考试科目名称 离散数学结构

考试方式： 闭卷 考试日期 2010 年 11 月 19 日 教师________

系（专业） 软件学院 年级 2010 级 班级________

学号________ 姓名________ 成绩________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
分数										

得分	

1，请证明以下定理：有理数都能表示为分数，但没有可以表示成分数的无理数。而无理数都是实数。$\sqrt{2}$是复数并且是无理数。因此，有理数都不是无理数，而且有的复数是实数。要求：1）请明晰定义相应谓词；2）给出以“谓词或者命题公式序列”为形式的完整推理过程。

得分	

2，设$R=\{<x,y>|x,y\in N\wedge x+3y=12\}$，求$R^3$.

得分	

3，当 $x_0 \ge 0, x_1 \ge 1, x_2 \ge 2, x_3 \ge 3$,时，以下方程有多少整数解？$x_0 + x_1 + x_2 + x_3 = 17$.

得分	

4，定义 A 上的关系 R 是反传递的，如果：$\forall x \forall y \forall z(xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$.证明 R 是反传递的当且仅当$R^2 \cap R = \emptyset$。

得分	

5、集合 A 是 {1,2,3,4,5},A 上的关系 R 为：

{<1,1>,<2,3>,<3,5>,<4,4>,<4,2>,<5,1>,<5,3>}.请给出该关系的有向图表示及其关系矩阵。求该关系的自反闭包、对称闭包和传递闭包。

得分	

6，令集合 A、B 元素个数分别为 n,m，且 n<m。可以定义多少个 A 到 B 上的单射？请证明你的结论。

得分	

7、证明：若 R 是集合 A 上的对称关系，则对于任意的 n，R^n也是 A 上的对称关系。

得分	

8、

证明自然数的幂集是不可数集合。

考试科目名称 离散数学(B)

考试方式：闭卷　　考试日期______年__月__日　教师__________

年级__________学号__________　姓名__________　成绩__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
分数										

得分	

1，试证明康托尔定理：任意集合和该集合的幂集不等势；

得分	

2，证明实数集不可数

得分	

3，按照函数增长速度，将下列等价类重新排序，任取两个函数，证明其增长序。

$\Theta(1000n^2-n)$，$\Theta(n^{0.2})$，$\Theta(1000000)$，$\Theta(1.3^n)$，$\Theta(n+10^7)$，$\Theta(n\lg(n))$

得分	

4，7、在格 L 中，对于任意的 a,b∈L，若 a,b 有补元，记为$\overline{a},\overline{b}$，证明：

1) $\overline{(a\wedge b)}=\overline{a}\vee\overline{b}$　　　2) $\overline{(a\vee b)}=\overline{a}\wedge\overline{b}$

得分	

5，若集合 A 上的关系 R，S 对称，证明 RoS 对称的充要条件是 RoS=SoR。

得分	

6，给出表达式$3\sqrt{a}+(b-{(10-d)}/{3})$的二叉树表示，并给出其先根和后根遍历结果。

得分	

7，中国象棋棋盘上，是否存在马攻击不到的位置（马走日字形）？请设计一个离散数学模型，并简要说明你的证明思路。

得分	

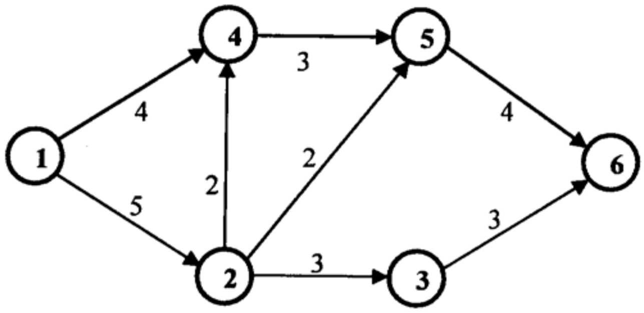
8，用命题逻辑判断下列推理的正确性：

a) 如果甲地发生了交通事故，则小张的交通会发生困难。如果小张按指定时间到达了，则他的交通没有发生困难。小张按指定时间到达了，所以甲地没有发生交通事故。

b) 除非复习完功课，我才去打篮球。如果打篮球，我就不打乒乓球。我没有复习完功课，所以我不打乒乓球。

得分	

求下列传输网络中 1 到 6 的最大传输流，请列出过程。



考试科目名称　离散数学　（A 卷）

考试方式：　闭卷　　　考试日期＿＿年＿月＿日　　　教师＿＿＿＿

系（专业）　软件学院　　　年级＿＿＿＿　　　班级＿＿＿＿

学号＿＿＿＿＿＿＿　　　姓名＿＿＿＿＿　　　成绩＿＿＿＿

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
分数										

得分	

1、（本题满分　　分）

Given a Boolean algebra $(B, \wedge, \vee, ', 0, 1)$, Prove that:

for any $a,b\in B$, $a\vee b=b \Leftrightarrow a\wedge b=a \Leftrightarrow a'\vee b=1 \Leftrightarrow a\wedge b'=0$

(给定布尔代数$(B, \leftarrow, \rightarrow, ', 0, 1)$，证明：对于任意的 $a,b\uparrow B$, $a\rightarrow b=b \uparrow a\leftarrow b=a \uparrow a'\rightarrow b=1 \uparrow a\leftarrow b'=0$)

得分	

2、（本题满分　　分）

Suppose three switches A, B, C are connected to the same hall light. At any moment a switch may be “up” denoted by 1 or “down” denoted by 0. A change in any switch will change the parity (odd or even) of the number of 1’s. The switches will be able to control the light if it associates, say, an odd parity with the light being “on” (represented by 1), and an even parity with the light being “off” (represented by 0).

(a) Give the truth table satisfies these conditions.

(b) Design a minimal logical circuit L with the above truth table.

(开关 A、B、C 可以控制同一盏壁灯。任意时刻一个开关都处于“向上”（表示为 1）或者“向下”（表示为 0）。开关的变化会导致 1 的数量的奇偶性的改变。当 1 的数量为奇数时，壁灯会亮，否则壁灯不亮。

(a) 给出满足上述条件的真值表；
(b) 设计一个最小的逻辑电路满足上述真值表；）

得分	

3、（本题满分　　分）

State whether each of the following is true or false and, if it is false, give a counterexample.

(a) If a poset S has only one maximal element a, then a is a greatest element.

(b) If a finite poset S has only one maximal element a, then a is a greatest element.

(c) If a linearly ordered set S has only one maximal element a, then a is a greatest element.

(证明或者举例说明下列命题的真伪：
(a) 偏序集S只有一个极大元a，a也是最大元；(b) 有限偏序集S只有一个极大元a，a也是最大元；(c) 线性序S只有一个极大元a，a也是最大元；）

得分	

4、（本题满分　　分）

A lattice M is said to be *modular* if whenever $a \le c$ we have the law

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge c$$

(a) Prove that every distributive lattice is modular.

(b) Prove that the converse of (*a*) is not true by present a counterexample.

满足以下性质的格L称为模格：对任意的a ≤ c，均有a ∨ (b ∧ c) = (a ∨ b) ∧ c.

(a)请证明所有分配格均为模格；(b)请举例说明命题a的逆命题不成立

得分	

5、(本题满分　　分)

Find the minimum number n of integers to be selected from $S = \{1, 2, \ldots, 9\}$ so that:

(*a*) The sum of two of the n integers is even.

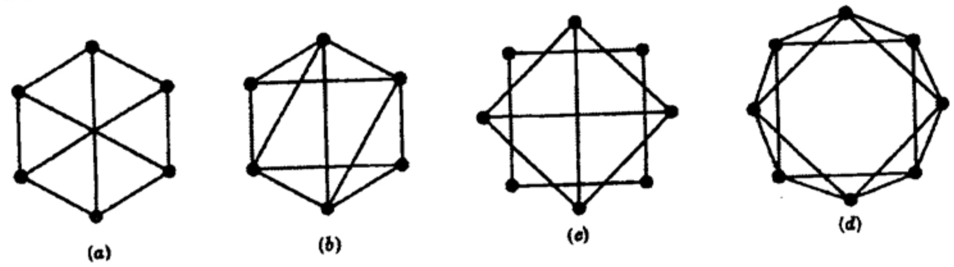
(*b*) The difference of two of the n integers is 5.

(从集合S={1, 2, …, 9}中任意取出n个数，使得这些数中(a)有两个数的和是偶数，(b)两个不同的数之差是5. 请问n分别最小是什么？为什么？)

得分	

6、(本题满分　　分)(大二班试题)

Draw a planar representation of each graph G in Fig. 8-62, if possible; otherwise show that it has a subgraph homeomorphic to $K5$ or $K3,3$.

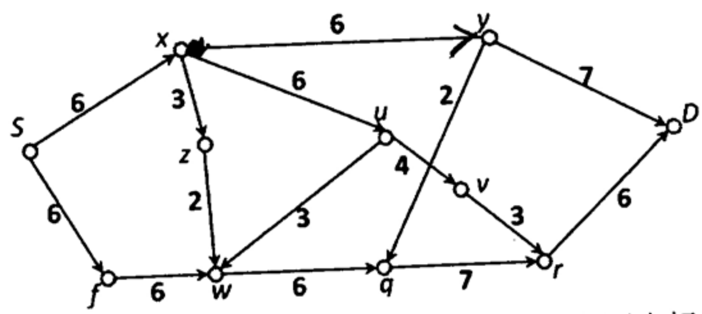


(画出下图中平面图的平面表示，或者找出非平面图中与K5或者K3,3同构的子图。)

得分	

7、(本题满分　　分)

Find the max flow from s to t, using the labeling algorithm, and identify a minimum cut.



(采用labeling算法，找出s到t的最大流（在图中标识具体流），同时标识一个最小割边集。)

得分	

8、（本题满分　　分）

Suppose the preorder and inorder traversals of a binary tree T yield the following sequences of nodes:

Preorder : $G, B, Q, A, C, K, F, P, D, E, R, H$

Inorder :

(a) Draw the diagram of T.

(b) Find: (i) depth d of T; (ii) descendants of B.

(c) List the terminal nodes of T.

二叉树T的先根和中根遍历结果如下：

先根：G, B, Q, A, C, K, F, P, D, E, R, H

中根：Q, B, K, C, F, A, G, P, E, D, H, R

(a)画出该树；(b)树T的高度是多少？B的后代有哪些？(c)列出T的叶节点

得分	

9、（本题满分　　分）

Let G be a graph with more than one vertex. Prove the following are equivalent:

(i) T is connected and T has no cycles.

(ii) Each pair of vertices is connected by exactly one simple path.

(iii) G is connected; but $G - e$ is disconnected for any edge e of G.

(iv) G is cycle-free, but if any edge is added to G then the resulting graph has exactly one cycle.

（G是包含多余一个节点的图，证明以下等价命题：

（i）T无环，连通；(ii)任意两个节点都有且仅有一条简单通路连通；(iii)G连通，任意去除一条边均不连通；(iv)G无环，任意增加一条边会导致一个且仅一个环）

得分	

10、（本题满分　　分）（大一班试题）

Let G be a set of linear functions on rational set Q : $f_{a,b}(x)=ax+b, a\neq 0$. Prove that (G,o) is a group, where o is the composition of functions.

（设G是有理数域Q到Q上的线性函数 $f_{a,b}(x)\square ax\square b,a\square 0$ 构成的集合，证明G关于函数的复合运行构成群。）

Test of "Discrete Mathematical Structures"(B)

March 2013, Institute of Software at Nanjing University

1. Let A, B, C be any sets, prove that:

   1.1 $A\cup B=A\cap B \Leftrightarrow A=B$

   1.2 $(A-B)\cap(A-C)=\phi \Leftrightarrow A\subseteq(B\cup C)$

2. Let $R\subseteq A\times B$, $S\subseteq B\times C$, $T\subseteq B\times C$

   2.1 Prove that $(SoR)-(ToR) \subseteq (S-T)oR$

2.2 Give a counterexample to show that $(S-T)oR \subseteq (SoR)-(ToR)$ doesn't hold.

3. Let A be a finite set, and f be a function on A,

3.1 Show that f is one-to-one if and only if it is onto.

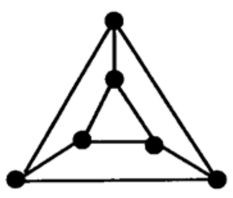
3.2 Give a counterexample to show that the above proposition doesn't hold for infinite sets.

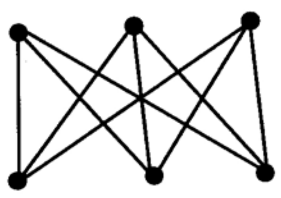
4. Let p, q be propositional variables,

4.1 If the value of $(p \Rightarrow q)$ is false, determine the value of $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow q$.

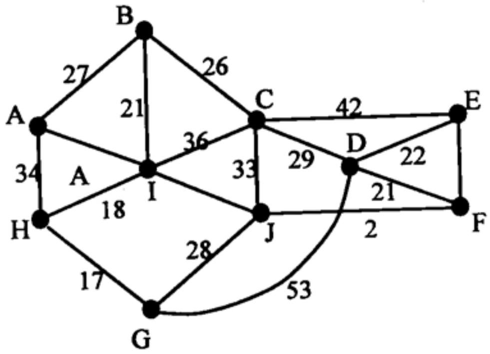
4.2 If the value of $(p \Rightarrow q)$ is true, can you still determine the value of $\sim p \vee (p \Leftrightarrow q)$.

5. Show that the number of vertices in any 3-regular graph must be even. Draw two 3-regular graphs with 6 vertices each, which are not isomorphic to each other.





6. Draw the minimal spanning tree of the graph on the right. Sketching the process (using any one of Kruskal's or Prim's algorithm)



7. Show that all finite lattices are bounded.

8. R is an equivalence relation on the set A. Define R^* on A as follows: for any $a,b \in A$, $(a,b) \in R^*$ if and only if for some $c \in A$, $(a,c) \in R$, $(c,b) \in R$。
Show that R^* is also an equivalence relation.

9. F is the set of all functions with the form $f(x)=ax+b$, defined on the set of real number, where a,b are real numbers, and $a\neq 0$. Prove that F is a group with the composition of functions as its operation.

10. G is a group. If for any $a\in G$, $a\cdot a=e$, where e is the identity of G, then G is commutative, i.e. for any $a,b\in G$, $a\cdot b=b\cdot a$.

《离散数学》补考试题

南京大学软件学院 2013 年月

共 10 题，每题 10 分。

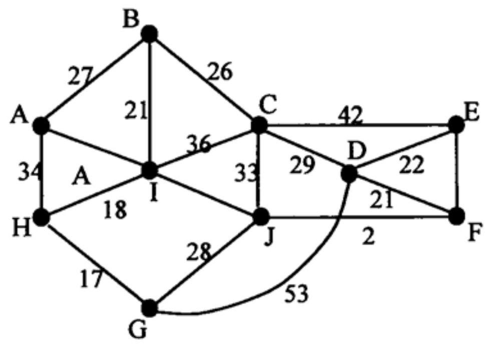
1. 设 A, B, C 为任意集合，证明
   1.1 $A\cup B=A\cap B \Leftrightarrow A=B$
   1.2 $(A-B)\cap(A-C)=\phi \Leftrightarrow A\subseteq(B\cup C)$

2. 设 $R\subseteq A\times B$, $S\subseteq B\times C$, $T\subseteq B\times C$
   2.1 证明: $(SoR)-(ToR) \subseteq (S-T)oR$
   2.2 举例说明上式反包含关系不成立

3. 设 A 为有穷集合，f 为从 A 到 A 的函数
   3.1 证明: f 为单射(1-1) $\Leftrightarrow$ f 为满射(onto)
   3.2 举例说明上述结论对无穷集不成立

4. p, q 均为命题变元
   4.1 假设 $p\Rightarrow q$ 的值为假，求 $(\sim p\vee\sim q)\Rightarrow q$ 的值。
   4.2 假设 $p\Rightarrow q$ 的值为真，求 $\sim p\vee(p\Leftrightarrow q)$ 的值。

5. 证明每个 3-正则图都有偶数个顶点，并画出两个互不同构的有 6 个顶点的 3-正则图。



6. 画出右图的最小生成树，写出大致的算法过程(Kruskal's 或 Prim's 任选)

7. 证明：所有的有限格一定是有界的。

8. 已知 R 是集合 A 上的等价关系。定义 A 上另一个关系 R^* 如下：
   对任意 $a,b\in A$, $(a,b)\in R^*$ 当且仅当 存在某个 $c\in A$, 满足：$(a,c)\in R$, 且 $(c,b)\in R$。
   证明：R^* 也是等价关系。

9. F 是所有定义在实数集合上的形如 $f(x)=ax+b$ 的函数，其中 a,b 是实数，$a\neq 0$, 证明 F 和函数的复合运算构成一个群。

10. G 是群，已知对于任何 $a\in G$, $a\cdot a=e$, e 是 G 中的单位元素。证明：G 是可交换群，即对于任何 $a,b\in G$, $a\cdot b=b\cdot a$ 。

由于术语不统一，中译文仅供参考，题目以英文版为准