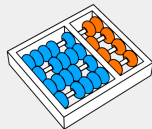


# MC358 - Fundamentos matemáticos da computação

Prof. Dr. Hilder Vitor Lima Pereira

25 de setembro de 2023



**Instituto de computação**



**UNICAMP**

1 Exercícios

2 Perguntas, observações, comentários?

# Exercícios

Numa aula, vimos um resultado, conhecido como Identidade de Bézout, que diz

$$\text{mdc}(a, b) = d \Rightarrow \exists u, v \in \mathbb{Z}, d = u \cdot a + v \cdot b.$$

1. A recíproca é verdadeira? Ou seja, se existem  $d, u, v \in \mathbb{Z}$  tais que  $d = u \cdot a + v \cdot b$ , então  $d = \text{mdc}(a, b)$ ? Prove ou refute.
2. E para o caso  $d = 1$ ? É verdade que  $\exists u, v \in \mathbb{Z}, 1 = u \cdot a + v \cdot b \Rightarrow \text{mdc}(a, b) = 1$ ? Prove ou refute.

Demonstre as seguintes afirmações sobre o máximo divisor comum e sobre divisibilidade:

1. Prove que se  $\text{mdc}(a, n) = 1$  e  $n \mid (ab)$ , então  $n \mid b$ .
2. Prove que  $\text{mdc}(a, b) = 1$ , se, e somente se,  $\text{mdc}(a, b^n) = 1$  para todo natural  $n \geq 1$ .
3. Conclua que  $\text{mdc}(a, n) = 1$  e  $n \mid (a^k b)$ , para algum inteiro  $k \geq 1$ , então  $n \mid b$ .

Determine se cada equivalência a seguir é verdadeira ou falsa e apresente uma prova de sua validade ou de sua falsidade.

$$1. ((\exists x \in A P(x)) \vee (\exists x \in B P(x))) \Leftrightarrow (\exists x \in A \cap B P(x))$$

$$2. ((\exists x \in A P(x)) \vee (\exists x \in B P(x))) \Leftrightarrow (\exists x \in A \cup B P(x))$$

1. Prove que, para todo  $n$  natural,  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ .
2. Encontre uma fórmula para  $0 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2)$ , para  $n \in \mathbb{N}$ , e prove que sua fórmula está correta.

1. Prove que, para todo  $n$  natural,  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ .
2. Encontre uma fórmula para  $0 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2)$ , para  $n \in \mathbb{N}$ , e prove que sua fórmula está correta.

Lembrem-se de que já provamos

$$\sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{e} \quad \sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$



Definimos a sequência de Fibonacci como  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$  e  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ , para  $n \geq 2$ .  
Prove que, para todo  $n$  natural,

$$\sum_{i=0}^n F_i^2 = F_n \cdot F_{n+1}$$

Perguntas, observações, comentários?