Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông
Khoa Công nghệ thông tin 1

Nhập môn trí tuệ nhân tạo

Logic vị từ
(predicate logic)

Nguyễn Thị Mai Trang

Nội dung

- Logic vị từ
- Suy diễn với logic vị từ

Nội dung

- Logic vị từ
  - Đặc điểm
  - Cú pháp
  - Ngữ nghĩa
- Suy diễn với logic vị từ

Đặc điểm của logic vị từ

- Logic mệnh đề
  - Khả năng biểu diễn giới hạn trong phạm vi thế giới các sự kiện

- Logic vị từ
  - Cho phép mô tả thế giới với các đối tượng, các thuộc tính của đối tượng, các mối quan hệ giữa các đối tượng
  - Đối tượng: một cái bàn, một cái cây, một con người, một cái nhà,
    một con số, …
  - Tính chất: cái bàn có bốn chân, làm bằng gỗ, có ngăn kéo,…
  - Quan hệ: cha con, anh em, bạn bè (giữa con người), bên trong, bên ngoài, nằm trên, nằm dưới (giữa các đồ vật),…
  - Hàm: một trường hợp riêng của quan hệ, với mỗi đầu vào ta có một giá trị hàm duy nhất

Cú pháp của logic vị từ (1/4)

- Các ký hiệu
  - Các ký hiệu hằng: a, b, c, An, Ba, John, …
  - Các ký hiệu biến: x, y, z, u, v, w, …
  - Các ký hiệu vị từ: P, Q, R, S, Like, Friend, …
    - Mỗi vị từ là vị từ của n biến ($n \geq 0$)
    - Vị từ không biến là các ký hiệu mệnh đề
  - Các ký hiệu hàm: f, g, cos, sin, mother, husband, …
    - Mỗi hàm là hàm của n biến ($n \geq 0$)
  - Các ký hiệu kết nối logic: $\land$ (hội), $\lor$ (tuyển), $\neg$ (phủ định), $\Rightarrow$ (kéo theo), $\Leftrightarrow$ (kéo theo nhau)
  - Các ký hiệu lượng tử: $\forall$ (mọi) , $\exists$ (tồn tại)
  - Các ký hiệu ngăn cách: dấu phẩy, mở ngoặc, đóng ngoặc

Cú pháp của logic vị từ (2/4)

- Các hạng thức (term)
  - Là các biểu thức mô tả đối tượng, được xác định đệ quy như sau
    - Các ký hiệu hằng và các ký hiệu biến là hạng thức
    - Nếu $t_1, t_2, \dots, t_n$ là n hạng thức, và f là một ký hiệu hàm n biến thì $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$ hạng thức
  - Một hạng thức không chứa biến được gọi là một hạng thức cụ thể (ground term)
  - Hai hạng thức bằng nhau nếu cùng tương ứng với một đối tượng
    - Father(John) = Mike
- Công thức nguyên tử (câu đơn)
  - Biểu diễn tính chất của đối tượng, hoặc quan hệ giữa các đối tượng, được xác định đệ quy như sau
    - Các ký hiệu vị từ không biến (mệnh đề) là công thức nguyên tử
    - Nếu $t_1, t_2, \dots, t_n$ là n hạng thức, và P là vị từ của n biến thì $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ công thức nguyên tử

Cú pháp của logic vị từ (3/4)

- Công thức
  - Được xây dựng từ công thức nguyên tử, sử dụng các kết nối logic và các lượng tử, theo đệ quy như sau
    - Các công thức nguyên tử là công thức
    - Nếu G và H là các công thức, thì các biểu thức sau là công thức
      - $(G \wedge H)$, $(G \vee H)$, $(\neg G)$, $(G \Rightarrow H)$, $(G \Leftrightarrow H)$
    - Nếu G là công thức và x là biến thì các biểu thức sau là công thức
      - $(\forall x G)$, $(\exists x G)$
- Một số quy ước
  - Các công thức không phải công thức nguyên tử gọi là công thức phức hợp (câu phức hợp)
  - Công thức không chứa biến gọi là công thức cụ thể
  - Khi viết công thức ta bỏ đi các dấu ngoặc không cần thiết

Cú pháp của logic vị từ (4/4)

- Lượng tử phổ dụng (∀)
  - Mô tả tính chất của cả một lớp các đối tượng, mà không cần liệt kê các đối tượng ra
  - $\forall x(Elephant(x) \Rightarrow Color(x, Gray))$
- Lượng tử tồn tại (∃)
  - Cho phép tạo ra câu nói đến một đối tượng nào đó trong một lớp đối tượng, có tính chất hoặc thỏa mãn một quan hệ nào đó
  - $\exists x(Student(x) \land Inside(x, P301))$
- Literal
  - Là công thức nguyên tử hoặc phủ định của công thức nguyên tử
  - $Play(x, Football), \neg Like(Lan, Rose)$
- Câu tuyển
  - Là tuyển của các literal
  - $Male(x) \lor \neg Like(x, Football)$

Ngữ nghĩa của logic vị từ (1/3)

- Minh họa
  - Là một cách gán cho các biến đối tượng một đối tượng cụ thể, gán cho các ký hiệu hàm một hàm cụ thể, và các ký hiệu vị từ một vị từ cụ thể
  - Ý nghĩa của công thức trong một thế giới hiện thực nào đó
- Ngữ nghĩa của câu đơn
  - Trong một minh họa, mỗi câu đơn sẽ chỉ định một sự kiện cụ thể, có thể đúng (True) hoặc sai (False)
    - $Student(Lan)$
- Ngữ nghĩa của câu phức
  - Được xác định dựa trên ngữ nghĩa của các câu đơn và các kết nối logic
    - $Student(Lan) \wedge Like(An, Rose)$
    - $Like(An, Rose) \vee \neg Like(An, Tulip)$

Ngữ nghĩa của logic vị từ (2/3)

- Ngữ nghĩa của câu chứa lượng từ
  - Công thức $\forall x G$ là đúng nếu và chỉ nếu mọi công thức nhận được từ G bằng cách thay x bởi một đối tượng trong miền đối tượng đều đúng
    - Ví dụ: Miền đối tượng {An, Ba, Lan}, ngữ nghĩa của câu $\forall x Student(x)$ được xác định là ngữ nghĩa của câu
    - $Student(An) \wedge Student(Ba) \wedge Student(Lan)$
  - Công thức $\exists x G$ là đúng nếu và chỉ nếu một trong các công thức nhận được từ G bằng cách thay x bởi một đối tượng trong miền đối tượng đều đúng
    - Ví dụ: ngữ nghĩa của câu $\exists x Student(x)$ được xác định là ngữ nghĩa của câu
    - $Student(An) \vee Student(Ba) \vee Student(Lan)$
- Các khái niệm công thức thỏa được, không thỏa được, vững chắc, mô hình, tương tự logic mệnh đề

Ngữ nghĩa của logic vị từ (3/3)

- Các lượng tử lồng nhau
  - Có thể sử dụng đồng thời nhiều lượng tử trong câu phức hợp

$$\forall x \forall y Sibling(x, y) \Rightarrow Relationship(x, y)$$
$$\forall x \exists y Love(x, y)$$

  - Nhiều lượng tử cùng loại có thể được viết gọn bằng một ký hiệu lượng tử

$$\forall x, y Sibling(x, y) \Rightarrow Relationship(x, y)$$

  - Không được phép thay đổi các lượng tử khác loại trong câu

$\forall x \exists y Love(x, y)$ Mọi người đều có ai đó yêu

$\exists y \forall x Love(x, y)$ Có ai đó mà tất cả mọi người đều yêu

Các công thức tương đương

1. $\forall x G(x) \equiv \forall y G(y)$
2. $\exists x G(x) \equiv \exists y G(y)$
3. $\neg\left(\forall x G(x)\right) \equiv \exists x\left(\neg G(x)\right)$
4. $\neg\left(\exists x G(x)\right) \equiv \forall x\left(\neg G(x)\right)$
5. $\forall x(G(x) \wedge H(x)) \equiv \forall x G(x) \wedge \forall x H(x)$
6. $\exists x(G(x) \vee H(x)) \equiv \exists x G(x) \vee \exists x H(x)$

Ví dụ (1/2)

- Dịch các câu sau sang logic vị từ
  1. An không cao
  2. An và Ba là anh em
  3. Tất cả nhà nông đều thích mặt trời
  4. Mọi cây nấm đỏ đều có độc
  5. Không có nấm đỏ nào độc cả
  6. Chỉ có đúng 2 nấm đỏ
  7. Một số học sinh vượt qua kỳ thi
  8. Tất cả học sinh đều vượt qua kỳ thi trừ một bạn
  9. Hai anh em phải cùng cha cùng mẹ

Ví dụ (1/2)

- Dịch các câu sau sang logic vị từ
  1. An không cao $\neg Tall(An)$
  2. An và Ba là anh em *Sibling(An,Ba)*
  3. Tất cả nhà nông đều thích mặt trời $\forall x\ Farmer(x) \Rightarrow Likesun(x)$
  4. Mọi cây nấm đỏ đều có độc $\forall x\ \text{Nấm}(\mathrm{x}) \wedge \text{Đỏ}(\mathrm{x}) \Rightarrow \text{Độc}\ (\mathrm{x})$
  5. Không có nấm đỏ nào độc cả $\forall x\ \text{Nấm}(\mathrm{x}) \wedge \text{Đỏ}(\mathrm{x}) \Rightarrow \neg\text{Độc}\ (\mathrm{x})$
  6. Chỉ có đúng 2 nấm đỏ
  7. Một số học sinh vượt qua kỳ thi
  8. Tất cả học sinh đều vượt qua kỳ thi trừ một bạn
  9. Hai anh em phải cùng cha cùng mẹ

Ví dụ (2/2)

- Câu logic vị từ
  1. $\neg Tall(An)$
  2. $Sibling(An, Ba)$
  3. $\forall x(Farmer(x) \Rightarrow LikeSun(x))$
  4. $\forall x(Mushroom(x) \land Red(x) \Rightarrow Poisonous(x))$
  5. $\forall x(Mushroom(x) \land Red(x) \Rightarrow \neg Poisonous(x))$
  6. $\exists x, y(Mushroom(x) \land Red(x) \land Mushroom(y) \land Red(y) \land (x \neq y) \land \forall z(Mushroom(z) \land Red(z) \Rightarrow (z = x) \lor (z = y)))$
  7. $\exists x(Student(x) \land Pass(x))$
  8. $\exists x((Student(x) \land \neg Pass(x)) \land \forall y(Student(y) \land (y \neq x) \Rightarrow Pass(y)))$
  9. $\forall x, y(Sibling(x, y) \Rightarrow \exists p, q(Father(p, x) \land Father(p, y) \land Mother(q, x) \land Mother(q, y))$

Nội dung

- Logic vị từ
- Suy diễn với logic vị từ
  - Quy tắc suy diễn
  - Suy diễn tiến và suy diễn lùi
  - Suy diễn sử dụng phép giải

Các quy tắc suy diễn (1/5)

- Suy diễn với logic vị từ khó hơn logic mệnh đề do các biến có thể nhận vô số giá trị
  - Không thể dùng bảng chân lý
- Các quy tắc suy diễn cho logic mệnh đề cũng đúng với logic vị từ
  - Modus ponens, modus tollens, phủ định của phủ định, nhập đề và/hoặc, loại trừ và/hoặc, phép giải
- Ngoài ra:
  - Có thêm một số quy tắc suy diễn dùng cho các lượng tử

Các quy tắc suy diễn (2/5)

- Phép thế (substitution)
  - Trước khi xem xét các quy tắc suy diễn, ta định nghĩa khái niệm phép thế, cần thiết cho những câu có chứa biến
  - **Ký hiệu**: $SUBST(\theta, \alpha)$
  - **Ý nghĩa**: thế giá trị θ vào câu α
  - Ví dụ
    - $SUBST\ (\{x/Nam, y/An\}, Like(x, y)) = Like(Nam, An)$

- Phép loại trừ với mọi (universal elimination)

$$\frac{\forall x\ \alpha}{SUBST(\{x/g\}, \alpha)}$$

Ví dụ:

$$\forall x\ Like(x, IceCream) \xrightarrow{\{x/Nam\}} Like(Nam, IceCream)$$

Các quy tắc suy diễn (3/5)

- Phép loại trừ tồn tại (existential elimination)

$$\frac{\exists x\ \alpha}{SUBST(\{x/k\}, \alpha)}$$

k chưa xuất hiện trong KB

Ví dụ 1:

$\exists x\ GoodAtMath(x) \xrightarrow{\{x/\mathrm{Nam}\}} GoodAtMath(\mathrm{Nam})?$

Ví dụ 2:

$\exists x\ GoodAtMath(x) \xrightarrow{\{x/C\}} GoodAtMath(C)$

k được gọi là hằng Skolem và có thể đặt tên cho hằng này

Các quy tắc suy diễn (3/5)

- Nhập đề tồn tại (existential introduction)

Với câu α, biến x không thuộc câu α và hạng thức cơ sở g thuộc câu α

Ta có:

$$\frac{\alpha}{\exists x\ SUBST(\{g/x\}, \alpha)}$$

Ví dụ:

$$Like(Nam, IceCream) \xrightarrow{\{Nam/x\}} \exists x\ Like(x, IceCream)$$

Ví dụ suy diễn (1/3)

- Vấn đề

Bob là trâu		
Pat là lợn		
Trâu to hơn lợn		
Bob to hơn Pat?		

Ví dụ suy diễn (2/3)

- Vấn đề

Bob là trâu	$Buffalo(Bob)$	(1)
Pat là lợn	$Pig(Pat)$	(2)
Trâu to hơn lợn	$\forall x, y\ Buffalo(x) \wedge Pig(y) \Rightarrow Bigger(x, y)$	(3)
Bob to hơn Pat?	$Bigger(Bob, Pat)?$	

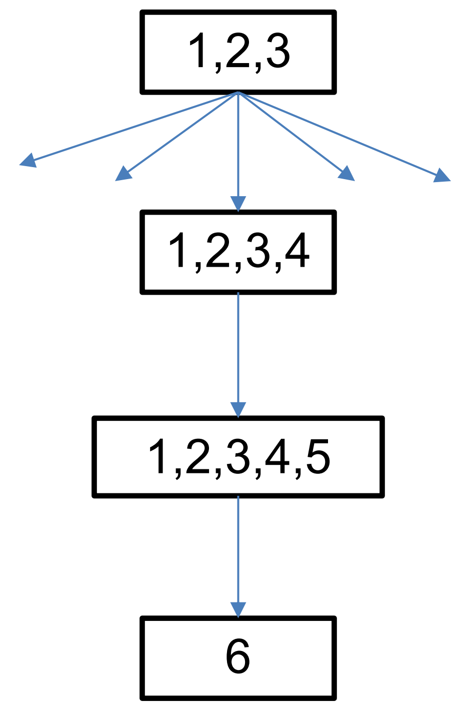
Ví dụ suy diễn (2/3)

Bob là trâu	$Buffalo(Bob)$	(1)
Pat là lợn	$Pig(Pat)$	(2)
Trâu to hơn lợn	$\forall x, y\ Buffalo(x) \wedge Pig(y) \Rightarrow Bigger(x, y)$	(3)
Bob to hơn Pat?	$Bigger(Bob, Pat)?$	

Ví dụ suy diễn (3/3)

- Vấn đề

Bob là trâu	$Buffalo(Bob)$	(1)
Pat là lợn	$Pig(Pat)$	(2)
Trâu to hơn lợn	$\forall x, y\ Buffalo(x) \land Pig(y) \Rightarrow Bigger(x, y)$	(3)
Bob to hơn Pat?	$Bigger(Bob, Pat)?$	



- Suy diễn

Nhập đề và, (1)(2)	$Buffalo(Bob) \land Pig(Pat)$	(4)
Loại trừ với mọi (3)	$Buffalo(Bob) \land Pig(Pat) \Rightarrow Bigger(Bob, Pat)$	(5)
Modus Ponens, (4)(5)	$Bigger(Bob, Pat)$	(6)

Các quy tắc suy diễn (4/5)

- Phép hợp nhất (unification)
  - Hợp nhất là thủ tục xác định phép thế cần thiết để làm cho 2 câu cơ sở giống nhau
  - **Kí hiệu**: $UNIFY(p, q) = (\theta)$
    $SUBST(\theta, p) = SUBST(\theta, q)$
    θ được gọi là hợp tử (phần tử hợp nhất)
  - Trong trường hợp có nhiều hợp tử thì ta sử dụng hợp tử tổng quát nhất, tức là hợp tử sử dụng ít phép thế cho biến nhất
  - MGU: most general unifier
  - Phép hợp nhất có thể thực hiện tự động bằng thuật toán có độ phức tạp tỉ lệ tuyến tính với số lượng biến

Ví dụ hợp nhất

p	q	θ
$Know(Nam, x)$	$Know(Nam, Bắc)$	$\{x/Bắc\}$
$Know(Nam, x)$	$Know(y, MotherOf(y))$	$\{y/Nam, x/MotherOf(Nam)\}$
$Know(Nam, x)$	$Know(y, z)$	$\{y/Nam, x/z\}$ $\{y/Nam, x/Nam, z/Nam\}$

Các quy tắc suy diễn (5/5)

- Modus Ponens tổng quát (GMP)
  - Giả sử ta có các câu cơ sở p_i, p'_i, q, và tồn tại phép thế θ sao cho $UNIFY(p_i, p'_i) = \theta$, với mọi i
  - Khi đó ta có:

$$\frac{p'_1, p'_2, \dots, p'_n, (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)}{SUBST(\theta, q)}$$

- Sử dụng GMP cho phép xây dựng thuật toán suy diễn tự động, suy diễn tiến và suy diễn lùi

Ví dụ

$$\frac{p'_1, p'_2, \ldots, p'_n, (p_1 \wedge p_2 \wedge \ \ldots \wedge p_n \Rightarrow q)}{SUBST(\theta, q)}$$

Sinh_viên (Nam)
Chăm_học (x)
(Sinh_viên (y) ∧ Chăm_học(y) => Học_giỏi(y))

Sử dụng GMP suy ra:
Học_giỏi (Nam)

Ví dụ

$$\frac{p'_1, p'_2, \ldots, p'_n, (p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \Rightarrow q)}{SUBST(\theta, q)}$$

$Buffalo(Bob)$ (1)

$Pig(Pat)$ (2)

$\forall x, y\ Buffalo(x) \wedge Pig(y) \Rightarrow Bigger(x, y)$ (3)

$$\frac{\text{Buffalo(Bob), Pig(Pat), } (\forall x, y\ Buffalo(x) \wedge Pig(y) \Rightarrow Bigger(x,y))}{\text{SUBST(\{x/Bob,y/Pat\},Bigger(x,y))}}$$

Sử dụng Modus Ponens tổng quát (GMP) tại hợp tử {x/Bob,y/Pat} cho (1),(2),(3):
Bigger(Bob, Pat)

Suy diễn sử dụng GMP

- Suy diễn tiến (forward chaining)
- Suy diễn lùi (backward chaining)
- Được sử dụng với KB chỉ chứa các câu Horn
- Câu Horn: có dạng
  - $\forall x\ P1(x) \wedge \ldots \wedge\ Pn(x) \Rightarrow Q$
  - Trong đó vế trái chứa 0 hoặc nhiều Pi(x), mỗi Pi(x) là một literal dương

Suy diễn tiến (1/4)

- Khi câu p mới được thêm vào KB:
  - Với mỗi quy tắc q mà p hợp nhất được với một phần vế trái:
    - Nếu các phần còn lại của vế trái đã có thì thêm vế phải vào KB và suy diễn tiếp

Suy diễn tiến (2/4)

- Khi câu p mới được thêm vào KB:
  - Với mỗi quy tắc q mà p hợp nhất được với một phần vế trái:
    - Nếu các phần còn lại của vế trái đã có thì thêm vế phải vào KB và suy diễn tiếp
- Ví dụ

Cho KB như sau:

1. Mèo thích cá
2. Mèo ăn gì nó thích
3. Có con mèo tên là Tom

Hỏi: Tom có ăn cá không?

Suy diễn tiến (3/4)

- Khi câu p mới được thêm vào KB:
  - Với mỗi quy tắc q mà p hợp nhất được với một phần vế trái:
    - Nếu các phần còn lại của vế trái đã có thì thêm vế phải vào KB và suy diễn tiếp
- Ví dụ

Cho KB như sau:

1. Mèo thích cá
2. Mèo ăn gì nó thích
3. Có con mèo tên là Tom

Hỏi: Tom có ăn cá không?

Chuyển sang logic vị từ:

1. $\forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish)$
2. $\forall x, y\ Cat(x) \land Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y)$
3. $Cat(Tom)$

Hỏi: $Eat(Tom, Fish)$?

Suy diễn tiến (4/4)

KB $\begin{cases} \forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish) & (1), \\ \forall x, y\ Cat(x) \land Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y) & (2), \\ Cat(Tom) & (3) \end{cases}$

$Cat(Tom)$ *(3)*

$\forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish)$ (1)

GMP (1) (3) $\Rightarrow Like(Tom, Fish)$

KB $\begin{cases} \forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish) & (1), \\ \forall x, y\ Cat(x) \land Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y) & (2), \\ Cat(Tom) & (3), \\ Like(Tom, Fish) & (4) \end{cases}$

KB $\begin{cases} \forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish) & (1), \\ \forall x, y\ Cat(x) \land Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y) & (2), \\ Cat(Tom) & (3), \\ Like(Tom, Fish) & (4), \\ Eat(Tom, Fish) & (5) \end{cases}$

GMP (2) (3) (4)$\Rightarrow Eat(Tom, Fish)$

Suy diễn tiến (4/4)

- Khi câu p mới được thêm vào KB:
  - Với mỗi quy tắc q mà p hợp nhất được với một phần vế trái:
    - Nếu các phần còn lại của vế trái đã có thì thêm vế phải vào KB và suy diễn tiếp
- Ví dụ

Cho KB như sau:
1. Mèo thích cá
2. Mèo ăn gì nó thích
3. Có con mèo tên là Tom

Hỏi: Tom có ăn cá không?

Chuyển sang logic vị từ:
1. $\forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish)$
2. $\forall x, y\ Cat(x) \wedge Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y)$
3. $Cat(Tom)$

Hỏi: $Eat(Tom, Fish)$?

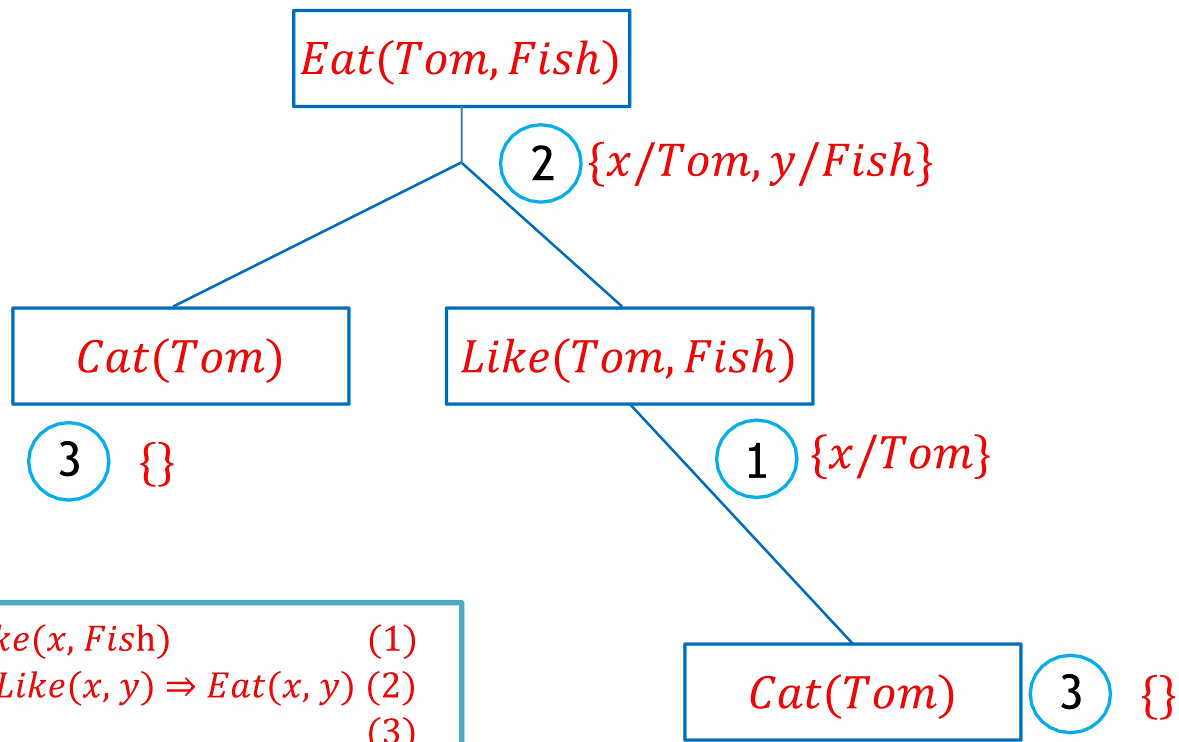
Suy diễn:

4. GMP (1) (3) $\Rightarrow Like(Tom, Fish)$
5. GMP (2) (3) (4) $\Rightarrow Eat(Tom, Fish)$

Thêm câu (5) vào KB sau đó quá trình suy diễn dừng lại (*do ko hợp nhất được VT của câu nào*). Câu (5) chính là câu truy vấn cần tìm

Suy diễn lùi

- Với câu hỏi q, nếu tồn tại q' hợp nhất với q thì trả về hợp tử
- Với mỗi quy tắc có vế phải q' hợp nhất với q cố gắng chứng minh các phần tử vế trái bằng suy diễn lùi



$$\text{KB} \begin{cases} \forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish) & (1) \\ \forall x, y\ Cat(x) \wedge Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y) & (2) \\ Cat(Tom) & (3) \end{cases}$$

Suy diễn sử dụng phép giải

- Phép giải cho logic vị từ
  - Cho các câu sau, trong đó P_i, Q_i là các literal
    - $P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_n$
    - $Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_m$
  - Nếu P_j và $\neg Q_k$ có thể hợp nhất bởi hợp tử θ thì ta có phép giải

$$\frac{P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_n, Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_m}{SUBST(\theta, P_1 \vee \ldots \vee P_{j-1} \vee P_{j+1} \vee \ldots \vee P_n \vee Q_1 \vee \ldots \vee Q_{k-1} \vee Q_{k+1} \vee \ldots \vee Q_m)}$$

Ví dụ:

$$\frac{\forall x\big(Rich(x) \vee Good(x)\big), \neg Good(Nam) \vee Handsome(Nam)}{Rich(Nam) \vee Handsome(Nam)}$$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng (1/4)

- Cần chứng minh $KB \vdash Q$?
- Cách làm:
  - Thêm $\neg Q$ vào KB, chứng minh tồn tại một tập con của KB mới có giá trị False
  - $(KB \vdash Q) \Leftrightarrow (KB \wedge \neg Q \vdash False)$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng (2/4)

- Thuật toán
  - $KB = UNION(KB, \neg Q)$ // thêm $\neg Q$ vào KB
  - **while** (KB không chứa False) **do**
    - 1. Chọn 2 câu S_1, S_2 từ KB sao cho có thể áp dụng phép giải cho 2 câu này

      Thêm kết quả phép giải vào KB
    - 2. Nếu không có hai câu như vậy

      return False // không chứng minh được
  - **end while**
  - **return** Success // cấu Q được chứng minh

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng (3/4)

- Ví dụ

KB:
$\neg A \lor \neg B \lor P$ (1)
$\neg C \lor \neg D \lor P$ (2)
$\neg E \lor C$ (3)
A (4)
E (5)
D (6)
Cần chứng minh: $KB \vdash P$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng (4/4)

- Ví dụ

KB:
$\neg A \vee \neg B \vee P$ (1)
$\neg C \vee \neg D \vee P$ (2)
$\neg E \vee C$ (3)
A (4)
E (5)
D (6)
Cần chứng minh: $KB \vdash P$

Chứng minh:
Thêm vào KB câu sau:
$\neg P$ (7)
Áp dụng phép giải cho câu (2) và (7) ta được
$\neg C \vee \neg D$ (8)
Áp dụng phép giải cho câu (6) và (8) ta được
$\neg C$ (9)
Áp dụng phép giải cho câu (3) và (9) ta được
$\neg E$ (10)
Câu (10) mang giá trị False.
Kết luận:Từ KB suy ra P

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng (4/4)

- Ví dụ

KB:
$\neg A \lor \neg B \lor P$ (1)
$\neg C \lor \neg D \lor P$ (2)
$\neg E \lor C$ (3)
A (4)
E (5)
D (6)
Cần chứng minh: $KB \vdash P$

Chứng minh:
Thêm vào KB câu sau:
$\neg P$ (7)
Áp dụng phép giải cho câu (1) và (7) ta được
$\neg A \lor \neg B$ (8)
Áp dụng phép giải cho câu (4) và (8) ta được
$\neg B$ (9)

~~Từ câu (9) suy ra False, vậy P là hệ quả logic của KB~~

Conjunctive Normal Form (CNF) và Clause Form

- Clause là tuyển của literal, có dạng
  $A_1 \vee A_2 \vee \ \dots \vee A_m$, trong đó các A_i là literal

- Conjunctive Normal Form (CNF - dạng chuẩn hội), là câu bao gồm hội của phép tuyển của các literal hoặc là hội của clause
  - $A \wedge (B \vee C) \wedge (D \vee E \vee F)$

- Có thể biến đổi một công thức bất kỳ về công thức ở dạng CNF bằng cách áp dụng một số bước thủ tục

Đưa về CNF và Clause Form (1/3)

- Bước 1: Khử tương đương
  - Thay $P \Leftrightarrow Q$ bằng $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
- Bước 2: Loại bỏ kéo theo
  - Thay $P \Rightarrow Q$ bởi công thức tương đương $\neg P \vee Q$
- Bước 3: Đưa các phủ định vào gần vị từ
  - Chuyển các dấu phủ định ($\neg$) vào sát các vị từ bằng cách áp dụng luật De Morgan và thay $\neg(\neg A)$ bởi A :

$$\neg(\neg P) \equiv P$$

$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$

$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \mathrm{A} \neg Q$$

$$\neg(\forall x Q) \equiv \exists x(\neg Q)$$

$$\neg(\exists x Q) \equiv \forall x(\neg Q)$$

Đưa về CNF và Clause Form (2/3)

- Bước 4: Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi lượng tử có biến riêng
  - Ví dụ

$$\begin{array}{l} \forall x \neg P(x) \vee Q(x) \\ \forall x \neg R(x) \vee Q(x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \forall x \neg P(x) \vee Q(x) \\ \forall \boldsymbol{y} \neg \boldsymbol{R}(\boldsymbol{y}) \vee \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y}) \end{array}$$

- Bước 5: Loại bỏ các lượng tử tồn tại bằng cách sử dụng hằng Skolem và hàm Skolem
  - Biến đổi $\exists x\, P(x)$ thành $P(C)$, trong đó C là hằng mới (Skolem)
  - Nếu $\exists$ nằm trong $\forall$ thì thay bằng hàm có biến là biến của $\forall$, hàm phải chưa xuất hiện trong KB và được gọi là hàm Skolem
  - Ví dụ:

    $\forall x\, \exists y\, P(x, y)$ thành $\forall x\, P(x, f(x))$, $f(x)$ là hàm Skolem

Đưa về CNF và Clause Form (3/3)

- Bước 6: Loại bỏ các lượng tử với mọi (∀)
  - Để loại bỏ lượng tử với mọi (∀), ta đưa các lượng tử với mọi (∀) sang trái sau đó bỏ lượng tử với mọi (∀)
  - Ví dụ: $\forall x\ (P(x,y)\ \vee\ Q(x))$ thành $P(x,y)\ \vee\ Q(x)$
- Bước 7: Sắp xếp "và" ra ngoài "hoặc"
  - $(P \wedge Q) \vee R\ \equiv\ (P \vee R)\ \wedge (Q \vee R)$
  - $(P \vee Q) \vee R\ \equiv\ (P \vee Q \vee R)$
- Bước 8: Loại bỏ các phép "và"
  - Ta thực hiện loại bỏ các phép "và" để tạo thành các clause riêng

Ví dụ: $(P \vee R \vee S) \wedge (Q \vee \neg R)$ thành 2 câu

1) $P \vee R \vee S$
2) $Q \vee \neg R$

Đưa về CNF và Clause Form (3/3)

- Bước 9: Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi câu có biến riêng của mình

1) $\neg P(x) \vee P(y) \vee Q(f(x,y))$		1) $\neg P(x) \vee P(y) \vee Q(f(x,y))$
2) $\neg P(x) \vee Q(x, g(x))$	$\Longrightarrow$	2) $\neg P(z) \vee Q(z, g(z))$
3) $P(x) \vee \neg R(g(x))$		3) $P(u) \vee \neg R(g(u))$

Đưa về CNF và Clause Form (3/3)

- Ví dụ: Chuẩn hoá công thức sau

$$\forall x\ (\ P(x) \Rightarrow (\ \forall y\ (P(y) \Rightarrow P\ (f(x,y)\ ))\ \wedge \neg\ \forall y\ (Q(x,y) \Rightarrow P(y))\ )\ )$$

1. Khử tương đương: không cần thực hiện

2. Loại bỏ kéo theo

$$\forall x\ (\neg\ P(x) \vee\ (\ \forall y\ (\neg\ P(y) \vee P\ (f(x,y)\ ))\ \wedge \neg\ \forall y\ (\neg\ Q(x,y) \vee\ P(y))\ )\ )$$

3. Đưa phủ định vào gần các vị từ

$$\forall x\ (\neg\ P(x) \vee\ (\ \forall y\ (\neg\ P(y) \vee P\ (f(x,y)\ ))\ \wedge\ \exists y \neg\ (\neg\ Q(x,y) \vee\ P(y))\ )\ )$$

$$\forall x\ (\neg\ P(x) \vee\ (\ \forall y\ (\neg\ P(y) \vee P\ (f(x,y)\ ))\ \wedge\ \exists y\ (Q(x,y) \wedge \neg\ P(y))\ )\ )$$

Đưa về CNF và Clause Form (3/3)

4. Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi lượng tử có biến riêng

$$\forall x\,(\neg P(x) \vee (\forall y\,(\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge \exists z\,(Q(x,z) \wedge \neg P(z))))$$

5. Loại bỏ các lượng tử tồn tại bằng cách sử dụng hằng Skolem và hàm Skolem

$$\forall x\,(\neg P(x) \vee (\forall y\,(\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge (Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))))$$

6. Loại bỏ lượng từ với mọi (∀)

$$(\neg P(x) \vee ((\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge (Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))))$$

7. Sắp xếp phép và và phép hoặc để có dạng CNF

$$[\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [\neg P(x) \vee Q(x, g(x))] \wedge [\neg P(x) \vee \neg P(g(x))]$$

Đưa về CNF và Clause Form (3/3)

8. Bỏ phép và để tạo thành các clause riêng: ta được 3 câu clause

1) $\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))$
2) $\neg P(x) \vee Q(x,g(x))$
3) $\neg P(x) \vee \neg P(g(x))$

9. Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi câu có biến riêng của mình

1) $\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))$
2) $\neg P(z) \vee Q(z,g(z))$
3) $\neg P(k) \vee \neg P(g(k))$

Bài tập 1

- Cho các câu sau

1. Mọi bé trai đều thích chơi bóng đá
2. Ai thích chơi bóng đá đều có giày đá bóng
3. Nam là một bé trai

Câu hỏi

a) Biểu diễn các câu trên ở dạng logic vị từ
b) Chuyển các câu logic vị từ vừa viết về dạng chuẩn tắc hội
c) Viết câu truy vấn "Nam có giày đá bóng" dưới dạng logic vị từ và chứng minh sử dụng phép giải

Bài tập 2

- Giả sử ta biết các thông tin sau

1. Ông Ba nuôi một con chó
2. Hoặc ông Ba hoặc ông Am đã giết con mèo Bibi
3. Mọi người nuôi chó đều yêu động vật
4. Ai yêu quý động vật cũng không giết động vật

5.Chó mèo đều là động vật

Hỏi ai đã giết con mèo Bibi?