

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА”**

**Кафедра систем штучного інтелекту**

**Лабораторна робота №3**

з дисципліни

«Дискретна математика»

**Виконав:**

студент групи КН-113

Сеньків Максим

**Викладач:**

Мельникова Наталя Іванівна

Львів – 2019 р.

## Тема роботи

### Побудова матриці бінарного відношення

## Мета роботи

Набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.

## Теоретичні відомості

Декартів добуток множин  $A$  і  $B$  (позначається  $A \times B$ ) – це множина всіх упорядкованих пар елементів  $(a,b)$ , де  $a \in A$ ,  $b \in B$ . При цьому вважається, що  $(a_1, b_1) = (a_2, b_2)$  тоді і тільки тоді, коли  $a_1 = a_2$ ,  $b_1 = b_2$ . Потужність декартова добутку дорівнює  $A \times B = A \times B$ . Приклад. Довести тотожність  $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$ . Розв'язання. Нехай  $(x, y) \in (A \times B) \cap (C \times D) \Leftrightarrow (x, y) \in (A \times B) \& (x, y) \in (C \times D) \Leftrightarrow (x \in A \& y \in B) \& (x \in C \& y \in D) \Leftrightarrow (x \in A \& x \in C) \& (y \in B \& y \in D) \Leftrightarrow (x \in A \cap C) \& (y \in B \cap D) \Leftrightarrow (x, y) \in (A \cap C) \times (B \cap D)$ . Бінарним відношенням  $R$  називається підмножина декартового добутку  $A \times B$  (тобто  $R \subset A \times B$ ). Якщо пара  $(a,b)$  належить відношенню  $R$ , то пишуть  $(a, b) \in R$ , або  $aRb$ . Областю визначення бінарного відношення  $R \subset X \times Y$  називається множина  $\delta R = \{x \mid \exists y (x, y) \in R\}$ , а областю значень – множина  $\rho R = \{y \mid \exists x (x, y) \in R\}$  ( $\exists$ - існує). Для скінчених множин бінарне відношення  $R \subset A \times B$  зручно задавати за допомогою матриці відношення  $R^{m \times n} = (R_{ij})$ , де  $m = A$ , а  $n = B$ . Елементами матриці є значення  $\begin{matrix} \mid \mid \mid \mid \mid \mid \mid \mid \end{matrix} \begin{matrix} \{ \{ \{ \{ \{ \{ \{ \{ \{ \end{matrix} \in \{0, R\}$ .

## Варіант № 11

1. Чи є вірною рівність  $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$ ?

1.) Складемо предикат множини:

$$(A \cup B) \times (C \cup D) = \{(x, y) \mid x \in (A \cup B) \& y \in (C \cup D)\}$$

$$2.) (A \times C) \cup (B \times D) = \{(x, y) \mid x \in A \& y \in C\} \cup \{(x, y) \mid x \in B \& y \in D\} = \{(x, y) \mid x \in A \& y \in C \mid \mid x \in B \& y \in D\},$$

якщо  $x \in A \mid \mid x \in B$ , тоді  $x \in (A \cup B)$ , аналогічно  $y \in (C \cup D)$ .

$$\text{Отже } (A \times C) \cup (B \times D) = \{(x, y) \mid x \in (A \cup B) \& y \in (C \cup D)\}$$

Отже рівність вірна.

2. Знайти матрицю відношення:

Потрібно знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ , а відношення задано так:  $R = \{(x, y) \mid x \in M \& y \subset M \& |y| > x\}$ . За означенням множини  $M$ ,  $2^M = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$ . Матриця, що задовольнить всі умови, виглядатиме так:

$\begin{matrix} 2^M \\ M \end{matrix}$	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
1	0	0	0	0	1	1	1	1
2	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0

$$3. \alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2 \& |x + 3| \geq |y|\}$$

1.)  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , отже необхідно зобразити графік на площині.

2.) Розв'яжемо рівняння відносно  $y$ :

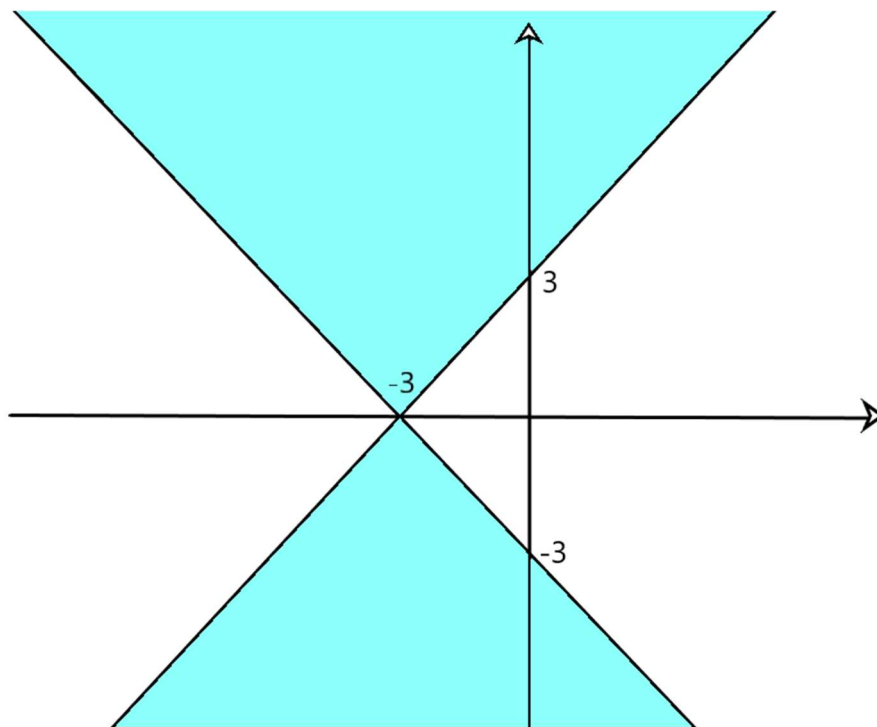
$$-|x+3| \leq y \leq |x+3|$$

$$\begin{cases} y \leq |x + 3| \\ y \geq -|x + 3| \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq |x + 3| \\ -y \leq |x + 3| \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq x + 3 \leq -y \\ y \geq x + 3 \geq -y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y \leq x + 3 \\ -y \geq x + 3 \end{cases} \\ \begin{cases} y \geq x + 3 \\ -y \leq x + 3 \end{cases} \end{cases}$$

3.) Нарисуємо графік:



4. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є антирефлексивне, антисиметричне, нетранзитивне, та побудувати його матрицю.

Антирефлексивне (всі елементи основної діагоналі = 0)

Антисиметричне ( $(a, d) = 1: (d, a) = 0$ )

Антитранзитивне ( $(c, d) = 1; (d, b) = 1; (c, b) = 0$ )

Зобразимо графічно  $R(A \times A)$  :

	a	b	c	d	e
a	0	0	0	1	1
b	0	0	0	0	0
c	1	0	0	1	0
d	0	1	0	0	0
e	0	0	0	1	0

### 5. Визначити множину для відношення

Задано відношення  $\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2 \ \& \ x + \sqrt{y^2} = 1\}$ .

Визначимо множину, на якій таке відношення є функціональним, або бієктивним.

Перепишемо рівняння  $x + \sqrt{y^2} = 1$  відносно  $y$ :

$$\begin{aligned} x + \sqrt{y^2} &= 1; \quad x + |y| = 1; \quad |y| = 1 - x \\ \begin{cases} y = 1 - x, & y \geq 0 \\ y = x - 1, & y \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Графіком будуть дві лінії, симетричні відносно осі ОХ, що виходять з точки (1; 0) та із кутом між ними  $45^\circ$ , які направлені в протилежний бік від напрямку ОХ.

Оскільки кожному значенню  $x$  відповідає по два значення  $y$  із кожної лінії, дане відношення може бути функціональним тільки коли  $\alpha \subset \{(0,1)\}$ . Аналогічно, тільки на цій множині задане відношення може бути бієктивним.

### Додаток 2:

```

1  #include <iostream>
2  #include <math.h>
3  #include <stdio.h>
4  int main()
5  {
6      setlocale(LC_CTYPE, "ukr");
7      std::cout<<"Введіть кількість елементів масиву : ";
8      int n;
9      std::cin>>n;
10     int a[n];
11     std::cout<<"Введіть кількість елементів масиву: ";
12     int x;
13     std::cin>>x;
14     int b[x];
15     for (int i=0;i<n;i++)
16     {
17         p:std::cout<<"a["<<i<<"]=" ";
18         std::cin>>a[i];
19         if(std::cin.fail())
20         {
21             std::cin.clear();
22             while(std::cin.get() != '\n');
23             std::cout << "Введіть коректні дані!\n";
24         }
25         goto p;
26     }
27
28     if(a[i]==a[i-1])
29     {
30         std::cout<<"Не вводьте однакові числа.\n";
31         goto p;
32     }
33
34     }
35     for (int i=0;i<x;i++)
36     {
37         q:std::cout<<"b["<<i<<"]=" ";
38
39         std::cin>>b[i];
40         if(std::cin.fail())
41         {
42             std::cin.clear();
43             while(std::cin.get() != '\n');
44             std::cout << "Введіть коректні дані!\n";
45         }
46         goto q;
47     }
48
49     if(b[i]==b[i-1])
50     {
51         std::cout<<"Не вводьте однакові числа.\n";
52         goto q;
53     }
54
55     }
56     int A[n][x];
57     for (int i=0; i<n; i++)
58     {
59         for (int j=0; j<x; j++)
60         {
61             if((2*a[i])<(3*b[j]))
62             {
63                 A[i][j]=1;
64             }
65             else
66             {
67                 A[i][j]=0;
68             }
69         }
70     }
71     for (int i=0;i<n;i++)
72     {
73         for(int j=0;j<x;j++)
74         {
75             std::cout<<A[i][j]<<" ";

```

```

75         }
76         std::cout<<"\n";
77     }
78     if (n==x)
79     {
80         int m=0;
81         for (int i=0;i<n;i++)
82         {
83             if(A[i][i]==1)
84             {
85                 m++;
86             }
87         }
88         if (m==n)
89         {
90             std::cout<<"Рефлексивна\n";
91         }
92         int c=0;
93         for (int i=0;i<n;i++)
94         {
95             if(A[i][i]==0)
96             {
97                 c++;
98             }
99         }
100         if (c==n)
101         {
102             std::cout<<"Антирефлексивна\n";
103         }
104         if (c!=n&& m!=n)
105         {
106             std::cout<<"Не рефлексивна, не антирефлексивна\n";
107         }
108         int z=0;
109         for (int i=0;i<n;i++)
110         {
111             for(int j=1;j<x;j++)
112             {
113                 if (A[i][j]==A[j][i])
114                 {
115                     z++;
116                 }
117             }
118             int sum=n*(x-1);
119             if ( z==sum)
120             {
121                 printf("Симетрична\n");
122             }
123             else
124             {
125                 printf("Антисиметрична\n");
126             }
127             int t = 0;
128             for (int i=0;i<n;i++)
129             {
130                 for(int j=0;j<x;j++)
131                 {
132                     if(A[i][j]==1)
133                     {
134                         for(int k=0;k<x;k++)
135                         {
136                             if(A[j][k]==1 && A[i][k]==1)
137                             {
138                                 t++;
139                             }
140                         }
141                     }
142                 }
143             }
144             if (t >=1)
145             {
146                 std::cout<<"Транзитивна\n";
147             }
148             int at = 0;
149             for (int i=0;i<n-1;i++)
150             {
151                 for(int j=0;j<x;j++)
152                 {
153                     if(A[i][j]==1)
154                     {
155                         for(int k=0;k<x;k++)
156                         {
157                             if(A[j][k]==1 && A[i][k]==0)
158                             {
159                                 at++;
160                             }
161                         }
162                     }
163                 }
164             }
165             if (at >=1)
166             {
167                 std::cout<<"Антитранзитивна\n";
168             }
169             if (at<1&&t<1)
170             {
171                 std::cout<<"Не транзитивна, не антитранзитивна";return 0;}
172         }
173     }
174 }

```

### Виведення:

```

Введіть кількість елементів масиву : 1
Введіть кількість елементів масиву: 2
a[0]= 3
b[0]= 4
b[1]= 5
1 1
Не рефлексивна, не антирефлексивна
Антисиметрична
Транзитивна

```

**Висновок:** Я набув практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.