

有个矩形容器，为了高浓度悬浮液在该容器中的扩散模型，必须考虑离給料端距离为  $x$  和  $x+dx$  之间的微元件体积中的某个组份的质量平衡。由图可知，在  $x$  处的微元体积中质量平衡为：进入该微元体积的该组份的量减去离开该微元体的该组份的量就等于该组份在该微元体积中的变化率。

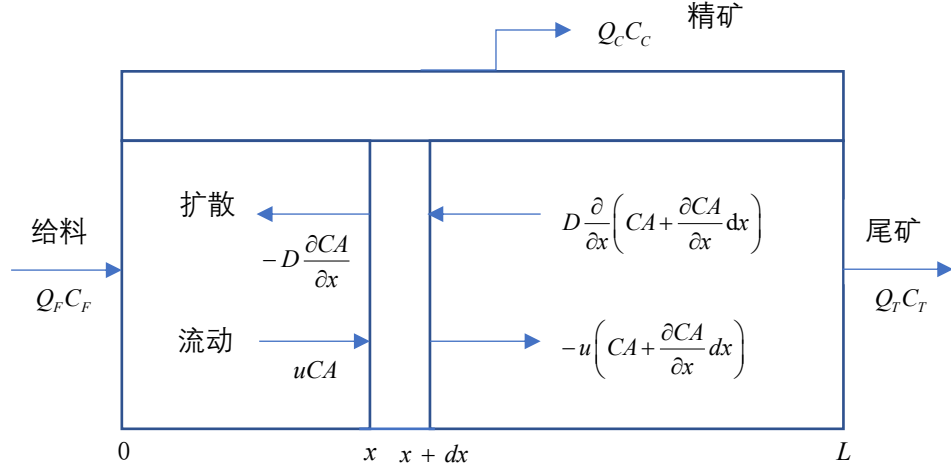


图 连通浮选长槽的扩散模型

由于矿浆流动而通过  $x$  处横断面的组份流量为  $u(x, t) C(x, t) A(x)$ ，其中， $u$  是矿浆的流动速度，也称传递系数； $C$  是该组份在  $x$  处的浓度； $A(x)$  是  $x$  处的矿浆横截面面积。由于扩散作用而通过  $x$  处横断面的组份流量为

$$q(x, t) = -D(x, t) \frac{\partial [C(x, t) A(x)]}{\partial x} \quad (1)$$

式中， $D$  是扩散系数。由此得到以下平衡方程

$$\frac{\partial}{\partial t} [CA dx] = uCA - u \left( CA + \frac{\partial CA}{\partial x} dx \right) - D \frac{\partial CA}{\partial x} + D \frac{\partial}{\partial x} \left( CA + \frac{\partial CA}{\partial x} dx \right) - K(CA dx) \quad (2)$$

简化整理后，得

$$\frac{\partial}{\partial t} [C(x, t) A(x)] = -\frac{\partial}{\partial x} [u(x, t) C(x, t) A(x)] + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D(x, t) \frac{\partial}{\partial x} [C(x, t) A(x)] \right\} - KC(x, t) A(x) \quad (3)$$

这就是浮选连通长槽的动态分布参数模型，它也是一个二阶偏微分方程。

其边界条件为

$$\left. \begin{aligned} u(x,t)C(x,t)A(x) - D(x,t)\frac{\partial}{\partial x}[C(x,t)A(x)] &= Q_F(t)C_F(t) \quad (x=0) \\ D(x,t)\frac{\partial}{\partial x}[C(x,t)A(x)] &= 0 \quad (x=L) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中， $Q_F(t)$ ， $C_F(t)$ 分别是给料体积流量和给料中该组份的浓度； $L$ 是连通长槽的长度。

下面对模型（3）进行适当的简化，以便得到较为实用的模型。设传递系数  $u$ 、扩散系数  $D$  和矿浆横截面  $A$  均为常数，则式（3）可简化为

$$\frac{\partial}{\partial t} C(x,t) = -\frac{L}{\tau} \frac{\partial}{\partial x} C(x,t) + D \frac{\partial^2}{\partial x^2} C(x,t) - KC(x,t) \quad (5)$$

式中， $\tau = L / u$ ，是矿浆在连通长槽中的平均停留时间。

在稳态条件下，式（5）可写为

$$D \frac{d^2 C}{dx^2} - \frac{L}{\tau} \frac{dC}{dx} - KC = 0 \quad (6)$$

边界条件为：

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{L}{\tau} (C - C_F) - D \frac{dC}{dx} &= 0 \quad (x=0) \\ \frac{dC}{dx} &= 0 \quad (x=L) \end{aligned} \right. \quad (7)$$

其解析解为

$$\frac{C}{C_F} = \frac{2(1+\alpha)e^{\frac{Pe}{2}(1+\alpha)} e^{\frac{Pe}{2}(1-\alpha)\frac{x}{L}} - 2(1-\alpha)e^{\frac{Pe}{2}(1-\alpha)} e^{\frac{Pe}{2}(1+\alpha)\frac{x}{L}}}{(1+\alpha)^2 e^{\frac{Pe}{2}(1+\alpha)} - (1-\alpha)^2 e^{\frac{Pe}{2}(1-\alpha)}} \quad (8)$$

式中， $Pe$ 是佩克莱特数（Peclet Number），是一个无量纲数值，用来表示对流与扩散的相对比例。随着  $Pe$  数的增大，输运量中扩散输运的比例减少，对流输运的比例增大。

$$Pe = \frac{L^2}{D\tau} = \frac{uL}{D} \quad (9)$$

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{4}{Pe} K\tau}$$

$$M=c(x, t)$$

$$M_t + L/T * M_x - L^2/T * pe * M_{xx} + kM = 0$$

$$L/T * M - L^2/T * pe * M_x = Q_F C_F$$

$$L^2/T * pe * M_x = 0$$

$$C(0,0) = C_f$$

$M_t$  是对  $t$  的一阶导数

$M_{xx}$  是对  $x$  二阶导数 (10)

```
Cf = 0.5; # 铜的原矿品位, 单位%
L = 4; # 浮选槽的长度, 单位 m
T = 6; # 铜的浮选时间, 单位 min
u = L/T; # 矿浆的流动速度, 即传递系数
K = 0.5; # 浮选速率常数
Pe = 9.34; # Pe=u*L/D 为佩克莱特数
D = u * L / Pe; # 矿浆的扩散系数
alpha = np.sqrt(1 + 4 / Pe * K * T); # 1.51
```