2024 学年第一学期初三年级学业质量调研

数学试卷

（测试时间：100 分钟，满分：150 分）

1．本试卷含三个大题，共 25 题．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

2．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤．

3．本次考试不可以使用科学计算器．

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．下列运动中，能改变图形大小的是（ ▲ ）

（A）平移；　（B）旋转；　（C）翻折；　（D）放缩．

2．已知：如图，△ABC 中，点 D、E、F 分别在边 AB、AC 和 BC 上，下列条件能判定 $DE//BC$ 的是（ ▲ ）

（A）$\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{AB}$；　（B）$\dfrac{CE}{EA}=\dfrac{CF}{FB}$；　（C）$\dfrac{AD}{AE}=\dfrac{AB}{AC}$；　（D）$\dfrac{BD}{DA}=\dfrac{BF}{FC}$．

3．二次函数 $y=ax^2-2$（$a\neq0$）图像的顶点坐标是（ ▲ ）

（A）(2，0)；　（B）(−2，0)；　（C）(0，2)；　（D）(0，−2)．

4．如图是一个学校司令台的示意图，司令台离地面的高 CD 为 2 米，平台 BC 的长为 1 米，用 7 米长的地毯从点 A 到点 C 正好铺满整个台阶（含各级台阶的高），那么斜坡 AB 的坡比是（ ▲ ）

（A）$i=1:1.5$；　（B）$i=1:2$；　（C）$i=1:3$；　（D）$i=1:3.5$．

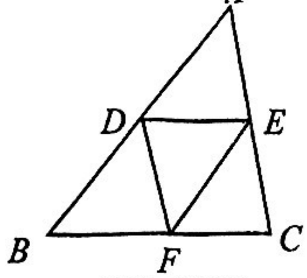
5．形状与大小都确定的一个锐角三角形 ABC，点 D 是边 BC 上一点，下列条件不能唯一确定△ABD 与△ADC 面积的比值的是（ ▲ ）

（A）点 D 是边 BC 的黄金分割点；　（B）点 D 是边 BC 的中点；

（C）AD 是边 BC 上的高；　（D）AD 是∠BAC 的平分线．

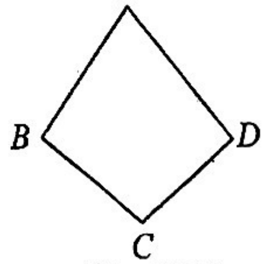
6．定义：如果一个四边形的两条对角线将它分成的四个小三角形都是相似三角形，那么称这样的四边形为“全相似四边形”．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$CB=CD$，下列条件能使四边形 $ABCD$ 成为“全相似四边形”的是（ ▲ ）

（A）∠A=90°；　（B）∠B=90°；　（C）∠C=90°；　（D）∠D=60°．



（第 2 题图）

（第 4 题图）



（第 6 题图）

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 如果 $\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$，那么 $\frac{2a}{a-b}$ 的值为__▲__.

8. 已知 $f(x)=2x^2-1$，那么 $f(-\sqrt{3})=$__▲__.

9. 已知两个相似三角形对应高之比为 4：9，那么这两个三角形的周长之比为__▲__.

10. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 在对称轴的左侧部分是下降的，那么 a__▲__0.（填“>”或“<”）

11. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=10$，$\cos A=\frac{2}{5}$，那么直角边 AC 长为__▲__.

12. 圆柱的体积 V 的计算公式是 $V=\pi r^2h$，其中 r 是圆柱底面的半径，h 是圆柱的高，当 r 是常量时，V 是 h 的__▲__函数.

13. 已知点 A（2，−1）和 B（m，−1）是抛物线 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2+k$ 上的两点，那么 m 的值是__▲__.

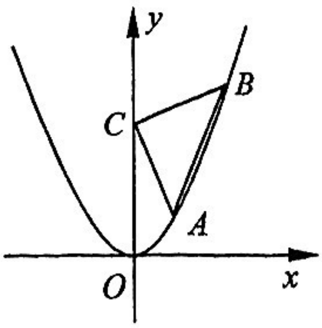
14. 用含特殊锐角的三角比的式子表示：$\sqrt{2}=$__▲__.

15. 某印刷厂 10 月份印书 20 万册，如果第四季度从 11 月份起，每月的印书量的增长率都为 x，如果设 12 月份比 10 月份多印了 y 万册，那么 y 关于 x 的函数解析式是__▲__.（不写定义域）

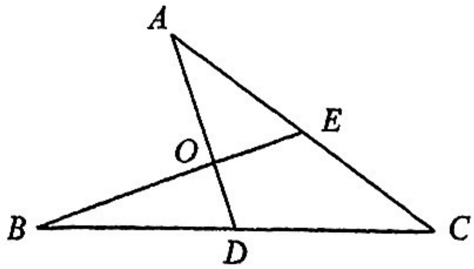
16. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中，$\angle ACB=90°$，点 A、B 在抛物线 $y=x^2$ 上，点 C 在 y 轴上，A、B 两点的横坐标分别为 1 和 b（$b>1$），b 的值为__▲__.

17. 如图，点 D、E 分别是线段 BC 和 AC 的中点，AD、BE 交于点 O，且 $AD\perp BE$，$BC=22$，$AC=16$，那么 OD 长是__▲__.

18. 在等腰△ABC 中，$AB=AC$，AD 是边 BC 上的高，将线段 AD 绕着点 D 逆时针旋转，点 A 旋转到点 E，ED 与边 AB 交于点 F，且 $\frac{FE}{DF}=\frac{3}{2}$，如果△$AFE$ 与△DFB 相似，那么 $\frac{DE}{AB}$ 的值为__▲__.



（第 16 题图）



（第 17 题图）

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）

计算：$\frac{4}{1+\sqrt{3}}-(\cos 30°)^{-1}+|-\tan 45°|+\pi^0$.

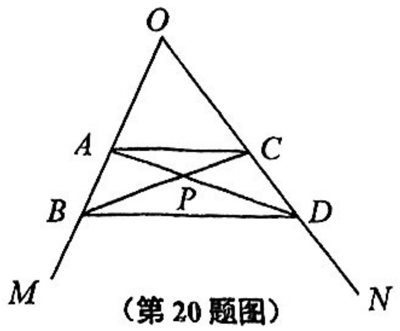
20.（本题共 3 小题，第（1）小题 4 分，第（2）小题 2 分，第（3）小题 4 分，满分 10 分）

已知：如图，点 A、B 在射线 OM 上，点 C、D 在射线 ON 上，AD、BC 交于点 P，$\frac{OB}{OA}=\frac{OD}{OC}=\frac{5}{3}$．设 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{b}$．

（1）$\overrightarrow{AC}=$ ▲ ，$\overrightarrow{BD}=$ ▲ ；（结果用含向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的式子表示）

（2）由（1）可知 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 是 ▲ 向量．

（3）如果 $|\overrightarrow{AP}|=6$，那么 $|\overrightarrow{DA}|=$ ▲ ．



（第 20 题图）

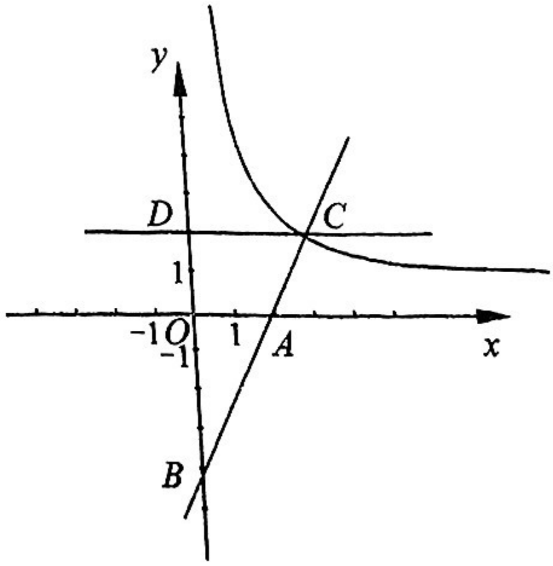
21.（本题共 3 小题，第（1）小题 2 分，第（2）小题 3 分，第（3）小题 5 分，满分 10 分）

如图，已知直线 $y=2x-4$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限分支交于点 C，过点 C 作 x 轴的平行线，交 y 轴于点 D，OB=2OD.

（1）求点 A、B 的坐标；

（2）求 k 的值；

（3）求 $\sin\angle ACO$ 的值.



（第 21 题图）

22．（本题共 2 小题，第（1）小题第 i 问 3 分，第 ii 问 3 分，第（2）小题 4 分，满分 10 分）

如图，一种遮阳伞的截面由主伞骨 OA 和 OB、支伞骨 CM 和 DM 以及伞柄 OH 组成，伞柄 OH（$OH>OA$）垂直于地面且平分$\angle AOB$，$OA=OB=l$ 厘米，$OC=OD=\frac{1}{5}OA$，$OH=h$ 厘米．使用遮阳伞时，可以通过调节点 M 在伞柄 OH 上的位置来确定$\angle AOB$ 的大小．当点 C、M、D 三点在同一直线上时，遮阳伞完全打开，此时$\angle AOB$ 达到最大为 150°．

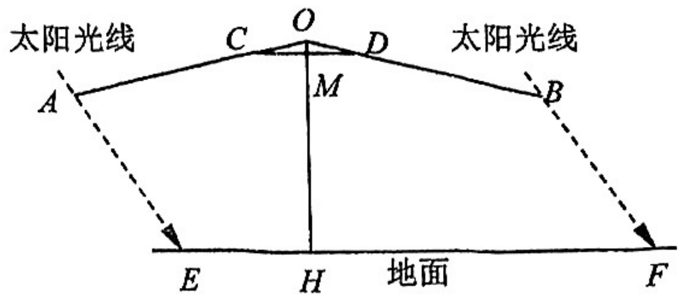
（1）当 $OA=OB=120$ 厘米，

i）在遮阳伞完全打开时，求 A、B 之间的距离．

ii）在伞打开的过程中（$\angle AOB$ 从 0° 变到 150°），点 M 上升了__▲__厘米．

（2）设$\angle AOB$ 的度数为 2α （$0<\alpha<75°$），在平行的太阳光照射下，遮阳伞能遮住的地面 EF 长为__▲__（用式子表示）；如果想通过只改变一个条件来增大遮阳伞遮住地面 EF 的长，你的建议是__▲__．

（参考数据：$\sin75°=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\cos75°=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\tan75°=2+\sqrt{3}$，计算结果保留根号）



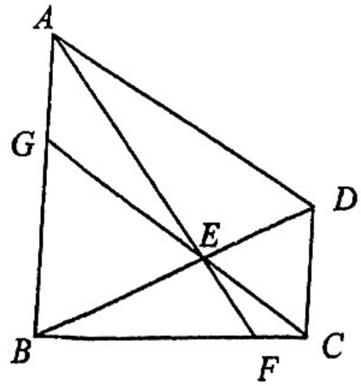
（第 22 题图）

23．（本题共 2 小题，每第（1）小题 5 分，第（2）小题 7 分，满分 12 分）

如图：在四边形 $ABCD$ 中，对角线 BD 平分$\angle ADC$，且 $BD=AD$，点 E 在线段 BD 上且 $DE=DC$，联结 AE 并延长交 BC 于点 F，联结 CE 并延长交 AB 于点 G．

（1）求证：$AE=BC$；

（2）求证：$AG\cdot EF=FC\cdot BG$．



（第 23 题图）

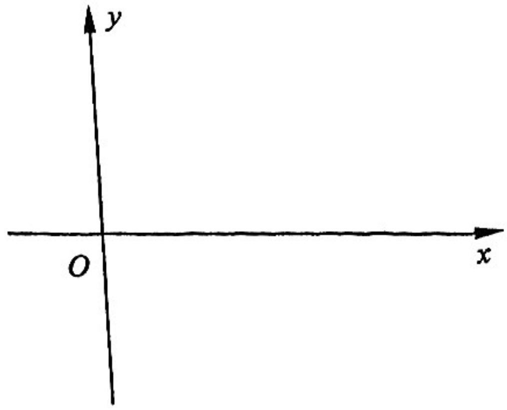
24.（本题共 3 小题，每小题 4 分，满分 12 分）

已知抛物线 C_1：$y=-x^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 A（0，3），顶点 P 在直线 $x=1$ 上．

（1）求抛物线 C_1 的解析式及顶点 P 的坐标；

（2）将抛物线 C_1 向右平移 m（$m>0$）个单位，再向下平移 n（$n>0$）个单位，得到新抛物线 C_2，新抛物线 C_2 的顶点为 Q，与抛物线 C_1 的交点为点 B，如果四边形 $PABQ$ 是平行四边形，求 m、n 之间的关系式；

（3）在（2）的条件下，抛物线 C_2 的对称轴与直线 AP 交于点 E，与抛物线 C_1 交于点 F，且 $S_{\triangle PEQ}:S_{\triangle BFQ}=3:1$，求此时抛物线 C_1 上落在平行四边形 $PABQ$ 内部的点（不包括与平行四边形的交点）的横坐标 t 的取值范围．



（第 24 题图）

25.（本题满分 14 分，其中第（1）小题 3 分，第（2）小题第 i 问 5 分，第 ii 问 6 分）

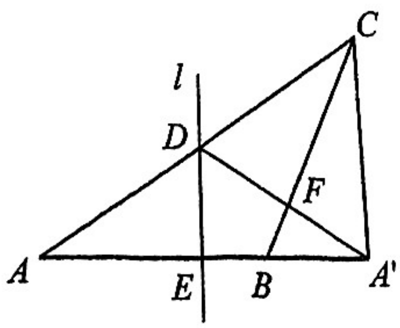
如图 1，在△ABC 中，$AB=BC$，$\angle ABC>90°$，点 D 在边 AC 上，直线 l 经过点 D，与线段 AB 交于点 E，且点 A 关于 l 的对称点 A' 在射线 AB 上．

（1）如图 2，当点 A'与点 B 重合时，求证：$BC^2=AD\cdot AC$；

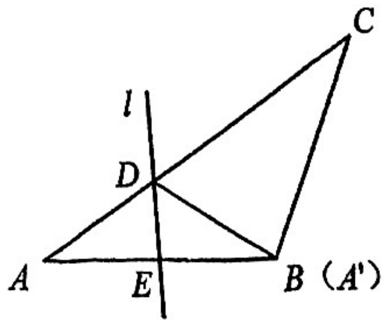
（2）当点 A'在线段 AB 的延长线上时，联结 $A'C$，BC 交 $A'D$ 于点 F．

i）当直线 BC 经过△$A'CD$ 的重心时，求 $\dfrac{CF}{AA'}$ 的值；

ii）如果△$A'FC$ 是直角三角形且 $AB=2BA'$，求∠A 的正切值．



（第 25 题图 1）



（第 25 题图 2）