

松江区 2024 学年度第一学期期末质量监控试卷

初三数学

(满分 150 分, 完卷时间 100 分钟)

2025.01

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 没有特殊说明, 几何题均视为在同一个平面内研究问题.
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

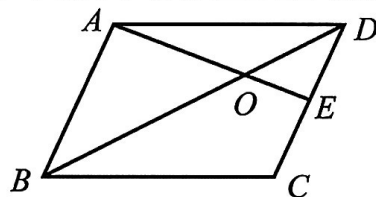
一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 2$, 下列结论正确的是 (▲)

(A) $\tan A = \frac{2}{3}$; (B) $\cot A = \frac{2}{3}$; (C) $\sin A = \frac{2}{3}$; (D) $\cos A = \frac{2}{3}$.

2. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是边 CD 的中点, AE 交 BD 于点 O , 如果 $\triangle DOE$ 的面积为 1, 那么 $\triangle ABO$ 的面积为 (▲)



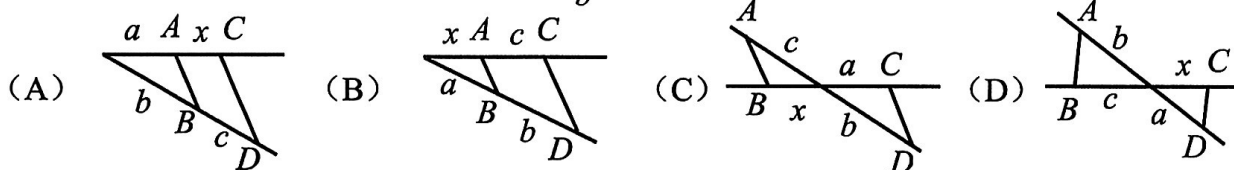
(第 2 题图)

(A) 2; (B) 4;
(C) 6; (D) 9.

3. 已知 $A(-1, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 上两点, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系是 (▲)

(A) $y_1 > y_2$; (B) $y_1 < y_2$; (C) $y_1 = y_2$; (D) 无法确定.

4. 已知线段 a 、 b 、 c , 求作线段 x , 使 $x = \frac{ac}{b}$. 下列作图方法中 ($AB \parallel CD$) 不合理的是 (▲)



5. 已知 $\vec{a} + \vec{b} = 2\vec{c}$, $\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{c}$, 且 \vec{c} 是非零向量. 那么下列说法中正确的是 (▲)

(A) $\vec{a} \parallel \vec{b} \parallel \vec{c}$; (B) $\vec{a} \parallel \vec{b}$, \vec{a} 与 \vec{c} 不平行;
(C) $\vec{a} \parallel \vec{c}$, \vec{a} 与 \vec{b} 不平行; (D) $\vec{b} \parallel \vec{c}$, \vec{b} 与 \vec{a} 不平行.

6. 已知命题:

- ① 两边及第三边上的中线对应成比例的两个三角形相似;
- ② 两边及第三边上的高对应成比例的两个三角形相似.

下列对这两个命题的判断, 正确的是 (▲)

(A) ①和②都是真命题; (B) ①和②都是假命题;
(C) ①是真命题, ②是假命题; (D) ①是假命题, ②是真命题.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

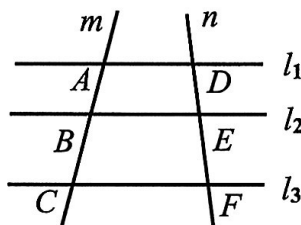
7. 已知一个斜坡的坡度 $i=1:1$ ，那么该斜坡的坡角为 ▲ 度.

8. 已知抛物线 $y=a(x-3)^2$ 经过点 $A(2,1)$ ，那么该抛物线的开口方向是 ▲.

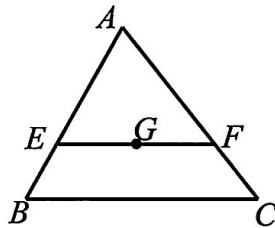
9. 将抛物线 $y=x^2-1$ 向左平移 2 个单位后，所得到的新抛物线的表达式是 ▲.

10. 已知线段 $AB=6\text{cm}$ ， P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AP>BP$ ，那么 $AP = \underline{\text{▲}} \text{cm}$.

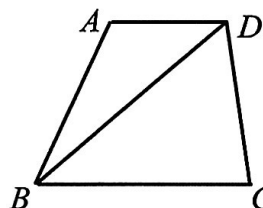
11. 如图，已知直线 l_1 、 l_2 、 l_3 分别与直线 m 交于点 A 、 B 、 C ，与直线 n 交于点 D 、 E 、 F ，如果 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， $AB=\frac{2}{3}BC$ ， $DF=10$. 那么 $DE = \underline{\text{▲}}$.



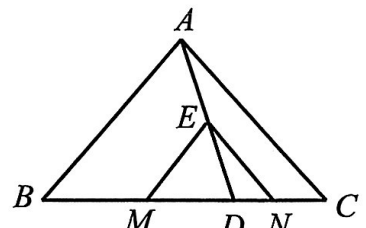
(第 11 题图)



(第 12 题图)



(第 13 题图)

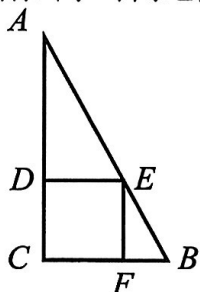


(第 14 题图)

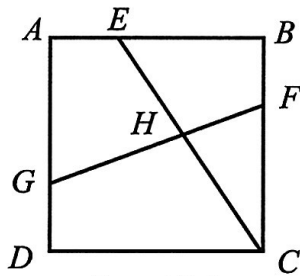
13. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC=2AD$ ，设 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ，那么 \overrightarrow{BD} 可以用 \vec{a} 、 \vec{b} 表示为 ▲.

14. 如图， D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点， E 是 AD 的中点， $EM \parallel AB$ ， $EN \parallel AC$. 如果 $BC=6$ ，那么 MN 的长度为 ▲.

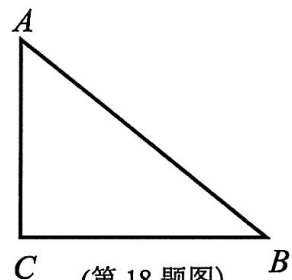
15. 一位运动员推铅球，铅球运行过程中离地面的高度 y （米）关于水平距离 x （米）的函数解析式为 $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+c$ ，如果铅球落到地面时运行的水平距离为 10 米，那么铅球刚出手时离地面的高度是 ▲ 米.



(第 16 题图)



(第 17 题图)



(第 18 题图)

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，正方形 $CDEF$ 的顶点 D 、 E 、 F 分别在边 AC 、 AB 、 BC 上，如果 $AE=2BE$ ，且 $S_{\triangle ABC}=36$. 那么正方形 $CDEF$ 的面积为 ▲.

17. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 分别在边 AB 、 BC 、 AD 上, 且 $AE=BF=DG$, 联结

CE 、 FG , 交于点 H , 如果 $AE:BE=1:2$, 那么 $\frac{GH}{HF}$ 的值为 .

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\tan B=\frac{4}{5}$, E 是边 AB 上一点, 将 $\triangle BCE$ 沿直线 CE 翻折,

点 B 的对应点为 B' , 如果 $AB' \parallel BC$, 那么 $\frac{AE}{EB}$ 的值为 .

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

已知: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a \neq b$)

(1) 如果 $a=1, b=2, c+d=6$, 求 c 、 d 的值;

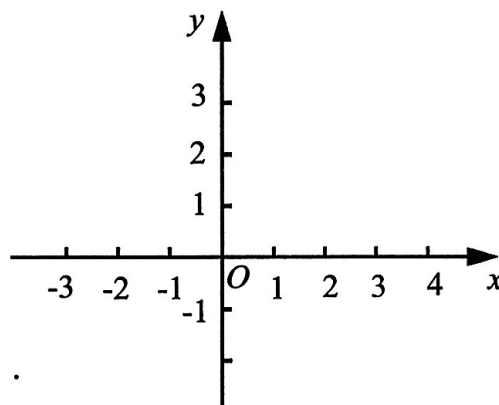
(2) 求证: $\frac{b-a}{d-c} = \frac{b}{d}$.

20. (本题满分 10 分)

已知一条抛物线的顶点为 $A(1, 3)$, 且经过点 $B(0, 2)$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 若点 $C(3, t)$ 在该抛物线上, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



(第 20 题图)

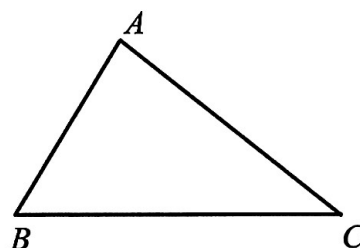
21. (本题满分 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=60^\circ$, $BC=6$, $S_{\triangle ABC}=6\sqrt{3}$.

(1) 求 AB 的长;

(2) 在 BC 边上取一点 D , 使 $CD=2$,

联结 AD , 求 $\angle CAD$ 的正切值.



(第 21 题图)

22. (本题满分 10 分)

图 1 是一款高清视频设备. 图 2 是该设备放置在水平桌面上的示意图, BA 垂直于水平桌面 l , 垂足为点 A , 点 C 处有一个摄像头. 经测量, $AB=42$ 厘米, $BC=30$ 厘米, $\angle ABC=127^\circ$.

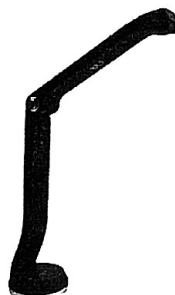
(1) 求摄像头 C 到桌面 l 的距离;

(2) 如果摄像头可拍摄的视角

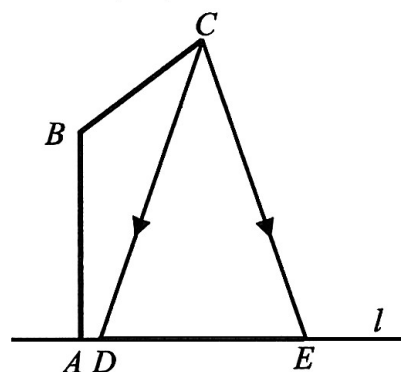
$\angle DCE=37^\circ$, 且 $CD=CE$, 求桌面上可拍摄区域的宽度 (DE 的长).

(参考数据: $\sin 37^\circ = 0.6$,

$\cos 37^\circ = 0.8$, $\tan 37^\circ = 0.75$.)



(第 22 题 图 1)



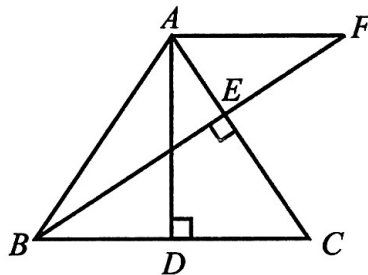
(第 22 题 图 2)

23. (本题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, 垂足分别为点 D , 点 E . $AF \parallel BC$, 交 BE 的延长线于点 F .

(1) 求证: $\frac{AE}{AF} = \frac{CD}{AC}$;

(2) 求证: $2AB \cdot AD = BF \cdot BC$.



(第 23 题图)

24. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 5 分)

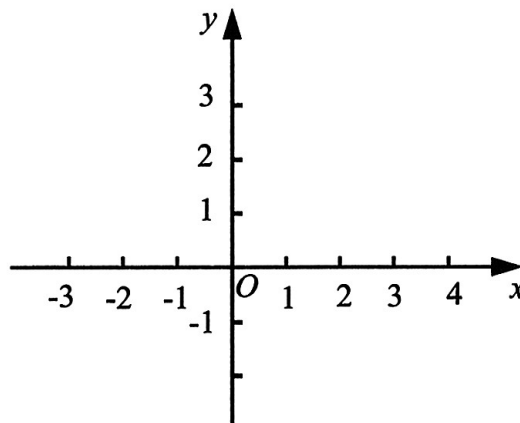
在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 的图像与 x 轴负半轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 且 $OA = OB$.

(1) 当 $x = -\frac{1}{a}$ 时, 求该二次函数的函数值;

(2) 定义: 对于一个函数 $y = f(x)$, 满足 $f(x) = x$ 的实数 x 叫做这个函数的不动点.

如果二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 存在唯一的一个不动点, 试求出这个不动点;

(3) 将 $\triangle AOB$ 绕点 B 逆时针旋转, 点 O 落在点 C 处, 点 A 落在点 D 处, 当四边形 $ABCD$ 是梯形时, 点 C 恰好落在该二次函数图像上, 求该二次函数的解析式.



(第 24 题图)

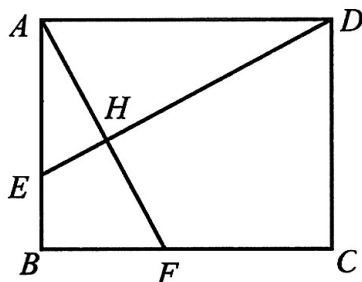
25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 6 分)

在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $AD=10$. 点 E , F 分别在边 AB , BC 上, $AF \perp DE$, 垂足为点 H .

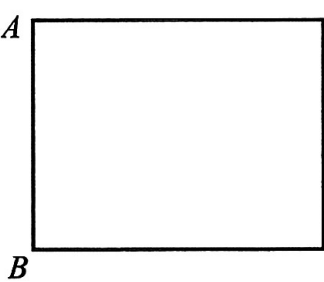
(1) 求 $AF:DE$ 的值;

(2) 当 $HF=2EH$ 时, 求 AE 的长;

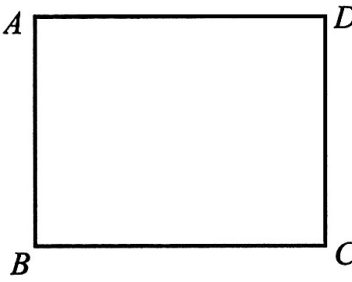
(3) 联结 CH , 如果 $\triangle CDH$ 是等腰三角形, 求 $\angle EDC$ 的正切值.



(第 25 题图)



(第 25 题 备用图 1)



(第 25 题 备用图 2)