1. - Возьмем формулу, для которой выполняется $\vdash \varphi(0), \varphi(1), \ldots \Rightarrow \nvdash \exists x.\neg\varphi(x)$
   - Так как теория противоречива, то $\vdash \varphi(x)\neg\varphi(x) \Rightarrow \vdash \neg\varphi(x) \Rightarrow \exists x.\neg\varphi(x)$
   - Получили противоречие с омега-противоречивостью, значит теория не должна быть противоречива

2.

7. - Формулы:

$$\forall n.P(n) \to Q(n)$$
$$\forall n.P(n) \to P(f(n)) \lor P(g(n))$$

   - Эрбрановский универсум — это множество всех термов, которые можно построить из констант и функциональных символов заданной сигнатуры (если нет констант, то добавляем фиктивную).
   - $\forall n.P(n) \to Q(n)$
     - Константы: a
     - Функ. символы: $\emptyset$
     - Универсум: $\{a\}$
   - $\forall n.P(n) \to P(f(n)) \lor P(g(n))$
     - Константы: a
     - Функ. символы: f, g
     - Универсум: $\{a, f(a), g(a), f(f(a)), f(g(a)), g(f(a)), g(g(a)), \ldots\}$
   - Множество основных примеров - множество всех атомарных формул, которые могут быть построены из предикатных символов и термов Эрбрановского универсума
   - $\forall n.P(n) \to Q(n)$
     - $\{P(a), Q(a)\}$
   - $\forall n.P(n) \to P(f(n)) \lor P(g(n))$
     - $\{P(a), P(f(a)), P(g(a)), P(f(f(a))), \ldots\}$

8. - $$\bigvee_{S\subseteq\{1,2,\ldots m\}:\ |S|\ =n} \left(\left(\bigwedge_{i=1}^{n} P_{i,f(i)} \right) \land \left(\bigwedge_{i=1}^{n} \left(\bigwedge_{j=1, j\neq f(i)}^{m} \neg P_{i,j} \right) \right) \right)$$
   - Каждый основной пример является

$$\bigwedge_{i=1}^{n} P_{i,f(i)})$$

   - При $m > n$ не существует иньекций, значит дизьюнкиция пуста, значит противоричива.