Réublique Tunisienne
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Tunis El Manar
École Nationale d'Ingénieurs de Tunis
Département Génie Industriel

Projet de Fin d'Année II

Risque de marché au sein d'une compagnie de réassurance

Élaboré par

Lamia BRIKI et Mayara ELATRACH

Réalisé à

Compagnie tunisienne de réassurance Tunis Re

Encadrant ENIT : Mme Anissa RABHI
Encadrant organisme d'accueil : M.Mounir EL BEHI

Année universitaire 2017/2018

Remerciements

C'est avec une sincérité incontestable que nous exprimons nos remerciements et notre profonde gratitude à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la concrétisation de nos efforts dans ce projet de fin d'année auprès de Tunis Re.
Avant tout, nous tenons à remercier Mme. BEN MAHMOUD Lamia, PDG de Tunis Re, pour nous avoir accueilli et offert l'occasion de réaliser ce projet dans les meilleures conditions.
Nous aimerons exprimer nos expressions respectueuses à notre encadrante Mme. Anissa Rabhi qui était si généreuse en nous faisant partager son savoir faire et ses remarques précieuses ce qui nous a permis à mener efficacement ce projet.
Nous aimerions aussi montrer notre reconnaissance envers notre encadrant de l'entreprise M. Mounir EL BEHI , actuaire et directeur à Tunis Re qui a toujours veillé au bon déroulement du projet ainsi que tout le personnel de Tunis Re pour tout ce qu'ils ont fait pour nous.
Nos vifs remerciements vont aussi à tous les membres de jury et nos enseignants.
Finalement nous espérons que notre conduite et notre apprentissage ont laissé une bonne impression de l'ENIT et ont affirmé son image.

Résumé

Le but de ce projet est de quantifier le risque de marché en le modélisant et le projetant. Le modèle de Black & Scholes le plus répandu dans le domaine de la finance n'est pas compatible avec le marché tunisien car les rendements logarithmiques ne suivent pas une loi normale et la volatilité n'est pas constante. Le modèle de Merton s'avère compatible car il élimine certaines hypothèses contraignantes de modèle précedent. Concernant le taux de change, le modèle de Garman & Kohlhagen peut représenter les cotations du dinar tunisien. Le but étant de calucler le risque auquel s'expose la réassurance. Nous avons fini notre projet par un calcul de la Value at Risk qui donne une idée sur la mesure du risque.

Mots clés : Modèle de Black & Scholes, modèle de Merton, Modèle de Garmen & Kohlhagen,Actifs boursiers, Risque de marché,VaR.

Abstract

The objective of this project is to quantify market risk by modeling and projecting it. The infamous Black & Scholes model is not compatible with the Tunisian market because the logarithmic efficiencies do not follow a normal law. The model of Merton might be more compatible because it eliminates certain binding hypotheses of previous model. Regarding the rate of change, the model of Garman and Kohlhagen can represent the Tunisian dinar quotations. The purpose was always calculating the risk of reinsurance. We finished our project with a value-at-risk calculation that gives an idea about the risk measure.

Keywords : Black & Scholes Model, Merton Model, Garmen & Kohlhagen Model, Stock Market Assets, Market Risk, VaR.

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

Une compagnie de réassurance s'expose aux risques, donc elle doit les quantifier pour les maitriser et augmenter ainsi sa richesse et éviter toute dépréciation de son patrimoine. Elle doit trouver l'équilibre entre gagner plus et couvrir le risque. C'est dans ce cadre que se situe notre projet, nous nous sommes intèressés en particulier par l'étude de risque lié aux actions et celui lié au change. L'entreprise investit aussi dans des obligations et risque de perdre des fonds si elle les vend avant la maturité. De plus, le règlement des sinistres étrangers se fait avec une monnaie étrangère, alors la compagnie s'expose aussi au risque de change.
Alors comment modéliser ces risques ? Quel capital faut-il allouer pour être à l'abri du risque de marché ? Comment mesurer ces risques ?

Dans le premier chapitre, nous avons présenté la compagnie de réassurance, Tunis Re, dans laquelle nous avons effectué le projet de fin de 2ème année. Dans le deuxième chapitre, nous avons commencé par modéliser le risque lié aux actifs boursiers du portefeuille de Tunis Re par le fameux modèle Black & Scholes. Puis, nous avons estimé les paramétres sous certains hypothèses et ensuite nous avons validé le modèle par le test de Jarque-Bera ce qui nous a amené à proposer le modèle de Merton comme une autre solution puisque le modèle de Black and Scholes n'a pas été validé. Dans le troisième chapitre, nous nous sommes intéressé au risque lié au change, nous avons modélisé l'évolution des taux de change par le modèle de Garman & Kohlhagen qui est inspiré du modèle de Black & Scholes et qui garde pratiquement les mêmes hypothèses. Nous avons estimé les paramétres et validé le modèle par le test de Kolmogorov & Smirnov. Dans le dernier chapitre et après avoir modélisé la dynamique des différents actifs boursiers, nous avons passé à la quantification du risque lié à chacun en nous référant à la notion de la Value at Risk.
Bonne lecture !

Chapitre 1

Présentation de la compagnie

1.1 Introduction

Tunis Re est une compagnie de réassurance prestigieuse que l'Etat détient 5% de ces actions directement même après sa privatisation. Elle s'expose à des risques pour consolider et développer son activité sous la direction de Mme. BEN MAHMOUD Lamia élue par le conseil d'administration en 2009.
Le principal axe d'activité de cette réassurance est le transfert des risques. Elle a comme but de maximiser les profits à ses actionnaires en maximisant les rendements et la rentabilité et d'offrir des prestations profitables à ses partenaires.
Le premier objectif de Tunis Re est de renforcer sa position dans le marché tunisien moyennant l'amélioration de ses services et la qualité des solutions proposées à ses partenaires et l'adaptation au monde socio-économique en saisissant les opportunités de bénéfices économiques et gestion de qualité et recouvrement.
En deuxième lieu, Tunis Re s'oriente vers le développement de ses compétences en ressources humaines et de l'organisation. Elle voit que la vraie richesse d'une société consiste en ses ressources humaines. Pour cela, elle cherche toujours à développer ses compétences commerciales, techniques et financières. Cette stratégie se base sur trois axes :

1-L'affectation étudiée de ses cadres et de son personnel.
2-L'environnement de travail sain.
3-Les Formations orientées.

En troisième lieu, Tunis Re vise à maximiser la rentabilité en se basant sur :

1-Le renforcement des fonds propres par les investissements boursiers.
2-La diversification.
3-La maîtrise des risques auxquels elle est exposée et la bonne gestion.

De plus, elle a toujours su avoir un regard vers l'étranger en développant des affaires partout dans le monde, lui donnant une dimension internationale.

1.2 Historique

1981 : Fondation de la compagnie avec un capital social de 2 MDT

De 1988 à 2015 : Plusieurs augmentations de capital pour appuyer son assise financière.

2008 : Première notation et obtention de B+.

2010 : Introduction en bourse.

De 2011 à 2015 : Création de la fenêtre Retakaful, déménagement vers le nouveau siège et plusieurs augmentations du capital pour atteindre les 100 MDT. [1]

1.3 Informations Générales

Date de fondation	25/03/1981
Secteur d'activité	Assurance
Raison Sociale	STE TUNISIENNE DE REASSURANCE
Abréviation	Tunis Re
Forme Juridique	SA
Siége Social	Rue BORJINE num 7 Montplaisir 1
Capital Social	100 MDT
Fonds propres	185 655 millions de dinars tunisiens
Effectif	80 employés
Produits	Assurances multirisques professionnelles

TABLE 1.1 – Informations Générales [1]

La structure de l'actionnariat de Tunis Re après la privatisation est réparti comme suit :

Etat Tunisien	5.2%
Les Sociétés d'Assurances Tunisiennes	50.6%
Les Banques Tunisiennes	24.8%
Autres	19.4%

Table 1.2 – Répartition du capital du Tunis Re [1]

La compagnie Tunis Re détient des participations stratégiques dans les sociétés suivantes :

-AFRICA RE
-ARAB RE
-COTUNACE

Etat Tunisien	2 représentants
Les Sociétés d'Assurances Tunisiennes	6 représentants
Les Banques Tunisiennes	2 représentants
Autres	2 représentants

Table 1.3 – les administrateurs [1]

1.4 Direction ERM

Nous avons réalisé notre stage au sein de la direction Enterprise Risk Management qui s'occupe de l'identification, le suivi et le pilotage des risques, ainsi que l'évaluation, le traitement et le contrôle.
Cette direction vise à cartographier les risques, élaborer un modèle de scénario central et étudier quantitativement les risques.

1.5 Chiffres clés en milliers de dinars

	2013	2014	2015
PRIME BRUTE	85 878	97 634	100 586
PRIME ACQUISE BRUTE	82 530	93 938	101 189
RETENTION	42 900	50 962	57 225
CHARGES SINISTRES	34 307	51 587	50 988
LES PROVISIONS TECHNIQUES	164 959	182 906	184 554
RATIO COMBINE NET	95,5 %	100 %	91,6%
Ratio Frais d'Administration / Chiffres d'Affaires	7,3 %	7,2 %	7.4%
RESULTAT TECHNIQUE Avant Frais généraux	8 150	8 912	13 990
RESULTAT TECHNIQUE Aprés Frais généraux	1 848	1 905	6 535
RESULTAT NET DE L'EXERCICE	7 674	11 691	14 443

FIGURE 1.1 – Les performances techniques de Tunis Re [1]

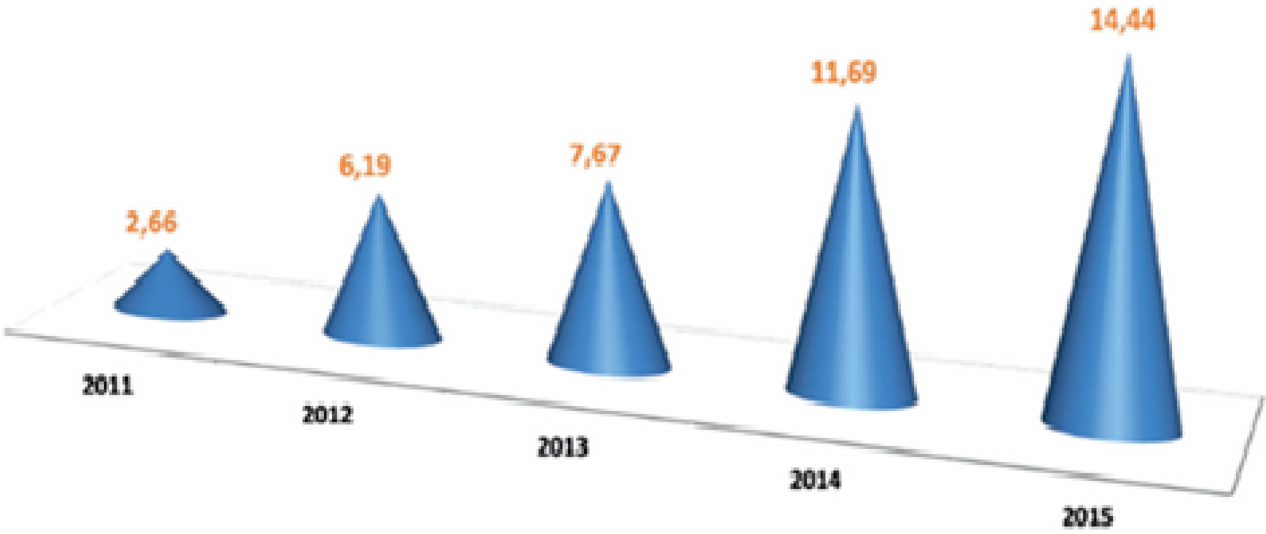

FIGURE 1.2 – Résultat net [1]

	2011	2012	2013	2014	2015
Traités	44 540	47 280	54 829	60 572	65 608
Facultatives	25 980	29 749	31 049	37 062	34 978
Total	70 520	77 029	85 878	97 634	100 586

FIGURE 1.3 – Evolution de chiffre d'affaires par nature [1]

1.6 Analyse SWOT

L'analyse SWOT : Strengths (forces), Weaknesses (faiblesses), Opportunities (opportunités), Threats (menaces) est un outil de stratégie d'entreprise qui permet de déterminer les options offertes dans un domaine d'activité stratégique.

1.6.1 Forces

- Expérience de plus de 35 ans.
- Position bien consolidée sur ses marchés.
- Bien protégée en rétrocession.
- Ratios prudentiels aux normes.

1.6.2 Faiblesses

- Notation actuelle est bloquante pour pénétrer certains marchés.

1.6.3 Opportunités

- Développement de nouveaux produits.
- Forte croissance en Afrique et dans la zone de Middle East North Africa.
- Capacité plus elargie suite au renforcement de l'assise financiere.

1.6.4 Menaces

- Émergence de grands groupes de la réassurance issue de fusion acquisition, disposant de moyens financiers et opérationnels considérables.

Chapitre 2

Risque lié aux actions

Une compagnie de réassurance investit ses fonds que ce soit des provisions ou des primes dans des placements boursiers. De ce fait, son portefeuille est un investissement risqué parce qu'elle s'expose à une dépréciation de son patrimoine dès que les cours des actifs boursiers dans lesquels elle investit descendent.
Hypothèse : la compagnie d'assurance Tunis Re ne commercialise pas des contrats épargnes qui peuvent impacter son passif donc le risque lié aux actions n'affecte que les actifs boursiers.
Notre but est de modéliser ce risque pour palier à toutes modifications de cours.

2.1 Données

Au cours de notre stage nous avons obtenu les données de portefeuilles de Tunis Re qui présente un ensemble de 32 actions. Les données sont mensuelles pour une période qui s'étend de 01/01/2012 au 31/12/2015. On s'intéresse au prix des actions pour calculer le rendement.

2.2 Ajustement des données

Avant d'appliquer un modèle, il faut ajuster les prix des actifs pour ne pas utiliser des données brutes en supposant qu'il n'y a aucun type d'opérations sur les titres.
On propose notamment de considérer les versements de dividendes et l'augmentation de capital.

2.2.1 Versements de dividendes

Quand on verse un dividende D, le prix des actions ajusté sera la somme du montant du dividende versé à la date t et le prix initial de cours de l'action.

$$S_t^{aj} = S_t + Div$$

Cet ajustement affecte directement les rendements et les rendements logarithmiques ce qui peut améliorer la modélisation et l'approcher de la réalité. Le rendement sera égal à :

$$r_i = \frac{S_{i+1}-S_i+Div}{S_i}$$

Le rendement logarithmique aura pour formule :

$$r_i = \log(\frac{S_{i+1}+Div}{S_i})$$

Exemple :

Date	**Cotation**	**Rendement**	**Rendement logarithmique**
21/05/2014	15.95		
22/05/2015	15.65	-0.019	-0.019
23/05/2015	14.69	-0.061	-0.063
26/05/2014	14.47	-0.015	-0.015

On remarque un saut dans le rendement du 23/05/2014 qui baisse de -1 % jusqu'à -6%. Ce saut est dû à un versement d'un dividende de 0.65 le 23/05/2015.
Le rendement du 23/05/2015 sera :

$$\frac{14.69+0.65-15.65}{15.65} =-0.02$$

Le rendement logarithmique devient :

$$\log(\frac{14.69+0.65}{15.65})= -0.02$$

Un rendement de 2% réduit l'écart qu'il y avait entre le rendement de la veille du 23 ainsi que son lendemain.

2.2.2 Augmentation du capital

Une des opérations possibles sur les titres d'augmentation du capital d'une société est par incorporation des réserves. En fait, la société pourra donner n actions gratuites à un actionnaire possédant N actions. Donc le prix des actions ajusté aura pour formule :

$$S_t^{aj} = S_t \frac{n+N}{N}$$

Et le rendement sera :

$$r_i = \frac{S_i^{aj}-S_{i-1}}{S_{i-1}}$$

Exemple :

Date	Cotation	Rendement	Rendement logarithmique
16/05/2014	17.5		
20/05/2014	18	0.03	0.03
20/05/2014	15.99	-0.11	-0.12
21/05/2014	15.95	-0.003	-0.03

On remarque un saut dans le rendement du 20/05/2014 qui baisse de 3% jusqu'à -11%. Ce saut est dû à une distribution d'une action gratuite pour 8 détenues. Le rendement du 23/05/2014 sera :

$$\frac{15.99\ .\ 9/8\ -\ 18}{18} = -0.001$$

et le rendement logarithmique devient :

$$\log(\frac{15.99\ .\ 9/8}{18.5}) = -0.02$$

Un rendement de -0.001 réduit l'écart qu'il y avait entre le rendement de la veille du 23 et celui de son lendemain.
Ces ajustements nous permettent de travailler avec des rendements qui ne présentent pas de sauts brusques et qui reflètent la situation réelle du titre.

2.3 Modèle de Black&Scholes

Nous avons choisi le modèle de Black&Scholes qui modélise l'évolution des prix des actions par un processus Brownien géométrique. Ce modèle est reconnu comme référence dans le monde de modélisation des actions malgré ses hypothèses restrictives.

2.3.1 Hypothèses

Le modèle de Black&Scholes suppose que :
- La volatilité est constante.
- Les rendements sont gaussiens.
- Les marchés sont parfaits et efficient et ceci signifie que personne ne peut prédire les prix du marché.
- Il est possible d'effectuer des ventes à découvert.
- Aucun dividende n'est versé pendant la vie de l'action.
- Il n'y a pas de couts de transaction inclus ni aucune sorte d'impôts ou taxe.[4]

2.3.2 Ecriture mathématique

La dynamique du prix suit l'équation différentielle stochastique suivante :

$$\frac{\mathrm{dS_t}}{S_t} = \mu \ \mathrm{dt} + \sigma \ \mathrm{dB_t}$$

avec :

S_t : Le Prix de l'action à l'instant t.
μ : La tendance constante au cours du temps (volatilité deterministe).
σ : La volatilité qui représente l'évolution aléatoire de prix de l'actif.
B_t : Le Mouvement Brownien standard.

La solution de cette équation différentielle stochastique (annexe1) est :

$$S_t = S_0 \ \exp\left((\mu - \sigma^2/2) \ t \ + \ \sigma B_t)\right)$$

D'après cette solution on peut tirer l'expression des rendements logarithmiques et on peut montrer qu'ils suivent une loi normale c'est à dire les rendements ordinaires suivent une loi log-normale :

Pour une période de 1 jour :

$$r_t = \log(\frac{S_{t+1}}{S_t}) = (\mu - \sigma^2/2) + \sigma(B_{t+1} - B_t) \underset{Loi}{=} N((\mu - \sigma^2/2), \sigma^2)$$

2.3.3 Estimation des paramètres

Puisque le processus Brownien est à accroissements stationnaires et indépendants, les r_i sont indépendants et identiquement distribués quand i varie dans $\mathbb{N}$.
On s'intéresse ainsi à étudier les rendements mensuels c'est à dire le taux de gain ou de perte mensuel pour étudier l'évolution des actions. Les rendements logarithmiques suivent la loi normale de moyenne $= \mu - \sigma^2/2$ et de variance σ^2. On va utiliser l'estimateur par la méthode des moments pour estimer ses paramètres.
L'estimateur par la méthode des moments est un estimateur sans bias.

$$\hat{\sigma^2} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (r_i - \bar{r})^2$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{2}\hat{\sigma^2} + \bar{r}$$

où :

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} r_i$$

On a utilisé un code (annexe 2) pour estimer μ et σ :

mu	sigma
-0,17515	0,33469
-0,318957	0,66244
0,25879	1,47277
-0,59407	0,71605
-0,19689	0,91788
-0,10491	0,89069
-0,11555	0,26062
-0,52298	0,45709
-0,84153	1,33815
-0,03109	0,22502
-0,28998	0,29567
-0,12808	0,12872
-0,30037	0,86407
-0,77835	0,87629
-0,06542	0,29567
0,13662	0,189422
-0,32961	0,69826
-0,27352	0,75901
-0,38477	1,01007
-0,03109	0,22502
-0,27352	1,005801
0,14328	0,69757
0,26326	0,44718

FIGURE 2.1 – Output du calibrage du modèle Black&Scholes

2.3.4 Projection

Après avoir estimé les paramètres du modèle on peut prévoir les actions dans le futur. Pour ce faire, on a utilisé un code (annexe 3) pour générer les prix des actions pour l'année 2017 avec les paramètres trouvés.

Mois	Projection
DEC 2016	6616130,72
JAN	6614548,17
FEV	6612838,17
MAR	6611214,67
AVL	6609447,82
MAI	6607605,03
JUN	6606043,77
JUI	6604147,55
AUT	6601995,17
SEP	6599996,62
OCT	6598215,15
NOV	6596774,88
DEC	6599996,62

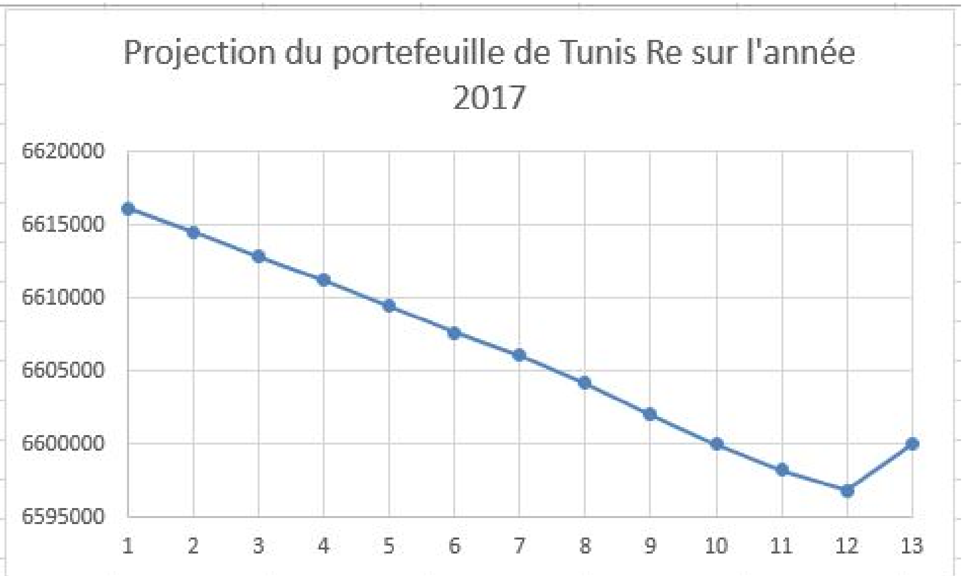

FIGURE 2.2 – Projection du portefeuille pour l'année 2017

2.3.5 Validation du modèle

Nous avons testé le modèle par deux mèthodes :

2.3.5.1 Intervalles à 90 %

À partir des cotations et opérations sur les titres de 2014,nous avons estimé les μ et les σ de chaque titre pour pouvoir dégager un intervalle de confiance à 90% pour la cotation du 31/12/2015 que nous comparons avec la cotation observée

$$S_{2015} = S_{2014} \exp\left((\mu - \sigma^2/2)\ t \ + \ \sigma B_t\right)$$

$$\underset{Loi}{=} \exp\left((\mu - \sigma^2/2)\ t \ + \ \sigma \mathcal{N}(0,1)\right)$$

Théoriquement

$\mathbb{P}\{S_{2015} \in [S_{2014}\exp((\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{2}) - \hat{\sigma}q_{0.95}), S_{2014}\exp((\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{2}) + \hat{\sigma}q_{0.95})\} = 90\%$
où :
S_{2014} : La cotation observée du 31/12/2014.
S_{2015} : La cotation estimée du 31/12/2015.

Sur l'ensemble des actions cotées, seulement 43 % avaient une cotation le 31/12/2015 observée appartenant à son intervalle de confiance.
On conclut ainsi que les rendements logarithmiques ne suivent pas la loi normale.

2.3.5.2 Test d'hypothèse

Puisque le modèle de Black & Scholes suppose que les rendements logarithmiques suivent une loi normale et sont indépendants et identiquement distribués, nous pouvons tester leur normalité par le test de Bera-Jarque. [3]
Ce test s'appuie sur la statistique de Bera-Jarque qui repose sur les coefficients d'aplatissement et de symétrie.

H0 : Les rendements logarithmiques ajustés suivent la loi normale.
H1 : Les rendements logarithmiques ajustés ne suivent pas la loi normale.

Sous H0, la statistique de Bera-Jarque est :

$$\mathbf{JB} = \frac{N}{6}(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4})$$

où :

$$S = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^3}{(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$K = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^4}{(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2)^2}$$

JB suit la loi χ^2_2. Pour un seuil de confiance de 5%on rejette **H0** si $JB > 5.99$.

Titre	BJ
SFBT	220,5384
MONOPRIX	37702,55
TUNISAIR	6210,613
ATTIJARI BANK	88,58169
BIAT	1637,353
TUNISIE LEASING	271,0104
BT	15,20231
STB	96,11355
AMEN BANK	18,26355
ATB	4498,002
CARTHAGE CEMENT	2717,356
ATL	11089,68
POULINA GP HOLDING	6672,517
TAWASOL GP HOLDING	35,03542
HEXABYTE	295,3187
SOTETEL	1277,46
SOTEMAIL	289,1747
SOTUVER	29,95463
SIAME	4316,073
ATTIJARI LEASING	44,74012
ELECTROSTAR	33,85962
SOTRAPIL	2063,142
AMS	112,2319
SOMOCER	6,11447
GIF-FILTER	5,919666
ASSAD	16750,61
SITS	20,9676
SERVICOM	947,4624
ADWYA	2655,151
TPR	41,62964
SOPAT	44,82762
ARTES	6213,271
HANNIBAL LEASE	39,81073
CIMENTS DE BIZERTE	156,0574
TUNIS RE	5,216144
ENNAKL AUTOMOBILES	0,316573
TELNET HOLDING	32169,77
AETECH	24,11336
LAND OR	39,0617
ONE TECH HOLDING	13384,35

FIGURE 2.3 – Sortie du code VBA du test JB

Sur les 40 titres, seulement 2 ont réussi le test.

Conclusion des tests de validation :
Les 2 tests par intervalle de confiance et par test d'hypothèse n'ont pas validé le modèle de Black & Scholes. On peut donc conclure que les rendements logarithmiques des actions de marché tunisien et plus précisément celles de Tunis Re ne suivent pas la loi log-normale.

2.3.6 Conclusion

Le modèle de Black & Schoeles est un modèle connu bien dans le domaine de la finance vu qu'il est simple en implémentation. Mais son inconvénient principal est qu'il exige des contraintes restrictives, principalement la normalité des rendements logarithmiques qui n'est pas vérifiées en marché tunisien.

2.4 Modèle de Merton

Comme on a mentionné dans le paragraphe précédent le modèle de Black and Scholes exige des hypothèses qui sont non réalistes et éliminer une hypothèse revient nécessairement à changer ou modifier le modèle. Le modèle de Merton est donc une modification du modèle de Black and Scholes où on ne suppose pas que la volatilité est nécessairement constante ou que le cours des actions est nécessairement continue.

2.4.1 Hypothèses

- Le marché est parfait : Il n'y a pas de couts des transactions, d'impôts et de taxes.
- Le marché est complet.
- Absence d'opportunités d'arbitrage.
- Le taux d'intérêt est constant.
- Validité du théorème de Modigliani et Miller : indépendance de la valeur de l'entreprise par rapport à sa structure de capital (en l'absence de coûts de faillite et d'impôts sur les bénéfices). [7]

2.4.2 Formulation mathématique

Le prix S_i d'une action i est donné par :

$$S(t) = S(0)\exp\{(\mu - \tfrac{\sigma^2}{2})t + \sigma B_t + \sum_{k=1}^{N_t} U_k\}$$

où :

μ : La tendance constante du prix d'une action au cours du temps.
σ : La volatilité du prix de l'action.
$(B_t)_{t\geq 0}$: Le mouvement Brownien standard.
$(N_t)_{t\geq 0}$: Un processus de poisson homogène d'intensité λ.
$(U_k)_{k\geq 0}$: Une suite de variables Gaussiennes centrées de variance σ_u^2.

Chapitre 3

Risque de change

Pour une compagnie de réassurance, le règlement des sinistres étrangers se fait avec une monnaie étrangère. De ce fait, elle s'expose au risque de change. En fait, quand un sinistre se produit dans un pays étranger, la compagnie indemnisera la cédante avec sa monnaie locale. Mais Le cours de la monnaie locale peut croitre ou diminuer. Donc, le montant de l'indemnisation variera dans le bilan de la compagnie de réassurance.

3.1 Données

Nous avons utilisé des données mensuels pour une période qui s'étend de 31/0/2011 au 31/12/2016 pour les paires suivants :

- TND/USD.
- TND/EUR.
- TND/GBP.
- TND/LYD.
- TND/AED
- TND/XAF.
- TND/TRY.

3.2 Modèle de GARMAN-KOHLHAGEN

Nous avons commencé par chercher une dynamique stochastique qui décrit l'évolution du cours d'une monnaie étrangère. Nous avons proposé le modèle de GARMAN-KOHLHAGEN qui traite l'évaluation des options de vente ou d'achat sur devises. En fait, les premiers modèles d'évaluation des options sur les actions élaborés par BLACK & SCHOLES et MERTON ont inspiré MAN&KOHLHAGEN et GRABBE à faire des recherches sur le risque lié au change. [3]
Des recherches avancées ont proposé des modèles plus améliorés qui ont affiné les hypothèses restrictives du modèle de Black & Scholes et aident à mieux évaluer les options sur les devises.

3.2.1 Hypothèses

Les hypothèses restent toujours dans le cadre du modèle de Black & Scholes et on suppose que le marché de change est parfait et l'échange sur le marché est continu.

3.2.2 Ecriture mathématique

L'équation qui traduit l'évolution du taux de rendement instantané du taux de change est :

$$\frac{\mathrm{dS_t}}{S_t} = \mu\ \mathrm{dt} + \sigma\ \mathrm{dB_t}$$

où :
S_t : le taux de change c'est à dire la valeur d'une unité de monnaie étrangére en dinar tunisien.
$\mathrm{dS_t}$: le taux de rendement instantané du taux de change.
μ : l'espérance, supposée constante, de taux de rendement instantané du taux de change.
σ : l'écart -type, supposé constant, de la variation du taux de change par unité du temps.
B : processus brownien qui suit une loi normale de moyenne $\mu - \sigma^2$ et d'écart type σ.

3.2.3 Estiamtion des paramètres

D'après les rendements mensuels des taux de change, on peut estimer le drift μ et la volatilité σ qui est l'écart type des rendements journaliers des taux de change. Le résultat de l'estimation est illustré par la figure suivante :

	USD	EUR	GBD	LYD	AED	XAF	TRY
moyenne	0,00672685	0,0033947	0,00343883	0,00485899	0,00672685	0,00339287	-0,00461129
sigma	0,01550583	0,01243106	0,0180951	0,01380022	0,01550582	0,01242841	0,02818911
mu	0,00684706	0,00347197	0,00360254	0,00495421	0,00684707	0,0034701	-0,00421398

FIGURE 3.1 – Sortie du code VBA pour l'estimation des sept paires

3.2.4 Projection

Après avoir estimé les paramètres du modèle on peut prévoir les taux de change dans le futur.
Pour ce faire, on a utilisé un code VBA (annexe 3) pour générer les taux de change pour l'année 2017 avec les paramètres trouvés.

	USD	EUR	GBD	LYD	AED	XAF	TRY
S0	2,316603	2,442242	2,892337	1,622247	0,630797	0,003723	0,661589
S1	2,31060086	2,51244078	2,82162133	1,63929291	0,62639149	0,00376029	0,63333734
S2	2,30200938	2,57440966	2,80326477	1,67547817	0,63339295	0,00379848	0,59842098
S3	2,39713334	2,57391391	2,82018461	1,70187056	0,65277076	0,0037402	0,58633742
S4	2,45626267	2,6330254	2,80691038	1,69444222	0,65545442	0,00369128	0,56111972
S5	2,50252497	2,64646153	2,73445699	1,69010323	0,63888526	0,0036715	0,5762706
S6	2,51329562	2,59448422	2,77323509	1,74115188	0,63454189	0,00366223	0,55114539
S7	2,51521528	2,6317282	2,86882472	1,70827708	0,64171688	0,0036737	0,58569689
S8	2,49087775	2,67231642	2,94101565	1,68295066	0,64398874	0,00361391	0,58903669
S9	2,51115166	2,75399765	2,89955408	1,6830181	0,64690943	0,00369042	0,60148133
S10	2,46662878	2,72514439	2,90517431	1,67531015	0,6500927	0,00375374	0,59796936
S11	2,40528321	2,71356388	2,81113626	1,66780578	0,65820026	0,00375303	0,58794209
S12	2,44587201	2,7743504	2,77076843	1,6926295	0,6769768	0,00378944	0,57209896

FIGURE 3.2 – Tableau des projections des taux de change pour l'année 2017

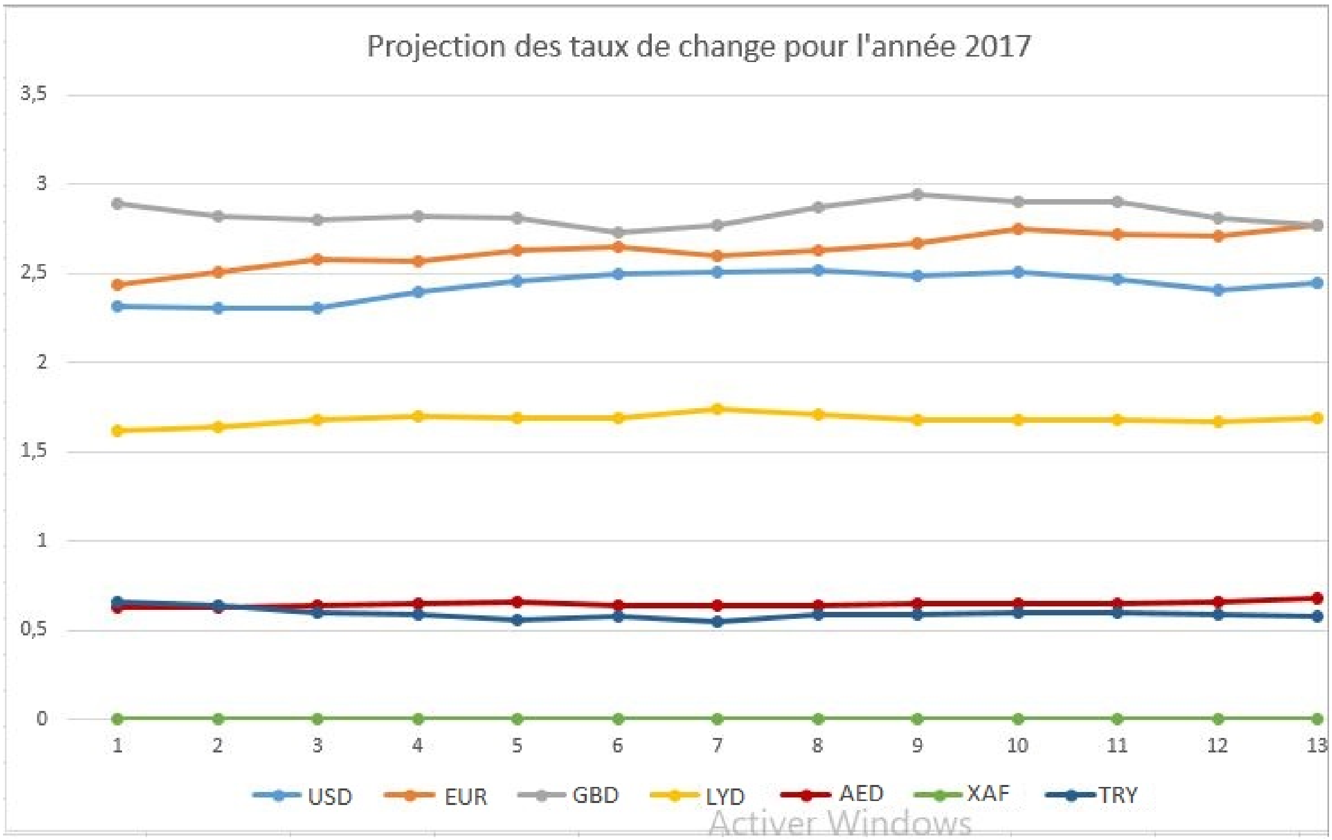

FIGURE 3.3 – Courbe de projections des taux de change pour l'année 2017

3.2.5 Validation du modèle

L'une des hypothèses du Modèle de GARMAN-KOHLHAGEN est la normalité des rendements logarithmiques. Pour valider notre modèle, nous avons eu recours au test de Kolmogorov-Smirnov.

3.2.5.1 Test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov est un test non paramétrique d'ajustement à une loi continue. Sa principale caractéristique est qu'il repose sur la fonction de répartition et non pas sur la densité.
L'hypothèse nulle **H0** est : la fonction de répartition de la loi est la même que celle d'une loi continue donnée.
L'hypothèse alternative **H1** est : la fonction de répartition de la loi est différente de celle d'une loi continue donnée.

Si l'hypothèse nulle est vraie, la fonction de répartition empirique F_n de l'échantillon est très proche de la fonction de répartition théorique sinon la loi de l'échantillon n'est pas celle qui est proposée théoriquement.
Avant tout, on doit commencer par estimer la fonction de répartition de l'échantillon des observations pour la comparer à la fonction de répartition théorique.

Soit $X_1, \ldots, X_n$ n variables *iid* définies sur un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, avec pour fonction de répartition F. La fonction de distribution empirique F_n basée sur l'échantillon $X_1, ..X_n$ est définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall \omega \in \Omega, F_n(x, \omega) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{1}_{X_i(\omega) \leq x}$$

Après l'estimation et pour pouvoir vérifier notre hypothèse nulle si elle est vraie ou non, on doit calculer d la distance entre la fonction de répartition théorique F et la fonction de répartition empirique F_n .

$$d = max|F_n - F|$$

On définit ainsi D la variable aléatoire qui prend la valeur de d. Sous l'hypothèse H0, d tend vers 0. La distribution de D fait l'objet de la table de Kolmogorov, qui prennent en compte l'effectif de l'échantillon et le seuil de risque accepté. [6]

Remarque : Le test de K&S est indépendant de la loi théorique c'est-à-dire on peut comparer la fonction de répartition empirique à n'importe quelle fonction de répartition et s'étend à la comparaison de deux fonctions de répartition empiriques. Il permet alors de tester l'hypothèse que deux échantillons sont issus de la même loi.

3.2.5.2 Sortie de code

Pour tous les paires le test a donné des résultats qui montrent que les rendements logarithmiques journaliers du cours de ce taux de change suivent une loi normale.

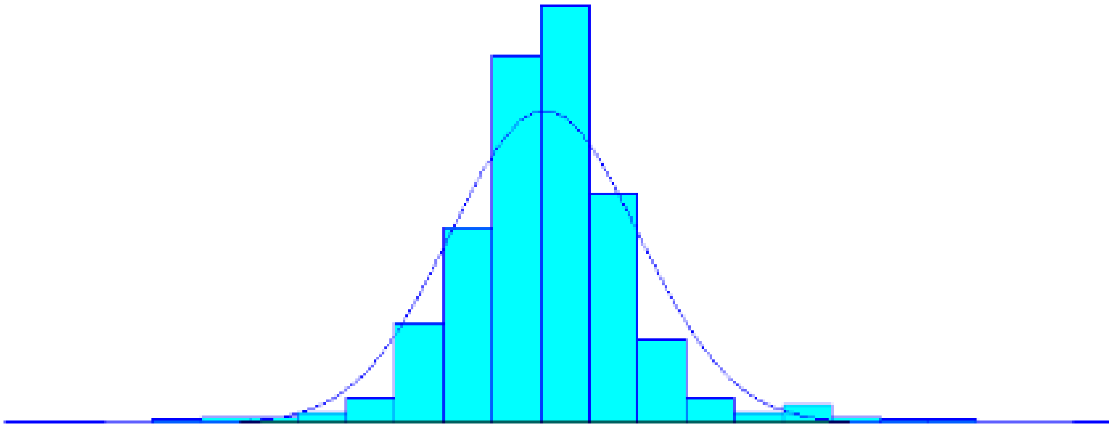

FIGURE 3.4 – Sortie de code R du test K&S

```
          Distribution Summary

Distribution:   Normal
Expression:     NORM(0.000158, 0.00416)
Square Error:   0.011856

Chi Square Test
  Number of intervals    = 10
  Degrees of freedom     = 7
  Test Statistic         = 83.2
  Corresponding p-value < 0.005

Kolmogorov-Smirnov Test
  Test Statistic         = 0.076
  Corresponding p-value < 0.01
```

FIGURE 3.5 – Sortie de code R du test K&S

Chapitre 4

Appétit au risque

Le risque est une notion fondamentale dans le domaine de la finance et de l'assurance dont l'existence dérange les institutions financières. Donc c'est un grand enjeu pour l'agent économique de savoir comment gérer ce risque de façon à ce qu'il ne menace pas son existence économique moyennant des outils très développés.
Dans cette partie, on va introduire la notion de l'appétence au risque qui est une notion clé dans la gestion d'une compagnie d'assurance car elle l'informe jusqu'à quel point elle est prête à perdre à cause d'un risque bien déterminé.
Le défi est de trouver le juste compromis entre gain et risque. Le conseil d'administration doit avoir à sa disposition un outil d'aide à la décision qui lui donne, pour chaque gain espéré, son degré de risque. De la théorie de diversification des portefeuilles au modèle de l'APT (Arbitrage Pricing Theory), il existe plusieurs outils de gestion du risque et chacun a ses avantages et ses inconvénients. On peut citer l'exemple de l'écart-type du rendement du portefeuille introduite par Markowitz à la fin des années 50 mais cette valeur a vite montré ses faiblesses parce qu'elle ne rend compte que du risque diversifiable. Cette méthode est succédé par le modèle du MEDAF durant les années 60 qui ne distingue qu'une seule source de risque, celui lié au portefeuille de marché, à travers le bien connu coefficient bêta.

Dans cette partie, nous allons traiter l'appétence au risque liée aux actions et au change.

4.1 Mesure de risque

Les outils statistiques qui permettent de mesurer un risque sont très variés. Pour comparer l'efficacité des mesures de risque, R, on regarde si elles vérifient les propriétés suivantes :

Invariance en loi $X \overset{\text{loi}}{=} \mathrm{Y} \Rightarrow R(\mathrm{X})=R(\mathrm{Y})$.

Croissance $\mathrm{X} \leq \mathrm{Y} \Rightarrow R(\mathrm{X}) \leq R(\mathrm{Y})$.

Invariance par translation $\forall t \in \mathbb{R},\ \ R(\mathrm{X+t})=R(\mathrm{X}) + \mathrm{t}$

Homogénéité $\forall k \in \mathbb{R}_+, \quad R(\lambda X) = \lambda R(X)$

Sous additivité $R(X+Y) = R(X) + R(Y)$

Convexité $\forall \beta \in [0,1], \quad R(\beta X + (1-\beta)Y) \ \leq \ \beta R(X) + (1-\beta)R(Y)$

Nous avons choisi une méthode qui est l'une des derniers nés et la plus largement utilisée de nos jours, c'est la méthode de la valeur à risque(Value At Risque) connue souvent sous le nom de VaR.

4.2 Value at Risk

4.2.1 Définition

La VaR est la prédiction de la perte maximale de la valeur d'un portefeuille, dans des conditions normales de marché, pour un seuil de confiance et un horizon de détention donnés. C'est une notion utilisée généralement pour mesurer le risque de marché d'un portefeuille d'instruments financiers.
De nos jours, l'utilisation de la VaR n'est plus limitée aux instruments financiers : on peut en faire un outil de gestion des risques dans tout le domaines.
Il est indispensable de modéliser le portefeuille et donc de faire des hypothèses pour calculer une VaR c'est-à-dire on suppose d'affecter une probabilité aux différentes évolutions possibles du portefeuille. La VaR est donc toujours conditionnelle à une modélisation d'un futur hypothétique qui possède nécessairement ses limites. [2]

4.2.2 Contexte d'utilisation

La méthode VaR est tout d'abord une quantification de risque en une unité monétaire à une probabilité et un horizon de temps bien déterminé, elle aide l'investisseur à avoir un chiffre duquel il peut prendre des décisions : si la VaR est trop élevée par rapport à son appétit pour le risque, il peut soit vendre une partie des titres donc réduire la VaR, soit prendre des mesures de couverture et réduire le risque global de son portefeuille.
En bref, la VaR est avant tout un moyen d'aide à la gestion du risque qui tend à quantifier les différentes expositions sur les marchés.

Le domaine d'utilisation de la VaR est très vaste et permet essentiellement :
- L'adéquation au capital : ce concept permet d'offrir une base rationnelle pour déterminer le capital qu'il faut mettre en réserve pour absorber les pertes non anticipées.
-Le choix de placement : la VaR peut être utilisée pour aider l'agent à choisir entre deux placements, celui qui, pour un niveau de risque fixé, le rendement espéré le plus élevé. Dans ce concept, la VaR aide à l'élaboration d'une stratégie de placement.
-L'évaluation des performances : elle tend en effet à ajuster les performances au risque et permet une rémunération plus objective. En fait, performance n'est pas concrètement valorisée que si elle a conservé des niveaux comparables en termes de risques [2].

Remarque : La Banque de Règlements Internationaux (BRI) pénalise financièrement les institutions dont les modèles de VaR auraient tendance à sous-estimer le risque, de manière à disposer de plus de capitaux à investir.

4.2.3 Avantages de la VAR

Le plus grand avantage de la VaR est qu'elle permet d'évaluer de type asymétrique, comme celui associé aux options, que l'écart-type et le bêta ne permettent pas de prendre en compte de manière satisfaisante. Elle permet aussi de définir le risque par une valeur numérique unique donc c'est une méthode simple à appréhender . On peut aussi ajouter que le calcul de la VaR permet :

- La fixation des limites par activité, et donc une meilleure allocation des ressources.
- Une évaluation réfléchie des performances, puisqu'elle permet de les lier au niveau de risque supporté pour y arriver.
- Un reporting interne au management.
- Un reporting externe aux autorités de contrôle.

4.2.4 Inconvénients

Dès son apparition, la VaR a été l'objet de plusieurs critiques, non seulement à propos de son estimation mais également de la pertinence de son utilisation. Vu qu'il s'agit d'un quantile, la VaR ne fait pas apparaître la subtilité de la distribution des pertes, c'est-à-dire deux distributions différentes peuvent conduire au même résultat alors que les risques encourus seront pratiquement de nature différente.
La VaR elle-même présente un risque vu qu'elle est une notion simple à lire (un nombre) et à appréhender (un quantile) ce qui ménent les gérants à se sentir aisément en sécurité. Donc la notion de la VaR est utilisée plutôt comme un indicateur udu suivi de risque que comme un indicateur du niveau de risque à un moment donné. On peut avoir pour un même portefeuille deux calculs de VaR différents mais ils réagiront vraisemblablement de la même manière aux mouvements du marché. [2]

4.2.5 Ecriture mathématique

On considère un portefeuille d'actifs entre les périodes 0 et T par un processus stochastique :

$$P = (P(t), 0 \leq t \leq T)$$

On a $P(0) = P_0$ la valeur du portefeuille à l'instant 0 et $P(T) = P_T$ à l'instant T.

Sur un horizon de longueur T, le gain ou la perte est donné par P_T - P_0 .

Si ce nombre est positif, il est clair que le portefeuille s'est valorisé. Si en revanche lorsque la valeur est négative, on remarque que le portefeuille s'est déprécié.

Pour un seuil de confiance donné α , la value at risk définie plus haut se formalise par :

$$P[P_T - P_0 \leq VaR_\alpha] = 1 - \alpha$$

La VaR est un quantile de la distribution au niveau α des gains/pertes du portefeuille sur un horizon de temps T.

Remarque : On utilise souvent la valeur absolue de cette valeur pour définir la VaR.

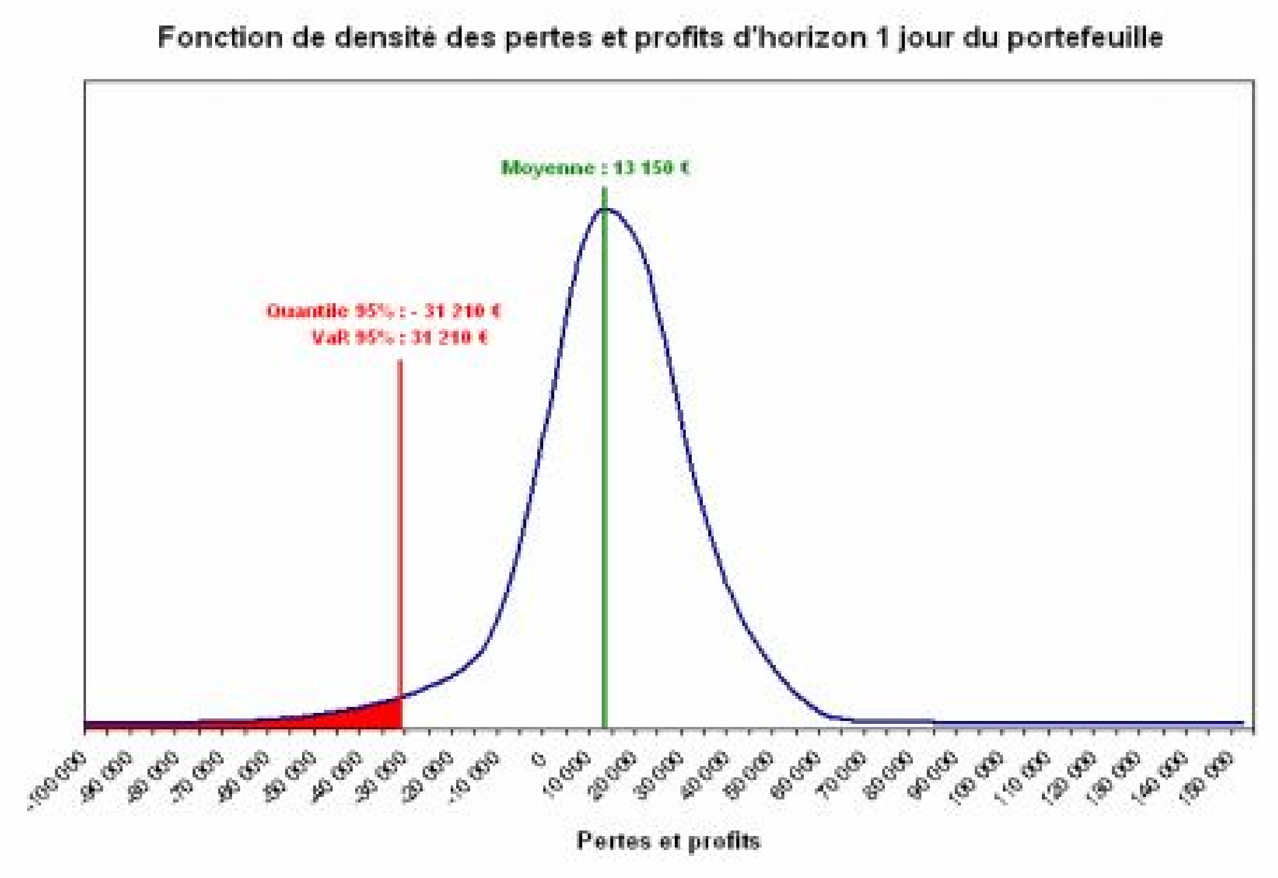

FIGURE 4.1 – Présentation graphique de la VaR

Les paramétres :

La définition de la VaR fait apparaître les trois éléments clés liés à la cette notion :

- la loi de distribution des pertes.
- le niveau de probabilité souhaité.
- l'horizon de détention.

Le choix de chaque paramètre doit être fait en fonction de divers critères, notamment l'objectif poursuivi par l'institution lorsque elle calcul la VaR et sa volonté de supporter un certain niveau de risque.

L'horizon correspond au temps pendant lequel le portefeuille va subir les fluctuations du marché donnant lieu à des pertes ou des profits.

L'estimation de la VaR nécessite la détermination de l'horizon de risque sur la base duquel les résultats défavorables sont mesurés. Différents facteurs affectent le choix de l'horizon de la VaR.

Le seuil de confiance représente le pourcentage de chances pour que le montant de la perte dépasse la valeur définie par la VaR.

Dans la pratique, la VaR est estimée sur base de niveau de confiance allant de 90 % à 99 %. Notons toutefois que du point de vue réglementaire, la commission de Bâle exige que la VaR soit calculée avec un niveau de confiance de 99% pour le cas des banques. Dans notre cas, nous allons s'intéresser à estimer la VaR sous in niveau de confiance de 95%.

4.2.6 Méthodes de calcul

On distingue trois méthodes pour effectuer le calcul de la VaR :

- La méthode paramétrique

Cette méthode détermine la value at risk d'un portefeuille d'actifs à partir d'une loi de distribution paramétrique explicite des gains/pertes.

Si $P_T - P0$ suit une loi de distribution dont la fonction de répartition est connue notée F. Alors $P\{P_T - P_0 \leq VaR_\alpha\}$ $=1-\alpha$ sera $F(VaR_\alpha) = 1-\alpha$ donc $VaR_\alpha = F^{-1}(1-\alpha)$

Avantages et inconvénients

l'avantage de cette méthode est la simplicité de sa mise en œuvre. En fait, il est plus aisé pour l'utilisateur de travailler avec des procédés dont on maîtrise tous les ressorts théoriques et techniques.
le défaut pricipal de cet outil est qu'il exige une connaissance de la loi de distribution des facteurs de risque, ce qui est rarement le cas. Cela peut conduire à utiliser des hypothèses non vraisemblables comme l'emploi de la loi normale malgré l'évidence empirique contre ce postulat.

- La méthode historique

Cette méthode consiste à calculer la VaR avec un niveau de confiance préalablement choisi à partir de la distribution empirique de l'historique des données de rendements.
Pour que le résultat soit fiable, il faut avoir un nombre significatif de valeurs , mais pas trop toutefois pour que la loi de distribution des probabilités n'ait pas sensiblement évolué sur la période.

Avantages et inconvénients

La méthode historique n'est pas dédiée à une distribution statistique des rendements en particulier et ne réclame aucune hypothèse de modèle. De plus sa mise en œuvre est très simple.

L'inconvénient théorique est que cette méthode est basée sur l'hypothèse de stationnarité qui sous tend que le futur se comporte comme le passé. Ceci est cependant rarement rencontré dans la réalité.
Sur le plan opérationnel, la méthode réclame un grand nombre de données et exige de l'entreprise qui la met en œuvre de posséder une source de données conséquente et fiable.

-La méthode de Monte Carlo
Cette méthode réplique les cheminements des deux méthodes précédentes. Elle consiste à faire un grand nombre de simulations des scénarios possibles pour un portefeuille qui va nous permettre d'obtenir une distribution des pertes et des profits (Profit and Loss) en considérant quelques hypothèses. [5]

Avantages et inconvénients
Cette méthode est souvent considérée comme la plus puissante, elle offre une forte couverture des facteurs de risque et des expositions au risque. Sa flexibilité permet de prendre en compte les variations de la volatilité. Finalement, le fait de pouvoir générer un grand nombre de gains et de pertes permet d'étudier et de calculer facilement d'autres caractéristiques.
Les pièges de cette méthode sont nombreux et à la hauteur des avantages qu'elle présente. Le premier inconvénient est le le risque de modèle lié à la sélection des modèles de fluctuation des facteurs de risque et à leur calibration ce qui conduit à sous-estimer de manière intrinsèque les pertes du portefeuille.
De plus, sa mise en œuvre peut être difficile selon la complexité des modèles choisis. Cela nécessite des compétences familières avec les méthodes de simulations délicates.
Enfin, ceci exige des grands besoins en ressources informatiques quand il s'agit de simuler des millions de trajectoires de modèles sophistiqués, n'oubliant pas que les calculs peuvent nécessiter un long temps de calcul.

Dans la suite, nous allons s'intéresser à calculer la VaR par la méthode de Monte Carlo.

4.2.7 Risque lié aux actions

L'objectif de cette partie est de quantifier les risques liés aux actions. Pour cela, on va calculer la VaR qui consiste à approximer la valeur de perte maximale à un niveau de confiance fixé à 95%. Pour ce faire, on va utiliser la fonction PL, Profit and Loss Function, qui a pour formule :

$$PL = \sum \alpha_i S_i - P_0$$

Avec
α_i quantité de l'action i dans le portefeuille.
S_i prix de l'action i.
P_0 valeur du portefeille à la date d'achat.
$P_0 = \sum \alpha_i S_0$

En ulisiant un code (annexe4) on obtient 5000 simulations possibles du futur du portefeuille tracés sur un histogramme.
On peut ainsi déduire la VaR de ces scénarios :

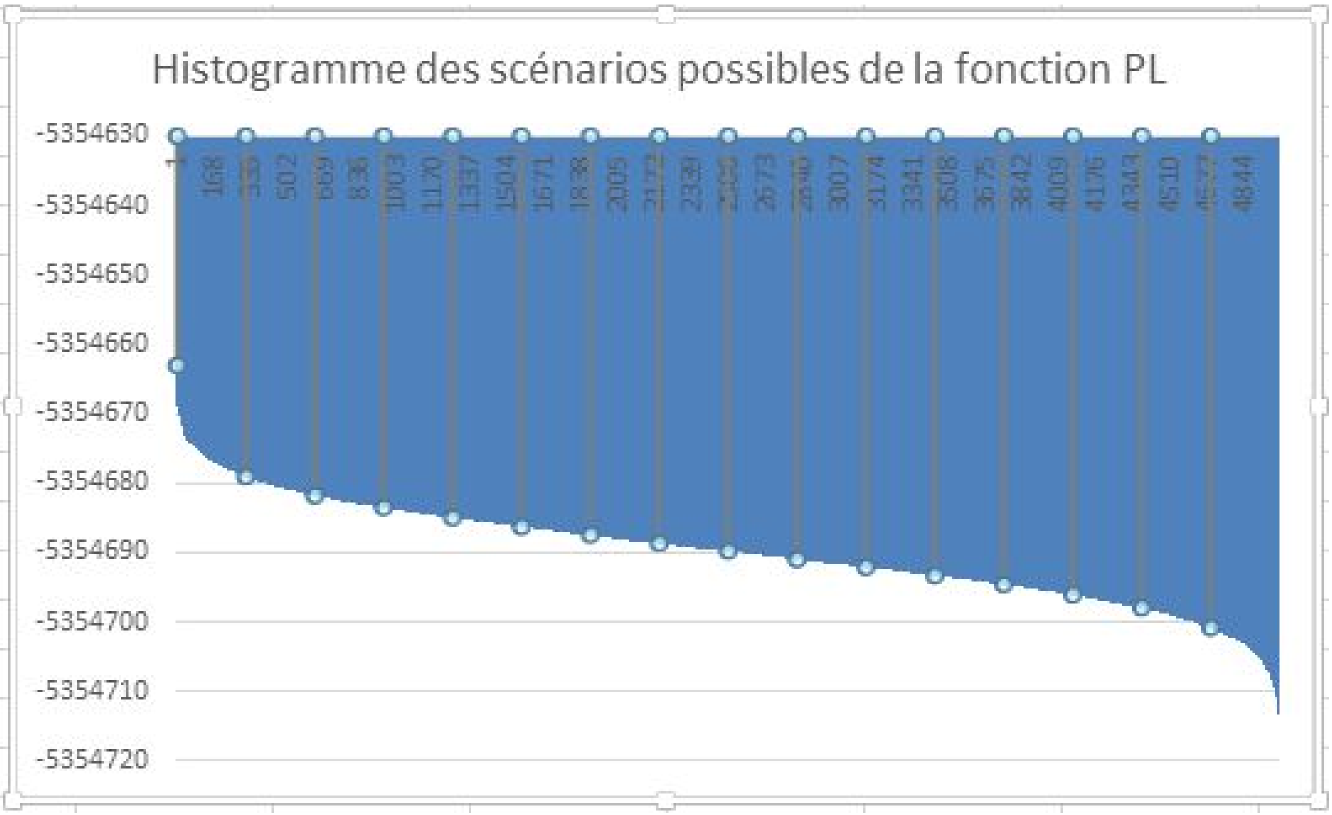

FIGURE 4.2 – Histogramme des scénarios possibles por la fonction PL

$VaR_{95\%} = -5354678,2$

Cette VaR élevée indique que le portefeuille est susceptible à une perte importante.

4.2.8 Risque lié au taux de change

Dans cette partie Nous nous sommes intéressés aux risques liés aux taux de change. Contrairement aux risques liés aux actions, la VaR consiste à approximer la valeur de montée maximale du taux à un niveau de confiance fixé à 95%. Pour ce faire, on va considérer chaque taux à part. On utilise un code (annexe4) pour déterminer la var
- Taux de USD/TND
Les scénarios possibles de l'évolution du taux du dollar américain par le dinar tunisien, pour un niveau de confiance de 95%, se figurent dans l'histogramme.

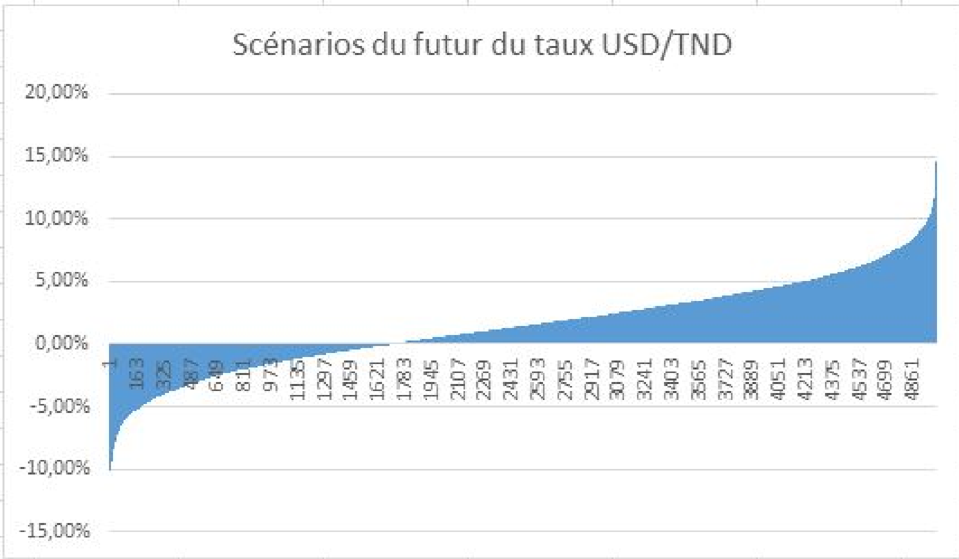

FIGURE 4.3 – Histogramme des scénarios possibles du taux USD/TND

On obtient une $VaR_{95\%} = 7.65\%$

- Taux de EUR/TND
Les scénarios possibles de l'évolution du taux de l'Euro par le dinar tunisien, pour un niveau de confiance de 95%, se figurent dans l'histogramme.

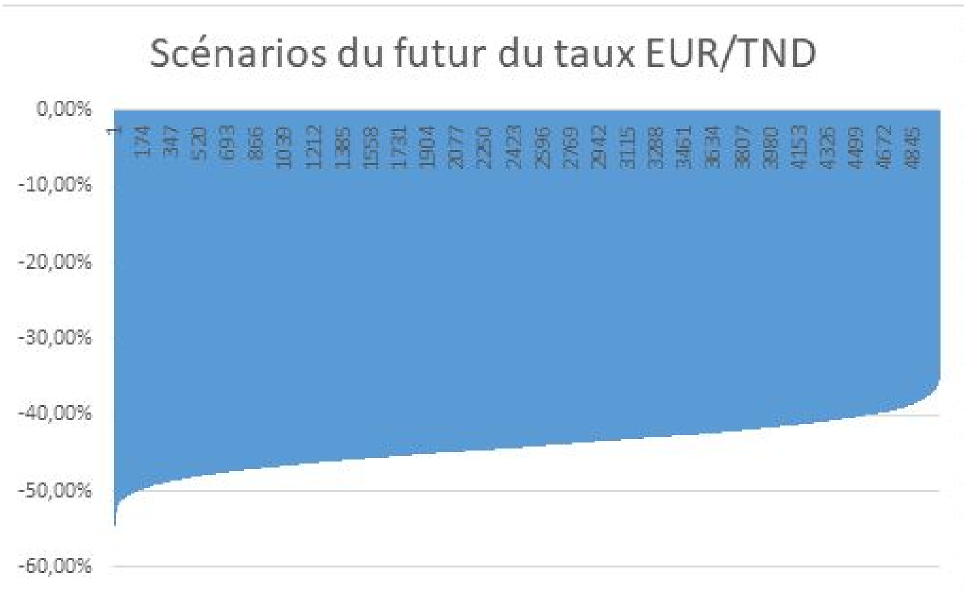

FIGURE 4.4 – Histogramme des scénarios possibles du taux EUR/TND

On obtient une $VaR_{95\%} = -39.19\%$

- Taux de GBD/TND

Les scénarios possibles de l'évolution du taux du Livre Sterling par le dinar tunisien, pour un niveau de confiance de 95%, se figurent dans l'histogramme.
On obtient une $VaR_{95\%} = 9.96\%$

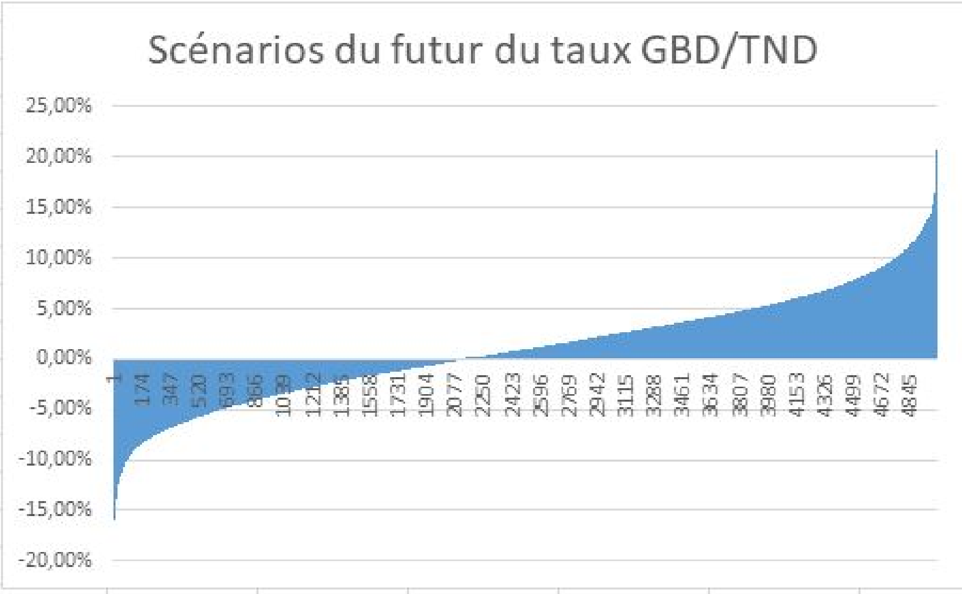

Figure 4.5 – Histogramme des scénarios possibles du taux GBD/TND

- Taux de LYD/TND

Les scénarios possibles de l'évolution du dinar libyen par le dinar tunisien, pour un niveau de confiance de 95%, se figurent dans l'histogramme.

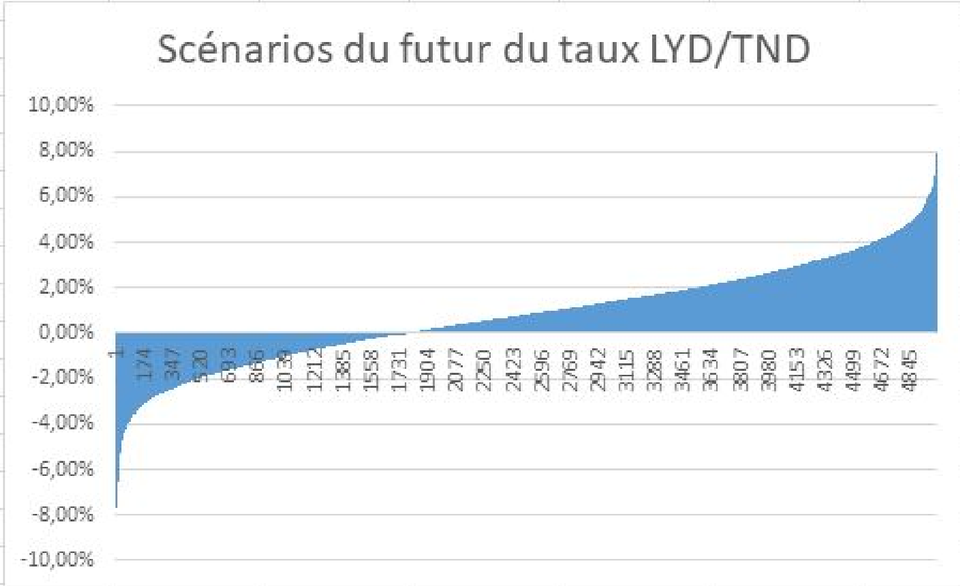

FIGURE 4.6 – Histogramme des scénarios possibles du taux LYD/TND

On obtient une $VaR_{95\%} = 4.42\%$

- Taux de AED/TND
Les scénarios possibles de l'évolution du Dirham des Émirats arabes unis par le dinar tunisien, pour un niveau de confiance de 95%, se figurent dans l'histogramme.
On obtient une $VaR_{95\%} = 2.06\%$

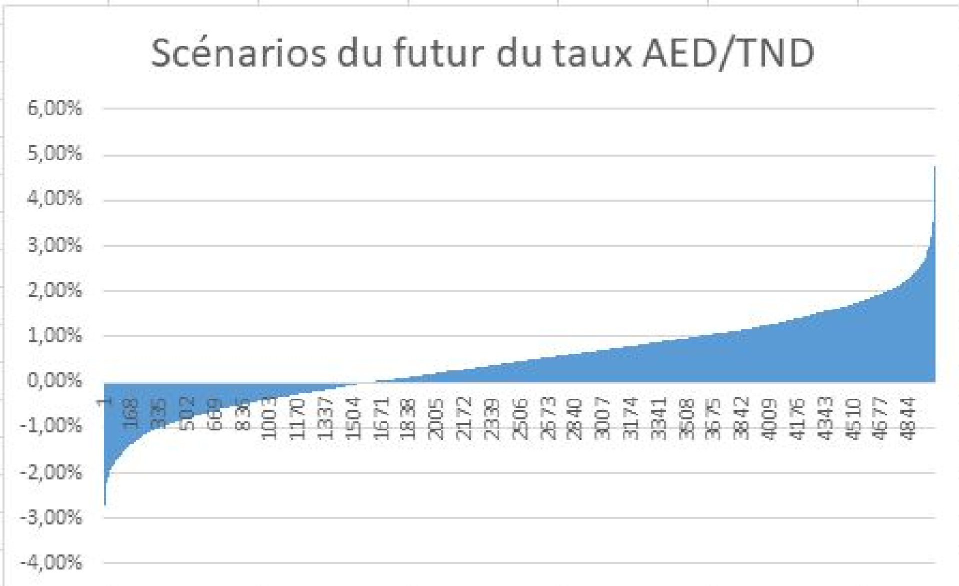

FIGURE 4.7 – Histogramme des scénarios possibles du taux AED/TND

- Taux de XAF/TND

Les scénarios possibles de l'évolution du Franc CFA par le dinar tunisien, pour un niveau de confiance de 95%, se figurent dans l'histogramme.

On obtient une $VaR_{95\%} = 0.01\%$

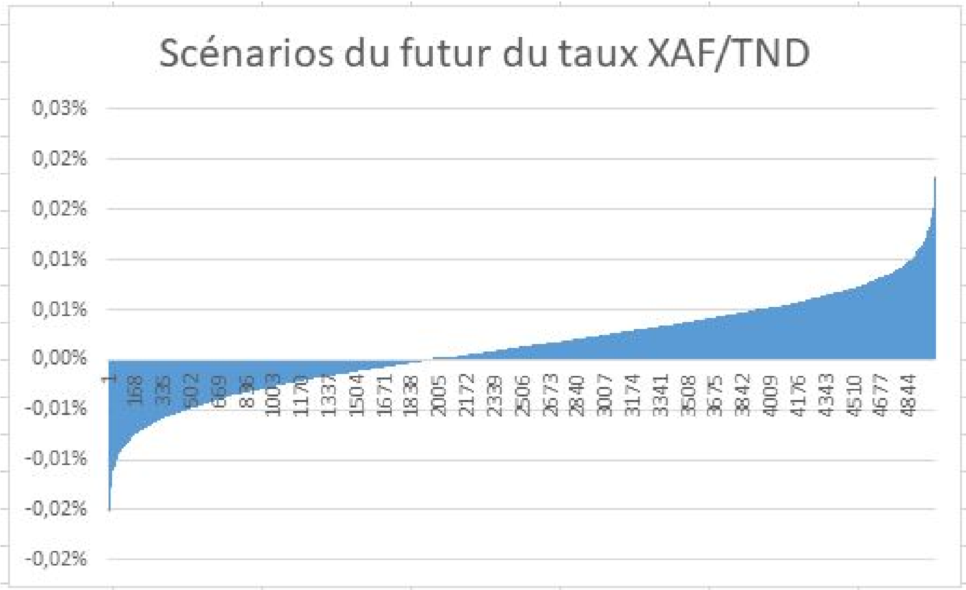

Figure 4.8 – Histogramme des scénarios possibles du taux XAF/TND

- Taux de TRY/TND

Les scénarios possibles de l'évolution du Livre turque par le dinar tunisien, pour un niveau de confiance de 95%, se figurent dans l'histogramme.

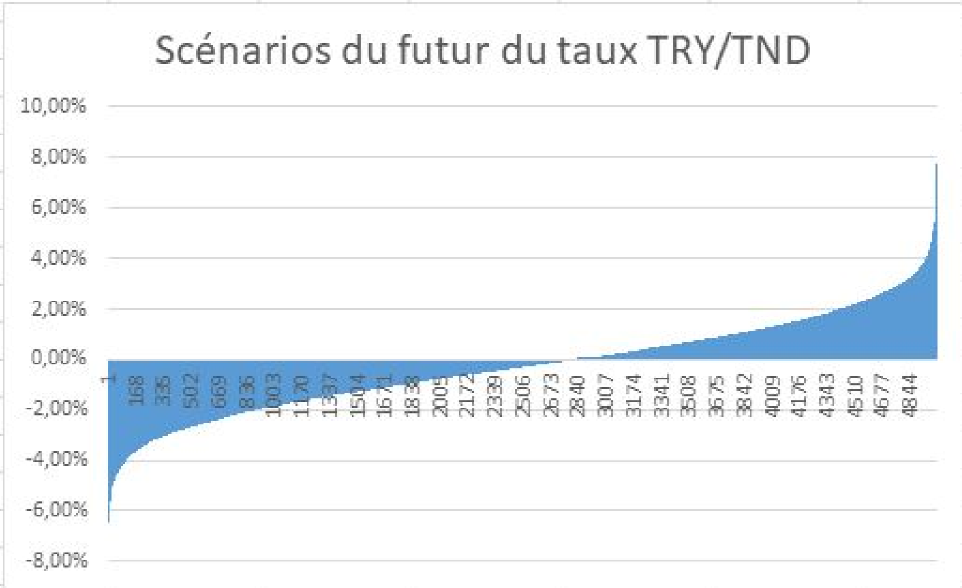

FIGURE 4.9 – Histogramme des scénarios possibles du taux TRY/TND

On obtient une $VaR_{95\%} = 2.87\%$

Plus que la VaR est petite, plus qu'on minimise le risque de perte en s'ouvrant à l'échelle internationalle.

Conclusion générale

Le but de notre projet a été de choisir des modèles adéquats pour bien modéliser les risques financiers confrontés par la compagnie de réassurance Tunis Ré. Mais, cette modélisation a exigé au début des hypothèses très restrictives.
Concernant la dynamique des cours des actions et des taux de change, nous avons utilisé deux modèles similaires fréquemment utilisés mais qui imposent des limites.
Nous avons conclu que l'évolution du marché tunisien est assez difficile à modéliser car les rendements des actions cotées ne suivent pas pour la plupart une loi log-normale, ce qui fait que le modèle Black & Scholes n'est pas compatible avec ce marché.
Le modèle de Merton peut être une alternative puisqu'il élimine l'hypothèse de la volatilité constante et celle des cours des actions continues.
Ce travail peut ouvrir le chemin vers d'autres projets comme le calcul de SCR (Solvency Capital Requirement), recommandée par la norme solvabilité II pour une société d'assurance, qui sera le montant que la compagnie doit allouer pour se couvrir contre les risques de pertes.
En définitive, ce projet nous a permi de découvrir le domaine de l'assurance et d'acquérir des connaissances pratiques au sein d'une companie qui nous a bien accueilli et nous a permi de profiter du savoir faire de ses cadres.

Bibliographie

[1] http ://www.tunisre.com.tn/home.php

[2] Tristan Sydor, La Value at Risk, 2007

[3] B. Desgraupes, Méthodes Statistiques Seance 10 : Tests d'adéquation I, UNIVERSITÉ PARIS OUEST NANTERRE LA DÉFENSE U.F.R. SEGMI, 2014/2015

[4] Huyen PHAM, Introduction aux Mathématiques et Modèles Stochastiques des Marchés Financiers, Université Paris 7 Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires, CNRS UMR 7599, 2006/2007

[5] https ://www.fimarkets.com/pages/value-at-risk.php

[6] B. Desgraupes, Méthodes Statistiques Séance 11 : Tests d'adéquation II, UNIVERSITÉ PARIS OUEST NANTERRE LA DÉFENSE U.F.R. SEGMI, 2014/2015

[7] François Longin, Cours ≪Management bancaire ≫ Séance 3 Le risque de crédit Le modèle de Merton, ESSEC

Annexe 1

Nous avons l'équation différentielle stochastique suivante :

$$\frac{\mathrm{dS_t}}{S_t} = \mu\ \mathrm{dt} + \sigma\ \mathrm{dB_t}$$

On pose :

$$S_t = S_0\ \exp\left((\mu - \sigma^2/2)\ t\ +\ \sigma B_t\right)$$

Et :

$$f(t,x) = \exp\left((\mu - \sigma^2/2)\ t\ + \frac{\sigma^2}{2} S_t x\right)$$

On applique la lemme d'Itô sur $S_t = f(t, B_t)$

$$\mathrm{dS_t} = (\mu - \frac{\sigma^2}{2})\mathrm{S_t dt} + \sigma \mathrm{S_t dB_t} + \frac{\sigma^2}{2}\mathrm{S_t dt}$$

$$\mathrm{dS_t} = \mu \mathrm{S_t dt} + \sigma \mathrm{S_t dB_t}$$

Ainsi :

$$\frac{\mathrm{dS_t}}{S_t} = \mu\ \mathrm{dt} + \sigma\ \mathrm{dB_t}$$

Annexe 2

```
n = 2
    While Sheets("Cotations").Cells(1, n) <> ""
        n = n + 1
    Wend
    n = n - 1
    Dim da() As Double
    Dim dal() As Double
    Sheets("para").Cells(6, 1) = "Titre"
    Sheets("para").Cells(6, 2) = "volatilité déterministe"
    Sheets("para").Cells(6, 3) = "volatilité aléatoire"
    Sheets("para").Cells(6, 4) = "test BJ"

    Sheets("para").Cells(6, 1).Borders.Weight = xlThin
    Sheets("para").Cells(6, 2).Borders.Weight = xlThin
    Sheets("para").Cells(6, 3).Borders.Weight = xlThin
    Sheets("para").Cells(6, 4).Borders.Weight = xlThin
    ll = 6

    For j = 2 To n
        k = 0
        For i = 2 To 49
            If Sheets("Cotations").Cells(i, j) <> "" And Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) <> "" Then
                k = k + 1
            End If
        Next i
        k = k - 1
        If k > 19 Then
            ll = ll + 1
            Sheets("para").Cells(ll, 1) = Sheets(1).Cells(1, (j))
            ReDim da(k) As Double
            ReDim dal(k) As Double
            kk = 0
            Sum = 0
```

FIGURE 4.10 – Le code de l'estimation des paramètres et du test BJ partie 1

```
        For i = 2 To 49 'Calcul des rendements
            If Sheets("Cotations").Cells(i, j) <> "" And Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) <> "" Then
                If Sheets("Cotations").Cells(i, j) <> 0 And Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) <> 0 Then
                    da(kk) = (Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) + Sheets("Ajustements").Cells(i + 1, j) - Sheets("Cotations").Cells(i, j)) / Sheets("Cotations")
                    dal(kk) = Application.Ln((Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) + Sheets("Ajustements").Cells(i + 1, j)) / Sheets("Cotations").Cells(i, j))
                Else
                    da(kk) = 0
                    dal(kk) = 0
                End If
                 Sum = 1 / 48 * (Sum + dal(kk))
                kk = kk + 1
            End If

        Next i
         Sheets("para").Cells(ll, 4) = bj(dal)
        sigmacarre = 0
        mu = 0

         For i = 2 To 49 'Calcul des rendements
            If Sheets("Cotations").Cells(i, j) <> "" And Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) <> "" Then
                If Sheets("Cotations").Cells(i, j) <> 0 And Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) <> 0 Then
                    ri = (Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) + Sheets("Ajustements").Cells(i + 1, j) - Sheets("Cotations").Cells(i, j)) / Sheets("Cotations").Cel
                    ril = Application.Ln((Sheets("Cotations").Cells(i + 1, j) + Sheets("Ajustements").Cells(i + 1, j)) / Sheets("Cotations").Cells(i, j))
                Else
                    ri = 0
                    ril = 0
                End If
                sigmacarre = 1 / 47 * (sigmacarre + (ril - Sum) * (ril - Sum))
            End If
        Next i
        mu = 1 / 2 * (sigmacarre * sigmacarre) + Sum
        Sheets("para").Cells(ll, 2) = mu
        Sheets("para").Cells(ll, 3) = sigmacarre

        End If
        Next j
End Sub
```


FIGURE 4.11 – Le code de l'estimation des paramètres et du test BJ partie 2

Annexe 3

```
Public Function projection(mu, sigma, s0)
mumoy = mu - sigma * sigma / 2
rd = WorksheetFunction.Norm_S_Inv(Rnd())
r = mumoy + sigma * rd
S = s0 * Exp(r)
projection = S
End Function
```

FIGURE 4.12 – Le code de la Projection

Annexe 4

```
Public Function Valueatrisk(mu, sigma, s0)
n = 5000
Dim S(1 To 10000) As Double
For i = 1 To n
S(i) = projection(mu, sigma, s0)
Next i
For i = 1 To n
For j = i + 1 To n
If S(i) > S(j) Then
m = S(i)
S(i) = S(j)
S(j) = m
End If
Next j
Next i
V = WorksheetFunction.Percentile_Inc(S, 0.95)
Valueatrisk = V
End Function
```

FIGURE 4.13 – Le code de calcul de la VaR