  在射线  $BA$  上, 点  $F$  在射线  $BC$  上, 且  $DF \perp DE$ ,

射线  $EF$  与对角线  $AC$  交于点  $G$ , 与射线  $DC$  交于点  $M$ .

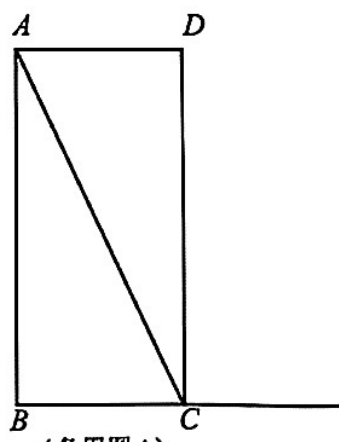
(1) 当点  $E$  在线段  $BA$  上时, 求  $\angle DFM$  的正切值;

(2) 当  $G$  是  $AC$  中点时, 求  $\frac{DM}{CM}$  的值;

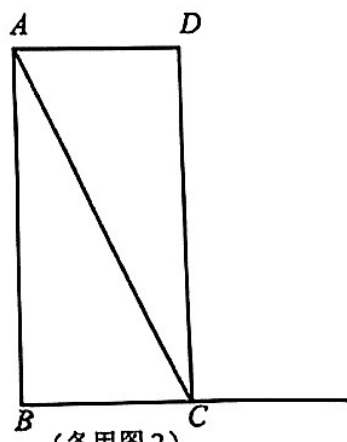
(3) 当  $BC = 3$ , 且  $\triangle DGM$  与  $\triangle DCF$  相似时, 直接写出  $AE$  的长.



(图 8)



(备用图 1)



(备用图 2)