Quyển 4

Câu hỏi 1. 16

Nêu định nghĩa về hệ thống **nhân quả** và cho ví dụ minh họa về hệ thống nhân quả và hệ thống không nhân quả?

Câu hỏi 1. 17

Nêu định nghĩa về hệ thống **ổn định** và cho ví dụ minh họa về hệ thống ổn định và hệ thống không ổn định?

Câu hỏi 1. 18

Viết biểu thức định nghĩa **biến đổi Z, biến đổi Z một phía** của tín hiệu rời rạc? Nêu khái niệm về **miền hội tụ** của biến đổi Z và lấy ví dụ minh họa?

Câu hỏi 1. 19

Nêu cách tính hàm truyền đạt của các hệ thống được mắc theo kiểu **nối tiếp, song song, hồi tiếp**?

Câu hỏi 1. 20

Nêu khái niệm về **điểm cực** và **điểm không** của biến đổi Z và lấy ví dụ minh họa? Nêu ứng dụng khi dùng điểm cực để phân tích điều kiện ổn định của hệ thống đó?

Câu hỏi 1. 21

Nêu biểu thức định nghĩa về **dãy xung đơn vị δ(n)** và chứng minh với mọi dãy x(n) ta luôn có biểu thức sau: $x(n) = x(n) * \delta(n)$? Kết quả sẽ thay đổi như thế nào nếu ta thay δ(n) bằng dãy δ(n-2) ?

Câu hỏi 1. 22

Viết phương trình sai phân và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung là : $h(n) = 2\delta(n) + 3\delta(n-1) + 4\delta(n-2)$?

Câu hỏi 1. 23

Viết phương trình sai phân và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung là : $h(n) = u(n) - u(n-3)$?

Câu hỏi 1. 24

Câu hỏi 1. 30

Xét tính **ổn định** của các hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung như sau:

a) $h(n) = (-\frac{1}{2})^n.u(n) + \delta(n+1980)$

b) $h(n) = 2^n.u(n) + \{\bar{1}, 1, 0, 2\}$

Câu hỏi 1. 31

Chứng minh rằng mối quan hệ giữa tín hiệu vào, tín hiệu ra và đáp ứng xung của hệ thống tuyến tính, bất biến, rời rạc là: $y(n) = x(n) * h(n)$

Câu hỏi 1. 32

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung là: $h(n) = \{\bar{1}, 2, 1\}$.

Hãy tính y(n) khi tín hiệu vào là $x(n) = 4^n.u(n) + 100.\delta(n)$?

Câu hỏi 1. 33

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân sau đây:

$$y(n) - 3.y(n-1) + y(n-2) = x(n)$$

Hãy xét tính ổn định và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống đó?

Câu hỏi 1. 34

Nêu định nghĩa về hệ thống **không đệ quy** và cho ví dụ minh họa về hệ thống này?

Câu hỏi 1. 35

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung là: $h(n) = \{\bar{1}, 2, 1, 3\}$.

Hãy viết phương trình sai phân và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống đó?

Câu hỏi 1. 36

Viết phương trình sai phân và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung là : $h(n) = rect_2(n-1)$?

Câu hỏi 1. 25

Viết phương trình sai phân và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung là : $h(n) = \frac{1}{3}\cdot\{\vec{0},1,2,3,2,1,0\}$?

Câu hỏi 1. 26

Hãy tính và biểu diễn bằng đồ thị kết quả **phép chập** và **phép tương quan chéo** của 2 tín hiệu sau:

$x(n) = \delta(n-3)$ và $y(n) = rect_7(n)$?

Câu hỏi 1. 27

Xét tính **tuyến tính** của các hệ thống thực hiện phép biến đổi sau:

a) $y(n) = T[x(n)] = 2x(n) - 3x(n-1)$

b) $y(n) = T[x(n)] = 2 - 5x(n-1)$

Câu hỏi 1. 28

Xét tính **bất biến** của các hệ thống thực hiện phép biến đổi sau:

a) $y(n) = T[x(n)] = 2x^2(n) - 3x(n-1)$

b) $y(n) = T[x(n)] = 2 - 5n.x(n)$

Câu hỏi 1. 29

Xét tính **nhân quả** của các hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung như sau:

a) $h(n) = u(n) + \delta(n+1)$

b) $h(n) = \{2,\vec{5},0,9,8,0\}$

Hãy tìm biến đổi Z của các tín hiệu $y_1(n)=(\frac{1}{2})^n x(n)$ và tín hiệu $y_2(n)=n.x(n)$?

Câu hỏi 1. 43

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân sau đây:

$$y(n)+5y(n-1)=x(n)-50x(n-1)$$

Hãy xét tính ổn định và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống đó theo dạng chuẩn tắc I và II?

Câu hỏi 1. 44

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung: $h(n)=(2^n+3^n).u(n)$

Xét tính ổn định và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống theo dạng chuẩn tắc II?

Câu hỏi 1. 45

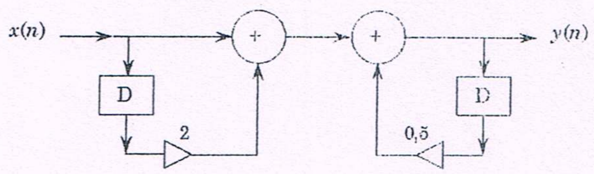
Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân sau đây:

$$y(n)-7.y(n-1)+10y(n-2)=x(n)+2x(n-1)$$

Vẽ sơ đồ mô tả hệ thống theo dạng chuẩn tắc I và xét tính ổn định của hệ thống?

Câu hỏi 1. 46

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi sơ đồ cấu trúc sau đây:



Viết phương trình sai phân mô tả hệ thống và xét tính ổn định của hệ thống đó?

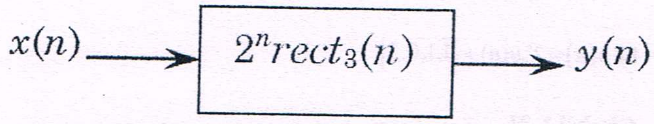
Câu hỏi 1. 47

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi sơ đồ cấu trúc sau đây:

Nêu định nghĩa về hệ thống **đệ quy** và cho ví dụ minh họa về hệ thống này?

Câu hỏi 1. 37

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả theo mô hình sau:



Hãy viết phương trình sai phân và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống đó?

Câu hỏi 1. 38

Nêu điều kiện ổn định của hệ thống tuyến tính, bất biến, nhân quả được mô tả bởi phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng? Lấy ví dụ minh họa về các trường hợp hệ thống ổn định và không ổn định?

Câu hỏi 1. 39

Nêu khái niệm hàm truyền đạt của hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân và lấy ví dụ minh họa?

Câu hỏi 1. 40

Nêu tính chất tuyến tính và tính chất trễ của biến đổi Z? Lấy ví dụ minh họa?

Câu hỏi 1. 41

Giả sử tín hiệu x(n) có biến đổi Z là $X(Z)=\frac{1}{1-2.Z^{-1}}$ với $|Z|>2$.

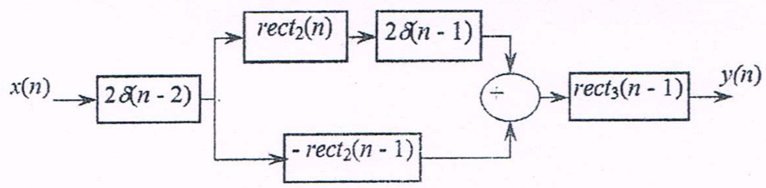
Hãy tìm biến đổi Z của $y_1(n)=x(n-2509)$ và $y_2(n)=x(n)+\delta(n-1609)$?

Câu hỏi 1. 42

Giả sử tín hiệu x(n) có biến đổi Z là $X(Z)=\frac{1}{1-2.Z^{-1}}$ với $|Z|>2$.

Câu hỏi 1. 50

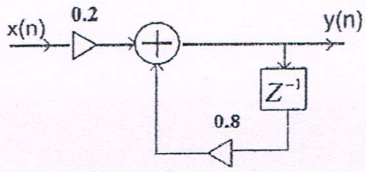
Cho hệ thống được mô tả theo sơ đồ sau:



Tìm đáp ứng xung h(n) của toàn hệ thống ?

Câu hỏi 1. 51

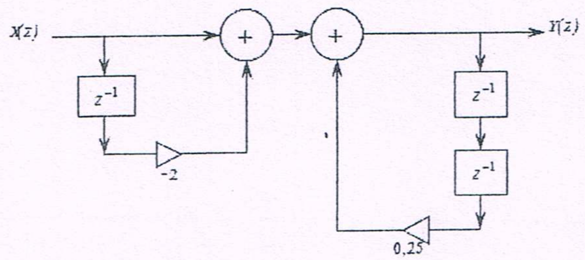
Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả theo sơ đồ sau:



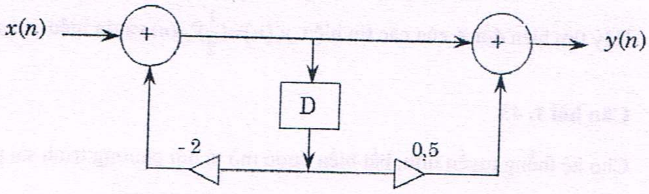
Tìm đáp ứng xung và xét tính ổn định của hệ thống?

Câu hỏi 1. 52

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi sơ đồ cấu trúc sau đây:



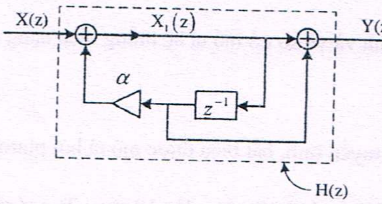
Tìm đáp ứng xung và xét tính ổn định của hệ thống?



Viết phương trình sai phân mô tả hệ thống, xác định điểm cực, điểm không và xét tính ổn định của hệ thống?

Câu hỏi 1. 48

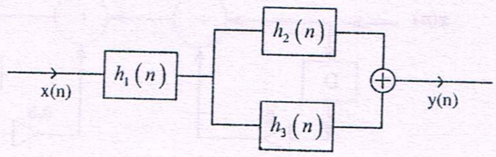
Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi sơ đồ sau:



Với $|\alpha|<1$, hãy xác định điểm cực và điểm không của hệ thống? Xét tính ổn định và viết phương trình sai phân mô tả hệ thống đó?

Câu hỏi 1. 49

Cho hệ thống được mô tả theo sơ đồ sau:



Biết đáp ứng xung của các hệ thống con là:

$h_1(n)=rect_2(n)$; $h_2(n)=\delta(n-1)+2\delta(n-2)$; $h_3(n)=\{\vec{2},1\}$

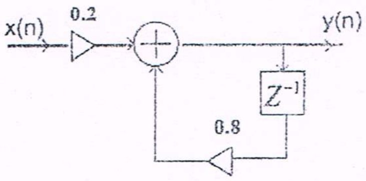
Tìm đáp ứng xung h(n) của toàn hệ thống ?

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến có đáp ứng xung là: $h(n) = (-\frac{1}{2})^n.u(n)$.

Tìm đáp ứng ra y(n) khi tín hiệu vào hệ thống là $x(n) = (-\frac{1}{2})^n.u(n)$ và điều kiện đầu $y(-1) = 0$?

Câu hỏi 1. 58

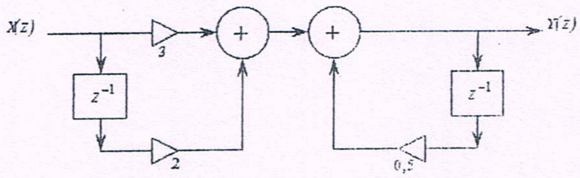
Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả theo sơ đồ sau:



Hãy tính y(n) khi tín hiệu vào là $x(n) = 2^n$ và điều kiện đầu $y(-1) = 0$?

Câu hỏi 1. 59

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi sơ đồ cấu trúc sau đây:



Hãy tính y(n) khi tín hiệu vào là $x(n) = (0,5)^n.u(n)$ và điều kiện đầu $y(-1) = 0$?

Câu hỏi 1. 60

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân sau đây:

$$y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 2x(n) - 6x(n-1)$$

Hãy tính y(n) khi tín hiệu vào là $x(n) = \delta(n)$ và điều kiện đầu $y(-1) = y(-2) = 0$?

Câu hỏi 1. 53

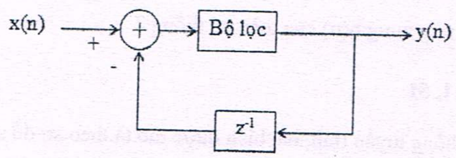
Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân sau đây:

$$y(n) - 7.y(n-1) + 10y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

Tìm đáp ứng xung h(n) của hệ thống?

Câu hỏi 1. 54

Cho hệ thống được biểu diễn theo sơ đồ sau:



Hãy xác định hàm truyền đạt của hệ thống khi biết đáp ứng xung của bộ lọc là:

$$h_1(n) = \delta(n) + 3\delta(n-1) + \delta(n-2)$$

Câu hỏi 1. 55

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân sau đây:

$$y(n) + 6y(n-1) = x(n) - 4x(n-1)$$

Hãy tính hàm truyền đạt, đáp ứng xung và vẽ sơ đồ mô tả hệ thống theo dạng chuẩn tắc II?

Câu hỏi 1. 56

Cho hệ thống tuyến tính, bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân sau đây:

$$y(n) - 20.y(n-1) = x(n)$$

Hãy tính y(n) khi tín hiệu vào là $x(n) = \delta(n) + \delta(n-1)$ và điều kiện đầu $y(-1) = 0$?

Câu hỏi 1. 57

a) Tìm phổ $X\left(e^{j\omega}\right)$ của x(n) ?

b) Tìm phổ của tín hiệu $y_1\left(n\right)=2x(n)+\delta(n)$ và tín hiệu $y_2\left(n\right)=n.x(n)$?

Câu hỏi 2. 6

Cho tín hiệu $x\left(n\right)=(-0.6)^n.u(n)$

a) Tìm phổ $X\left(e^{j\omega}\right)$ của x(n) ?

b) Tìm phổ của tín hiệu $y_1\left(n\right)=2x(n-6)$ và tín hiệu $y_2\left(n\right)=n.x(n)+\delta(n)$?

Câu hỏi 2. 7

Cho tín hiệu $x\left(n\right)=(-0.8)^n.u(n)$

a) Tìm phổ $X\left(e^{j\omega}\right)$ của x(n) ?

b) Hãy tìm phổ của tín hiệu $y_1\left(n\right)=e^{j\omega_0 n}x(n)$ và tín hiệu $y_2\left(n\right)=x(-n)$?

Câu hỏi 2. 8

a) Nêu khái niệm đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của hệ thống ? Nêu ảnh hưởng của chúng tới mối quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống ?

b) Cho hệ thống có đáp ứng tần số là : $H\left(e^{j\omega}\right)=(2-\cos\omega).e^{-j.3\omega}$

Tìm tín hiệu ra y(n) của hệ thống khi tín hiệu vào hệ thống là:

$$x\left(n\right)=3+4\sin(\frac{n\pi}{4}+1)+2\cos(\frac{n\pi}{2}+2)$$

Câu hỏi 2. 9

Cho hệ thống tuyến tính bất biến, rời rạc có đáp ứng xung: $h\left(n\right)=\frac{1}{2^n}.u(n)$

a) Tính đáp ứng tần số, đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của hệ thống? Vẽ định tính đáp ứng biên độ của hệ thống ?

•**Câu hỏi loại 2 điểm**

Câu hỏi 2. 1

a) Nêu biểu thức định nghĩa biến đổi Fourier (phổ) của tín hiệu rời rạc và lấy ví dụ minh họa?

b) Tính và vẽ phổ biên độ, phổ pha của tín hiệu: $x(n) = (\frac{1}{2})^n .u(n)$

Câu hỏi 2. 2

a) Nêu khái niệm phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu?

b) Tính và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu: $x(n) = \delta(n) + 4\delta(n-1) + \delta(n-2)$

Câu hỏi 2. 3

a) Nêu biểu thức biến đổi Fourier ngược của tín hiệu rời rạc và lấy ví dụ minh họa?

b) Giả sử tín hiệu x(n) có phổ là $X(e^{j\omega}) = \frac{0.4}{1-0.6e^{-j\omega}}$. Hãy tính và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu đó ? Tìm các điểm cực trị trên đồ thị phổ biên độ ?

Câu hỏi 2. 4

a) Nêu khái niệm và viết biểu thức đáp ứng tần số của một hệ thống tuyến tính, bất biến, ổn định được mô tả bởi phương trình sai phân ? Lấy ví dụ minh họa ?

b) Giải sử tín hiệu x(n) có phổ là $X(e^{j\omega}) = \frac{0.2}{1+0.8e^{-j\omega}}$. Hãy tính và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu đó ? Tìm các điểm cực trị trên đồ thị phổ biên độ ?

Câu hỏi 2. 5

Cho tín hiệu $x(n) = \frac{1}{2^n}.u(n)$

Cho bộ lọc số FIR có đáp ứng xung: $h(n)=\{\bar{1},2,3,4,5,4,3,2,1\}$.

a) Viết biểu thức tính đáp ứng tần số, đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của bộ lọc?

b) Tìm tín hiệu ra y(n) của hệ thống khi tín hiệu vào bộ lọc là:

$$x(n)=2+5\sin(\frac{n\pi}{3}-2)+9\cos(\frac{n\pi}{2}-1)$$

Câu hỏi 2. 13

Cho bộ lọc số FIR có đáp ứng xung: $h(n)=\{\bar{1},-2,-3,4,4,-3,-2,1\}$.

a) Viết biểu thức tính đáp ứng tần số, đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của bộ lọc?

b) Tìm tín hiệu ra y(n) của hệ thống khi tín hiệu vào bộ lọc là:

$$x(n)=1+6\sin(\frac{n\pi}{3}-2)+9\cos(\frac{n\pi}{2}+1)$$

Câu hỏi 2. 14

Cho bộ lọc số FIR có đáp ứng xung: $h(n)=\{\bar{1},2,3,4,0,-4,-3,-2,-1\}$.

a) Viết biểu thức tính đáp ứng tần số, đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của bộ lọc?

b) Tìm tín hiệu ra y(n) của hệ thống khi tín hiệu vào bộ lọc là:

$$x(n)=1+7\sin(\frac{n\pi}{6}+1)+11\cos(\frac{n\pi}{2}-3)$$

Câu hỏi 2. 15

Cho bộ lọc số FIR có đáp ứng xung: $h(n)=\{\bar{1},2,-3,4,-4,3,-2,-1\}$.

a) Viết biểu thức tính đáp ứng tần số, đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của bộ lọc?

b) Tìm tín hiệu ra y(n) của hệ thống khi tín hiệu vào bộ lọc là:

b) Tìm tín hiệu ra y(n) của hệ thống khi tín hiệu vào hệ thống là:

$$x(n) = 2 + 3\sin(\frac{n\pi}{4} + 1) + 4\cos(\frac{n\pi}{2} - 1)$$

Câu hỏi 2. 10

Cho hệ thống tuyến tính bất biến, rời rạc được mô tả bởi phương trình sai phân sau :

$$y(n) + 0.8y(n-1) = 0.2x(n)$$

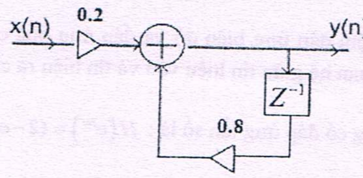
a) Tính đáp ứng tần số, đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của hệ thống? Vẽ định tính đáp ứng biên độ của hệ thống ?

b) Tìm tín hiệu ra y(n) của hệ thống khi tín hiệu vào hệ thống là:

$$x(n) = 2 + 3\sin(\frac{n\pi}{4} + 1) + 4\cos(\frac{n\pi}{2} - 1)$$

Câu hỏi 2. 11

Cho hệ thống tuyến tính bất biến, rời rạc được mô tả sơ đồ sau :



a) Tính đáp ứng tần số, đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của hệ thống? Vẽ định tính đáp ứng biên độ của hệ thống ?

b) Tìm tín hiệu ra y(n) của hệ thống khi tín hiệu vào hệ thống là:

$$x(n) = 1 + 7\sin(n\pi + 2) + 11\cos(\frac{n\pi}{2} + 1)$$

Câu hỏi 2. 12

Câu hỏi 2. 22

Viết biểu thức tính biến đổi Fourier rời rạc ngược (IDFT) của một dãy tuần hoàn ? Biểu diễn biểu thức đó dưới dạng lượng giác và dạng ma trận?

Câu hỏi 2. 23

Viết biểu thức tính biến đổi Fourier rời rạc ngược (IDFT) của một dãy có chiều dài hữu hạn ? Biểu diễn biểu thức đó dưới dạng lượng giác và dạng ma trận?

Câu hỏi 2. 24

Tìm DFT 4 điểm của tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ 4 sau: $x(n)=\left\{\bar{1},6,0,9\right\}$?

Câu hỏi 2. 25

Tìm DFT 4 điểm của tín hiệu có chiều dài hữu hạn sau: $x(n)=\left\{\bar{2},5,9\right\}$?

Câu hỏi 2. 26

Tìm x(n) biết DFT với chiều dài N=4 của nó là $X(k)=\left\{\bar{1},9,8,0\right\}$?

Câu hỏi 2. 27

Nêu nguyên tắc của thuật toán FFT phân theo thời gian n khi cần tính DFT với chiều dài N là lũy thừa của 2 ?

Câu hỏi 2. 28

Thực hiện chi tiết các bước tính DFT 4 điểm của tín hiệu tuần hoàn $x(n)=\left\{\bar{1},7,1,1\right\}$ chu kỳ 4 bằng thuật toán FFT phân theo thời gian n?

Câu hỏi 2. 29

Nêu nguyên tắc của thuật toán FFT phân theo tần số k khi cần tính DFT với chiều dài N là lũy thừa của 2 ?

Câu hỏi 2. 30

$$x(n)=1+7\sin(\frac{n\pi}{6}+1)+11\cos(\frac{n\pi}{2}-3)$$

Câu hỏi 2. 16

a) Định nghĩa bộ lọc **thông thấp** LPF lý tưởng ?

b) Hãy tự chọn các tham số để viết biểu thức và vẽ đồ thị đáp ứng xung của bộ lọc **thông thấp** lý tưởng pha không ?

Câu hỏi 2. 17

a) Định nghĩa bộ lọc **thông cao** HPF lý tưởng ?

b) Hãy tự chọn các tham số để viết biểu thức và vẽ đồ thị đáp ứng xung của bộ lọc **thông cao** lý tưởng pha không ?

Câu hỏi 2. 18

a) Định nghĩa bộ lọc **thông dải** BPF lý tưởng ?

b) Hãy tự chọn các tham số để viết biểu thức và vẽ đồ thị đáp ứng xung của bộ lọc **thông dải** lý tưởng pha không ?

Câu hỏi 2. 19

a) Định nghĩa bộ lọc **chặn dải** BSF lý tưởng ?

b) Hãy tự chọn các tham số để viết biểu thức và vẽ đồ thị đáp ứng xung của bộ lọc **chặn dải** lý tưởng pha không ?

Câu hỏi 2. 20

Viết biểu thức định nghĩa biến đổi Fourier rời rạc (DFT) của một dãy tuần hoàn ? Biểu diễn biểu thức đó dưới dạng lượng giác, dạng tần số rời rạc và dạng ma trận?

Câu hỏi 2. 21

Viết biểu thức định nghĩa biến đổi Fourier rời rạc (DFT) của một dãy có chiều dài hữu hạn ? Biểu diễn biểu thức đó dưới dạng lượng giác, dạng tần số rời rạc và dạng ma trận?

Câu hỏi 3. 8

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **chặn dải** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Barlett (tam giác) với $N = 11$, tần số cắt $f_{c1} = 1(kHz); f_{c2} = 2(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s = 8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 9

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông thấp** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hamming với $N = 9$, tần số cắt $f_c = 1(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s = 8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 10

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông cao** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hamming với $N = 9$, tần số cắt $f_c = 3(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s = 8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 11

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông dải** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hamming với $N = 9$, các tần số cắt $f_{c1} = 2(kHz); f_{c2} = 3(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s = 8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 12

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **chặn dải** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hamming với $N = 9$, tần số cắt $f_{c1} = 1(kHz); f_{c2} = 2(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s = 8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 13

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông thấp** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hanning với $N = 9$, tần số cắt $f_c = 1(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s = 8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 14

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông cao** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hanning với $N = 9$, tần số cắt $f_c = 3(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s = 8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 15

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông dải** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hanning với $N = 9$, các tần số cắt $f_{c1} = 2(kHz); f_{c2} = 3(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s = 8(kHz)$.

Thực hiện chi tiết các bước tính DFT 4 điểm của tín hiệu tuần hoàn $x(n)=\{\bar{2},5,0,9\}$ chu kỳ 4 bằng thuật toán FFT phân theo tần số k?

•Câu hỏi loại 3 điểm

Câu hỏi 3. 1

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông thấp** pha tuyến tính, dùng cửa sổ chữ nhật với $N=11$, tần số cắt $f_c=0,5(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s=8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 2

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông cao** pha tuyến tính, dùng cửa sổ chữ nhật với $N=11$, tần số cắt $f_c=3,5(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s=8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 3

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông dải** pha tuyến tính, dùng cửa sổ chữ nhật với $N=11$, các tần số cắt $f_{c1}=2(kHz); f_{c2}=3(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s=8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 4

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **chặn dải** pha tuyến tính, dùng cửa sổ chữ nhật với $N=11$, tần số cắt $f_{c1}=1(kHz); f_{c2}=2(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s=8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 5

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông thấp** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Barlett (tam giác) với $N=11$, tần số cắt $f_c=1(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s=8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 6

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông cao** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Barlett (tam giác) với $N=11$, tần số cắt $f_c=3(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s=8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 7

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **thông dải** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Barlett (tam giác) với $N=11$, các tần số cắt $f_{c1}=2(kHz); f_{c2}=3(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s=8(kHz)$.

$$H(s) = \frac{5}{s+5}$$

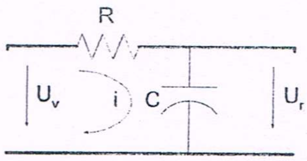
a) Hãy biến đổi bộ lọc trên thành bộ lọc số IIR tương ứng theo phương pháp biến đổi song tuyến tính. Biết chu kỳ lấy mẫu $T_s = 2(s)$

b) Vẽ sơ đồ cấu trúc, tìm đáp ứng xung và xét tính ổn định của bộ lọc nhận được?

c) Tìm tín hiệu ra khi tín hiệu vào bộ lọc là $x(n) = 3^n.rect_3(n)$ và điều kiện đầu $y(n) = 0$ với mọi $n < 0$?

Câu hỏi 3. 20

Cho sơ đồ bộ lọc tương tự sau:



Biết $RC = 1$ và chu kỳ lấy mẫu $T_s = 1(s)$

a) Hãy chuyển sang bộ lọc số IIR bằng phương pháp bất biến xung?

b) Hãy chuyển sang bộ lọc số IIR bằng phương pháp biến đổi song tuyến tính?

c) Hãy chuyển sang bộ lọc số IIR bằng phương pháp tương đương vi phân?

<u>Ghi chú</u>: *Ký hiệu (mã) câu hỏi được quy định X.Y*

Trong đó : *+ X tương đương số điểm câu hỏi.*

+ Y là câu hỏi thứ Y

2. Đề xuất các phương án tổ hợp câu hỏi thi thành các đề thi:

Để cho đề thi cân đối kiến thức chuyên môn giữa các chương trong đề cương môn học, tôi xin đề xuất phương án tổ hợp câu hỏi như sau:

Câu hỏi 3. 16

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR **chặn dải** pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hanning với $N=9$, tần số cắt $f_{c1}=1(kHz); f_{c2}=2(kHz)$ và tần số lấy mẫu $f_s=8(kHz)$.

Câu hỏi 3. 17

Cho bộ lọc tương tự có hàm truyền đạt như sau:

$$H(s)=\frac{2s+5}{s^2+5s+6}$$

a) Hãy biến đổi bộ lọc trên thành bộ lọc số IIR tương ứng theo phương pháp bất biến xung. Biết tần số lấy mẫu $f_s=1(Hz)$

b) Vẽ sơ đồ cấu trúc, tìm đáp ứng xung và xét tính ổn định của bộ lọc nhận được?

c) Tìm tín hiệu ra khi tín hiệu vào bộ lọc là $x(n)=2^n.rect_2(n-1)+\delta(n)$ và điều kiện đầu $y(n)=0$ với mọi $n<0$?

Câu hỏi 3. 18

Cho bộ lọc tương tự có hàm truyền đạt như sau:

$$H(s)=\frac{2s+7}{s^2+7s+12}$$

a) Hãy biến đổi bộ lọc trên thành bộ lọc số IIR tương ứng theo phương pháp tương đương vi phân. Biết tần số lấy mẫu $f_s=1(Hz)$

b) Vẽ sơ đồ cấu trúc, tìm đáp ứng xung và xét tính ổn định của bộ lọc nhận được?

c) Tìm tín hiệu ra khi tín hiệu vào bộ lọc là $x(n)=2^n.rect_2(n)+\delta(n-2)$ và điều kiện đầu $y(n)=0$ với mọi $n<0$?

Câu hỏi 3. 19

Cho bộ lọc tương tự có hàm truyền đạt như sau:

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA: KỸ THUẬT ĐIỆN TỬ 1

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

Tên học phần: XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ **Mã học phần:** ELE 1430
Ngành đào tạo: ĐTTT, CNTT, Đ-ĐT **Trình độ đào tạo:** ĐẠI HỌC CHÍNH QUY

Mã câu hỏi	Hướng dẫn chấm	Thang điểm chi tiết
1. Câu hỏi loại 1 điểm		
1.1	- Trình bầy quá trình lấy mẫu tín hiệu - Phát biểu định lý lấy mẫu tín hiệu	0.5 điểm 0.5 điểm
1.2	- Tín hiệu tương tự - Tín hiệu lấy mẫu - Tín hiệu lượng tử - Tín hiệu số	0.25 điểm 0.25 điểm 0.25 điểm 0.25 điểm
1.3	- Nêu biểu thức định nghĩa và vẽ đồ thị - Viết biểu thức về mối quan hệ với $\delta(n)$	0.5 điểm 0.5 điểm
1.4	- Nêu biểu thức định nghĩa và vẽ đồ thị - Viết biểu thức về mối quan hệ với $\delta(n)$	0.5 điểm 0.5 điểm
1.5	- Nêu định nghĩa - Vẽ đồ thị	0.5 điểm 0.5 điểm
1.6	- Nêu định nghĩa - Vẽ đồ thị	0.5 điểm 0.5 điểm
1.7	- Nêu định nghĩa - Vẽ đồ thị	0.5 điểm 0.5 điểm
1.8	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.9	- Nêu định nghĩa và mối quan hệ - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.10	- Nêu định nghĩa và mối quan hệ	0.5 điểm

Đề thi gồm: 6 câu; Trong đó:

Câu 1 (1 điểm): Tổ hợp từ các câu: **1.1 → 1.20**

Câu 2 (1 điểm): Tổ hợp từ các câu: **1.21 → 1.40**

Câu 3 (1 điểm): Tổ hợp từ các câu: **1.41 → 1.60**

Câu 4 (2 điểm): Tổ hợp từ các câu: **2.1 → 2.15**

Câu 5 (2 điểm): Tổ hợp từ các câu: **2.16 → 2.30**

Câu 6 (3 điểm): Tổ hợp từ các câu: **3.1 → 3.20**

3. Hướng dẫn cần thiết khác: Thời gian làm bài: **90** phút

Ngân hàng câu hỏi thi này đã được thông qua bộ môn và nhóm cán bộ giảng dạy học phần.

Hà Nội, ngày . . . tháng 11 năm 2013

Trưởng khoa	Trưởng bộ môn	Giảng viên chủ trì biên soạn
TS. Đặng Hoài Bắc	**TS. Đặng Hoài Bắc**	***ThS. Lê Xuân Thành***

	- Ví dụ minh họa	0.5 điểm
1.11	- Nêu định nghĩa và mối quan hệ - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.12	- Vẽ sơ đồ - Giải thích sơ đồ	0.5 điểm 0.5 điểm
1.13	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.14	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.15	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.16	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.17	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.18	- Nêu định nghĩa ZT, ZT1 - ROC và ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.19	- Hàm truyền đạt của hệ thống nt, song song - Hàm truyền đạt của hệ thống hồi tiếp	0.5 điểm 0.5 điểm
1.20	- Điểm cực, điểm không, ứng dụng - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.21	- Định nghĩa **dãy xung đơn vị δ(n)** - $x(n)=x(n)*\delta(n);x(n-2)=x(n)*\delta(n-2)$	0.5 điểm 0.5 điểm
1.22	- Viết phương trình sai phân - Vẽ sơ đồ mô tả	0.5 điểm 0.5 điểm
1.23	- Viết phương trình sai phân - Vẽ sơ đồ mô tả	0.5 điểm 0.5 điểm
1.24	- Viết phương trình sai phân	0.5 điểm

	- Vẽ sơ đồ mô tả	0.5 điểm
1.25	- Viết phương trình sai phân - Vẽ sơ đồ mô tả	0.5 điểm 0.5 điểm
1.26	- Tính và biểu diễn **phép chập** - tính và biểu diễn **phép tương quan chéo**	0.5 điểm 0.5 điểm
1.27	- a) Tuyến tính - b) Phi tuyến	0.5 điểm 0.5 điểm
1.28	- a) Bất biến - b) Thay đổi	0.5 điểm 0.5 điểm
1.29	- a) Không nhân quả - b) Không nhân quả	0.5 điểm 0.5 điểm
1.30	- a) Ổn định - b) Không ổn định	0.5 điểm 0.5 điểm
1.31	- Chứng minh đúng	1 điểm
1.32	- Tính đúng $y(n)=x(n)+2x(n-1)+x(n-2)$	1 điểm
1.33	- Xét đúng hệ thống không ổn đinh - Vẽ đúng sơ đồ	0.5 điểm 0.5 điểm
1.34	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.35	- $y(n)=x(n)+2x(n-1)+x(n-2)+3x(n-3)$ - Vẽ đúng sơ đồ	0.5 điểm 0.5 điểm
1.36	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.37	- $y(n)=x(n)+2x(n-1)+4x(n-2)$ - Vẽ đúng sơ đồ	0.5 điểm 0.5 điểm
1.38	- Nêu đúng điều kiện và ví dụ về ổn định - Nêu đúng điều kiện và ví dụ về không ổn định	0.5 điểm 0.5 điểm

1.39	- Nêu định nghĩa - Ví dụ minh họa	0.5 điểm 0.5 điểm
1.40	- Tính tuyến tính - Tính trễ trong miền n	0.5 điểm 0.5 điểm
1.41	- Trễ trong miền n: $Y_1(Z) = \frac{Z^{2509}}{1-2.Z^{-1}}$	0.5 điểm
	- Tuyến tính: $Y_2(Z) = \frac{1}{1-2.Z^{-1}} + Z^{1609}$	0.5 điểm
1.42	- Thay đổi thang : $Y_1(Z) = \frac{1}{1-Z^{-1}}$	0.5 điểm
	- Vi phân trong miền Z : $Y_2(Z) = \frac{2Z^{-1}}{(1-2.Z^{-1})^2}$	0.5 điểm
1.43	- Hệ không ổn định - Vẽ đúng 2 sơ đồ	0.5 điểm 0.5 điểm
1.44	- Hệ không ổn định - Vẽ đúng sơ đồ chuẩn tắc II	0.5 điểm 0.5 điểm
1.45	- Hệ không ổn định - Vẽ đúng sơ đồ chuẩn tắc I	0.5 điểm 0.5 điểm
1.46	- Hệ ổn định - $y(n) - 0.5y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$	0.5 điểm 0.5 điểm
1.47	- Hệ không ổn định - $Zp = -2$ - $Zo = -0.5$ - $y(n) + 2y(n-2) = x(n) + 0.5x(n-1)$	0.25 điểm 0.25 điểm 0.25 điểm 0.25 điểm
1.48	- Hệ ổn định - $Zp = \alpha$ - $Zo = -1$ - $y(n) + \alpha y(n-2) = x(n) + x(n-1)$	0.25 điểm 0.25 điểm 0.25 điểm 0.25 điểm

1.49	- $h(n)=\{\vec{3},6,3\}$	1 điểm
1.50	- $h(n)=\{\vec{0},0,0,2,6,8,6,2\}$	1 điểm
1.51	- Hệ ổn định - $h(n)=0,2.(0,8)^n u(n)$	0.5 điểm 0.5 điểm
1.52	- Hệ không ổn định - $h(n)=[2,5.(-0,5)^n-1,5.(0,5)^n].u(n)$	0.5 điểm 0.5 điểm
1.53	- $h(n)=[\frac{7}{3}.5^n-\frac{4}{3}.2^n].\text{u(n)}$	1 điểm
1.54	- $H(Z)=\frac{Y(Z)}{X(Z)}=\frac{1+3Z^{-1}+Z^{-2}}{1-Z^{-1}-3Z^{-2}-Z^{-3}}$	1 điểm
1.55	- Xác định hàm truyền đạt - Tính đúng đáp ứng xung - Vẽ đúng sơ đồ	0.25 điểm 0.5 điểm 0.25 điểm
1.56	- $y(n)=20^n.u(n)+20^{n-1}.u(n-1)$	1 điểm
1.57	- $y(n)=(-\frac{1}{2})^n.(n+1).u(n)$	1 điểm
1.58	- $y(n)=[\frac{5}{3}.2^n-\frac{2}{3}.(0,8)^n].\text{u(n)}$	1 điểm
1.59	- $y(n)=(0,5)^n.(7n+3).u(n)$	1 điểm
1.60	- $y(n)=[2^n-4^n].\text{u(n)}$	1 điểm
2. Loại câu hỏi 2 điểm		
2.1	- Nêu định nghĩa và ví dụ minh họa - Tính và vẽ đúng phổ tín hiệu	1 điểm 1 điểm
2.2	- Nêu đúng khái niệm - Tính và vẽ đúng phổ tín hiệu	1 điểm 1 điểm

2.3	- Nêu đúng biểu thức và ví dụ minh họa - Tính và vẽ đúng phổ tín hiệu, xác định cực trị	1 điểm 1 điểm
2.4	- Nêu đúng khái niệm và ví dụ minh họa - Tính và vẽ đúng phổ tín hiệu, xác định cực trị	1 điểm 1 điểm
2.5	- Tính đúng phổ tín hiệu - Tính đúng theo các tính chất của FT	1 điểm 1 điểm
2.6	- Tính đúng phổ tín hiệu - Tính đúng theo các tính chất của FT	1 điểm 1 điểm
2.7	- Tính đúng phổ tín hiệu - Tính đúng theo các tính chất của FT	1 điểm 1 điểm
2.8	- Nêu được khái niệm và ý nghĩa của nó - Áp dụng tính được tín hiệu ra của hệ thống	1 điểm 1 điểm
2.9	- Tính và vẽ đúng đáp ứng tần số - Xác định đúng đáp ứng ra	1 điểm 1 điểm
2.10	- Tính và vẽ đúng đáp ứng tần số - Xác định đúng đáp ứng ra	1 điểm 1 điểm
2.11	- Tính và vẽ đúng đáp ứng tần số - Xác định đúng đáp ứng ra	1 điểm 1 điểm
2.12	- Tính và vẽ đúng đáp ứng tần số - Xác định đúng đáp ứng ra	1 điểm 1 điểm
2.13	- Tính và vẽ đúng đáp ứng tần số - Xác định đúng đáp ứng ra	1 điểm 1 điểm
2.14	- Tính và vẽ đúng đáp ứng tần số - Xác định đúng đáp ứng ra	1 điểm 1 điểm
2.15	- Tính và vẽ đúng đáp ứng tần số - Xác định đúng đáp ứng ra	1 điểm 1 điểm
2.16	- Định nghĩa và vẽ đồ thị đáp ứng biên độ - Lấy được ví dụ, tính và vẽ đáp ứng xung	1 điểm 1 điểm

2.17	- Định nghĩa và vẽ đồ thị đáp ứng biên độ - Lấy được ví dụ, tính và vẽ đáp ứng xung	1 điểm 1 điểm
2.18	- Định nghĩa và vẽ đồ thị đáp ứng biên độ - Lấy được ví dụ, tính và vẽ đáp ứng xung	1 điểm 1 điểm
2.19	- Định nghĩa và vẽ đồ thị đáp ứng biên độ - Lấy được ví dụ, tính và vẽ đáp ứng xung	1 điểm 1 điểm
2.20	- Viết đúng biểu thức định nghĩa - Các dạng biểu diễn cơ bản	1 điểm 1 điểm
2.21	- Viết đúng biểu thức định nghĩa - Các dạng biểu diễn cơ bản	1 điểm 1 điểm
2.22	- Viết đúng biểu thức định nghĩa - Các dạng biểu diễn cơ bản	1 điểm 1 điểm
2.23	- Viết đúng biểu thức định nghĩa - Các dạng biểu diễn cơ bản	1 điểm 1 điểm
2.24	- Tính đúng DFT	2 điểm
2.25	- Tính đúng DFT	2 điểm
2.26	- Tính đúng IDFT	2 điểm
2.27	- Nêu đúng nguyên tắc tính FFT theo n và ý nghĩa	2 điểm
2.28	- Thực hiện tính FFT theo n	2 điểm
2.29	- Nêu đúng nguyên tắc tính FFT theo n và ý nghĩa	2 điểm
2.30	- Thực hiện tính FFT theo k	2 điểm
3. Câu hỏi loại 3 điểm		
3.1	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm

3.2	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.3	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.4	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.5	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.6	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.7	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm

3.8	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.9	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.10	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.11	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.12	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.13	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm

3.14	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.15	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.16	- Tính đáp ứng xung bộ lọc lý tưởng pha không - Tính hàm cửa sổ - Tính và vẽ đáp ứng xung bộ lọc - Tính phương trình sai phân và hàm truyền đạt - Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống	0.5 điểm 0.5 điểm 1 điểm 0.5 điểm 0.5 điểm
3.17	- Biến đổi bộ lọc - Vẽ sơ đồ cấu trúc, tìm đáp ứng xung, xét ổn định - Tính tín hiệu ra	1 điểm 1 điểm 1 điểm
3.18	- Biến đổi bộ lọc - Vẽ sơ đồ cấu trúc, tìm đáp ứng xung, xét ổn định - Tính tín hiệu ra	1 điểm 1 điểm 1 điểm
3.19	- Biến đổi bộ lọc - Vẽ sơ đồ cấu trúc, tìm đáp ứng xung, xét ổn định - Tính tín hiệu ra	1 điểm 1 điểm 1 điểm
3.20	- Chuyển đổi bằng phương pháp bất biến xung - Chuyển đổi bằng biến đổi song tuyến tính - Chuyển đổi bằng tương đương vi phân	1 điểm 1 điểm 1 điểm

*Bản **Hướng dẫn chấm thi** đã được thông qua bộ môn và nhóm cán bộ giảng dạy học phần.*

Hà Nội, ngày . . . tháng 11 năm 20 13

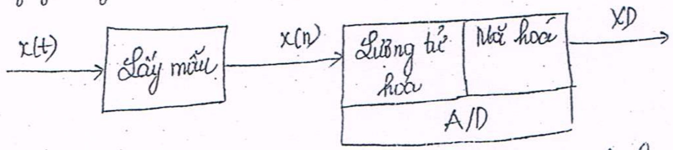
Trưởng khoa **Trưởng bộ môn** **Giảng viên chủ trì biên soạn**

Xử lý tín hiệu số

Câu 1.1:

* Quá trình lấy mẫu tín hiệu.

Nguyên lý làm việc của bộ A/D được minh họa theo sơ đồ khối:



Từ hình vẽ ta thấy, quá trình chuyển đổi từ tín hiệu tương tự thành tín hiệu số gồm 3 giai đoạn: lấy mẫu, lượng tử hoá và mã hoá. Ở đây, ta không quan tâm nhiều đến cấu trúc chi tiết từng khối mà ta chỉ quan tâm đến tín hiệu đầu vào và đầu ra trên mỗi khối chức năng của bộ chuyển đổi A/D và phân biệt rõ các loại tín hiệu này.

* Định lý lấy mẫu.

$x(n) \longleftrightarrow x(t) \Leftrightarrow f_s \geq 2f_{max}$.

Câu 1.2:

* Tín hiệu tương tự: Nếu biên độ của tín hiệu liên tục là liên tục thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu tương tự
* Tín hiệu lấy mẫu: Nếu biên độ của tín hiệu rời rạc là liên tục và không bị lượng tử hoá thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu lấy mẫu.
* Tín hiệu lượng tử hoá: Nếu biên độ của tín hiệu liên tục là rời rạc thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu lượng tử.
* Tín hiệu số: Nếu biên độ của tín hiệu rời rạc là rời rạc thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu số.

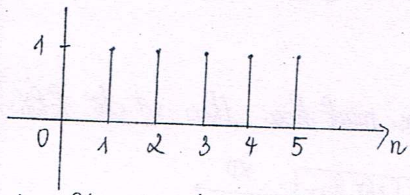
Câu 1.3: Biểu thức định nghĩa của dãy bước nhảy đơn vị u(n).

* Biểu thức định nghĩa như sau

Trong miền n, dãy nhảy đơn vị được định nghĩa như sau

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$

* Đồ thị



* Biểu thức về mối quan hệ giữa các dãy $u(n)$ và $\delta(n)$.

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k)$$

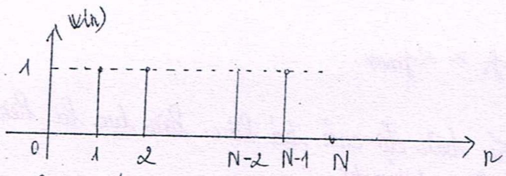
Câu 1.4:

* Biểu thức định nghĩa của dãy cửa sổ chữ nhật $w(n) = rect_N(n)$.

Trong miền n, dãy chữ nhật được định nghĩa như sau:

$$w(n) = rect_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

* Đồ thị:



* Mối quan hệ giữa $w(n)$ với $u(n)$ và $\delta(n)$.

$$w(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta(n-k).$$

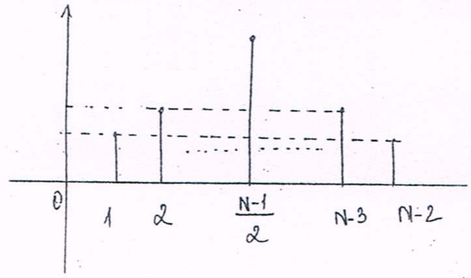
$$w(n) = u(n) - u(n-N)$$

Câu 1.5: Dãy cửa sổ tam giác.

* Định nghĩa: Trong miền n, dãy cửa sổ tam giác được định nghĩa:

$$w_T(n)_N = \begin{cases} \dfrac{2n}{N-1} & 0 \leq n \leq \dfrac{N-1}{2} \\ 2 - \dfrac{2n}{N-1} & \dfrac{N-1}{2} \leq n \leq N-1 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$

* Đồ thị

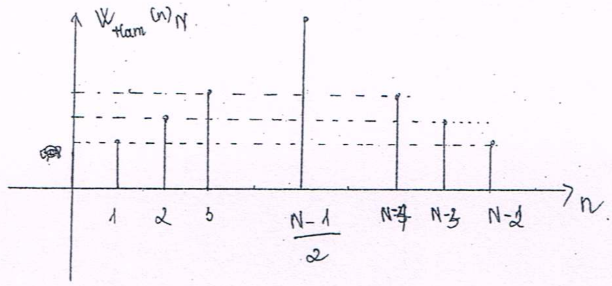


Câu 1.6 : Dãy cửa sổ Hamming :

* ĐN: Trong miền n, cửa sổ Hamming được định nghĩa như sau.

$$W_{Ham}(n)_N = \begin{cases} 0{,}54 - 0{,}46.\cos\frac{2\pi}{N-1}.n & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & n \ne . \end{cases}$$

* Đồ thị với: ~~N~~ ...

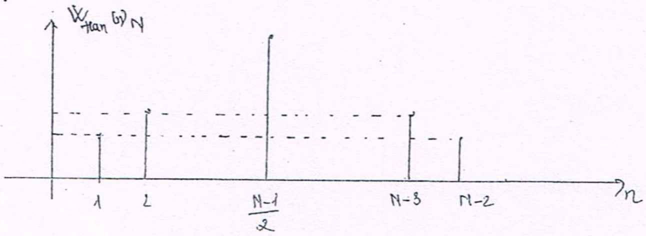


Câu 1.7 : Dãy cửa sổ Hanning .

* Định nghĩa : Trong miền n, cửa sổ Hanning được định nghĩa như sau.

$$W_{Han}(n)_N = \begin{cases} 0{,}5 - 0{,}5.\cos\frac{2\pi}{N-1}.n & 0 \le n \le N-1. \\ 0. & \end{cases}$$

* Đồ thị



Câu 18

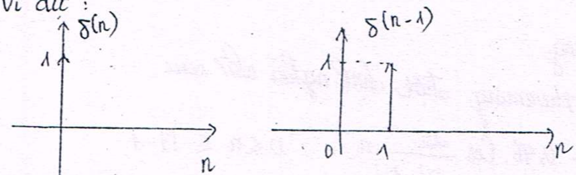
* Phép trễ:

- Định nghĩa:

Ta nói rằng dãy $x_2(n)$ là dãy lặp lại trễ của dãy $x_1(n)$ nếu

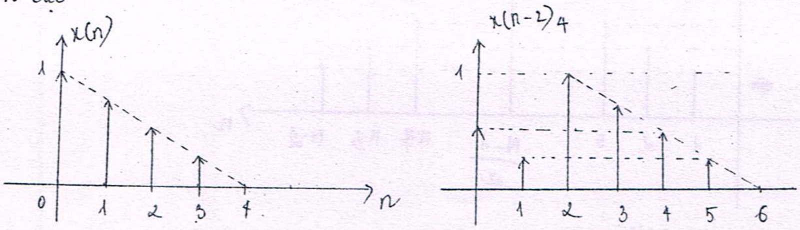
$$x_2(n) = x_1(n - n_0) \qquad n_0: \text{nguyên}.$$

- Ví dụ:



* Phép dịch vòng: trễ vòng của dãy có chiều dài hữu hạn N chỉ xác định trong khoảng: [0; N-1], các mẫu mà trễ ngoài khoảng [0; N-1] sẽ vòng về theo giá trị N.

- Ví dụ



Câu 19:

* Phép chập:

- Định nghĩa: $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(n-k)$

- VD: $x(n) = \{\vec{1}, 2, 3\}$, $h(n) = \{\vec{3}, 4\}$

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{1} x(k).h(n-k) = \sum_{k=0}^{1} h(k).x(n-k)$$

$$= h(0).x(n) + h(1).x(n-1)$$

$$= 3.\{\vec{1}, 2, 3\} + 4.\{\vec{0}, 1, 2, 3\}$$

$$= \{\vec{3}, 10, 17, 12\}$$

* phép tương quan chéo:

(*) Định nghĩa: $R_{x,y}(n) = x(n) * y(-n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k).y(k-n)$

\- VD: $x(n) = \{\vec{1}, 2, 3, 1\}$; $y(n) = \{1, \vec{2}, 1, -1\}$

$$R_{x,y}(n) = \sum_{k=0}^{3} x(k).y(k-n)$$

+) Với $n = 0$

$$R_{x,y}(0) = \sum_{k=0}^{3} x(k).y(k) = x(0).y(0) + x(1).y(1) + x(2).y(2)$$

$$= 1.2 + 2.1 + 3.(-1) = 1$$

+) Với $n > 0$, ta dịch $y(n)$ sang phải n đơn vị so với $x(k)$.

$$R_{x,y}(1) = \sum_{k=0}^{3} x(k).y(k-1) = x(0).y(-1) + x(1).y(0) + x(2).y(1) + x(3).y(2)$$

$$= 1.1 + 2.2 + 3.1 + 1.(-1) = 7.$$

$$R_{x,y}(2) = \sum_{k=0}^{3} x(k).y(k-2) = x(0).y(-2) + x(1).y(-1) + x(2).y(1) + x(3).y(2)$$

$$= 3.1 + 1.(-1) \cancel{2} + 2.1 = 4$$

$$R_{x,y}(3) = \sum_{k=0}^{3} x(k).y(k-3) = x(0).y(-3) + x(1).y(-2) + x(2).y(-1) + x(3).y(0)$$

$$= \cancel{3.1} + \cancel{2.1} = 3.1$$

~~Câu 1.12~~:

* Mối quan hệ giữa tương quan chéo và tích chập:

$$R_{x,y}(n) = x(n) * y(-n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k).y(k-n)$$

Câu 1.10:

* phép tự tương quan.

\- Định nghĩa: Trong phép tương quan chéo khi $x(n) \equiv y(n)$ ta có phép tự tương quan của tín hiệu $x(n)$ với chính nó và được định nghĩa như sau:

$$R_{xx}(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m).x(m-n).$$

* Ví dụ $x = \{\vec{1}; 2\}$

$$R_{xx}(n) = \sum_{k=0}^{1} x(k).x(k-n).$$

+) Với $n = 0$

$$R_{xx}(n) = \sum_{k=0}^{1} x(k).x(k) = x(0).x(0) = 1.$$

+) Với $n = 1$

$$R_{xx}(1) = \sum_{k=0}^{1} x(k).x(k-1) = x(0).x(-1) + x(1).x(0) = 1.0 + 2.1 = 2$$

$$R_{xx}(2) = \sum_{k=0}^{1} x(k).x(k-2) = x(0).x(-2) + x(1).x(-1) = 0$$

$\Rightarrow R_{xx}(n) = 0.$

$\Rightarrow R_{xx}(n) = \{1; 2; 0\}.$

* Mối liên hệ giữa phép tự tương quan và phép chập:

$$R_{xx}(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m).x(m-n) = x(n) * x(-n).$$

<u>Câu 1.11</u>: $x(n) = \{1, 2, 3, \vec{4}, 5, 6, 7, 8, 9\}$

* phép nội suy
- Định nghĩa: là phép tăng tần số lấy mẫu lên một hệ số lần
- VD: Phép nội suy với hệ số 2 của $x(n)$ là:

$$x\left(\frac{n}{2}\right) = \{1, 0, 2, 0, 3, 0, \vec{4}, 0, 5, 0, 6, 0, 7, 0, 8, 0, 9\}$$

* Phép phân chia: là phép giảm tần số lấy mẫu đi một hệ số lần.
- VD: Phép phân chia với hệ số 2 của $x(n)$ là

$$x(2n) = \{2, \vec{4}, 6, 8\}$$

<u>Câu 1.13</u>: Các đặc trưng của tín hiệu rời rạc

* Dãy tuần hoàn với chu kỳ N:
- Định nghĩa: Ta nói rằng một dãy $x(n)$ là tuần hoàn với chu kì N nếu thỏa mãn điều kiện sau đây:

$$x(n) = x(n+N) = x(n+kN).$$

k: số nguyên ; N: chu kì.

- Ví dụ: $\tilde{x}(n)$ với $N = 4$.

$$\tilde{x}(n) = \{\overrightarrow{4}, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1\}.$$

* Dãy có chiều dài hữu hạn ~~N~~. L

- Định nghĩa: Một dãy được xác định với số hữu hạn N mẫu ta gọi là dãy có chiều dài hữu hạn với N là chiều của dãy:

- VD: $x(n) = \{\overrightarrow{0}, 1, 2, 3, 4\}$

$$L\{x(n)\} = [0; 4] = 5.$$

* Năng lượng của dãy:

- Năng lượng của dãy được định nghĩa như sau:

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2.$$

- VD: $x(n) = \delta(n)$

$$\Rightarrow E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\delta(n)|^2 = 1.$$

* Công suất trung bình của một tín hiệu $x(n)$

- Công suất trung bình của một tín hiệu được định nghĩa như sau.

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2$$

- VD: $x(n) = \delta(n)$

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} = 0$$

<u>Câu 1.14</u>:

* Định nghĩa: Hệ thống tuyến tính:

Đối với các hệ thống tuyến tính toán tử T phải tuân theo nguyên lý xếp chồng, tức là phải tuân theo quan hệ sau đây:

$$T[a.x_1(n) + bx_2(n)] = a.T[x_1(n)] + b.T[x_2(n)] = ay_1(n) + by_2(n).$$

* VD:

1). $y(n) = 2x(n) + 3x(n-1)$

$y_i(n) = 2x_i(n) + 3x_i(n-1)$

$\Rightarrow y(n) = \sum_i a_i . y_i = \sum_i a_i [2x_i(n) + 3x_i(n-1)] = 2.\sum_i a_i x_i(n) + 3.\sum_i a_i . x_i(n-1)$

$= 2x(n) + 3.x(n-1).$

$\Rightarrow$ Hệ thống thoả mãn tính tuyến tính.

2). $y(n) = 2)$

$\Rightarrow x_1(n) \rightarrow y_1(n) = 2$

$x_2(n) \rightarrow y_2(n) = 2$

$x(n) = x_1 + x_2 \longrightarrow y(n) = 2 \neq y_1 + y_2$

$\Rightarrow$ Hệ thống phi tuyến.

Câu 1.15:

* Định nghĩa hệ thống bất biến.

Nếu ta có $y(n)$ là đáp ứng với kích thích $x(n)$ thì hệ thống được gọi là bất biến nếu $y(n-k)$ là đáp ứng với kích thích $x(n-k)$

$T.[x(n-k)] = y(n-k_0).$

* VD:

1) $y(n) = 3x(n) + 2 = T.[x(n)]$

$\Rightarrow y(n-n_0) = 3x(n-n_0) + 2 = T.[x(n-n_0)]$

$\Rightarrow$ Hệ thống bất biến.

2). $y(n) = n = T[x(n)]$

$\Rightarrow y(n-n_0) = n - n_0 \neq T[x(n-n_0)]$

$\Rightarrow$ Hệ thống thay đổi.

Câu 1.16:

* Định nghĩa hệ thống nhân quả.

Một hệ thống tuyến tính bất biến được gọi là nhân quả nếu đáp ứng ra của nó ở thời điểm bất kì $n = n_0$ hoàn toàn độc lập với kích thích của nó ở các thời điểm tương lai $n > n_0$.

* VD: $h(n) = 2^n . u(n) = \begin{cases} 2^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ hệ thống nhân quả.

$h(n) = \{2, \overset{\rightarrow}{3}, 4\} \Rightarrow$ hệ thống không nhân quả :

Câu 1.17 :

* Định nghĩa về hệ thống ổn định :

Một hệ thống tuyến tính bất biến gọi là ổn định nếu ứng với dãy vào bị chặn ta cũng có dãy ra bị chặn . (biên độ bị hạn chế $\neq \pm\infty$.

$$|x(n)| < \infty \rightarrow |y(n)| < \infty .$$

*VD :

1) $h_1(n) = u(n)$

$$S_1 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h_1(n)| = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |1| = \infty \Rightarrow \text{hệ thống không ổn định .}$$

2) $h_2(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$

$$S_2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h_2(n)| = \sum_{n=0}^{a} a^n = \begin{cases} \dfrac{1}{1-a} & \text{nếu } a < 1 \Rightarrow \text{ổn định} \\ \dfrac{1-a^{n+1}}{1-a} = \infty & \text{nếu } a \geq 1 \Rightarrow \text{không ổn định.} \end{cases}$$

Câu 1.18 :

* Biểu thức định nghĩa biến đổi Z

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n).z^{-n}$$

* Biểu thức định nghĩa biến đổi Z một phía :

$$X1(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n).z^{-n}.$$

* Khái niệm miền hội tụ của biến đổi Z.

+) Tập hợp tất cả các giá trị của z mà tại đó chuỗi $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n).z^{-n}$ hội tụ được gọi là miền hội tụ của biến đổi z.

+) Ví dụ : $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n . u(n)$.

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n . z^{-n} . u(n) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n . z^{-n} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}.z^{-1}\right)^n.$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{2}.z^{-1}} \quad \text{với} \quad \left|\frac{1}{2} z^{-1}\right| < 1 \Rightarrow z > \frac{1}{2}$$

=> Miền hội tụ của $X(z)$ ngoài vòng tròn bán kính $1/2$.

Câu 1.19: Hàm truyền đạt của các hệ thống được mắc theo kiểu nối tiếp, song song, hồi tiếp:

+ Nối tiếp: $H(z) = \sum_{i=1}^{N} H_i(z)$

+ Song song: $H(z) = \prod_{i=1}^{N} H_i(z)$

+ Hồi tiếp: $H(z) = \dfrac{H_1(z)}{1 - H_1(z).H_2(z)}$.

Câu 1.20:

* Điểm cực, điểm không

+) Khái niệm: Nếu tại các điểm z_{pk} mà tại đó $X(z)$ không xác định $X(z)\big|_{z=z_{pk}} \to \infty$ thì những điểm z_{pk} này gọi là các điểm cực của $X(z)$.

~~+) Ví dụ:~~

+) Khái niệm điểm không: Trong biến đổi z nếu tại các điểm z_{or} mà tại đó $X(z)$ triệt tiêu $X(z)\big|_{z=z_{or}} = 0$ thì z_{or} gọi là điểm không của $X(z)$.

* Ví dụ: $X(z) = \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{z}{z - \frac{1}{2}}.$$

$N(z) = z \Rightarrow z_{01} = 0$.

$D(z) = z - \frac{1}{2} \to z_{p1} = \frac{1}{2}$.

* Ứng dụng

- Một hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả là ổn định nếu và chỉ nếu tất cả các điểm cực của hàm truyền đạt $H(z)$ nằm bên trong vòng tròn đơn vị (tức là chỉ cần 1 điểm cực nằm trên hoặc nằm ngoài vòng tròn đơn vị là hệ thống mất ổn định.

Câu 1.21

* Biểu thức định nghĩa của dãy xung đơn vị $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq \end{cases}$$

* Chứng minh: $x(n) = x(n) * \delta(n)$.

$$x(n) * \delta(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) * \delta(n-k) = \cancel{\sum_{k=-\infty}^{k-1} x(k).\delta(n-k)} +$$

mà $\delta(n-k) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } n=k \\ 0 & n \neq \end{cases}$.

$\Rightarrow x(n) * \delta(n) = x(n).\delta(n-n) + \sum_{n \neq k} x(k).\delta(n-k) = x(n) + 0$

$= x(n)$ (điều phải chứng minh).

* Thay $\delta(n) = \delta(n-2)$.

$x(n) * \delta(n-2) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k).\delta(n-2-k)$.

mà $\delta(n-2-k) = \begin{cases} 1 & \text{với } n-2=k \\ 0 & \text{với } n \neq \end{cases}$

$\Rightarrow x(n) * \delta(n-2) = x(n-2).\delta(0) + \sum_{n-2 \neq k} x(k).\delta(n-2-k)$

$= x(n-2) \;\forall\; x(n)$.

Câu 1.22: $h(n) = 2\delta(n) + 3\delta(n-1) + 4\delta(n-2)$.

* phương trình sai phân.

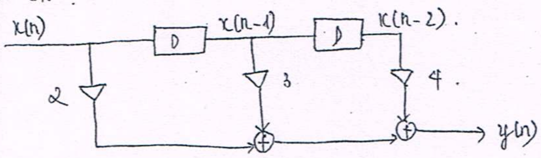
$h(n) = \{\vec{2}, 3, 4\}$.

$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).x(n-k)$

$= h(0).x(n) + h(1).x(n-1) + h(2).x(n-2)$

$= 2x(n) + 3x(n-1) + 4x(n-2)$.

* Sơ đồ:



Câu 1.23: $h(n) = u(n) - u(n-3)$:

* phương trình sai phân:

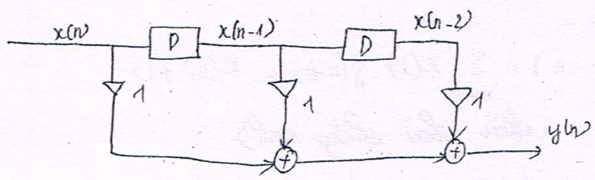
$h(n) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) = \{\vec{1}, 1, 1\}$

$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).x(n-k) = \sum_{k=0}^{2} h(k).x(n-k)$

$= h(0).x(n) + h(1).x(n-1) + h(2).x(n-2)$

$= x(n) + x(n-1) + x(n-2)$

* Sơ đồ:



Câu 1.24: $h(n) = rect_2(n-1)$.

* phương trình sai phân:

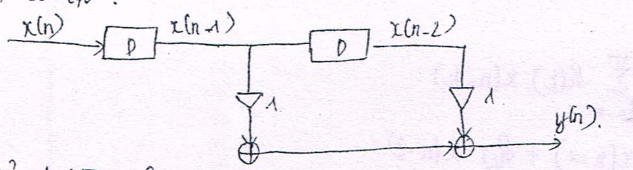
$$h(n) = rect_2(n-1) = \begin{cases} 1 & 0 \le n-1 \le 1 \Leftrightarrow 1 \le n \le 2 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$

$$= \delta(n-1) + \delta(n-2). = \{1, 1\}.$$

$$\Rightarrow y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).x(n-k) = h(1).x(n-1) + h(2).x(n-2)$$

$$= x(n-1) + x(n-2).$$

* Sơ đồ:



Câu 1.25: $h(n) = \frac{1}{3}\{\vec{0}, 1, 2, 3, 2, 1, 0\}$

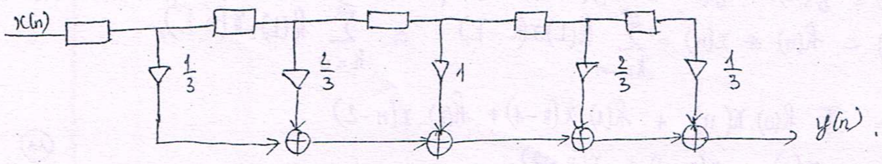
* phương trình sai phân:

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=\infty}^{+\infty} h(k).x(n-k) = \sum_{k=0}^{6} h(k).x(n-k)$$

$$= h(0).x(n) + h(1).x(n-1) + h(2).x(n-2) + h(3).x(n-3) + h(4).x(n-4) + h(5).x(n-5) + h(6).x(n-6).$$

$$= \frac{1}{3}x(n-1) + \frac{2}{3}x(n-2) + x(n-3) + \frac{2}{3}x(n-4) + \frac{1}{3}x(n-5).$$

* Sơ đồ:



Câu 1.26 :

$x(n) = \delta(n-3) \quad ; y(n) = rect_7(n).$

$$x(n) = \delta(n-3) = \begin{cases} 1 & , n = 3 \\ 0 & , n \neq \end{cases}$$

$$y(n) = rect_7(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 6 \\ 0 & n \neq . \end{cases}$$

$$= \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3) + \delta(n-4) + \delta(n-5) + \delta(n-6)$$

$$= \{\vec{1}, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$$

* phép chập :

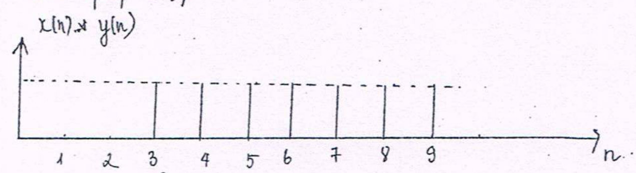
$$x(n) * y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k).\, y(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} y(k).\, x(n-k) = \sum_{k=0}^{6} y(k).\, x(n-k).$$

$$= y(0).x(n) + y(1).x(n-1) + y(2).x(n-2) + y(3).x(n-3) + y(4).x(n-4)$$
$$+ y(5).x(n-5) + y(6).x(n-6).$$

$$= \delta(n-3) + \delta(n-4) + \delta(n-5) + \delta(n-6) + \delta(n-7) + \delta(n-8) + \delta(n-9).$$

$$= rect_7(n-3)$$

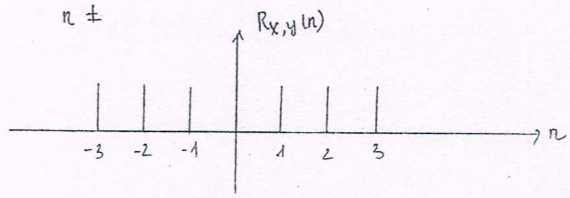
* Đồ thị của phép chập



* Phép tương quan chéo :

$$R_{xy}(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k).\, y(k-n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(k-3).\, rect_7(3-n) = rect_7(3-n)$$

$$= \begin{cases} 1 & 0 \leq 3-n \leq 6 \Leftrightarrow -3 \leq n \leq 3 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$



Câu 1.27: Xét tính tuyến tính

a) $y(n) = T[x(n)] = 2x(n) - 3x(n-1)$

$y_i(n) = T[x_i(n)] = 2x_i(n) - 3x_i(n-1)$

$$y(n) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} a_i . y_i = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} a_i . [2.x_i(n) - 3x_i(n-1)] = 2\sum_{i=-\infty}^{+\infty} a_i x_i(n) - 3\sum_{i=-\infty}^{+\infty} a_i x_i(n-1)$$

$= 2x(n) - 3x(n-1)$

⇒ Hệ thống tuyến tính.

b). $y(n) = T[x(n)] = 2 - 5x(n-1)$

+) Xét. $T[ax_1(n) + bx_2(n)] = 2 - 5[ax_1(n-1) + b.x_2(n-1)]$.

$= 2 - 5a.x_1(n-1) + 5b.x_2(n-1)$ (1)

+) Xét. $aT[x_1(n)] + b.[x_2(n)] = 2a - 5ax_1(n-1) + 2b - 5bx_2 n - 1$ (2)

Từ (1) và (2) ⇒ Hệ thống phi tuyến tính.

Câu 1.28: Xét tính bất biến.

a) $y(n) = T[x(n)] = 2x^2(n) - 3x(n-1)$

$y(n-n_0) = 2x^2(n-n_0) - 3x(n-1-n_0) = T[x(n-n_0)]$

⇒ Hệ thống bất biến.

b). $y(n) = T.[x(n)] = 2 - 5n.x(n)$.

+) $y(n-n_0) = 2. - 5(n-n_0).x(n-n_0)$. (1)

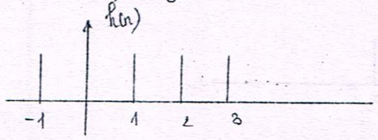
$\cancel{T[x(n-n_0)]}$

+) $T[x(n-n_0)] = 2 - 5n.x(n-n_0)$. (2)

Từ (1) và (2) ⇒ hệ thống không bất biến.

Câu 1.29. Xét tính nhân quả: $h(n) = 0 \ \forall n < 0$.

a) $h(n) = u(n) + \delta(n+1)$



⇒ $h(n) \neq 0$ với $\cancel{n<0}$ $n = -1$ ⇒ hệ thống không nhân quả.

b) $h(n) = \{2, \overrightarrow{5}, 0, 9, 8, 0\}$

$\Rightarrow$ hệ thống không nhân quả. Vì $h(-1) = 2$.

<u>Câu 1.30</u>: Xét tính ổn định.

a) $h(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n . u(n) + \delta(n + 1980)$

$$S = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(n)| = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^n . u(n)\right) + \delta(n + 1980)\right]$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n + 1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} + 1 = \frac{5}{3} < +\infty .$$

$\Rightarrow$ Hệ thống ổn định.

b) $h(n) = 2^n . u(n) + \{\overrightarrow{1}, 1, 0, 2\}$.

$$S = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(n)| = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left| 2^n . u(n) + \{\overrightarrow{1}, 1, 0, 2\} \right.$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} 2^n + 1 + 1 + 2 = \sum_{n=0}^{+\infty} 2^n + 4 = +\infty$$

$\Rightarrow$ Hệ thống không ổn định.

<u>Câu 1.31</u>.

Sai <u>Câu 1.32</u>:

$\delta(n-k) \leftrightarrow z^{-k}$
$a^n . u(n) \leftrightarrow \frac{1}{1 - a.z^{-1}}$
$(n+1).a^n . u(n) \leftrightarrow \frac{1}{(1 - a.z^{-1})^2}$

+) $h(n) = \{\overrightarrow{1}, 2, 1\} = \delta(n) + 2\delta(n-1) + \delta(n-2)$

$\Rightarrow H(z) = z^{-k} + 2z^{-1} + z^{-2} = 1 + 2.z^{-1} + z^{-2}$

+) $x(n) = 4^n . u(n) + 100.\delta(n)$

$\Rightarrow X(z) = \frac{1}{1 - 4.z^{-1}} + 100 .$

Ta có: $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$

$\Rightarrow Y(z) = H(z) . X(z) = (1 + 2.z^{-1} + z^{-2}) . \left[\frac{1}{1 - 4z^{-1}} + 100\right]$.

$$= \frac{1 + 2.z^{-1} + z^{-2}}{1 - 4.z^{-1}} + 100\,(1 + 2.z^{-1} + z^{-2}).$$

$$= \left(1+\frac{6}{z}\right) + \frac{\frac{25}{z^2}}{1-\frac{4}{z}} + 100 + 200\,z^{-1} + 100.z^{-2}$$

$$= 1 + 6.z^{-2} + \frac{25.z^{-2}}{1-4.z^{-1}} + 100 + 200.z^{-1} + 100.z^{-2}$$

$$\Rightarrow y(n) = \delta(n) + 6.\delta(n-2) + 25.\delta(n-2).4^n.u(n) + 100\delta(n) + 200\delta(n-1) + 100\delta(n-2)$$

$$= 101\,\delta(n) + 200\,\delta(n-1) + 106\,\delta(n-2) + 25.\delta(n-2).4^n.u(n).$$

Câu 1.33: $y(n) - 3y(n-1) + y(n-2) = x(n)$

a) Hàm truyền đạt:

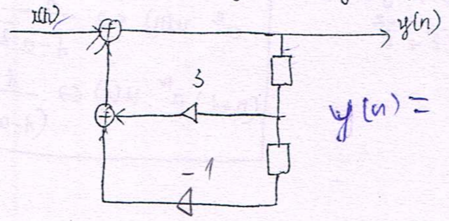
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{Y(z)}{Y(z) - 3.Y(z).z^{-1} + Y(z).z^{-2}} = \frac{Y(z)}{Y(z).\left[1-3z^{-1}+z^{-2}\right]}$$

$$= \frac{1}{1-3z^{-1}+z^{-2}} = \frac{1}{\left(1-\frac{3+\sqrt5}{2}.z^{-1}\right).\left(1-\frac{3-\sqrt5}{2}\right).z^{-1}}$$

$\Rightarrow$ Các điểm cực $z_{p1} = \frac{3+\sqrt5}{2} > 1$; $z_{p2} = \frac{3-\sqrt5}{2} < 1$.

$\Rightarrow$ Hệ thống không ổn định (không thoả mãn $\forall |z_{pk}| < 1$).

b). $y(n) = x(n) + 3y(n-1) - y(n-2)$



$y(n) = x(n) + 3y(n-1) - y(n-2)$

Câu 1.34:

* Định nghĩa về hệ thống không đệ quy.

Một hệ thống tuyến tính bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng bậc 0 được gọi là hệ thống không đệ quy

$$\sum_{k=0}^{N} a_k\,y.(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r.x(n-r).$$

$\rightarrow y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r . x(n-r) \qquad (a_0 = 1)$.

VD: $y(n) = x(n) + x(n-1) + x(n-2)$

Câu 1.35 $\quad h(n) = \{\overset{\uparrow}{1}, 2, 1, 3\}$.

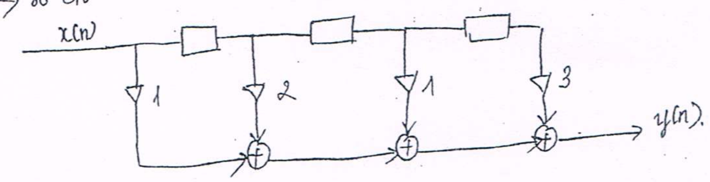
* Phương trình sai phân

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).x(n-k) = \sum_{k=0}^{3} h(k).x(n-k)$$

$$= h(0).x(n) + h(1).x(n-1) + h(2).x(n-2) + h(3).x(n-3)$$

$$= x(n) + 2x(n-1) + x(n-2) + 3(x(n-3)).$$

$\rightarrow$ Sơ đồ



Câu 1.36:

* Định nghĩa về hệ thống đệ quy:

Một hệ thống tuyến tính bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân bậc $N > 0$ được gọi là hệ thống đệ quy.

$$\sum_{k=0}^{N} a_k . y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r . x(n-r).$$

$$\Rightarrow y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} a_k . y(n-k) \qquad (a_0 = 1)$$

* VD: $y(n) = x(n) - x(n-1) - 2y(n-1) + y(n-2)$.

Câu 1.37:

$$h(n) = 2^n . rect_3(n) = 2^n . [u(n) - u(n-3)] = 2^n . u(n) - 2^n . u(n-3)$$

$$rect_3(n) = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le 2 \\ 0 & \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{1}{1 - 2.z^{-1}} - \frac{z^{-3}}{1 - 2.z^{-1}} = \frac{1 - z^{-3}}{1 - 2.z^{-1}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

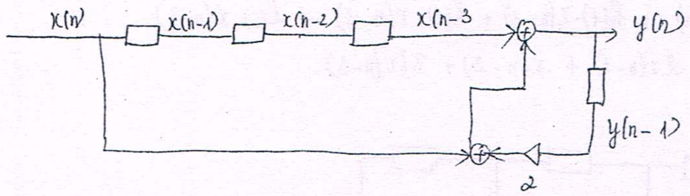
$\Rightarrow X(z).\left[1 - z^{-3}\right] = Y(z).\left[1 - 2.z^{-1}\right]$

$\Leftrightarrow X(z) - X(z).z^{-3} = Y(z) - 2.Y(z).z^{-1}$

$\Rightarrow x(n) - x(n-3) = y(n) - 2y(n-1).$

$\Rightarrow y(n) = x(n) - x(n-3) + 2y(n-1)$

* Sơ đồ:



Câu 1.38

* Điều kiện ổn định của hệ thống tuyến tính, bất biến, nhân quả được mô tả bởi phương trình sai phân hệ số hằng

$$\sum_{k=0}^{N} a_k\, y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r\, x(n-r)$$

Điều kiện ổn định: $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(n)| < \infty$.

* Ví dụ:

+) $y(n) = x(n) - x(n-1)$

$\Rightarrow Y(z) = X(z) - X(z).z^{-1}.$

$\Leftrightarrow Y(z) = X(z)\left[1 - z^{-1}\right]$

$\Rightarrow H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{1 - z^{-1}}{1} = 1 - \dfrac{1}{z}$

$\Rightarrow h(n) = \delta(n) + \delta(n-1).$

$\Rightarrow S = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(n)| = \sum_{n=\infty}^{\infty} \left|\delta(n) + \delta(n-1)\right| = 1 + 1 = 2 < \infty$

$\Rightarrow$ Hệ thống ổn định.

+) $\cancel{y(n) = 2x(n) + - 3(n-1)} \Rightarrow \cancel{Y(z) = 2.X(z) - 3.X(z).z^{-1}}$

$\cancel{H(z) = \dfrac{2 - 3.z^{-1}}{1} = 2 + 3.z^{-1}} \Rightarrow \cancel{h(n) = 2\delta(n) + 3.\delta(n-1)}$

+) $y(n) - 2y(n-1) - 15y(n-2) = x(n)$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{1}{1-2z^{-1}-15z^{-2}} = \frac{1}{(1-5z^{-1})(1+3z^{-1})}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_{p1} = 5 \\ z_{p2} = -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Hệ thống không ổn định :

Câu 1.39 :

* Khái niệm : Hàm truyền đạt của hệ thống tuyến tính bất biến :

Hàm truyền đạt của hệ thống tuyến tính bất biến là biến đổi z của đáp ứng xung hay nó còn được xác định bằng tỷ số giữa biến đổi z của tín hiệu ra trên biến đổi z của tín hiệu vào :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{r=0}^{M} b_r . z^{-r}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k . z^{-k}} .$$

* Ví dụ : $y(n) - 2y(n-1) - 15y(n-2) = x(n)$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{1}{1-2.z^{-1}-15.z^{-2}} .$$

Câu 1.40 .

* Tính chất tuyến tính

$Z[ax_1(n) + bx_2(n)] = aX_1(z) + bX_2(z)$

VD : $x(n) = \delta(n) + \delta(n-1)$

$X(z) = z^0 + z^{-1} = 1 + z^{-1}$.

* Tính chất trễ :

$Z[x(n-n_0)] = z^{-n_0} . X(z)$

$x(n) = \delta(n-1)$

$X(z) = z^{-1}$

Câu 1.41:

$X(z) = \frac{1}{1-2.z^{-1}}$

+) $y_1(n) = x(n-2509)$

$Y_1(z) = z^{-2509} \cdot \frac{1}{1-2.z^{-1}}$

+) $y_2 = x(n) + \delta(n-1609)$

$\Rightarrow Y_2(z) = X(z) + Z\{\delta(n-1609)\} = \frac{1}{1-2z^{-1}} + z^{-1609}$

Câu 1.42: $X(z) = \frac{1}{1-2z^{-1}}$

+) $y_1(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot x(n)$

$\Rightarrow Y_1(z) = X\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} z\right] = X[2z] = \frac{1}{1-2(2z)^{-1}} = \frac{1}{1-z^{-1}}$

+) $y_2(n) = n.x(n) = -z\frac{dX(z)}{dz} = -z\left(\frac{1}{1-2.z^{-1}}\right)' = -z.\left[\frac{-(2.z^{-2})}{(1-2.z^{-1})^2}\right.$

$= \frac{2.z^{-1}}{(1-2.z^{-1})^2}$

Câu 1.43: $y(n) + 5y(n-1) = x(n) - 50x(n-1)$

Biến đổi z 2 vế ta được

$Y(z) + 5.Y(z).z^{-1} = X(z) - 50X(z).z^{-1}$

$\Leftrightarrow Y(z).[1+5.z^{-1}] = X(z)[1-50.z^{-1}]$.

$\Leftrightarrow Y(z) = X(z).\frac{1-50.z^{-1}}{1+5.z^{-1}}$

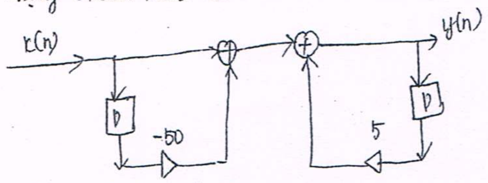
$\Rightarrow$ Hàm truyền đạt.

$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-50.z^{-1}}{1+5.z^{-1}}$

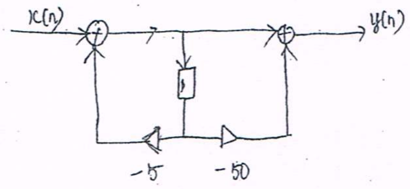
$\Rightarrow$ Điểm cực $z_p = -5$

$\Rightarrow$ Hệ thống không ổn định vì $|z_p| = 5 > 1$.

* Sơ đồ dạng chuẩn tắc I



* Sơ đồ dạng chuẩn tắc II : $y(n) = x(n) - 50.x(n-1) - 5.y(n-1)$



Câu 1.44 : $h(n) = (2^n + 3^n).u(n) = 2^n.u(n) + 3^n.u(n)$

$$H(z) = \frac{1}{1-2.z^{-1}} + \frac{1}{1-3.z^{-1}}$$

Hệ thống có các điểm cực $z_{p1} = 2 > 1$; $z_{p2} = 3 > 1$

⇒ Hệ thống không ổn định.

$$H(z) = \frac{1-3.z^{-1} + 1-2.z^{-1}}{(1-2.z^{-1}).(1-3.z^{-1})} = \frac{2-5z^{-1}}{(1-2.z^{-1})(1-3.z^{-1})} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$\Rightarrow X(z).[2-5.z^{-1}] = Y(z)\left[(1-2z^{-1}).(1-3.z^{-1})\right]$.

$\Leftrightarrow 2X(z) - 5.X(z).z^{-1} = Y(z).[1-3.z^{-1} - 2z^{-1} + 6.z^{-2}]$

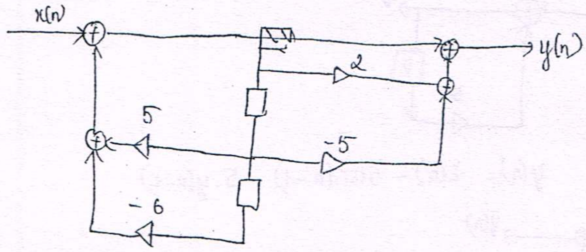
$\Leftrightarrow 2X(z) - 5.X(z).z^{-1} = Y(z) - 5.Y(z).z^{-1} + 6.Y(z).z^{-2}$

Biến đổi z ngược 2 vế ta được

$2.x(n) - 5.x(n-1) = y(n) - 5.y(n-1) + 6.y(n-2)$.

$\Rightarrow y(n) = 2x(n) - 5x(n-1) + 5y(n-1) - 6y(n-2)$.

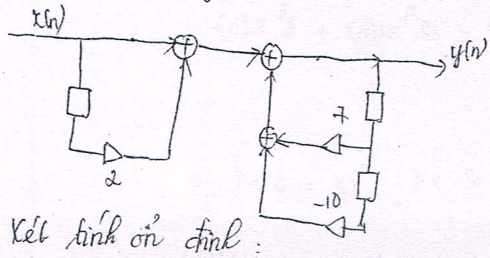
* Sơ đồ mô tả hệ thống theo dạng chuẩn tắc II.



<u>Câu 1.45</u>. $y(n) - 7y(n-1) + 10y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$

$\Rightarrow y(n) = x(n) + 2x(n-1) + 7y(n-1) + 10y(n-2)$ (I)

* Sơ đồ theo dạng chuẩn bậc I. (II)



* Xét tính ổn định:

Biến đổi z cả 2 vế ta được

$Y(z) - 7.Y(z).z^{-1} + 10.Y(z).z^{-2} = X(z) + 2X(z).z^{-1}$

$\Leftrightarrow Y(z)\left[1 - 7.z^{-1} + 10.z^{-2}\right] = X(z).\left[1 + 2z^{-1}\right]$

$\Leftrightarrow Y(z) = X(z).\dfrac{1+2.z^{-1}}{1-7z^{-1}+10.z^{-2}}$

Hàm truyền đạt:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+2.z^{-1}}{1-7.z^{-1}+10.z^{-2}} = \frac{1+2.z^{-1}}{(1-5.z^{-1})(1-2.z^{-1})}$$

$\Rightarrow$ Điểm cực: $\begin{cases} z_{p1} = 5 > 1 \\ z_{p2} = 2 > 1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Hệ thống không ổn định.

Câu 1.46 . (Sai)

$y(n) + 0,5\,y(n-1) = x(n) + 2x(n-1)$

Biến đổi z 2 vế, ta được.

$Y(z) + \frac{1}{2}.Y(z).z^{-1} = X(z) + 2.X(z).z^{-1}$

$\Leftrightarrow Y(z)\left[1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right] = X(z)\left[1 + 2.z^{-1}\right]$

$\Rightarrow Y(z) = X(z).\dfrac{1+2.z^{-1}}{1+\frac{1}{2}.z^{-1}}$

Hàm truyền đạt.

$H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{1+2.z^{-1}}{1+\frac{1}{2}.z^{-1}}$

$\Rightarrow$ điểm cực $z_p = -\frac{1}{2} \Rightarrow |z_p| = \frac{1}{2} < 1$

$\Rightarrow$ Hệ thống ổn định.

Câu 1.47 :

* phương trình sai phân.

$y(n) = x(n) + 0,5\,x(n-1) - 2y(n-1)$.

$\Leftrightarrow y(n) + 2y(n-1) = x(n) + 0,5\,x(n-1)$

Biến đổi z 2 vế ta được :

$Y(z) + 2.Y(z).z^{-1} = X(z) + 0,5\,X(z).z^{-1}$.

$\Leftrightarrow Y(z).\left[1 + 2.z^{-1}\right] = X(z).\left[1 + 0,5.z^{-1}\right]$

$\Rightarrow Y(z) = X(z).\dfrac{1+0,5.z^{-1}}{1+2.z^{-1}}$

$\Rightarrow H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{1+0,5.z^{-1}}{1+2.z^{-1}}$

$\begin{cases}\text{Điểm cực } z_p = 2 > 1 \Rightarrow \text{Hệ thống k ổn định} \\ \text{Điểm không : } z_0 = -0,5.\end{cases}$

Câu 1.48

* phương trình sai phân : $x(n) + x(n-1) + 2y(n-1) = y(n)$.

$\Leftrightarrow y(n) - 2y(n-1) = x(n) + x(n-1)$

Hàm truyền đạt

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+z^{-1}}{1-\alpha z^{-1}}$$

$\begin{cases} \text{Điểm cực } z_p = -\alpha \Rightarrow |z_p| = |\alpha| < 1 \Rightarrow \text{Hệ thống ổn định.} \\ \text{Điểm không } z_0 = \dfrac{1}{\alpha} \end{cases}$

Câu 1.49.

+) $h_1(n) = rect_2(n) = \delta(n) + \delta(n-1) \Rightarrow H_1(z) = 1 + z^{-1}$

+) $h_2(n) = \delta(n-1) + 2\delta(n-2) \Rightarrow H_2(z) = z^{-1} + 2z^{-2}$

+) $h_3(n) = \{\overrightarrow{2}, 1\} = 2.\delta(n) + \delta(n-1) \Rightarrow H_3(z) = 2 + z^{-1}$

$$\Rightarrow H(z) = H_1(z).[H_2(z) + H_3(z)] = (1+z^{-1}).[z^{-1} + 2.z^{-2} + 2+z^{-1}]$$

$$= (1+z^{-1})[2 + 2.z^{-2} + 2z^{-1}] = 2 + 4z^{-1} + 4.z^{-2} + 2.z^{-3}.$$

$$= \cancel{3} + 2.z^{-2} + \cancel{z^{-1}} + \cancel{3.z^{-1}} + \cancel{2.z^{-3}} + \cancel{z^{-2}}$$

$$= 3. + \cancel{4}.z^{-1} + 3z^{-2} + 2.z^{-3}$$

$$\Rightarrow h(n) = 2\delta(n) + 4.\delta(n-1) + 4.\delta(n-2) + 2.\delta(n-3).$$

$$= \{\overrightarrow{2}, 4, 4, 2\}$$

Câu 1.50 :

+) $h_1(n) = 2\delta(n-2) \Rightarrow H_1(z) = 2.z^{-2}.$

+) $h_2(n) = rect_2(n) \Rightarrow = \delta(n) + \cancel{\delta(n-2)} + \delta(n-1) \Rightarrow H_2(z) = 1 + z^{-1}$

+) $h_3(n) = 2\delta(n-1) \Rightarrow H_3(z) = 2.z^{-1}.$

+) $h_4(n) = -rect_2(n-1) \Rightarrow H_4(z) = -\delta(n-1) - \delta(n-2) \Rightarrow H_4(z) = -z^{-1} - z^{-2}$

+) $h_5(n) = rect_3(n-1) = \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3) \Rightarrow H_5(z) = z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}.$

Hàm truyền đạt cả hệ thống.

$$H(z) = H_1(z).[H_2(z).H_3(z) + H_4(z)].H_5(z)$$

$$\cancel{= z^{-2}(1+z^{-1})[2.z^{-1}]}$$

$$= 2.z^{-2}[(1+z^{-1}).2.z^{-1} - z^{-1} - z^{-2}].(z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}).$$

$= 2.z^{-2}[2.z^{-1} + 2.z^{-2} + z^{-1} - z^{-2}](z^{-1} + z^{-2} + z^{-3})$

$= (2.z^{-3} + 2.z^{-4} + 2.z^{-5}).(z^{-1} + z^{-2})$

$= 2.z^{-4} + 2.z^{-5} + 2.z^{-5} + 2.z^{-6} + 2.z^{-6} + 2.z^{-7}$

$= 2.z^{-4} + 4.z^{-5} + 4.z^{-6} + 2.z^{-7}.$

$\Rightarrow h(n) = 2.\delta(n-4) + 4.\delta(n-5) + 4.\delta(n-6) + 2.\delta(n-7).$

Bài 1.51 :

* Phương trình sai phân:

$$0,2\, x(n) = y(n) + 0,8\, y(n-1)$$

Biến đổi z hai vế ta được :

$$0,2.X(z) = Y(z) + 0,8.Y(z).z^{-1}$$

$$\Leftrightarrow 0,2\, X(z) = Y(z)\left[1 + 0,8.z^{-1}\right]$$

$$\Leftrightarrow Y(z) = X(z).\frac{0,2}{1+0,8.z^{-1}}$$

* Hàm truyền đạt :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0,2}{1+0,8.z^{-1}}$$

$\Rightarrow$ Hệ thống có điểm cực $z_p = -0,8 \Rightarrow |z_p| = 0,8 < 1$

$\Rightarrow$ Hệ thống ổn định.

Câu 1.52

* Phương trình sai phân :

$$x(n) + (-2).x(n-1) = y(n) + y(n-1) + 0,25\, y(n-2).$$

Biến đổi z 2 vế ta được :

$$X(z) - 2X(z).z^{-1} = Y(z) + Y(z).z^{-1} + 0,25\, Y(z).z^{-2}$$

$$\Leftrightarrow X(z)(1 - 2.z^{-1}) = Y(z).\left[1 + z^{-1} + 0,25.z^{-2}\right].$$

$$\Leftrightarrow Y(z) = \frac{1-2.z^{-1}}{1+z^{-1}+0,25.z^{-2}}$$

* Hàm truyền đạt

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-2.z^{-1}}{1+z^{-1}+0,25.z^{-2}} = \frac{1-2.z^{-1}}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)^2}$$

$\Rightarrow$ Điểm cực $z_p = -\frac{1}{2} \Rightarrow |z_p| = \frac{1}{2} < 1$

$\Rightarrow$ Hệ thống ổn định.

Câu 1.53 :

$$y(n) - 7y(n-1) + 10y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

Biến đổi z 2 vế ta được:

$$Y(z) - 7Y(z).z^{-1} + 10.Y(z).z^{-2} = X(z) + 2.X(z).z^{-1}$$

$$\Leftrightarrow Y(z)\left[1 - 7.z^{-1} + 10.z^{-2}\right] = X(z)\left[1 + 2.z^{-1}\right].$$

$$\Leftrightarrow Y(z) = X(z).\frac{1+2.z^{-1}}{1-7.z^{-1}+10.z^{-2}}$$

*. Hàm truyền đạt.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+2.z^{-1}}{1-7.z^{-1}+10.z^{-2}} = \frac{1+2.z^{-1}}{(1-5.z^{-1})(1-2z^{-1})} = \frac{7/3}{(1-5.z^{-1})} - \frac{4/3}{1-2.z^{-1}}$$

$\Rightarrow$ ~~$h(n) = \frac{7}{3}5^n \delta(n-1)$~~

$$\Rightarrow h(n) = \frac{7}{3}5^n.u(n) - \frac{4}{3}2^n.u(n).$$

Câu 1.54 :

$$h_1(n) = \delta(n) + 3\delta(n-1) + \delta(n-2).$$

$$\Rightarrow H_1(z) = z^{-0} + 3.z^{-1} + z^{-2} = 1 + 3.z^{-1} + z^{-2}.$$

Từ sơ đồ ta có:

$$Y(z) = H_1(z).\left[X(z) - Y(z).z^{-1}\right]$$

$$\Leftrightarrow Y(z) = H_1(z).X(z) - H_1(z).Y(z).z^{-1}$$

$$\Leftrightarrow Y(z)\left[1 + H_1(z).\cancel{Y(z)}.z^{-1}\right] = H_1(z).X(z)$$

$$\Leftrightarrow Y(z) = X(z)\frac{H_1(z)}{1 + H_1(z).\cancel{Y(z)}.z^{-1}}$$

Hàm truyền đạt:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{H_1(z)}{1 + H_1(z).z^{-1}} = \frac{1 + 3z^{-1} + z^{-2}}{1 + (1 + 3z^{-1} + z^{-2}).z^{-1}}$$

$$= \frac{1 + 3z^{-1} + z^{-2}}{1 + z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3}}$$

Câu 1.55:

$$y(n) + 6y(n-1) = x(n) - 4x(n-1)$$

Biến đổi z 2 phía ta được

$$Y(z) + 6.Y(z).z^{-1} = X(z) - 4.X(z).z^{-1}$$

$$\Leftrightarrow Y(z)\left[1 + 6.z^{-1}\right] = X(z).\left[1 - 4z^{-1}\right]$$

$$\Leftrightarrow Y(z) = X(z).\frac{1 - 4z^{-1}}{1 + 6.z^{-1}}$$

* Hàm truyền đạt:

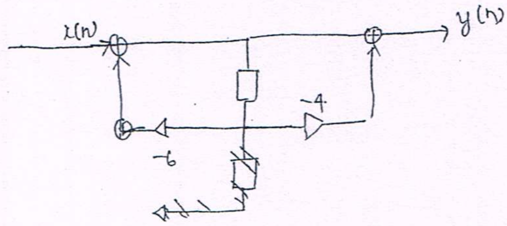
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - 4z^{-1}}{1 + 6.z^{-1}} = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3}.\frac{1}{1 + 6.z^{-1}}$$

⇒ Đáp ứng xung:

$$h(n) = -\frac{2}{3}\delta(n) + \frac{5}{3}(-6)^n.u(n).$$

* Sơ đồ chính tắc II:

$$y(n) = x(n) - 4x(n-1) - 6y(n-1).$$



Câu 1.56:

* $y(n) - 20y(n-1) = x(n)$

Biến đổi z 2 vế ta được

$$Y(z) - 20 \cdot Y(z) \cdot z^{-1} = X(z)$$
$$Y(z) = \frac{X(z)}{1 - 20 z^{-1}}$$

+) $x(n) = \delta(n) + \delta(n-1)$

$\Rightarrow X(z) = z^{0} + z^{-1} = 1 + z^{-1}$

$$\Rightarrow Y(z) = \frac{1 + z^{-1}}{1 - 20 z^{-1}} = -\frac{1}{20} + \frac{21}{20} \cdot \frac{1}{1 - 20 z^{-1}}$$

$$\Rightarrow y(n) = -\frac{1}{20}\delta(n) + \frac{21}{20} \cdot (20)^{n} \cdot u(n).$$

Câu 1.57:

+) $h(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n} \cdot u(n)$

$$H(z) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} z^{-1}}$$

+) $x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n} \cdot u(n) \Rightarrow X(z) = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2} z^{-1}}$

$$\Rightarrow Y(z) = H(z) \cdot X(z) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2} z^{-1}\right)^{2}}$$

$y(n) = \text{IZT}\left[Y(z)\right] = (n+1) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n} \cdot u(n)$ thoả mãn $y(-1) = 0$.

Câu 1.58:

+) Từ sơ đồ ta có phương trình sai phân:

$$0{,}2x(n) = y(n) - 0{,}8y(n-1).$$

Biến đổi z 2 vế ta được:

$$0{,}2 \cdot X(z) = Y(z) - 0{,}8 \cdot Y(z) \cdot z^{-1}$$

$\Leftrightarrow Y(z)\left(1 - 0{,}8 z^{-1}\right) = 0{,}2X(z)$

$$\Leftrightarrow Y(z) = X(z) \frac{0{,}2}{1 - 0{,}8 z^{-1}}$$

+) $x(n) = 2^{n} = 2^{n} \cdot u(n)$

$\Rightarrow X(z) = \dfrac{1}{1-2.z^{-1}}$

$\Rightarrow Y(z) = \dfrac{0,2}{(1-2z^{-1})(1-0,8z^{-1})} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{1-2.z^{-1}} - \dfrac{2}{15}.\dfrac{1}{1-0,8.z^{-1}}$

$\Rightarrow y(n) = IZT[Y(z)] = \dfrac{1}{3}2^n.u(n) - \dfrac{2}{15}.(0,8)^n.u(n)$. thoả mãn $y(-1) = 0$

Câu 1.59:

+) Từ sơ đồ ta có phương trình sai phân:

$3x(n) + 2x(n-1) = y(n) + 0,5y(n-1)$.

Biến đổi z ta được

$3.X(z) + 2.X(z).z^{-1} = Y(z) - 0,5Y(z).z^{-1}$

$\Leftrightarrow X(z)[3 + 2.z^{-1}] = Y(z)[1-0,5.z^{-1}]$

$\Leftrightarrow Y(z) = X(z).\dfrac{3+2.z^{-1}}{1-0,5.z^{-1}} = X(z).\left[-4 + \dfrac{7}{1-0,5.z^{-1}}\right]$.

+) $x(n) = (0,5)^n.u(n)$

$\Rightarrow X(z) = \dfrac{1}{1-0,5.z^{-1}}$

$\Rightarrow Y(z) = \dfrac{1 \cancel{3+2.z^{-1}}}{1-0,5.z^{-1}}\left[-4 + \dfrac{7}{1-0,5.z^{-1}}\right]$

$= \dfrac{7}{(1-0,5.z^{-1})^2} - \dfrac{4}{1-0,5.z^{-1}}$

$\Rightarrow y(n) = 7.(n+1).(0,5)^n.u(n) - 4.(0,5)^n.u(n)$.

Câu 1.60:

+) $x(n) = \delta(n)$

$\Rightarrow X(z) = 1$

+) $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 2x(n) - 6x(n-1)$

$\Rightarrow Y(z) - 6.Y(z).z^{-1} + 8.Y(z).z^{-2} = 2X(z) - 6X(z).z^{-1}$

$\Leftrightarrow Y(z).[1-6.z^{-1} + 8.z^{-2}] = X(z)[2 - 6.z^{-1}]$

$$\Rightarrow Y(z) = X(z).\frac{2-6z^{-1}}{1-6z^{-1}+8z^{-2}} = \frac{2-6z^{-1}}{1-6z^{-1}+8z^{-2}} = \frac{2-6z^{-1}}{(1-4.z^{-1})(1-2.z^{-1})}$$

$$= \frac{1}{1-4.z^{-1}} + \frac{1}{1-2z^{-1}}$$

$$\Rightarrow y(n) = 4^n.u(n) + 2^n u(n).$$

Câu 2.1.

Câu 2.1:

a) * Biểu thức định nghĩa biến đổi Fourier của tín hiệu rời rạc

$$X(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n).e^{-jwn}$$

* VD. $x(n) = a^n.u(n)$.

$$X(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n).e^{-jwn} = \sum_{n=0}^{+\infty}(a.e^{-jw})^n = \frac{1}{1-ae^{-jw}}$$

b). $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n.u(n)$

$$* \; X(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n).e^{-jwn} = \sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{2}.e^{-jw}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}}$$

$$\boxed{e^{\pm jx} = \cos(x) \pm j.\sin}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{2}[\cos w - j.\sin w]} = \frac{1}{(1-\frac{1}{2}\cos w) + \frac{1}{2}j.\sin w}$$

$$+) \; |X(w)| = \left|\frac{1}{(1-\frac{1}{2}\cos w)+\frac{1}{2}j.\sin w}\right| = \frac{1}{\sqrt{(1+\frac{1}{2}\cos w)^2 + (\frac{1}{2}.\sin w)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1^2 - 2\frac{1}{2}\cos w + \frac{1}{4}\cos^2 w + \frac{1}{4}\sin^2 w}}$$

Biên độ: $A(\omega) = \sqrt{thực^2 + ảo^2}$.

Phổ pha: $\varphi(\omega) = \arctan\frac{ảo}{thực}$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4} - \cos w}}$$

$$+) \; \varphi(w) = -\arctan\frac{\frac{1}{2}\sin w}{1-\frac{1}{2}\cos w}.$$

Câu 2.2.

a)
* Khái niệm phổ biên độ: $|X(e^{jw})|$
* Khái niệm phổ pha. $\arg[X(e^{jw})] = \varphi(w)$.

b) $x(n) = \delta(n) + 4\delta(n-1) + \delta(n-2)$

$$FT[x(n)] = X(w) = FT\{\delta(n) + 4\delta(n-1) + \delta(n-2)\}$$

$$= FT[\delta(n)] + 4FT[\delta(n-1)] + FT[\delta(n-2)].$$

+) $FT[\delta(n)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(n).e^{-j\omega n} = 1.e^{-j\omega n}\Big|_{n=0} = 1.$

+) $FT[\delta(n-1)] = e^{-j\omega}$

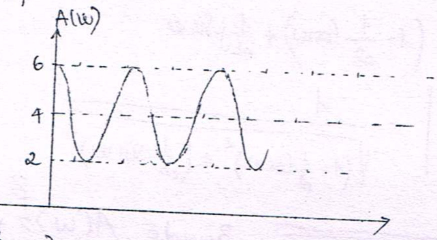
+) $FT[\delta(n-2)] = e^{-j\omega 2}.$

$\Rightarrow X(\omega) = 1 + 4.e^{-j\omega} + e^{-2j\omega} = e^{-j\omega}\left(e^{j\omega} + 4 + e^{-j\omega}\right)$

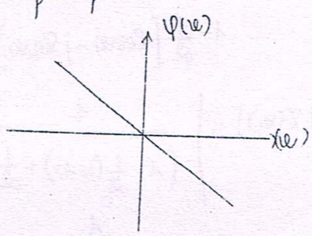
$= e^{-j\omega}\left[\cos\omega + j\sin\omega + 4 + \cos\omega - j\sin\omega\right] = e^{-j\omega}\left[2\cos\omega + 4\right].$

$$\Rightarrow \begin{cases} A(\omega) = |X(\omega)| = 2.\cos\omega + 4 \\ \arg[X(\omega)] = -\omega. \end{cases}$$

* Vẽ phổ biên độ.



* Vẽ phổ pha



Câu 2.3. a)

* Biểu thức biến đổi Fourier ngược của tín hiệu rời rạc

$$x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}).e^{j\omega n}\,d\omega.$$

* Ví dụ $X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & -\omega_c \le \omega \le \omega_c \\ 0 & \omega \text{ còn lại}. \end{cases}$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n}\,d\omega = \frac{1}{2\pi jn}e^{j\omega n}\Big|_{-\omega_c}^{\omega_c} = \frac{1}{2\pi jn}\left(e^{j\omega_c n} - e^{-j\omega_c n}\right)$$

$$= \frac{1}{\pi n}.\sin\omega_c n.$$

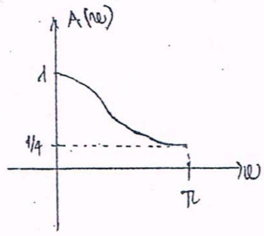
b) $X(e^{j\omega}) = \dfrac{0,4}{1-0,6\,e^{-j\omega}} = \dfrac{0,4}{1-0,6.(\cos\omega - j\sin\omega)} = \dfrac{0,4}{(1-0,6\cos\omega) + 0,6j.\sin\omega}$

$$\Rightarrow |X(e^{j\omega})| = \frac{0,4}{\sqrt{(1-0,6\cos\omega)^2 + (0,6\sin\omega)^2}}$$

$$= \frac{0,4}{\sqrt{1+0,36.\cos^2 w - 1,2\cos w + 0,36.\sin^2 w}} = \frac{0,4}{\sqrt{1,36 - 1,2\cos w}}$$

+) $\varphi(w) = -\arctan g \dfrac{0,6.\sin w}{1-0,6.\cos w}$

* Đồ thị phổ biên độ.



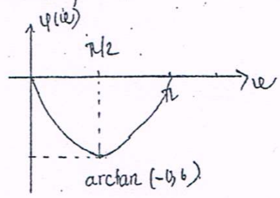
$w = 0 \rightarrow A(w) = 1$

$w = \pi \rightarrow A(w) = \frac{1}{4}$.

+) Điểm cực đại $A(w) = 1$ khi $w = 0$

+) Điểm cực tiểu $A(w) = \frac{1}{4}$ khi $w = \pi$.

* Đồ thị phổ pha.



$w = 0 \rightarrow \varphi(w) = 0$

$w = \pi \rightarrow \varphi(w) = 0$

$w = \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi(w) = \arctan(-0,6)$

Câu 2.4:

a)
* Đáp ứng tần số là biến đổi Fourier của đáp ứng xung h(n) hay còn được xác định bằng tỉ số giữa biến đổi Fourier của tín hiệu ra trên biến đổi Fourier của tín hiệu vào.

$$H(e^{jw}) = |H(e^{jw})|.e^{j\varphi(w)} = \frac{Y(e^{jw})}{X(e^{jw})}$$

* Ví dụ $h(n) = a^n.u(n)$

$$H(z) = \frac{1}{1-az^{-1}} \Rightarrow H(w) = H(z)\Big|_{z=e^{jw}} = \frac{1}{1-ae^{-jw}}$$

$$= \frac{1}{1-a(\cos w - j\sin w)} = \frac{1}{(1-a\cos w)+aj\sin w}$$

b). $X(e^{jw}) = \dfrac{0,2}{1+0,8.e^{-jw}} = \dfrac{0,2}{1+0,8(\cos w - j\sin w)} = \dfrac{0,2}{(1+0,8\cos w) - 0,8j\sin w}$

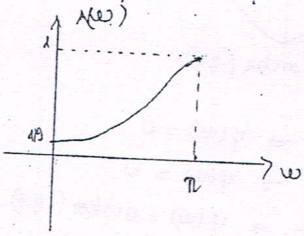
* Đáp ứng biên độ.

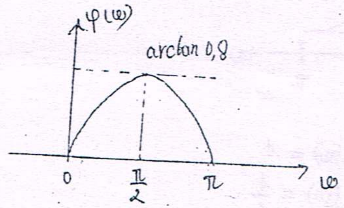
$$|X(e^{jw})| = \frac{0,2}{\sqrt{(1+0,8\cos w)^2+(0,8\sin w)^2}} = \frac{0,2}{\sqrt{1,64+1,6.\cos w}}$$

* Đáp ứng pha

$$\varphi(w) = -\arctan\frac{-0,8.\sin w}{1+0,8\cos w} = \arctan\frac{0,8.\sin w}{1+0,8.\cos w}.$$

* Đồ thị phổ biên độ. * Đồ thị phổ pha





$w = 0 \rightarrow A(w) \Rightarrow \frac{1}{9}$.

$w = \pi \rightarrow A(w) \Rightarrow 1$.

$\rightarrow$ Điểm cực đại $A(w) = 1$ khi $w = \pi$

Điểm cực tiểu $A(w) = 1/9$ khi $w = 0$.

$w = 0 \rightarrow \varphi(w) = 0$

$w = \pi \rightarrow \varphi(w) = 0$

$w = \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi(w) = \arctan 0,8$

Câu 2.5: $x(n) = \frac{1}{2^n}u(n)$.

a) Tìm phổ.

$$X(z) = \boxed{\frac{1}{1-\frac{1}{2}.z^{-1}}} \Rightarrow X(e^{jw}) = X(z)\Big|_{z=e^{jw}} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}}$$

b) +) $y_1(n) = 2x(n) + \delta(n)$.

$$Y_1(z) = 2.X(z) + 1 = \cancel{\frac{2}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}}} \quad \frac{2}{1-\frac{1}{2}.z^{-1}} + 1.$$

$$\Rightarrow Y_1(e^{jw}) = Y_1(z)\Big|_{z=e^{jw}} = \frac{2}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}} + 1$$

+) $y_2(n) = nx(n) + \delta(n)$.

$$\Rightarrow Y_2(z) = \boxed{-z.\frac{dX(z)}{dz}} + 1 = -z.\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\right)' + 1$$

$$= (-z).\frac{-\frac{1}{2}z^{-2}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})^2} + 1 = \frac{1}{2}.\frac{z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})^2}$$

$$\Rightarrow Y_2(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega}}{2(1-\frac{1}{2}.e^{-j\omega})^2} + 1.$$

<u>Câu 2.6</u>: $x(n) = (-0,6)^n.u(n)$

a) : $X(z) = \frac{1}{1+0,6.z^{-1}} \Rightarrow X(e^{j\omega}) = X(z)\Big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{1}{1+0,6.e^{-j\omega}}$

b) * $y_1(n) = 2x(n-6)$

$$\Rightarrow Y_1(z) = 2.X(z).z^{-6} = \frac{2.z^{-6}}{1+0,6.z^{-1}}$$

$$\Rightarrow Y_1(e^{j\omega}) = \frac{2.e^{-6j\omega}}{1+0,6.e^{-j\omega}}$$

* ~~$y_2(n) = x(-n)$~~

~~$\Rightarrow Y_2(z) = X(\frac{1}{z}) = \frac{1}{1+0,6.z}$~~

* $y_2(n) = nx(n) + \delta(n)$

$$\Rightarrow Y_2(z) = -z.\frac{dX(z)}{dz} + 1 = -z.\left(\frac{1}{1+0,6z^{-1}}\right)' + 1 = (-z).\frac{(+0,6.z^{-2})}{(1+0,6.z^{-1})^2} + 1$$

$$= \frac{-0,6.z^{-1}}{(1+0,6.z^{-1})^2} + 1.$$

$$\Rightarrow Y_2(e^{j\omega}) = Y_2(z)\Big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{-0,6.e^{-j\omega}}{(1+0,6.e^{-j\omega})^2} + 1.$$

<u>Câu 2.7</u>: $x(n) = (-0,8)^n.u(n)$.

a) $X(z) = \frac{1}{1-0,8.z^{-1}} \Rightarrow X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-0,8e^{-j\omega}}$

b) * $y_1(n) = e^{j\omega_0 n}.x(n) = (e^{j\omega_0})^n.x(n)$.

$$\Rightarrow Y_1(z) = X(e^{-jw_0}.z) = \frac{1}{1-0,8.(e^{-jw_0}.z)^{-1}} = \frac{1}{1-0,8.e^{jw_0}.z^{-1}}$$

$$\Rightarrow Y_1(e^{jw}) = Y(z)\Big|_{z=e^{jw}} = \frac{1}{1-0,8.e^{jw}.e^{-jw_0}} = \frac{1}{1-0,8.e^{j(w-w_0)}}$$

$*\ y_2(n) = x(-n)$

$$\Rightarrow Y_2(z) = X\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{1-0,8z}$$

$$\Rightarrow Y_2(e^{jw}) = Y_2(z)\Big|_{z=e^{jw}} = \frac{1}{1-0,8.e^{jw}}$$

Câu 2.8:

a)

- Đáp ứng biên độ là biên độ của đáp ứng tần số $A(w) = |H(w)|$
- Đáp ứng pha là pha của đáp ứng tần số: $\varphi(w) = \arg|H(w)|$
- Ảnh hưởng của chúng tới mối quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống.
  + Biên độ tín hiệu ra bằng đáp ứng biên độ (lần) so với tín hiệu vào
  + pha tín hiệu ra dịch đi đáp ứng pha (đơn vị) so với tín hiệu vào.

b) +) $H(e^{jw}) = (2-\cos w).e^{-j3w}$

$$\begin{cases} |H(e^{jw})| = 2-\cos w = |H(w)| \\ \varphi(w) = -3w \end{cases}$$

$\left|H\left(\frac{\pi}{4}\right)\right| = 2-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $|H(0)| = 1$.

$\left|H\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = 2$

+) $x(n) = 2 + 3.\sin\left(\frac{n\pi}{4}+1\right) + 4.\cos\left(\frac{n\pi}{2}+1\right)$

$$\Rightarrow y(n) = 2.1 + 3\left|H\left(\frac{\pi}{4}\right)\right|.\cos\left(\frac{n\pi}{4}+1+\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) + 4\left|H\left(\frac{\pi}{2}\right)\right|\cos\left(\frac{n\pi}{2}+1+\varphi\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$= 2 + 3.\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right).\cos\left[\frac{n\pi}{4}+1+\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right] + 4.2.\cos\left(\frac{n\pi}{2}-1-\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$= 2 + 3\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right).\cos\left[\frac{\pi}{4}(n-3)+1\right] + 8.\cos\left[\frac{\pi}{2}(n-3)-1\right].$$

Câu 2.9: $h(n) = \frac{1}{2^n}.u(n)$.

a) $H(z) = \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}$.

+) Đáp ứng tần số : $H(w) = H(z)\Big|_{z = e^{jw}} = \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2} e^{-jw}}$

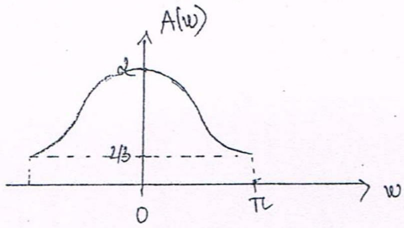
+) Đáp ứng biên độ :

$$A(w) = |H(w)| = \left| \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(\cos w - j\sin w)} \right| = \frac{1}{\left|\left(1 - \frac{1}{2}\cos w\right) + \frac{1}{2} j.\sin w\right|}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\cos w\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sin w\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1{,}25 - \cos w}}$$

+) Đáp ứng pha : $\varphi(w) = -\arctan \dfrac{\frac{1}{2}\sin w}{1 - \frac{1}{2}\cos w}$.

+) Vẽ định tính đáp ứng biên độ .



$w = 0 \rightarrow A(w) = 2$

$w = \pi \rightarrow A(w) = \dfrac{2}{3}$.

$w = -\pi \rightarrow A(w) = \dfrac{2}{3}$

b) $x(n) = 2 + 3.\sin\left(\dfrac{n\pi}{4} + 1\right) + 4.\cos\left(\dfrac{n\pi}{2} - 1\right)$

$\cancel{\Rightarrow y(n) = 2 + 3.A(\tfrac{\pi}{4}).\cos\left(\tfrac{n\pi}{4} + 1 + \varphi(\tfrac{\pi}{4})\right) + 4.A(\tfrac{\pi}{2})}.\cos\left(\tfrac{n\pi}{2} - 1 + \varphi(\tfrac{\pi}{2})\right)]$

$\cancel{= 2.(\sin 0 + \cos}$

$= 2.\cos 0 + 3.\sin\left(\dfrac{n\pi}{4} + 1\right) + 4.\cos\left(\dfrac{n\pi}{2} - 1\right)$.

+) $A\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{1{,}25 - \frac{\sqrt{2}}{2}}}$; $A\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$; $A(0) = 2$

+) $\varphi(\frac{\pi}{4}) = -\arctan \frac{1+2\sqrt{2}}{7}$; $\varphi(\frac{\pi}{2}) = -\arctan \frac{1}{2}$; $\varphi(0) = 0$

$\Rightarrow y(n) = 2.A(0).\cos(0+\varphi(0)) + 3.A(\frac{\pi}{4}).\cos(\frac{n\pi}{4}+1+\varphi(\frac{\pi}{4}))$
$+ 4.A(\frac{\pi}{2}).\cos(\frac{n\pi}{2} - 1 + \varphi(\frac{\pi}{2}))$

$= 2.2. + 3.\frac{1}{\sqrt{1,25-\frac{\sqrt{2}}{2}}}.\cos(\frac{n\pi}{4} + 1 - \arctan\frac{1+2\sqrt{2}}{7})$

$+ 4.\frac{2\sqrt{5}}{5}.\cos(\frac{n\pi}{2} - 1 - \arctan\frac{1}{2})$

Câu 2.10: $y(n) + 0,8\,y(n-1) = 0,2\,x(n)$.

Biến đổi z hai vế ta được

$Y(z) + 0,8.Y(z).z^{-1} = 0,2.X(z)$.

$\Leftrightarrow Y(z)[1+0,8.z^{-1}] = 0,2.X(z)$

$\Leftrightarrow Y(z) = X(z)\frac{0,2}{1+0,8.z^{-1}}$

Hàm truyền đạt: $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0,2}{1+0,8.z^{-1}}$

a) + Đáp ứng tần số:

$H(\omega) = H(z)|_{z=e^{j\omega}} = \frac{0,2}{1+0,8.e^{-j\omega}} = \frac{0,2}{1+0,8(\cos\omega - j\sin\omega)}$.

$= \frac{0,2}{(1+0,8\cos\omega) - j\sin\omega.0,8}$.

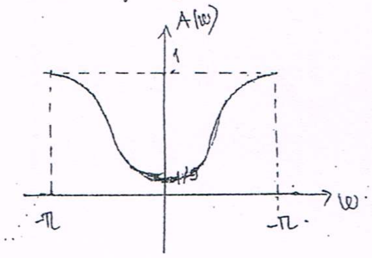
+ Đáp ứng biên độ:

$A(\omega) = |H(\omega)| = \frac{0,2}{\sqrt{(1+0,8\cos\omega)^2+(0,8.\sin\omega)^2}} = \frac{0,2}{\sqrt{1,64+1,6\cos\omega}}$

+ Đáp ứng pha

$\varphi(\omega) = -\arctan\frac{0,8\sin\omega}{1+0,8\cos\omega}$

+) Đồ thị đáp ứng biên độ.



$\omega \to 0 \Rightarrow A(\omega) = 1/9$

$\omega \to \pi \Rightarrow A(\omega) = 1$

$\omega \to -\pi \Rightarrow A(\omega) = -1.$

b) $x(n) = 2 + 3.\sin\left(\frac{n\pi}{4} + 1\right) + 4.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 1\right)$

$= 2.\cos 0 + 3.\sin\left(\frac{n\pi}{4} + 1\right) + 4.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 1\right).$

+) $A\left(\frac{\pi}{4}\right) = \dfrac{0,2}{\sqrt{1,64 + \frac{4\sqrt{2}}{5}}}$; $A\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{41}}{41}$; $A(0) = \frac{1}{9}$.

+) $\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\arctan\frac{-8 + 10\sqrt{2}}{17}$; $\varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\arctan\frac{4}{5}$; $\varphi(0) = 0$.

$\Rightarrow y(n) = 2.A(0).\cos(0 + \varphi(0)) + 3.A\left(\frac{\pi}{4}\right).\cos\left(\frac{n\pi}{4} + 1 + \varphi\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) + 4.A\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 1 + \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$

$= \frac{2}{9} + 3.\dfrac{0,2}{\sqrt{1,64 + \frac{4\sqrt{2}}{5}}}.\cos\left(\frac{n\pi}{4} + 1 - \arctan\frac{-8 + 10\sqrt{2}}{17}\right) + 4.\frac{\sqrt{41}}{41}.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 1 - \arctan\frac{4}{5}\right).$

Câu 2.11 :

Từ sơ đồ ta có phương trình sai phân.

$0,2x(n) + 0,8y(n-1) = y(n)$

$\Leftrightarrow y(n) - 0,8y(n-1) = 0,2x(n).$

$\Rightarrow Y(z) - 0,8.Y(z).z^{-1} = 0,2.X(z).$

$\Leftrightarrow Y(z)\left[1 - 0,8.z^{-1}\right] = 0,2.X(z)$

$\Leftrightarrow Y(z) = X(z).\dfrac{0,2}{1 - 0,8.z^{-1}}$

Hàm truyền đạt $H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{0,2}{1 - 0,8z^{-1}}$

$\Rightarrow$ Đáp ứng tần số

$$H(w) = H(z)\Big|_{z = e^{jw}} = \frac{0,2}{1 - 0,8e^{-jw}} = \frac{0,2}{1 - 0,8(\cos w - j\sin w)}$$

$$= \frac{0,2}{(1 - 0,8\cos w) + 0,8j\sin w}$$

+) Đáp ứng biên độ.

$$A(w) = |H(w)| = \frac{0,2}{\sqrt{(1 - 0,8\cos w)^2 + (0,8\sin w)^2}} = \frac{0,2}{\sqrt{1,64 - 1,6\cos w}}$$

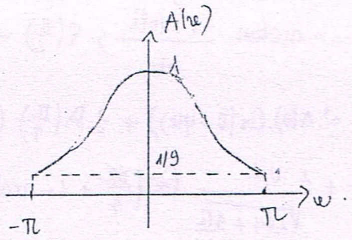
+) Đáp ứng pha

$$\varphi(w) = -\arctan\frac{0,8\sin w}{1 - 0,8.\cos w}.$$

* Đồ thị đáp ứng biên độ.

$w = 0 \rightarrow A(w) = 1$

$w = \pm\pi \rightarrow A(w) = \dfrac{1}{9}$.



b) $x(n) = 1 + 7\sin(n\pi + 2) + 11.\cos\left(\dfrac{n\pi}{2} + 1\right)$.

$= 1.\cos 0 + 7\sin(n\pi + 2) + 11.\cos\left(\dfrac{n\pi}{2} + 1\right)$.

Ht $\begin{cases} A(0) = 1 \\ \varphi(0) = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} A(\pi) = \dfrac{1}{9} \\ \varphi(\pi) = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} A\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{41}}{41} \\ \varphi\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -\arctan 0,8. \end{cases}$

$\Rightarrow y(n) = 1.A(0).\cos(0 + \varphi(0)) + 7.A(\pi).\sin(n\pi + 2 + \varphi(\pi))$

$+ 11.\cos\left(\dfrac{n\pi}{2} + 1 + \varphi\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\right).A\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

$$\cancel{= 1 + 7.\frac{1}{21}.\sin(n\pi + 2) + 11.\frac{\sqrt{41}}{41}.\cos\left(\frac{n\pi}{2} + 1 - \arctan 0{,}8\right)}$$

$$= 1 + \frac{7}{3}.\sin(n\pi + 2) + \frac{11\sqrt{41}}{41}.\cos\left(\frac{n\pi}{2} + 1 - \arctan 0{,}8\right).$$

Câu 2.12: $h(n) = \{\underset{\uparrow}{1}, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1\}$

$$= \delta(n) + 2\delta(n-1) + 3\delta(n-2) + 4\delta(n-3) + 5\delta(n-4) + 4\delta(n-5) + 3\delta(n-6)$$
$$+ 2\delta(n-7) + 1\delta(n-8).$$

$$\Rightarrow H(z) = 1 + 2.z^{-1} + 3.z^{-2} + 4.z^{-3} + 5.z^{-4} + 4.z^{-5} + 3.z^{-6} + 2.z^{-7} + z^{-8}.$$

a) +) Đáp ứng tần số.

$$H(\omega) = H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}} = 1 + 2.e^{-j\omega} + 3.e^{-2j\omega} + 4.e^{-3j\omega} + 5.e^{-4j\omega} + 4.e^{-5j\omega} + 3.e^{-6j\omega} + 2e^{-7j\omega} + e^{-8j\omega}$$

$$= e^{-4j\omega}\left(e^{4j\omega} + 2e^{3j\omega} + 3e^{2j\omega} + 4e^{j\omega} + 5 + 4.e^{-j\omega} + 3.e^{-2j\omega} + 2.e^{-3j\omega} + e^{-4j\omega}\right)$$

$$= e^{-4j\omega}.\left[\left(e^{4j\omega} + e^{-4j\omega}\right) + 2.\left(e^{3j\omega} + e^{-3j\omega}\right) + 3\left(e^{2j\omega} + e^{-2j\omega}\right) + 4\left(e^{j\omega} + e^{-j\omega}\right) + 5\right]$$

$$= e^{-4j\omega}.\left[2\cos 4\omega + 4.\cos 3\omega + 6.\cos 2\omega + 8.\cos\omega + 5\right].$$

$$= e^{j\varphi(\omega)}.A(\omega).$$

$\Rightarrow$ Đáp ứng biên độ

$A(\omega) = 2\cos 4\omega + 4.\cos 3\omega + 6.\cos 2\omega + 8\cos\omega + 5$.

Đáp ứng pha. $\varphi(\omega) = -4\omega$.

b) $x(n) = 2 + 5.\sin\left(\frac{n\pi}{3} - 2\right) + 9.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 1\right).$

$$= 2\cos 0 + 5.\sin\left(\frac{n\pi}{3} - 2\right) + 9.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 1\right).$$

$$\begin{cases} A(0) = 1 \\ \varphi(0) = 0 \end{cases};\quad \begin{cases} A\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 \\ \varphi\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{4\pi}{3} \end{cases};\quad \begin{cases} A\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \\ \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2\pi. \end{cases}$$

$$\Rightarrow y(n) = 2 + 5.\sin\left(\frac{n\pi}{3} - 2 - \frac{4\pi}{3}\right) + 9.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 1 - 2\pi\right)$$

Câu 2.13: $h(n) = \{\overrightarrow{1}, -2, -3, 4, 4, -3, -2, 1\}$

$= \delta(n) + 2\delta(n-1) - 3\delta(n-2) + 4\delta(n-3) + 4\delta(n-4) - 3\delta(n-5) - 2\delta(n-6) + \delta(n-7)$

$\Rightarrow H(z) = 1 - 2.z^{-1} - 3.z^{-2} + 4.z^{-3} + 4.z^{-4} - 3.z^{-5} - 2.z^{-6} + z^{-7}$

a) Đáp ứng tần số:

$H(w) = H(z)\big|_{z=e^{jw}} = 1 - 2.e^{-jw} - 3.e^{-2jw} + 4.e^{-3jw} + 4.e^{-4jw} - 3.e^{-5jw} - 2.e^{-6jw} + e^{-7jw}$

$= e^{-j3,5w}\left[e^{j3,5w} - 2e^{j2,5w} - 3e^{j1,5w} + 4e^{j0,5w} + 4e^{-j0,5w} - 3.e^{-j1,5w} - 2e^{-j2,5w} + e^{-j3,5w}\right]$

$= e^{-j3,5w}\left[(e^{j3,5w} + e^{-j3,5w}) - 2(e^{j2,5w} + e^{-j2,5w}) - 3(e^{j1,5w} + e^{-j1,5w}) + 4(e^{j0,5w} + e^{-j0,5w})\right]$

$= e^{-j3,5w}.\left[2.\cos 3{,}5w - 4.\cos 2{,}5w - 6.\cos 1{,}5w + 8.\cos 0{,}5w\right]$

$\Rightarrow$ +) Đáp ứng biên độ

$A(w) = 2.\cos 3{,}5w - 4.\cos 2{,}5w - 6.\cos 1{,}5w + 8.\cos 0{,}5w$

+) Đáp ứng pha: $\varphi(w) = -3{,}5w$.

b) $x(n) = 1 + 6.\sin\left(\frac{n\pi}{3} - 2\right) + 9.\cos\left(\frac{n\pi}{2} + 1\right)$.

$\begin{cases} A(0) = 0 \\ \varphi(0) = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} A(\frac{\pi}{3}) = 5\sqrt{3} \\ \varphi(\frac{\pi}{3}) = \frac{-7}{6}\pi \end{cases}$; $\begin{cases} A(\frac{\pi}{2}) = 10\sqrt{2} \\ \varphi(\frac{\pi}{2}) = -\frac{7}{4}\pi. \end{cases}$

$\Rightarrow y(n) = 1.0 + 6.5\sqrt{3}.\sin\left(\frac{n\pi}{3} - 2 - \frac{7}{6}\pi\right) + 9.10\sqrt{2}.\cos\left(\frac{n\pi}{2} + 1 - \frac{7}{4}\pi\right)$

$= 30\sqrt{3}.\sin\left(\frac{n\pi}{3} - 2 - \frac{7}{6}\pi\right) + 90.\sqrt{2}.\cos\left(\frac{n\pi}{2} + 1 - \frac{7}{4}\pi\right).$

Câu 2.14: $h(n) = \{\overrightarrow{1}, 2, 3, 4, 0, -4, -3, -2, -1\}$.

$= \delta(n) + 2\delta(n-1) + 3.\delta(n-2) + 4.\delta(n-3) - 4\delta(n-5) - 3.\delta(n-6) - 2\delta(n-7) - \delta(n-8)$

$\Rightarrow H(z) = 1 + 2.z^{-1} + 3.z^{-2} + 4.z^{-3} - 4.z^{-5} - 3.z^{-6} - 2.z^{-7} - z^{-8}$.

a) Đáp ứng tần số:

$H(w) = H(z)\big|_{z=e^{jw}} = 1 + 2.e^{-jw} + 3.e^{-2jw} + 4.e^{-3jw} - 4.e^{-5jw} - 3e^{-6jw} - 2.e^{-7jw} - e^{-8jw}$

$= e^{-4j\omega}\left(e^{4j\omega} + 2.e^{3j\omega} + 3.e^{2j\omega} + 4e^{j\omega} - 4.e^{-j\omega} - 3e^{-2j\omega} - 2.e^{-3j\omega} - e^{-4j\omega}\right)$

$= e^{-4j\omega}\left[\left(e^{4j\omega} - e^{-4j\omega}\right) + 2\left(e^{3j\omega} - e^{-3j\omega}\right) + 3.\left(e^{2j\omega} - e^{-2j\omega}\right) + 4\left(e^{j\omega} - e^{-j\omega}\right)\right.$

$= e^{-4j\omega}.j\left[2.\sin 4\omega + 4.\sin 3\omega + 6.\sin 2\omega + 8.\sin\omega\right]$

$= e^{-4j\omega}.e^{j\frac{\pi}{2}}\left[2.\sin 4\omega + 4.\sin 3\omega + 6.\sin 2\omega + 8.\sin\omega\right]$

$= e^{j\left(\frac{\pi}{2} - 4\omega\right)}.\left[2.\sin 4\omega + 4.\sin 3\omega + 6.\sin 2\omega + 8.\sin\omega\right]$

$\Rightarrow$ +) Đáp ứng biên độ :

$A(\omega) = 2.\sin 4\omega + 4.\sin 3\omega + 6.\sin 2\omega + 8.\sin\omega$

+) Đáp ứng pha : $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - 4\omega$.

b). $x(n) = 1 + 7.\sin\left(\frac{n\pi}{6} + 1\right) + 11.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 3\right)$

$\begin{cases} A(0) = 0 \\ \varphi(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} A\left(\frac{\pi}{6}\right) = 8 + 4\sqrt{3} \\ \varphi\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-\pi}{6} \end{cases}$; $\begin{cases} A\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4 \\ \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3\pi}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow y(n) = 1.0 + 7.(8 + 4\sqrt{3}).\sin\left(\frac{n\pi}{6} + 1 - \frac{\pi}{6}\right) + 11.4.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 3 - \frac{3\pi}{2}\right)$

$= 7.(8 + 4\sqrt{3}).\sin\left(\frac{n\pi}{6} + 1 - \frac{\pi}{6}\right) + 44.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 3 - \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 2.15 : $h(n) = \{\overrightarrow{1}, 2, -3, 4, -4, 3, -2, -1\}$.

$h(n) = \delta(n) + 2.\delta(n-1) - 3\delta(n-2) + 4\delta(n-3) - 4\delta(n-4) + 3\delta(n-5) - 2\delta(n-6) - \delta(n-7)$

$\Rightarrow H(z) = 1 + 2.z^{-1} - 3.z^{-2} + 4.z^{-3} + 4.z^{-4} + 3.z^{-5} - 2z^{-6} - z^{-7}$.

a) Đáp ứng tần số :

$H(\omega) = H(z)\big|_{z = e^{j\omega}} = 1 + 2.e^{-j\omega} - 3.e^{-2j\omega} + 4.e^{-3j\omega} - 4.e^{-4j\omega} + 3.e^{-5j\omega} - 2.e^{-6j\omega} - e^{-7j\omega}$

$= e^{-j3,5\omega}\left[e^{j3,5\omega} + 2.e^{2,5j\omega} - 3e^{j1,5\omega} + 4^{j0,5\omega} - 4.e^{-j0,5\omega} + 3.e^{-j1,5\omega} - 2.e^{-j2,5\omega} - e^{-j3,5\omega}\right]$

$$= e^{j\left(\frac{\pi}{2} - 3{,}5w\right)} \cdot \left(2.\sin 3{,}5w + 4.\sin 2{,}5w - 6.\sin 1{,}5w + 8.\sin 0{,}5w\right)$$

+) Đáp ứng biên độ:

$$A(w) = 2.\sin 3{,}5w + 4.\sin 2{,}5w - 6.\sin 1{,}5w + 8.\sin 0{,}5w$$

+) Đáp ứng pha: $\varphi(w) = \frac{\pi}{2} - 3{,}5w$.

b) $x(n) = 1 + 7.\sin\left(\frac{n\pi}{6} + 1\right) + 11.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 3\right)$

$$\begin{cases} A(0) = 0 \\ \varphi(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases} ; \begin{cases} A\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{7\sqrt{6} - 7\sqrt{2}}{2} \\ \varphi\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{12} \end{cases} ; \begin{cases} A\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2\sqrt{2} \\ \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y(n) = 7.\frac{7\sqrt{6} - 7\sqrt{2}}{2}.\sin\left(\frac{n\pi}{6} + 1 - \frac{\pi}{2}\right) + 11.(-2\sqrt{2}).\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 3 - \frac{5\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{7}{2}(7\sqrt{6} - 7\sqrt{2}).\sin\left(\frac{n\pi}{6} + 1 - \frac{\pi}{2}\right) + -22\sqrt{2}.\cos\left(\frac{n\pi}{2} - 3 - \frac{5\pi}{4}\right).$$

Câu 2.16

a) Định nghĩa bộ lọc thông thấp LPF lý tưởng.

$$|H(w)| = \begin{cases} 1 & -w_c \le w \le w_c \\ 0 & w \text{ còn lại.} \end{cases}$$

b). Cho đáp ứng tần số của bộ lọc thông thấp lý tưởng pha 0. ($\varphi(w) = 0$)

$$H(e^{jw}) = \begin{cases} 1 & -w_c \le w \le w_c \\ 0 & w \ne 0 \end{cases}$$

Với $w_c = \frac{\pi}{3}$:

Sử dụng phép biến đổi Fourier ngược ta có

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-w_c}^{w_c} e^{jwn}\,dw = \frac{1}{2\pi jn} e^{jwn}\Big|_{-w_c}^{w_c} = \frac{1}{2\pi jn}\left(e^{jw_cn} - e^{-jw_cn}\right)$$

$$= \frac{1}{\pi n}.\sin w_c n. = \frac{w_c}{\pi}.\frac{\sin w_c n}{w_c.n} = \frac{1}{3}.\frac{\sin\frac{\pi}{3}n}{\frac{\pi}{3}n}.$$

+) $n = 0 \Rightarrow h(0) = \frac{1}{3}$

+) $n = 1 \Rightarrow h(1) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} = h(-1)$

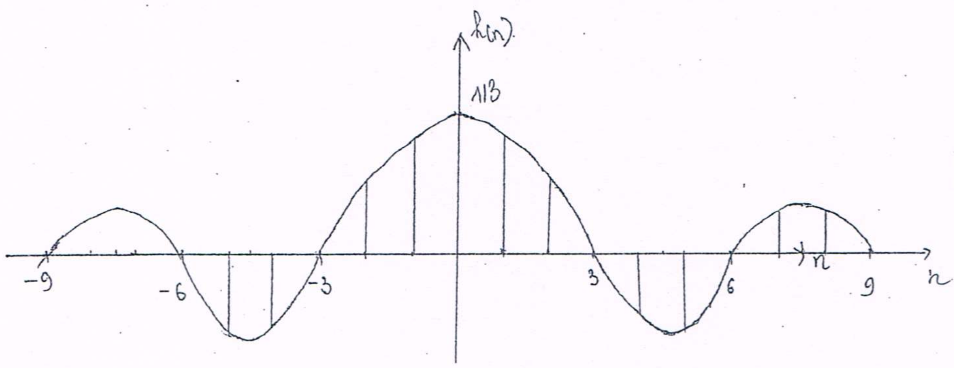
+) $n = 2 \Rightarrow h(2) = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = h(-2)$

+) $n = 3 \Rightarrow h(3) = 0 = h(-3)$

+) $n = 4 \Rightarrow h(4) = -\frac{\sqrt{3}}{8\pi} = h(-4)$

+) $n = 5 \Rightarrow h(5) = -\frac{\sqrt{3}}{10\pi} = h(-5)$

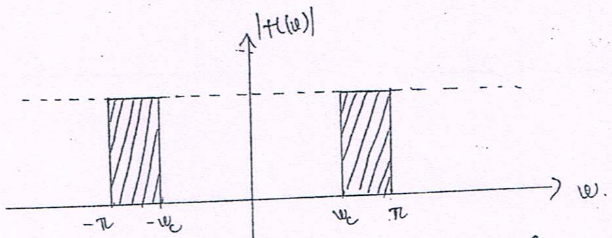
+) $n = 6 \Rightarrow h(6) = 0 = h(-6)$



Câu 2.17:

a) Định nghĩa bộ lọc thông cao HPF lý tưởng

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1 & -\pi \leq \omega \leq -\omega_c \ , \ \omega_c \leq \omega \leq \pi \\ 0 & \omega \ (\neq) \end{cases} \qquad (-\pi \leq \omega \leq \pi)$$



b) Cho đáp ứng tần số của bộ lọc thông cao lý tưởng pha 0

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & -\pi \leq \omega \leq -\omega_c \ , \ \omega_c \leq \omega \leq \pi \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$

Với $\omega_c = \frac{\pi}{3}$.

Áp dụng công thức IFT ta có:

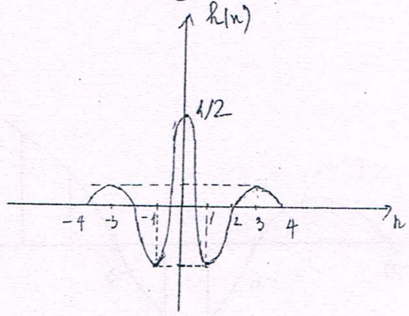
$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}).e^{j\omega n}\,d\omega = \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega n}\,d\omega - \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n}\,d\omega.$$

$$= \frac{\sin\pi n}{\pi n} - \frac{\omega_c.\sin\omega_c n}{\pi.\omega_c.n.} = \delta(n) - \frac{\omega_c}{\pi}.\frac{\sin\omega_c.n}{\omega_c n.}$$

+) $h(0) = \frac{1}{2}$. $\quad h(\pm 3) = \frac{1}{3\pi}$

+) $h(\pm 1) = -\frac{1}{\pi}$. $\quad h(\pm 4) = 0$

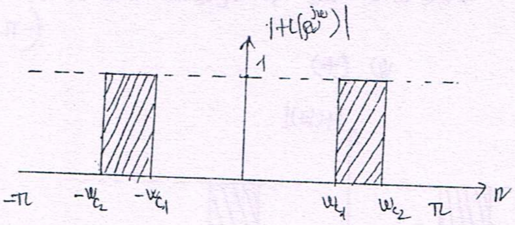
+) $h(\pm 2) = 0$.



Câu 2.18:

a) Định nghĩa bộ lọc thông dải BPF lý tưởng:

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1 ; -\omega_{c2} \le \omega \le -\omega_{c1} ; \ \omega_{c1} \le \omega \le \omega_{c2} \\ 0 \quad \omega \ne \end{cases} \quad (-\pi \le \omega < \pi)$$



b) Cho đáp ứng tần số của bộ lọc thông dải lý tưởng pha không như sau

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 \quad -\omega_{c2} \le \omega \le -\omega_{c1} ; \ \omega_{c1} \le \omega \le \omega_{c2} \\ 0 \quad \omega \ne \end{cases} \quad (-\pi \le \omega \le \pi)$$

Ta có $h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}).e^{j\omega n}\,d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_{c2}}^{+\omega_{c2}} e^{j\omega n}\,d\omega - \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_{c1}}^{\omega_{c1}} e^{j\omega n}\,d\omega$

$$= \frac{w_{c2}}{\pi} \cdot \frac{\sin w_{c2} n}{w_{c2} \cdot n} - \frac{w_{c1}}{\pi} \cdot \frac{\sin w_{c1} n}{w_{c1} n}$$. Chọn $w_{c_2} = \frac{\pi}{2}$; $w_{c_1} = \frac{\pi}{3}$.

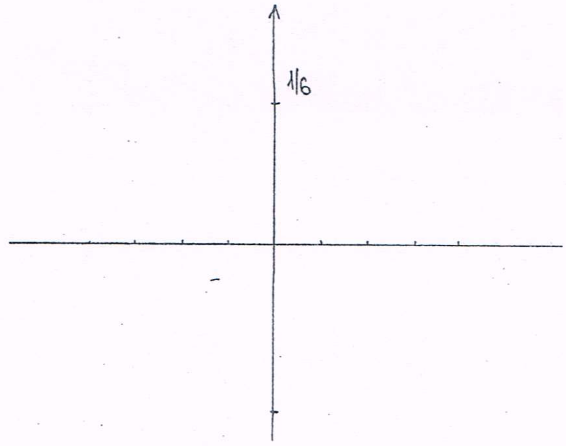
+) $h(0) = \frac{1}{6}$.

+) $h(\pm 1) = \frac{4 - 3\sqrt{3}}{2\pi}$

+) $h(\pm 2) = -\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$.

+) $h(\pm 3) = \frac{-2}{3\pi}$

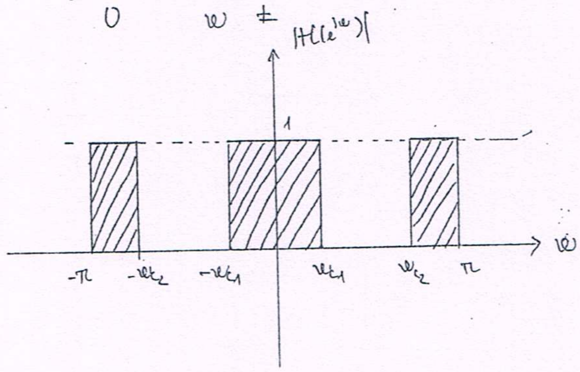
+) $h(\pm 4) = \frac{3\sqrt{3}}{8\pi}$



Câu 2.19:

a) Định nghĩa bộ lọc chặn giải. BSF lý tưởng

$$|H(e^{jw})| = \begin{cases} 1 & -\pi \le w \le -w_{c2} \\ & -w_{c1} \le w \le w_{c1} \\ & w_{c2} \le w \le \pi \\ 0 & w \ne \end{cases} \quad (-\pi \le w \le \pi)$$



b) . Cho

$$H(e^{jw}) = \begin{cases} 1 & -\pi \le w \le -w_{c_2} \\ & -w_{c1} \le w \le w'_{c1} \\ & w_{c_2} \le w < \pi . \\ 0 & w \ne \end{cases} \quad (-\pi \le w \le \pi.)$$

Với: $w'_{c_1} = \frac{\pi}{3}$; $w'_{c_2} = \frac{\pi}{2}$

Ta có

$$h(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega n}d\omega - \int_{-\omega_{c_2}}^{+\omega_{c_2}} e^{j\omega n}d\omega + \int_{-\omega_{c_1}}^{\omega_{c_1}} e^{j\omega n}d\omega\right]$$

$$= \frac{\sin n\pi}{n\pi} - \frac{\omega_{c_2}}{\pi}\cdot\frac{\sin\omega_{c_2} n}{\omega_{c_2} n} + \frac{\omega_{c_1}}{\pi}\cdot\frac{\sin\omega_{c_1}.n}{\omega_{c_1}.n}.$$

$$h(0) = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}\approx 0{,}8$$

$$\cancel{h(1) = -\frac{\sin \pi/2}{\pi/2} + \frac{\sin \pi/3}{\pi/3} = \frac{-4+3\sqrt{3}}{2\pi} \approx 0{,}19. = h(-1)}$$

$$\cancel{h(2) = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \approx 0{,}41.}$$

$$\cancel{h(\pm 3) \approx 0{,}21}$$

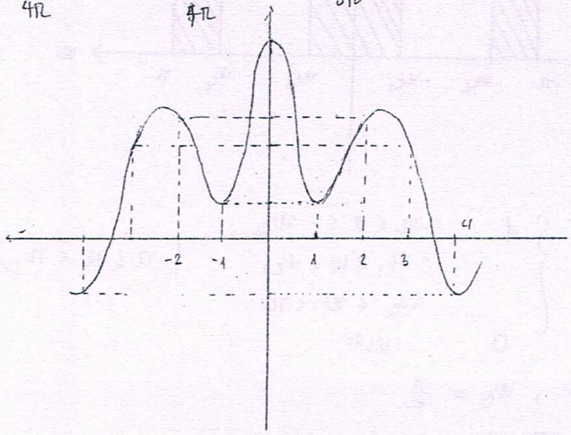
$$\cancel{h(\pm 4)}$$

$$h(1) = -\frac{\sin\pi/2}{\pi} + \frac{\sin\pi/3}{\pi} = -\frac{1}{\pi}+\frac{\sqrt{3}}{2\pi} = \frac{-2+\sqrt{3}}{2\pi} \approx 0{,}04$$

$$h(2) = -\frac{\sin\frac{2\pi}{2}}{2\pi} + \frac{\sin\frac{2\pi}{3}}{2\pi} = 0+\frac{\sqrt{3}}{4\pi} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \approx 0{,}13$$

$$h(3) = -\frac{\sin\frac{3\pi}{2}}{3\pi} + \frac{\sin\frac{3\pi}{3}}{3\pi} = \frac{1}{3\pi} \approx 0{,}106$$

$$h(4) = -\frac{\sin\frac{4\pi}{2}}{4\pi} + \frac{\sin\frac{4\pi}{3}}{4\pi} = -\frac{\sqrt{3}}{8\pi} \approx -0{,}06$$



Câu 2.20:

* Biểu thức định nghĩa biến đổi Fourier rời rạc của một dãy tuần hoàn.

Biến đổi Fourier rời rạc của dãy tuần hoàn $\tilde{x}(n)$ có chu kỳ N được định nghĩa như sau:

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n).e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n).e^{-j\omega_k.n} \quad (1)$$

Trong đó: $\omega_k = \frac{2\pi}{N}k$. với $\begin{cases} k = 0 \div N-1 \\ n = 0 \div N-1 \end{cases}$

x(n) là dãy tuần hoàn chu kì N nên nó thoả mãn. $\tilde{x}(N) = \tilde{x}(n+\ell N)$

* Biểu diễn dưới dạng lượng giác.

$$1 \Leftrightarrow \tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n).\left[\cos\omega_k n - j.\sin\omega_k n\right]$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n).\cos\omega_k n - j\sum_{n=0}^{N-1} (\sin\omega_k n).\tilde{x}(n).$$

* Biểu diễn dạng ma trận. $\tilde{X}(k) = \tilde{x}(n).W_N$

$$\tilde{X}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{X}(0) \\ \tilde{X}(1) \\ \vdots \\ \tilde{X}(N-1) \end{bmatrix}; \quad \tilde{x}(n) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(0) \\ \tilde{x}(1) \\ \vdots \\ \tilde{x}(N-1) \end{bmatrix}, \quad W_N = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 \cdots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^1 & W_N^2 \cdots & W_N^{(N-1)} \\ \vdots & & & \\ W_N^0 & W_N^{(N-1)} & W_N^{2(N-1)} \cdots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

Câu 2.21:

* Biểu thức định nghĩa biến đổi Fourier rời rạc của một dãy có chiều dài hữu hạn

$$X(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\, W_N^{kn} & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & k \ne \end{cases}$$

* Biểu diễn dưới dạng lượng giác.

$$X(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x(n).e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n).\left(\cos\frac{2\pi}{N}kn - j.\sin\frac{2\pi}{N}kn\right) & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & k \ne 0. \end{cases}$$

$$\Rightarrow X(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x(n).\cos\frac{2\pi}{N}kn - j\sum_{n=0}^{N-1} x(n).\sin\frac{2\pi}{N}kn & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & , k \ne \end{cases}$$

* Biểu diễn dạng tần số

$$X(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x(n).e^{-j\omega_k n} & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & k \ne . \end{cases}$$

Trong đó $\omega_k = \frac{2\pi}{N}.k$.

* Biểu diễn dưới dạng ma trận: $X(k) = \begin{cases} x(n).W_N & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & k \ne . \end{cases}$

$$X(k) = \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix}; \quad x(n) = \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}$$

$$W_N = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \dots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^1 & W_N^2 & \dots & W_N^{(N-1)} \\ W_N^0 & W_N^2 & W_N^4 & \dots & W_N^{2(N-1)} \\ \vdots & & & & \\ W_N^0 & W_N^{(N-1)} & W_N^{2(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

Câu 2.22.

* Viết biểu thức tính biến đổi Fourier rời rạc ngược (IDFT) của một dãy tuần hoàn

$$\tilde{x}(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k).e^{j\frac{2\pi}{N}kn}.$$

* Biểu diễn dưới dạng lượng giác

$$\tilde{x}(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k).\left(\cos\frac{2\pi}{N}.kn + j\sin\frac{2\pi}{N}.kn\right)$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k).\cos\frac{2\pi}{N}kn + j\sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k).\sin\frac{2\pi}{N}kn.$$

* Biểu diễn dưới dạng ma trận $\tilde{x}(n) = \frac{1}{N} \tilde{X}(k) . W_N$.

$$\tilde{X}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{X}(0) \\ \tilde{X}(1) \\ \tilde{X}(2) \\ \vdots \\ \tilde{X}(N-1) \end{bmatrix} \quad ; \quad \tilde{x}(n) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(0) \\ \tilde{x}(1) \\ \tilde{x}(2) \\ \vdots \\ \tilde{x}(N-1) \end{bmatrix}$$

$$W_N = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \cdots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \cdots & W_N^{-(N-1)} \\ W_N^0 & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \cdots & W_N^{-2(N-1)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & & W_N^{-(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

Câu 2.23:

* Viết biểu thức tính biến đổi Fourier rời rạc ngược của một dãy có chiều dài hữu hạn.

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} . \sum_{k=0}^{N-1} X(k) . e^{j\frac{2\pi}{N}kn} & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$

* Biểu diễn dưới dạng lượng giác.

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) . \cos \frac{2\pi}{N} kn + j \sum_{k=0}^{N-1} X(k) . \sin \frac{2\pi}{N} kn . & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & , n \neq \end{cases}$$

* Biểu diễn dưới dạng ma trận: $x(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} . X(k) . W_N ; & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & , n \neq \end{cases}$

Câu 2.24: $\tilde{x}(n) = \{\overrightarrow{1}, 6, 0, 9\}$

$N = 4,\ L = 2$

Đặt $\begin{cases} f_0(n) = \tilde{x}(2n) = \{1, 0\} \Rightarrow F_0(k) = \{1; 1\} \\ f_1(n) = \tilde{x}(2n+1) = \{6, 9\} \Rightarrow F_1(k) = \{15, -3\} \end{cases}$

$\Rightarrow X(k) = F_0(k) + W_N^k . F_1(k)$

+) $X(0) = F_0(0) + W_4^0 . F_1(0) = 1 + 15 = 16.$

+) $X(2) = F_0(0) - W_4^0 . F_1(0) = 1 - 15 = \cancel{0}\ -14$

+) $X(1) = F_0(1) + W_4^1 . F_1(1) = 1 + (-j).(-3) = 1 + 3j$

+) $X(3) = F_0(1) - W_4^1 . F_1(1) = 1 - (-j).(-3) = 1 - 3j.$

$\Rightarrow X(k) = \{\overrightarrow{16}, \cancel{-14}, 1+3j, -14, 1-3j\}$

Câu 2.25: $x(n) = \{\overrightarrow{2}, 5, 9\}$; $N = 4 \Rightarrow x(n) = \{\overrightarrow{2}, 5, 9, 0\}$.

Đặt $\begin{cases} f_0(n) = x(2n) = \{2, 9\} \Rightarrow F_0(k) = \{11, -7\} \\ f_1(n) = x(2n+1) = \{5; 0\} \Rightarrow F_1(k) = \{5, 5\}. \end{cases}$

$X(0) = F_0(0) + W_4^0 . F_1(0) = 11 + 5 = 16.$

$X(2) = F_0(0) - W_4^0 F_1(0) = 11 - 5 = 6.$

$X(1) = F_0(1) + W_4^1 F_1(1) = -7 + (-j)5 = -7 - 5j$

$X(3) = F_0(1) - W_4^1 F_1(1) = -7 - (-j).5 = -7 + 5j.$

$\Rightarrow X(k) = \{16, -7-5j, 6; -7+5j\}$

Câu 2.26: $X(k) = \{\overrightarrow{1}; 9, 8, 0\}.$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(k) . W_N^{-kn} = \frac{1}{4} . \sum_{n=0}^{3} X(k) . W_4^{-kn}.$$

$$\Rightarrow x(n) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_4^0 & W_4^0 & W_4^0 & W_4^0 \\ W_4^0 & W_4^{-1} & W_4^{-2} & W_4^{-3} \\ W_4^0 & W_4^{-2} & W_4^{-4} & W_4^{-6} \\ W_4^0 & W_4^{-3} & W_4^{-6} & W_4^{-9} \end{bmatrix}.$$

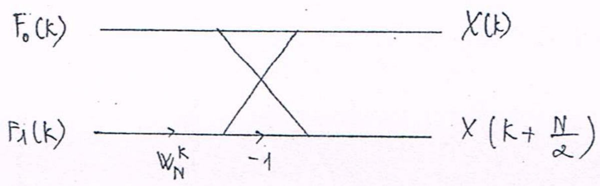
$$= \frac{1}{4}\begin{bmatrix}1\\9\\8\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\1 & j & -1 & -j\\1 & -1 & 1 & -1\\1 & -j & -1 & j\end{bmatrix} = \frac{1}{4}\left[18, -7+9j, 0, -7-9j\right]$$

Câu 2.27: Nguyên tắc của thuật toán FFT phân theo thời gian n

Đặt $\begin{cases} f_0(n) = x(2n) \\ f_1(n) = x(2n+1) \end{cases}$ $\quad \left(n = 0, 1, 2, \ldots, \frac{N}{2} + 1\right)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} X(k) = F_0(k) + W_N^k . F_1(k) \\ X\left(k + \frac{N}{2}\right) = F_0(k) - W_N^k . F_1(k). \end{cases} \quad k = 0, 1, \ldots \frac{N}{2} - 1.$$

$\Rightarrow$ Mô hình cánh bướm.



Câu 2.28: $\tilde{x}(n) = \{\underset{\uparrow}{1}, 7, 1, 1\}$

Đặt $\begin{cases} f_0(n) = x(2n) = \{1, 1\}. \\ f_1(n) = x(2n+1) = \{7, 1\}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_0(k) = \{2; 0\} \\ F_1(k) = \{8; 6\}. \end{cases}$

$X(0) = F_0(0) + W_4^0 F_1(0) = 2 + 8 = 10$

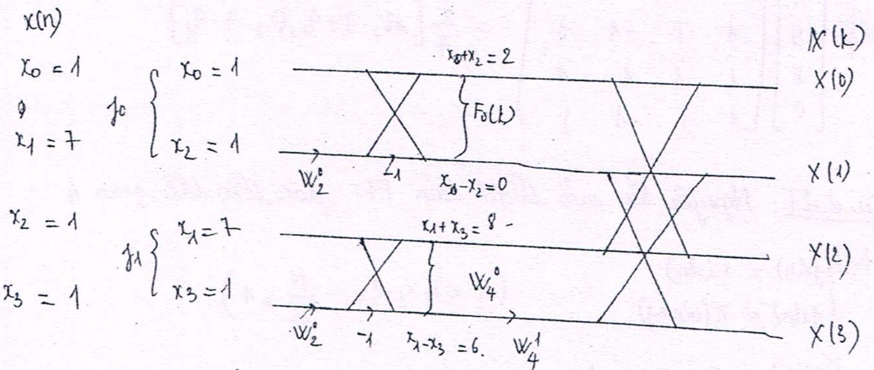
$X(2) = F_0(0) - W_4^0 F_1(0) = 2 - 8 = -6.$

$X(1) = F_0(1) + W_4^1 F_1(1) = 0 + (-j).6 = -6j$

$X(3) = F_0(1) - W_4^1 F_1(1) = 0 + (-j).6 = 6j.$

$\Rightarrow X(k) = \{10, -6j; -6; 6j\}.$

$\Rightarrow$ Mô hình cánh bướm.



Câu 2.29: Nguyên tắc của thuật toán FFT phân theo tần số k.

Ta có: $X(2k) = DFT.\left[x(n) + x\left(n + \frac{N}{2}\right)\right]$

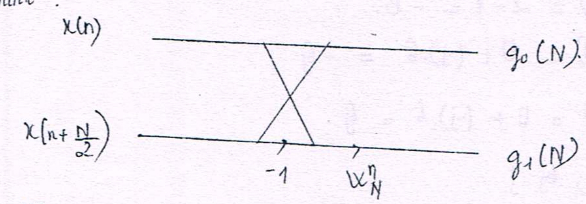
$$X(2k+1) = DFT.\left[x(n) - x\left(n + \frac{N}{2}\right)\right].W_N^n$$

Với $k = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2} - 1$.

Đặt
$$\left.\begin{aligned} g_0(n) &= x(n) + x\left(n + \frac{N}{2}\right) \\ g_1(n) &= \left[x(n) - x\left(n + \frac{N}{2}\right)\right].W_N^n \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X(2k) = G_0(k) \\ X(2k+1) = G_1(k) \end{cases} \quad k;n = 0, 1, \ldots \frac{N}{2} - 1$$

Mô hình:



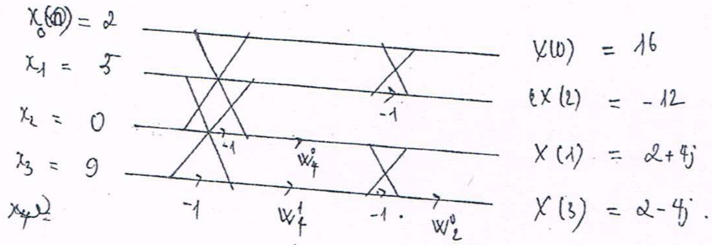
Câu 2.30: $\tilde{x}(n) = \{\underline{2}, 5, 0, 9\}$

Đặt
$$\begin{cases} g_0(n) = \{x_0 + x_2,\ x_1 + x_3\} = \{2; 14\} \\ g_1(n) = \{x_0 - x_2,\ x_1 - x_3\} = \{2; -4\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} G_0(k) = \{(x_0+x_2)+(x_1+x_3),\ (x_0+x_2)-(x_1+x_3)\} = \{16\ ;\ -12\} \\ G_1(k) = \{2 - j.(-4)\ ;\ 2 + j.(-4)\} = \{2+4j\ ;\ 2-4j\}. \end{cases}$$

$X(0) = 16$; $X(2) = -12$; $X(1) = 2+4j$; $X(3) = 2-4j$.

$\Rightarrow \underset{X(n)}{X(k)} = \{16,\ 2+4j,\ -12,\ 2-4j\}$.



Câu 3.1 :

Bộ lọc thông thấp pha tuyến tính có $N = 11$, $f_c = 0{,}5kHz$, $f_s = 8\,kHz$

$$\Rightarrow \omega_c = 2\pi \cdot \frac{f_c}{f_s} = 2\pi \cdot \frac{0{,}5}{8} = \frac{\pi}{8}.$$

$\Rightarrow$ Đáp ứng xung của bộ lọc thông thấp lý tưởng pha không tương ứng

$$h_0(n) = \begin{cases} \frac{1}{8} & , n = 0 \\ \frac{\sin\frac{n\pi}{8}}{n\pi} & , n \neq 0 \end{cases}$$

+) Cửa sổ chữ nhật với $N = 11$.

$$W(n) = \{\overset{\uparrow}{1}, 1, 1 \ldots 1\} \quad \{11 \text{ số } 1\}.$$

+) Đáp ứng xung của bộ lọc.

$$h(n) = W(n).h_0\left(n - \frac{11-1}{2}\right) = W(n).h_0(n-5).$$

$$= \{\overset{\uparrow}{h_0}, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9, h_{10}\}.$$

$$h_0 = \frac{\sin[(0-5).\pi/8]}{(0-5)\pi} = \frac{+\sin\frac{5\pi}{8}}{5\pi} = h_{10}$$

$$h_1 = \frac{\sin[(1-5).\pi/8]}{(1-5)\pi} = \frac{1}{4\pi} = h_9$$

$$h_2 = \frac{\sin[(2-5).\pi/8]}{(2-5)\pi} = \frac{\sin\frac{3\pi}{8}}{3\pi} = h_8$$

$$h_3 = \frac{\sin[(3-5).\pi/8]}{(3-5)\pi} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} = h_7$$

$$h_4 = \frac{\sin[(4-5).\pi/8]}{(4-5)\pi} = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\pi} = h_6.$$

$$h_5 = \frac{1}{8}$$

+) Phương trình sai phân:

$$y(n) = x(n)*h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).x(n-k) = \sum_{n=0}^{10} h(k).x(n-k)$$

$$= h_0.x(n) + h_1.x(n-1) + h_2.x(n-2) + h_3.x(n-3) + h_4.x(n-4) + h_5.x(n-5).$$

$$+ h_6.x(n-6) + h_7.x(n-7) + h_8.x(n-8) + h_9.x(n-9) + h_{10}.x(n-10).$$

$$= \frac{\sin\frac{5\pi}{8}}{5\pi}.x(n) + \frac{1}{4\pi}.x(n-1) + \frac{\sin\frac{3\pi}{8}}{3\pi}.x(n-2) + \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\pi}.x(n-4) + \frac{1}{8}.x(n-5).$$

$$+ \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\pi}.x(n-6) + \frac{\sin\frac{3\pi}{8}}{3\pi}x(n-8) + \frac{1}{4\pi}x(n-9) + \frac{\sin\frac{5\pi}{8}}{5\pi}.x(n-10)$$

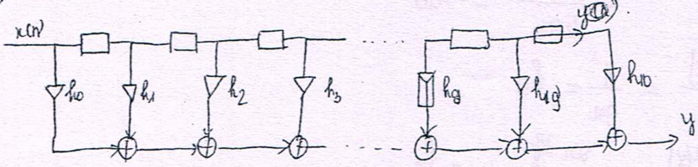
$$+ \frac{\sqrt{2}}{4\pi}.x(n-3). + \frac{\sqrt{2}}{4\pi}.x(n-7).$$

+). Hàm truyền đạt:

$$H(z) = \frac{\sin\frac{5\pi}{8}}{5\pi} + \frac{1}{4\pi}.z^{-1} + \frac{\sin\frac{3\pi}{8}}{3\pi}.z^{-2} + \frac{\sqrt{2}}{4\pi}z^{-3} + \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\pi}.z^{-4} + \frac{1}{8}z^{-5}$$

$$+ \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\pi}.z^{-6} + \frac{\sqrt{2}}{4\pi}.z^{-7} + \frac{\sin 3\pi/8}{3\pi}.z^{-8} + \frac{1}{4\pi}.z^{-9} + \frac{\sin 5\pi/8}{5\pi}.z^{-10}.$$

+) Sơ đồ:



Câu 3.2: Bộ lọc thông cao pha tuyến tính, dùng cửa sổ chữ nhật với $N=11$, $f_c = 3{,}5$ kHz, $f_s = 8$ kHz.

$$\Rightarrow \omega = 2\pi.\frac{f_c}{f_s} = 2\pi.\frac{3{,}5}{8} = \frac{7\pi}{8}.$$

⇒ Đáp ứng xung của bộ lọc thông cao lý tưởng pha không tương ứng:

$$h_0(n) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega_c}{\pi} = \frac{1}{8}, & n = 0 \\ \frac{-\sin \omega_c n}{n\pi} = \frac{-\sin\frac{7\pi n}{8}}{n\pi} \end{cases}$$

+) Cửa sổ chữ nhật với $N = 1$: $W(n) = \{\vec{1}, 1, 1 \ldots 1\}$ (11 số 1)

+) Đáp ứng xung của bộ lọc:

$h(n) = W(n).\, h(n-5) = \{\vec{h_0}, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9, h_{10}\}$

$h_0 = h_{10} = -\dfrac{\sin \frac{35}{8}\pi}{5\pi}$; $h_1 = h_9 = \dfrac{1}{4\pi}$

$h_2 = h_8 = -\dfrac{\sin \frac{21}{8}\pi}{3\pi}$; $h_3 = h_7 = \dfrac{\sqrt{2}}{4\pi}$

$h_4 = h_6 = -\dfrac{\sin \frac{7\pi}{8}}{\pi}$; $h_5 = \dfrac{1}{8}$.

* Phương trình sai phân.

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).x(n-k) = \sum_{k=0}^{10} h(k).\, x(n-k).$$

$$= -\frac{\sin \frac{35\pi}{8}}{5\pi} x(n) + \frac{1}{4\pi}.x(n-1) - \frac{\sin \frac{21}{8}\pi}{3\pi}.x(n-2) + \frac{\sqrt{2}}{4\pi} x(n-3)$$

$$- \frac{\sin \frac{7\pi}{8}}{\pi}.x(n-4) + \frac{1}{8} x(n-5) + \frac{\sin \frac{7\pi}{8}}{\pi}. x(n-6) + \frac{\sqrt{2}}{4\pi} x(n-7).$$

$$- \frac{\sin \frac{21}{8}\pi}{3\pi} x(n-8) + \frac{1}{4\pi} x(n-9) - \frac{\sin \frac{35\pi}{8}}{5\pi} x(n-10)$$

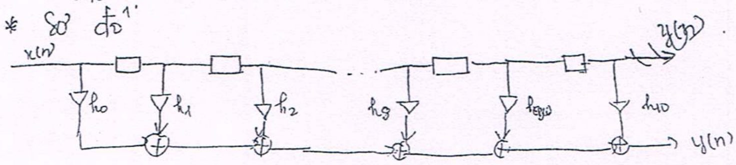
* Hàm truyền đạt

$$H(z) = -\frac{\sin \frac{35\pi}{8}}{5\pi} + \frac{1}{4\pi}.z^{-1} - \frac{\sin \frac{21}{8}\pi}{3\pi}.z^{-2} + \frac{\sqrt{2}}{4\pi}.z^{-3} - \frac{\sin \frac{7\pi}{8}}{\pi} z^{-4}$$

$$+ \frac{1}{8}.z^{-5} - \frac{\sin \frac{7\pi}{8}}{\pi} z^{-6} + \frac{\sqrt{2}}{4\pi}.z^{-7} - \frac{\sin \frac{21}{8}\pi}{3\pi} z^{-8} + \frac{1}{4\pi}.z^{-9}$$

$$- \frac{\sin \frac{35\pi}{8}}{5\pi} z^{-10}.$$

* Sơ đồ:



Câu 3.3: Bộ lọc thông dải pha tuyến tính dùng cửa sổ chữ nhật với $N = 11$

tần số cắt $f_{c_1} = 2\,kHz$, $f_{c_2} = 3\,kHz$, $f_s = 8\,kHz$

$$\omega_{c_1} = 2\pi.\frac{f_{c_1}}{f_s} = 2\pi.\frac{2}{8} = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega_{c_2} = 2\pi.\frac{f_{c_2}}{f_s} = 2\pi.\frac{3}{8} = \frac{3\pi}{4}$$

$\Rightarrow$ Đáp ứng xung của bộ lọc thông dải lý tưởng pha không tương ứng:

$$h_0(n) = \begin{cases} \dfrac{\omega_{c_2} - \omega_{c_1}}{\pi} = \dfrac{-\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{4}}{\pi} = \dfrac{1}{4} & , n = 0 \\ \dfrac{\sin(\omega_{c_2}\pi)}{n\pi} - \dfrac{\sin(\omega_{c_1}\pi)}{n\pi} & , n \neq 0. \end{cases}$$

+) Cửa sổ chữ nhật $W(n) = \{\vec{1}, 1, 1 \ldots 1\}$ (11 số 1)

+) Đáp ứng xung của bộ lọc

$$h(n) = W(n).h_0(n-5) = \{\vec{h_0}, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9, h_{10}\}.$$

$h_0 = h_{10} = \dfrac{2+\sqrt{2}}{10\pi}$ $\quad h_1 = h_9 = 0$ $\quad h_2 = h_8 = \dfrac{2+\sqrt{2}}{6\pi}$

$h_3 = h_7 = \dfrac{-1}{2\pi}$ $\quad h_4 = h_6 = \dfrac{2+\sqrt{2}}{2\pi}$ $\quad h_5 = \dfrac{1}{4}.$

+) Phương trình sai phân:

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{n=0}^{10} h(k)x(n-k).$$

$$= h_0.x(n) + h_1x(n-1) + h_2x(n-2) + h_3x(n-3) + h_4x(n-4) + h_5x(n-5) + h_6x(n-6) + h_7x(n-7) + h_8x(n-8) + h_9x(n-9) + h_{10}x(n-10).$$

$$= \frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}x(n) + \frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}x(n-2) + \frac{(-1)}{2\pi}x(n-3) + \frac{2+\sqrt{2}}{2\pi}x(n-4) + \frac{1}{4}x(n-5)$$

$$+ \frac{2+\sqrt{2}}{2\pi}x(n-6) - \frac{1}{2\pi}x(n-7) + \frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}x(n-8) + \frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}x(n-10).$$

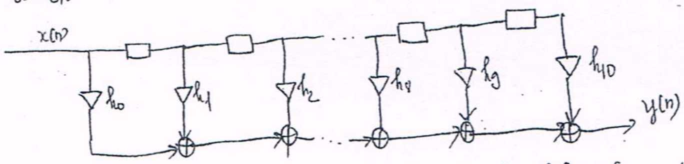
+) Hàm truyền đạt:

$$H(z) = \frac{2+\sqrt{2}}{10\pi} + \frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}.z^{-2} - \frac{1}{2\pi}.z^{-3} + \frac{2+\sqrt{2}}{2\pi}.z^{-4} + \frac{1}{4}.z^{-5} + \frac{2+\sqrt{2}}{2\pi}.z^{-6}$$

10.

$-\frac{1}{2\pi}z^{-7} + \frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}z^{-8} + \frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}z^{-10}$.

* Sơ đồ :



Câu 3.4: Bộ lọc số FIR chặn dải pha tuyến tính, dùng cửa sổ chữ nhật

Với: $N = 11$, $f_{c1} = 1\,kHz$, $f_{c2} = 2\,kHz$, $f_s = 8\,kHz$.

$\omega_{c1} = 2\pi\frac{f_{c1}}{f_s} = 2\pi.\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$

$\omega_{c2} = 2\pi.\frac{f_{c2}}{f_s} = 2\pi.\frac{2}{8} = \frac{\pi}{2}$.

⇒ Đáp ứng xung của bộ lọc chặn dải lý ~~tưởng~~ tưởng pha không tương ứng.

$$h(n) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\pi} = \frac{3}{4} & \text{, với } n = 0 \\ \frac{\sin(\omega_{c1} n) - \sin(\omega_{c2} n)}{n\pi} & \text{, với } n \neq 0. \end{cases}$$

+) Cửa sổ chữ nhật : $W(n) = \{\vec{1}, 1, 1 \dots 1\}$ (11 số 1).

+) Đáp ứng xung của bộ lọc:

$h(n) = W(n).h_0(n-5) = \{\vec{h_0}, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9, h_{10}\}$.

$h_0 = h_{10} = -\frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}$ $\quad h_1 = h_9 = 0$ $\quad h_2 = h_8 = \frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}$

$h_3 = h_7 = \frac{1}{2\pi}$ $\quad h_4 = h_6 = \frac{-2+\sqrt{2}}{2\pi}$ $\quad h_5 = \frac{3}{4}$.

* phương trình sai phân.

$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{10} h(k).x(n-k)$.

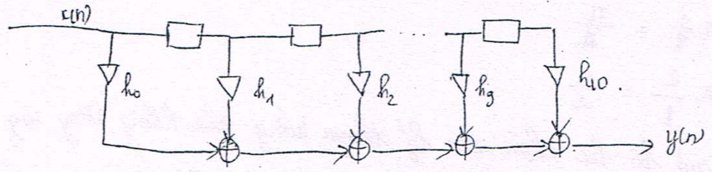
$= -\frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}x(n) + \frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}.x(n-2) + \frac{1}{2\pi}x(n-3) + \frac{-2+\sqrt{2}}{2\pi}.x(n-4) + \frac{3}{4}x(n-5)$

$$+\frac{-2+\sqrt{2}}{2\pi}x(n-6)+\frac{1}{2\pi}x(n-7)+\frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}x(n-8)-\frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}x(n-10)$$

⇒ Hàm truyền đạt

$$H(z)=-\frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}+\frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}z^{-2}+\frac{1}{2\pi}.z^{-3}+\frac{-2+\sqrt{2}}{2\pi}.z^{-4}+\frac{3}{4}.z^{-5}+\frac{-2+\sqrt{2}}{2\pi}z^{-6}$$
$$+\frac{1}{2\pi}z^{-7}+\frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}.z^{-8}-\frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}.z^{-10}.$$

* Sơ đồ:



Câu 3.5: Bộ lọc thông thấp pha tuyến tính dùng cửa sổ tam giác với $N=11$, $f_c=1kHz$, $f_s=8kHz$.

$$\omega_c=2\pi\frac{f_c}{f_s}=2\pi.\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}.$$

+) Đáp ứng xung của bộ lọc thông thấp lý tưởng pha không tương ứng.

$$h_0(n)=\begin{cases}\frac{\omega_c}{\pi}=\frac{1}{4} & \text{với } n=0\\ \frac{\sin\omega_c n}{\pi n}=\frac{\sin\frac{\pi}{4}n}{\pi n} & \text{với } n\neq 0.\end{cases}$$

+) Cửa sổ tam giác:

$$W(n)=\frac{1}{5}\{0,1,2,3,4,5,4,3,2,1,0\}$$

+) Đáp ứng xung của bộ lọc:

$$h(n)=W(n).h_0(n-5)=$$

$$h_0(0)=\frac{\sin\frac{\pi}{4}(0-5)}{(0-5)\pi}=\frac{-\sin\frac{5\pi}{4}}{-5\pi}=\frac{\sin\frac{5\pi}{4}}{5\pi}=h_0(10)=\frac{-\sqrt{2}}{10\pi}$$

$$h_0(1) = \frac{\sin\frac{\pi}{4}(1-5)}{(1-5)\pi} = \frac{\sin\pi}{4\pi} = 0 = h_0(9)$$

$$h_0(2) = \frac{\sin\frac{\pi}{4}(2-5)}{(2-5)\pi} = \frac{+\sin\frac{3\pi}{4}}{3\pi} = \frac{\sqrt{2}}{6\pi} = h_0(8)$$

$$h_0(3) = \frac{\sin\frac{\pi}{4}(3-5)}{(3-5)\pi} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} = h_0(7)$$

$$h_0(4) = \frac{\sin\frac{\pi}{4}(4-5)}{(4-5)\pi} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} = h_0(6).$$

$$h_0(5) = \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow h(n) = \frac{1}{5}h_0(1) + \frac{2}{5}.h_0(2) + \frac{3}{5}.h_0(3) + \frac{4}{5}h_0(4) + h_0(5) + \frac{4}{5}h_0(6) + \frac{3}{5}h_0(7) + \frac{2}{5}h_0(8) + \frac{1}{5}h_0(9)$$

* phương trình sai phân:

$$y(n) = x(n) * h(n). = \sum_{k=0}^{10} h(k).x(n-k)$$

$$= h(0).x(n) + h(1).x(n-1) + h(2).x(n-2) + h(3).x(n-3) + h(4).x(n-4) + h(5).x(n-5) + h(6).x(n-6) + h(7)x(n-7) + h(8).x(n-8) + h(9).x(n-9) + h(10).x(n-10)$$

$$= \frac{2}{5}.\frac{\sqrt{2}}{6\pi}.x(n-2) + \frac{3}{5}.\frac{1}{2\pi}x(n-3) + \frac{4}{5}.\frac{\sqrt{2}}{2\pi}x(n-4) + \frac{1}{4}x(n-5)$$

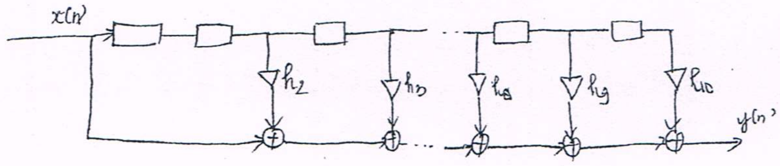
$$+ \frac{4}{5}.\frac{\sqrt{2}}{2\pi}.x(n-6) + \frac{3}{5}.\frac{1}{2\pi}x(n-7) + \frac{2}{5}\frac{\sqrt{2}}{6\pi}x(n-8).$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{15\pi}x(n-2) + \frac{3}{10\pi}x(n-3) + \frac{2}{5\pi}x(n-4) + \frac{1}{4}x(n-5) + \frac{2}{5\pi}x(n-6) + \frac{3}{10\pi}x(n-7) + \frac{\sqrt{2}}{15\pi}.x(n-8).$$

$\Rightarrow$ Hàm truyền đạt

$$H(z) = \frac{\sqrt{2}}{15\pi}.z^{-2} + \frac{3}{10\pi}.z^{-3} + \frac{2}{5\pi}.z^{-4} + \frac{1}{4}.z^{-5} + \frac{2}{5\pi}.z^{-6} + \frac{3}{10\pi}z^{-7} + \frac{\sqrt{2}}{15\pi}.z^{-8}$$

* Sơ đồ:



Câu 3.9: Bộ lọc FIR thông thấp pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hamming:

với $N = 9$, $f_c = 1$ kHz, $f_s = 8$ kHz.

$$\omega_c = 2\pi \frac{f_c}{f_s} = 2\pi . \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

+) Đáp ứng xung của bộ lọc thông thấp lý tưởng pha không tương ứng.

$$h_0(n) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{với } n = 0 \\ \frac{\sin \frac{\pi}{4} n}{n\pi} & \text{với } n \neq 0 \end{cases}$$

+) Cửa sổ hamming với chiều dài $N = 9$:

$$w(n) = \begin{cases} 0,54 - 0,46 . \cos \frac{n\pi}{4} & , 0 \leq n < N \\ 0 & , n \neq \end{cases}$$

+) Đáp ứng xung của bộ lọc

$$h(n) = w(n) . h_0(n-4)$$

$$h(0) = \left[0,54 - 0,46 . \cos 0\right] . \frac{\sin \frac{\pi}{4}(0-4)}{(0-4)\pi} = 0 = h(8).$$

$$h(1) = \left[0,54 - 0,46 . \cos \frac{\pi}{4}\right] . \frac{\sin \frac{3\pi}{4}}{3\pi} = \left[0,54 - 0,46 . \frac{\sqrt{2}}{2}\right] \frac{\sqrt{2}}{6\pi} = \frac{27\sqrt{2} - 23}{300\pi}$$

$$= h(7)$$

$$h(2) = \left[0,54 - 0,46 . \cos \frac{\pi}{2}\right] . \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{2\pi} = \frac{27}{100\pi} = h(6)$$

$$h(3) = \left[0,54 - 0,46 . \cos \frac{3\pi}{4}\right] . \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{27\sqrt{2} + 23}{100\pi} = h(5)$$

$$h(4) = \cancel{0}\ \frac{1}{4}$$

+) Phương trình sai phân:

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{8} h(k).x(n-k)$$

$$= \frac{27\sqrt{2}-23}{300\pi}.x(n-1) + \frac{27}{100\pi}x(n-2) + \frac{27\sqrt{2}+23}{100\pi}x(n-3) + \frac{27\sqrt{2}+2}{100\pi}x(n-5)$$

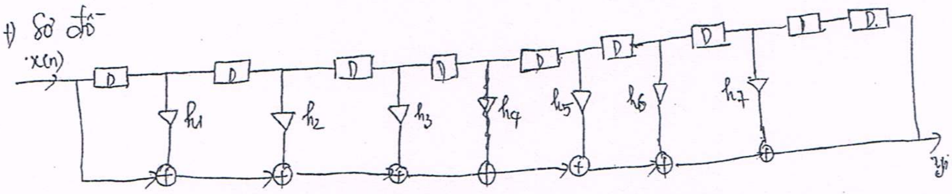
$$+ \frac{27}{100\pi}x(n-6) + \frac{27\sqrt{2}-23}{300\pi}x(n-7). + \frac{1}{4}x(n-4)$$

+) Hàm truyền đạt.

$$H(z) = \frac{27\sqrt{2}-23}{300\pi}.z^{-1} + \frac{27}{100\pi}.z^{-2} + \frac{27\sqrt{2}+23}{100\pi}.z^{-3} + \frac{27\sqrt{2}+2}{100\pi}z^{-5}$$

$$+ \frac{27}{100\pi}.z^{-6} + \frac{27\sqrt{2}-23}{300\pi}.z^{-7}. + \frac{1}{4}.z^{-6}$$

+) Sơ đồ



Câu 3.13: Bộ lọc số FIR thông thấp pha tuyến tính, dùng cửa sổ Hanning với $N = 9$, $f_c = 1$, $f_s = 8$.

$$\omega_c = 2\pi\frac{f_c}{f_s} = 2\pi\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}.$$

+) Đáp ứng xung của bộ lọc thông thấp lý tưởng pha không tương ứng

$$h_0(n) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{với } n = 0 \\ \frac{\sin\frac{\pi}{4}n}{n\pi} & n \neq 0. \end{cases}$$

+) Cửa sổ Hanning với $N = 9$

$$w(n) = \begin{cases} 0,5 - 0,5.\cos\frac{n\pi}{4} & 0 \leq n \leq N \\ 0 & n \neq . \end{cases}$$

+) Đáp ứng xung của bộ lọc: $h(n) = w(n).h_0(n-4)$.

$h(0) = h(8) = 0$.

$h(1) = h(7) = \dfrac{-1+\sqrt{2}}{12\pi}$

$h(2) = h(6) = \dfrac{1}{4\pi}$

$h(3) = h(5) = \dfrac{1+\sqrt{2}}{4\pi}$.

$h(4) = \dfrac{1}{4}$:

* Phương trình sai phân:

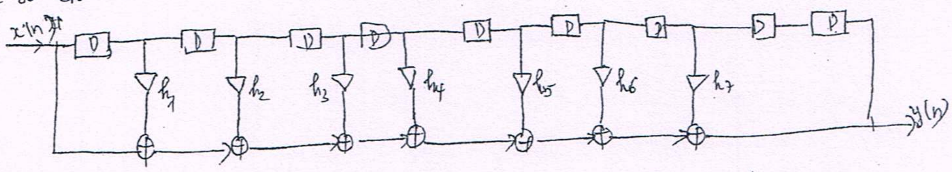
$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{9} h(k).x(n-k).$$

$$= -\frac{1+\sqrt{2}}{12}\left[x(n-1)+x(n-7)\right] + \frac{1}{4\pi}\left[x(n-2)+x(n-6)\right] + \frac{1+\sqrt{2}}{4\pi}\left[x(n-3)+x(n-5)\right] + \frac{1}{4}.x(n-4)$$

* Hàm truyền đạt:

$$H(z) = -\frac{1+\sqrt{2}}{12}\left(z^{-1}+z^{-7}\right) + \frac{1}{4\pi}\left(z^{-2}+z^{-6}\right) + \frac{1+\sqrt{2}}{4\pi}\left(z^{-3}+z^{-5}\right) + \frac{1}{4}z^{-4}.$$

* Sơ đồ:



Câu 3.17. $H(s) = \dfrac{2s+5}{s^2+5s+6} = \dfrac{2s+5}{(s+2)(s+3)} = \dfrac{1}{s+2} + \dfrac{1}{s+3}$

a) $H(z) = \dfrac{1}{1-e^{-2T}.z^{-1}} + \dfrac{1}{1-e^{-3T}.z^{-1}} = \dfrac{1}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \dfrac{1}{1-e^{-3}.z^{-1}}$

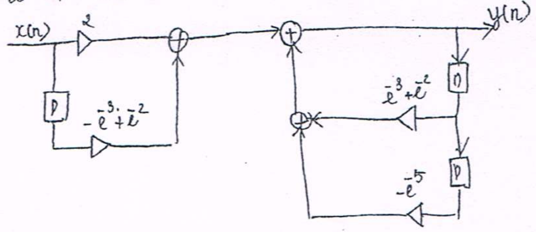
$$= \frac{1-e^{-3}.z^{-1} + 1-e^{-2}.z^{-1}}{(1-e^{-2}.z^{-1})(1-e^{-3}.z^{-1})} = \frac{2 - z^{-1}\left(e^{-3}+e^{-2}\right)}{1 - e^{-3}.z^{-1} - e^{-2}.z^{-1} + e^{-5}.z^{-2}}$$

$$= \frac{2 - z^{-1}.\left(e^{-3}+e^{-2}\right)}{1+e^{-5}.z^{-2} - z^{-1}\left(e^{-3}+e^{-2}\right)} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$\Rightarrow 2X(z) - (e^{-3}+e^{-2}).z^{-1}.X(z) = Y(z) + e^{-5}.z^{-2}.Y(z) - (e^{-3}+e^{-2}).z^{-1}.Y(z).$$

$$\Rightarrow 2x(n) - (e^{-3}+e^{-2})\,x(n-1) = y(n) + \cancel{y}\; e^{-5}.y(n-2) - (e^{-3}+e^{-2}).y(n-1).$$

b). Sơ đồ cấu trúc.



* Đáp ứng xung:

$$h(n) = IZT[H(z)] = (e^{-2})^n.u(n) + (e^{-3})^n.u(n) = (e^{-2n} + e^{-3n}).u(n)$$

* Xét tính ổn định của bộ lọc.

$$\text{Ta có } H(z) = \frac{1}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-3}.z^{-1}} = \frac{z}{z-e^{-2}} + \frac{z}{z-e^{-3}}$$

$\Rightarrow$ Bộ lọc có 2 điểm cực $z_{p1} = e^{-2} \Rightarrow |z_{p1}| < 1$

$z_{p2} = e^{-3} \Rightarrow |z_{p2}| < 1$.

$\Rightarrow$ Bộ lọc ổn định.

c) $x(n) = 2^n.rect_2(n-1) + \delta(n) = 2^n[\delta(n-2) + \delta(n-1)] + \delta(n)$

$$\Rightarrow X(z) = ZT[x(n)] = \cancel{2^n[z^{-2}+z^{-1}] + 1} = 2^n[z^{-1}+z^{-2}] + 1.$$

$$= 2^n.z^{-1} + 2^n.z^{-2} + 1.$$

$$\Rightarrow Y(z) = X(z).H(z) = (2^n.z^{-1} + 2^n.z^{-2} + 1)\left[\frac{1}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-3}.z^{-1}}\right]$$

$$= \frac{2^n.z^{-1}}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{2^n.z^{-1}}{1-e^{-3}.z^{-1}} + \frac{2^n.z^{-2}}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{2^n.z^{-2}}{1-e^{-3}.z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-3}.z^{-1}}$$

$$\Rightarrow X(z) = ZT[x(n)] = 4.z^{-2} + 2.z^{-1} + 1.$$

$$\Rightarrow Y(z) = X(z).H(z) = (4.z^{-2} + 2.z^{-1} + 1)\left(\frac{1}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-3}.z^{-1}}\right)$$

$$= \frac{4.z^{-2}}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{4z^{-2}}{1-e^{-3}.z^{-1}} + \frac{2.z^{-1}}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{2z^{-1}}{1-e^{-3}.z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-2}.z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-3}.z^{-1}}$$

$$\Rightarrow y(n) = 4.\left(e^{-2(n-2)} + e^{-3(n-2)}\right).u(n-2) + 2.\left(e^{-2(n-1)} + e^{-3(n-1)}\right).u(n-1) + \left(e^{-2n} + e^{-3n}\right).u(n)$$

<u>Câu 2.18</u>: $T_s = 1/f_s = 1$.

$$H(s) = \frac{2s+7}{s^2+7s+12} = \frac{2s+7}{(s+3)(s+4)} = \frac{1}{s+3} + \frac{1}{s+4}.$$

a).

$$H(z) = H(s)\Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T_s}} = H(s)\Big|_{s=1-z^{-1}}$$

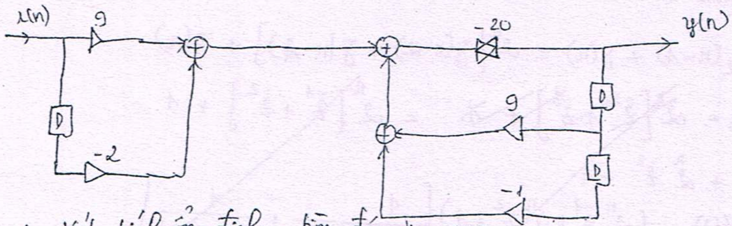
$$= \frac{1}{3+1-z^{-1}} + \frac{1}{4+1-z^{-1}} = \frac{1}{4-z^{-1}} + \frac{1}{5+z^{-1}} = \frac{5+z^{-1}+4-z^{-1}}{(4-z^{-1})(5-z^{-1})}$$

$$= \frac{9-2.z^{-1}}{20-9.z^{-1}+z^{-2}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$\Rightarrow \quad 9X(z) - 2.X(z).z^{-1} = 20Y(z) - 9.Y(z).z^{-1} + Y(z).z^{-2}$$

$$\Rightarrow \quad 9x(n) - 2x(n-1) = 20y(n) - 9y(n-1) + y(n-2).$$

b). Sơ đồ cấu trúc.



*. Xét tính ổn định, tìm đáp ứng xung.

+) Ta có $H(z) = \frac{1}{4-z^{-1}} + \frac{1}{5-z^{-1}} = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}.z^{-1}} + \frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}.z^{-1}}$

$$\Rightarrow h(n) = \frac{1}{4}.\left(\frac{1}{4}\right)^n.u(n) + \frac{1}{5}.\left(\frac{1}{5}\right)^n.u(n). = \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}.u(n) + \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}.u(n).$$

+) $H(z) = \frac{1}{4-z^{-1}} + \frac{1}{5-z^{-1}} = \frac{z}{4z-1} + \frac{z}{5z-1}$

$\Rightarrow$ Các điểm cực: $z_{p1} = \frac{1}{4} < 1$

$z_{p2} = \frac{1}{5} < 1$.

$\Rightarrow$ Bộ lọc ổn định.

c) $x(n) = 2^n rect_2(n) + \delta(n-2) = 2^n\left(\delta(n) + \delta(n-1)\right) + \delta(n-2)$

$\Rightarrow X(z) = 1 + 2.z^{-1} + z^{-2}.$

$$Y(z) = X(z).H(z) = (1 + 2.z^{-1} + z^{-2})\left(\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}.z^{-1}} + \frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}.z^{-1}}\right)$$

$$= \frac{1}{4}.\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}} + \frac{1}{5}.\frac{1}{1-\frac{1}{5}z^{-1}} + \frac{1}{2}\frac{z^{-1}}{1-\frac{1}{4}.z^{-1}} + \frac{2}{5}.\frac{z^{-1}}{1-\frac{1}{5}z^{-1}}$$

$$+ \frac{1}{4}.\frac{z^{-2}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}} + \frac{1}{5}.\frac{z^{-2}}{1-\frac{1}{5}.z^{-1}}$$

$$\Rightarrow y(n) = \frac{1}{4}.\left(\frac{1}{4}\right)^n u(n) + \frac{1}{5}.\left(\frac{1}{5}\right)^n.u(n) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}.u(n+1) + \frac{2}{5}.\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}.u(n+1).$$

$$+ \frac{1}{4}.\left(\frac{1}{4}\right)^{n+2}.u(n+2) + \frac{1}{5}.\left(\frac{1}{5}\right)^{n+2}.u(n+2).$$

$$= \left[\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right]u(n) + 2.\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{n} + \left(\frac{1}{5}\right)^{n}\right]u(n-1)$$

$$+ \left[\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}\right].u(n-2).$$

Câu 3.19 : $T_s = 2(s)$.

$$H(s) = \frac{5}{s+5}.$$

a) $$H(z) = H(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}.\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = H(s)\Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

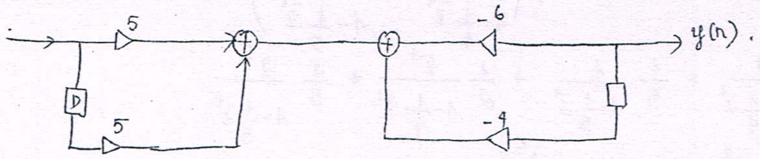
$$= \frac{5}{\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+5} = \frac{5.(1+z^{-1})}{1-z^{-1}+5+5.z^{-1}} = \frac{5+5.z^{-1}}{6+4.z^{-1}} = \frac{Y(z)}{X(z)}.$$

$\Rightarrow 5.X(z) + 5.X(z).z^{-1} = 6.Y(z) + 4.Y(z).z^{-1}$.

$\Rightarrow 5x(n) + 5x(n-1) = 6y(n) + 4.y(n-1)$.

b).

* Sơ đồ cấu trúc:



* Đáp ứng xung:

$$H(z) = \frac{5 + 5.z^{-1}}{6 + 4.z^{-1}} = \frac{5}{6 + 4.z^{-1}} + \frac{5.z^{-1}}{6 + 4.z^{-1}} = \frac{\frac{5}{6}}{1 + \frac{4}{6}.z^{-1}} + \frac{\frac{5}{6}.z^{-1}}{1 + \frac{4}{6}z^{-1}}$$

$$= \frac{5}{6}.\frac{1}{1 + \frac{2}{3}z^{-1}} + \frac{5}{6}.\frac{z^{-1}}{1 + \frac{2}{3}.z^{-1}}$$

$$\Rightarrow h(n) = \frac{5}{6}.\left(-\frac{2}{3}\right)^{n}.u(n) + \frac{5}{6}.\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}.u(n-1).$$

* Xét tính ổn định:

$$H(z) = \frac{5 + 5.z^{-1}}{6 + 4.z^{-1}} = \frac{5z + 5}{6z + 4}$$

Có điểm cực $z_p = -\frac{2}{3} \Rightarrow |z_p| = \frac{2}{3} < 1$

$\Rightarrow$ Hệ thống ổn định.

c). $x(n) = 3^n.rect_3(n) = 3^n.[\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-3)]$

$\Rightarrow X(z) = 1 + 3.z^{-1} + 9.z^{-2}$.

$$Y(z) = X(z).H(z) = (1 + 3.z^{-1} + 9.z^{-2}).\left(\frac{5/6}{1 + \frac{2}{3}z^{-1}} + \frac{5/6\ z^{-1}}{1 + \frac{2}{3}.z^{-1}}\right)$$

$$= \frac{5}{6}.\frac{1}{1 + \frac{2}{3}z^{-1}} + \frac{5}{6}.\frac{z^{-1}}{1 + \frac{2}{3}z^{-1}} + \frac{5}{2}.\frac{z^{-1}}{1 + \frac{2}{3}z^{-1}} + \frac{5}{2}.\frac{z^{-2}}{1 + \frac{2}{3}.z^{-1}}$$

$$+\frac{15}{2}\cdot\frac{z^{-2}}{1+\frac{2}{3}z^{-1}}+\frac{15}{2}\cdot\frac{z^{-3}}{1+\frac{2}{3}z^{-1}}$$

$$\Rightarrow y(n)=\frac{5}{6}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{n}\cdot u(n)+\frac{5}{6}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}\cdot u(n-1)+\frac{5}{2}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}\cdot u(n-1)$$

$$+\frac{5}{2}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-2}u(n-2)+\frac{15}{2}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-2}\cdot u(n-2)+\frac{15}{2}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-3}\cdot u(n-3)$$

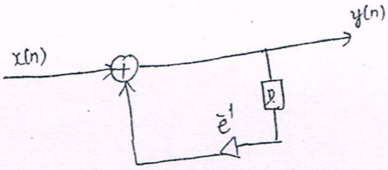
$$=\frac{5}{6}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n}\cdot u(n)+\frac{10}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}u(n-1)+10\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-2}u(n-2)+\frac{15}{2}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-3}u(n-3)$$

Câu 3.20: $RC=1;\ T_s=1$

Hàm truyền đạt.

$$H(s)=\frac{U_{ra}}{U_{vào}}=\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}=\frac{1}{sRC+1}=\frac{1}{s+1}$$

a). Phương pháp bất biến xung.



$$H(z)=\frac{1}{1-e^{-1}\cdot z^{-1}}=\frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$\Rightarrow X(z)=Y(z)-e^{-1}\cdot Y(z)\cdot z^{-1}$$

$$\Rightarrow x(n)=y(n)-e^{-1}\cdot y(n-1).$$

b) Phương pháp biến đổi song tuyến tính

$$H(z)=H(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}=H(s)\Big|_{s=2\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

$$=\frac{1}{2\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+1}=\frac{1+z^{-1}}{2-2\cdot z^{-1}+1+z^{-1}}=\frac{1+z^{-1}}{3-z^{-1}}=\frac{1}{3-z^{-1}}+\frac{z^{-1}}{3-z^{-1}}$$

$$=\frac{1/3}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}+\frac{1/3\cdot z^{-1}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$$

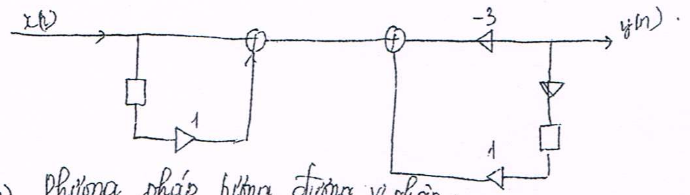
$$\Rightarrow h(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}.u(n) + \left(\frac{1}{3}\right)^{n}.u(n-1).$$

$$H(z) = \frac{1+z^{-1}}{3-z^{-1}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$\Rightarrow X(z) + X(z).z^{-1} = 3.Y(z) - z^{-1}.Y(z)$$

$$\Rightarrow x(n) + x(n-1) = 3y(n) - y(n-1).$$

* Sơ đồ cấu trúc



c) Phương pháp tương đương vi phân:

$$+)\ H(z) = H(s)\Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = H(s)\Big|_{s=1-z^{-1}} = \frac{1}{1-z^{-1}+1} = \frac{1}{2-z^{-1}} = \frac{1/2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$\Rightarrow h(n) = \frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^{n}.u(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}.u(n).$$

$$+)\ H(z) = \frac{1}{2-z^{-1}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$\Rightarrow X(z) = 2.Y(z) - Y(z).z^{-1}$$

$$\Rightarrow x(n) = 2y(n) - y(n-1)$$