

习题 2.1

12. (a) $p \wedge \sim r$ (b) $q \vee p$ (c) $\sim p \wedge \sim q$ (d) $r \wedge q$

此题重点要说的是，题干中已经给出了命题变量，不必再自己设定命题变量。

18. (c) $\sim (\exists x(P(x) \wedge Q(x)))$ 或 $\forall x(\sim (P(x) \wedge Q(x)))$

习题 2.2

6. (c) $q \Rightarrow \sim p$

注意题目中给出的条件是“only if”

P if Q: $Q \Rightarrow P$

P only if Q: $P \Rightarrow Q$

P if and only if Q: $P \Leftrightarrow Q$

换句话说，only if（仅当）和 if and only if（当且仅当）所表示的逻辑含义是不同的，虽然从语义上来讲似乎没什么差别。

7. (d) 这里应该用“if and only if”（当且仅当）

24. (b) Carol is not sick and she goes to the picnic and she will not have a good time.

原命题可以表示为 $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ ，那么它的否定 $\sim (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \equiv p \wedge \sim (q \Rightarrow r) \equiv p \wedge q \wedge \sim r$ ，即上述命题。

习题 2.3

12. 本题没有给出问题。通过等价推导或者填写真值表，可以得到(a)式错误，(b)式正确。

PS:部分同学画真值表没有顺序，建议按照二进制递增顺序来设计（比如 3 个命题变量 p、q、r，可以按 000,001,010,011,100,101,110,111 的顺序填写真值表，其中 0 代表 T，1 代表 F）

30. 本题的论证是正确的。采用了反证法($p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$).虽然论证的细节不够完美，比如分母不能等于 0，但是不能算错。

习题 2.4

20. (c)不矛盾。数学归纳法的证明需要两步。(a)证明了第二步递推，(b)否定了第一步初始条件，所以说不矛盾。

28. 本题题干出得不够严谨，应该是 $a, b \in \mathbb{N}$ 才对，否则 30 即不符合要求。

在证明上可以用数学归纳法，首先证明 28 符合条件，然后假设 k 符合条件， $k+1 = 5a+8b+1 = 5(a-3)+8(b+1) = 5(a+5)+8(b-3)$.然后说明当 a 和 b 都小于 3 时， $k+1 \leq 26$ 。因此 a 和 b 中至少有 1 个大于等于 3，也就是说

$k+1$ 总是能分解成 $5a+8b$ 的形式并且使 $a, b \in \mathbb{N}$ 。很多同学的证明并不完整。

30. 注意本题在反证时不能直接假设 $\text{GCD}(a^n, b^n) = p$ (p is a prime), 而应该假设 $\text{GCD}(a^n, b^n) = m$ ($m > 1$) 且 $p|m$ (p is a prime)。

在批改作业的过程中, 难免会有错题改对或者对题改错的失误, 大家以该文档里的答案为准。如果还有什么问题, 可以在 TSS 上提问或发邮件到 MF1332078@software.nju.edu.cn 或者 MF1332097@software.nju.edu.cn