BÀI GIẢNG XÁC SUẤT THỐNG KÊ

TS. Trần Việt Anh - Bộ môn Toán - Khoa Cơ bản 1

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

Bài 1: Phép thử ngẫu nhiên, biến cố

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

Bài 1: Phép thử ngẫu nhiên, biến cố

1) Phép thử ngẫu nhiên

Bài 1: Phép thử ngẫu nhiên, biến cố

1) Phép thử ngẫu nhiên

• Phép thử ngẫu nhiên là một thí nghiệm hay một quan sát nào đó mà ta biết tất cả các kết quả có thể xảy ra. Tuy nhiên ta không biết kết quả nào sẽ xảy ra.

Bài 1: Phép thử ngẫu nhiên, biến cố

1) Phép thử ngẫu nhiên

- Phép thử ngẫu nhiên là một thí nghiệm hay một quan sát nào đó mà ta biết tất cả các kết quả có thể xảy ra. Tuy nhiên ta không biết kết quả nào sẽ xảy ra.
- Không gian mẫu là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên và được ký hiệu là Ω .

Tung một đồng xu cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{S, N\},\$$

Tung một đồng xu cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{S, N\},\$$

trong đó S là kết quả: "Mặt sấp xuất hiện" và N là kết quả: "Mặt ngửa xuất hiện".



Tung một con xúc xắc cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},\$$

Tung một con xúc xắc cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},\$$

trong đó i là kết quả: "Con xúc xắc xuất hiện mặt i chấm", i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.





2) Biến cố

• Gọi Ω_A là tập hợp các kết quả làm cho sự kiện A xảy ra. Ta đồng nhất A với Ω_A và gọi A là một biến cố.

2) Biến cố

- Gọi Ω_A là tập hợp các kết quả làm cho sự kiện A xảy ra. Ta đồng nhất A với Ω_A và gọi A là một biến cố.
- ullet Biến cố A là tập hợp các kết quả làm cho A xảy ra.

2) Biến cố

- Gọi Ω_A là tập hợp các kết quả làm cho sự kiện A xảy ra. Ta đồng nhất A với Ω_A và gọi A là một biến cố.
- ullet Biến cố A là tập hợp các kết quả làm cho A xảy ra.
- \bullet Ta thường dùng các chữ cái in hoa A, B, C, \ldots để ký hiệu biến cố.

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

trong đó (i,j) là kết quả: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt i chấm, lần thứ hai xuất hiện mặt j chấm".

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

trong đó (i,j) là kết quả: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt i chấm, lần thứ hai xuất hiện mặt j chấm".

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm trên hai lần tung bằng 8".

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

trong đó (i,j) là kết quả: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt i chấm, lần thứ hai xuất hiện mặt j chấm".

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm trên hai lần tung bằng 8". Khi đó A xảy ra khi một trong các kết quả (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) xảy ra.

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

trong đó (i,j) là kết quả: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt i chấm, lần thứ hai xuất hiện mặt j chấm".

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm trên hai lần tung bằng 8". Khi đó A xảy ra khi một trong các kết quả (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) xảy ra.

Do đó

$$A = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}.$$

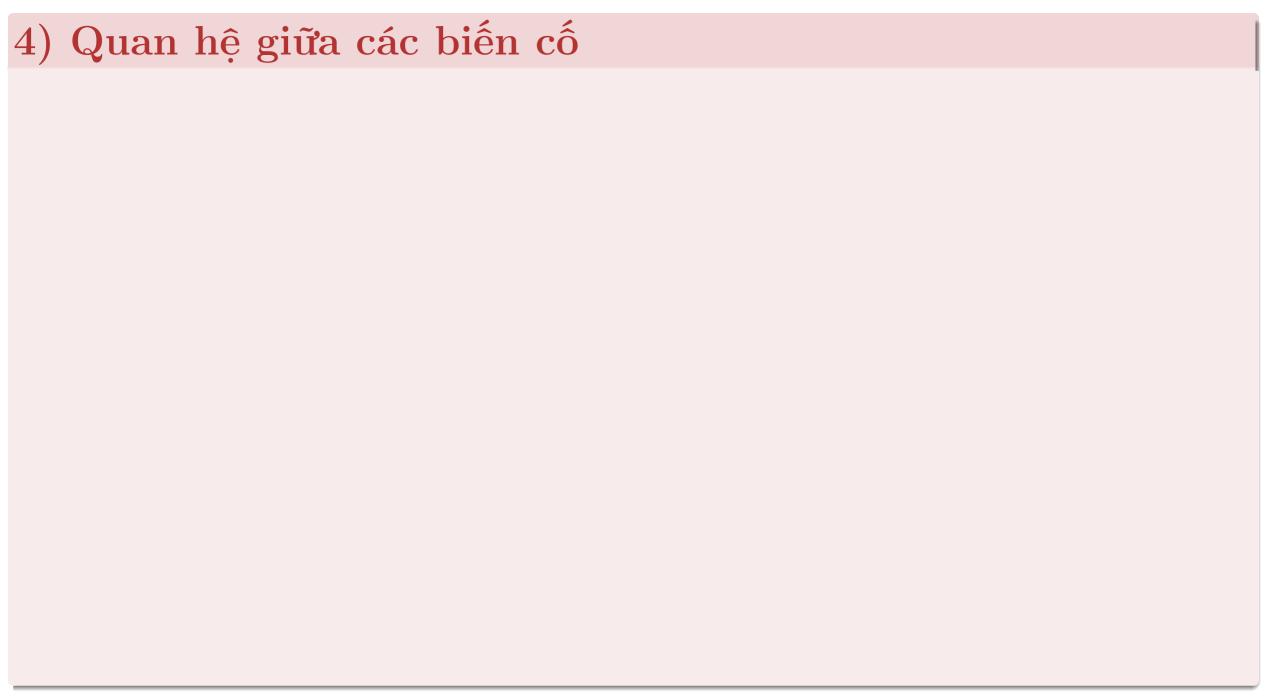


3) Các loại biến cố

 \bullet Biến cố chắc chắn là biến cố luôn luôn xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên, biến cố này trùng với không gian mẫu Ω .

3) Các loại biến cố

- \bullet Biến cố chắc chắn là biến cố luôn luôn xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên, biến cố này trùng với không gian mẫu Ω .
- Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên. Biến cố không thể được ký hiệu là \emptyset .



 \bullet Biến cố Ađược gọi là biến cố đối của biến cố B

 \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra.

 \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- ullet Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1,A_2,\ldots,A_n

- Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A = \overline{B}$.
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra.

- Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A = \overline{B}$.
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- ullet Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1,A_2,\ldots,A_n nếu A xảy ra
- \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra.
- Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.

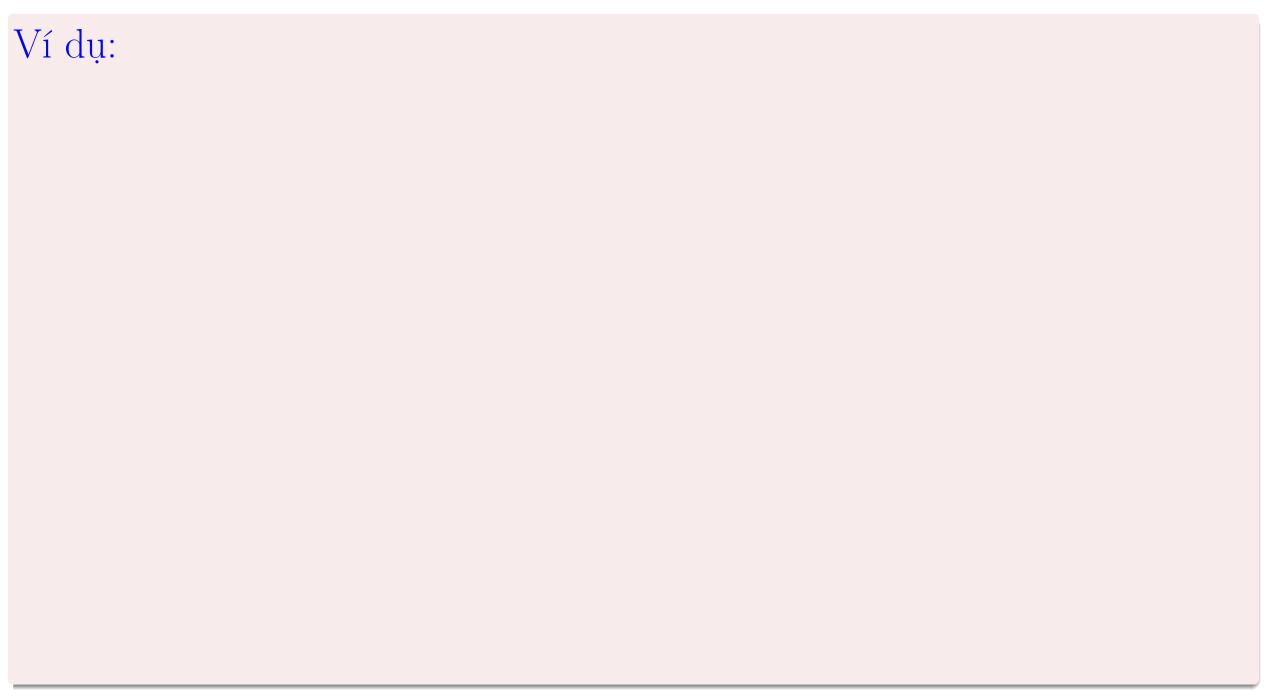
- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- ullet Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không bao giờ cùng xảy ra,

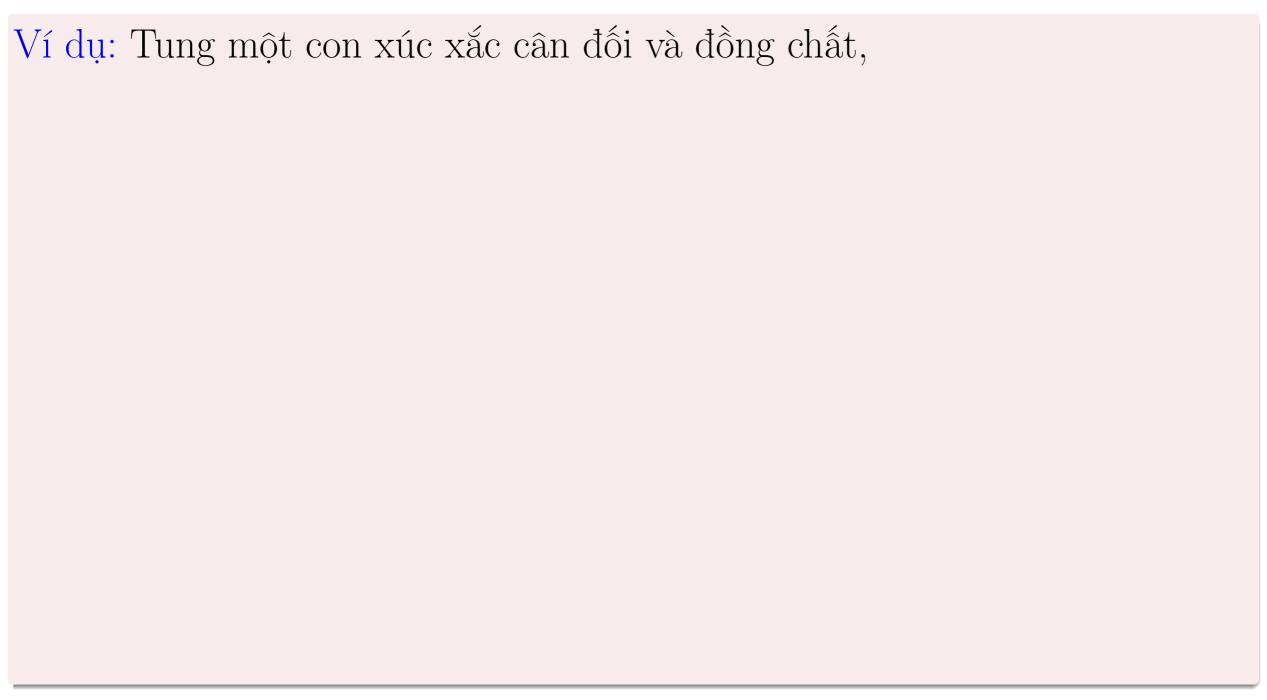
- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không bao giờ cùng xảy ra, nghĩa là $AB = \emptyset$.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không bao giờ cùng xảy ra, nghĩa là $AB = \emptyset$.
- Nếu hai biến cố đối nhau thì sẽ xung khắc với nhau.

4) Quan hệ giữa các biến cố

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra.
- Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không bao giờ cùng xảy ra, nghĩa là $AB = \emptyset$.
- Nếu hai biến cố đối nhau thì sẽ xung khắc với nhau. Ngược lại không đúng.





Ví dụ: Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất, gọi A là biến cố: "Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm ≥ 4 ",

Ví dụ: Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất, gọi A là biến cố: "Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm ≥ 4 ", B là biến cố: "Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm ≤ 2 ".

• Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập

ullet Các biến cố A_1,A_2,\ldots,A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.

- ullet Các biến cố A_1,A_2,\ldots,A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$.

- ullet Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$. Nếu 2 biến cố A_1, A_2 độc lập thì

- ullet Các biến cố A_1,A_2,\ldots,A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$.

Nếu 2 biến cố A_1, A_2 độc lập thì

 $\overline{A_1}, A_2$ độc lập,

- ullet Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$.

Nếu 2 biến cố A_1, A_2 độc lập thì

 $\overline{A_1}$, A_2 độc lập, A_1 , $\overline{A_2}$ độc lập,

- ullet Các biến cố A_1,A_2,\ldots,A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$.

Nếu 2 biến cố A_1, A_2 độc lập thì

 $\overline{A_1}$, A_2 độc lập, A_1 , $\overline{A_2}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

Nếu 3 biến cố A_1, A_2, A_3 độc lập thì $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ độc lập,

Nếu 3 biến cố A_1, A_2, A_3 độc lập thì $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập, $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ độc lập.

Ví dụ 4

Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Ký hiệu A_k là biến cố: "Người thứ k bắn trúng", k = 1, 2. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1, A_2 :

A: "Không ai bắn trúng";

B: "Cả hai đều bắn trúng";

C: "Có đúng một người bắn trúng";

D: "Có ít nhất một người bắn trúng".



 $\overline{A_1}$ là biến cố: "Người thứ nhất không bắn trúng",

 $\overline{A_1}$ là biến cố: "Người thứ nhất không bắn trúng", $\overline{A_2}$ là biến cố: "Người thứ hai không bắn trúng".

 \bullet Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra.

 $\overline{A_1}$ là biến cố: "Người thứ nhất không bắn trúng", $\overline{A_2}$ là biến cố: "Người thứ hai không bắn trúng".

• Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- ullet Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1, A_2 cùng xảy ra.

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1, A_2 cùng xảy ra. Do đó $B = A_1 A_2$.

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- ullet Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1,A_2 cùng xảy ra. Do đó $B=A_1A_2$.
- Biến cố: "Chỉ có người thứ nhất bắn trúng" là $A_1\overline{A_2}$,

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- ullet Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1,A_2 cùng xảy ra. Do đó $B=A_1A_2$.
- Biến cố: "Chỉ có người thứ nhất bắn trúng" là $A_1\overline{A_2}$, biến cố: "Chỉ có người thứ hai bắn trúng" là $\overline{A_1}A_2$

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1, A_2 cùng xảy ra. Do đó $B = A_1 A_2$.
- \bullet Biến cố: "Chỉ có người thứ nhất bắn trúng" là $A_1\overline{A_2}$, biến cố: "Chỉ có người thứ hai bắn trúng" là $\overline{A_1}A_2$

$$\Rightarrow C = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2.$$

ullet Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2.$$

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2.$$

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2$$
.

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2.$$

ullet Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2.$$

ullet Biến cố D xảy ra $\Leftrightarrow A$ không xảy ra

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2$$
.

 \bullet Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra $\Leftrightarrow A$ không xảy ra

$$\Rightarrow D = \overline{A}$$

 \bullet Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1,A_2 xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra $\Leftrightarrow A$ không xảy ra

$$\Rightarrow D = \overline{A}$$
$$= \overline{\overline{A_1}.\overline{A_2}}.$$

Ví dụ 5

Có 3 bệnh nhân điều trị. Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k=1,2,3. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1,A_2,A_3 :

A: "Cả ba bệnh nhân đều phải cấp cứu";

B: "Chỉ có một bệnh nhân phải cấp cứu";

C: "Có ít nhất một bệnh nhân phải cấp cứu".



ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra

• Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra

$$\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$$
.

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$,

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1,A_2,A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$,

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1,A_2,A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$,
- biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

• Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

• Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra $\Rightarrow C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$.

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

- Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra $\Rightarrow C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$.
- \bullet Biến cố C là biến cố đối của biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu".

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

- Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra $\Rightarrow C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$.
- Biến cố C là biến cố đối của biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu". Biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}$

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

- Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra $\Rightarrow C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$.
- Biến cố C là biến cố đối của biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu". Biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}$

$$\Rightarrow C = \overline{\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}}.$$

Bài 2: Xác suất của biến cố

1) Xác suất của biến cố

• Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A.

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại

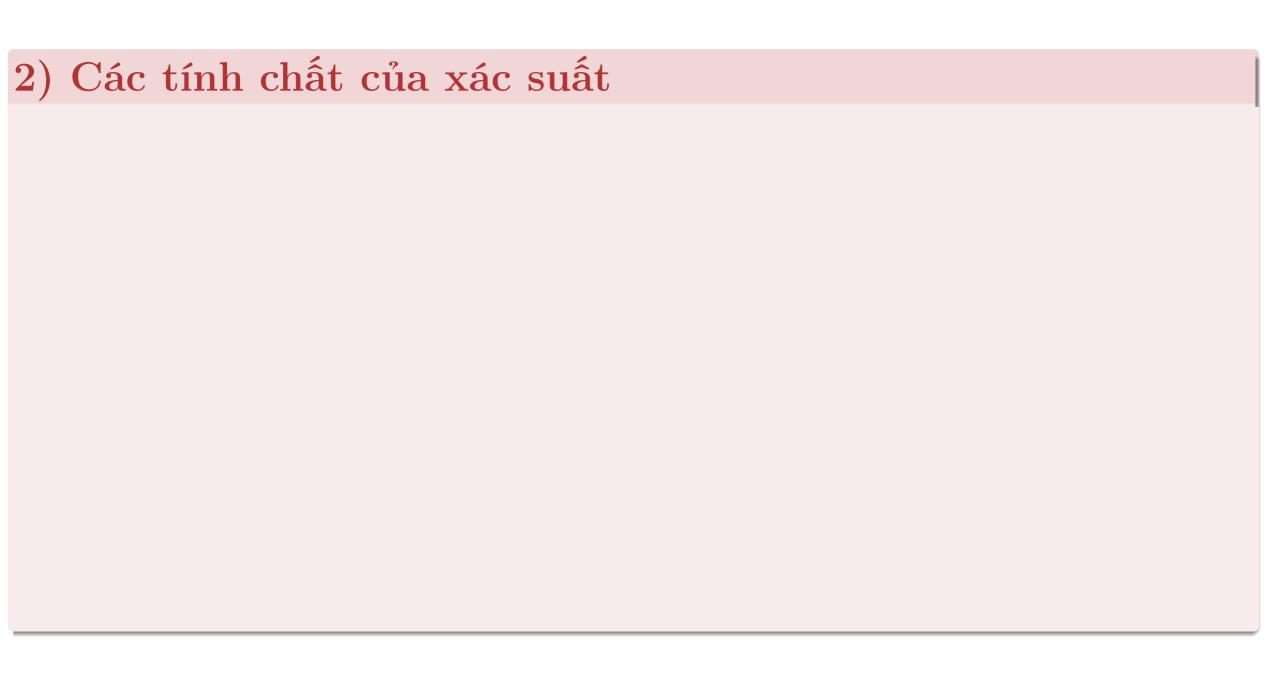
- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.
- Ta có $\mathbb{P}(A) = \frac{n_A}{N}$,

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.
- Ta có $\mathbb{P}(A) = \frac{n_A}{N}$, trong đó n_A là số các kết quả làm cho A xảy ra,

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.
- Ta có $\mathbb{P}(A) = \frac{n_A}{N}$, trong đó n_A là số các kết quả làm cho A xảy ra, N là số các kết quả của phép thử ngẫu nhiên.

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.
- Ta có $\mathbb{P}(A) = \frac{n_A}{N}$, trong đó n_A là số các kết quả làm cho A xảy ra, N là số các kết quả của phép thử ngẫu nhiên. Ta giả thiết rằng N kết quả này có cùng khả năng xảy ra như nhau.



 $\bullet \ \mathbb{P}(\emptyset) = 0, \ \mathbb{P}(\Omega) = 1.$

- $\mathbb{P}(\emptyset) = 0, \ \mathbb{P}(\Omega) = 1.$
- $0 \le \mathbb{P}(A) \le 1$.

- $\mathbb{P}(\emptyset) = 0, \ \mathbb{P}(\Omega) = 1.$
- $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$.
- $\bullet \ \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 \mathbb{P}(A).$

- $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$, $\mathbb{P}(\Omega) = 1$.
- $\bullet \ 0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1.$
- $\bullet \ \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 \mathbb{P}(A).$
- ullet Với hai biến cố A,B bất kỳ, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(AB).$$

Khi A, B xung khắc tức là $AB = \emptyset$, khi đó

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B).$$

- $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$, $\mathbb{P}(\Omega) = 1$.
- $\bullet \ 0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1.$
- $\bullet \ \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 \mathbb{P}(A).$
- ullet Với hai biến cố A,B bất kỳ, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(AB).$$

Khi A, B xung khắc tức là $AB = \emptyset$, khi đó

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B).$$

ullet Với ba biến cố A,B,C bất kỳ, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(AB) - \mathbb{P}(AC) - \mathbb{P}(BC) + \mathbb{P}(ABC).$$

• Khi A,B,C là các biến cố xung khắc từng đôi, ta có $\mathbb{P}(A\cup B\cup C)=\mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(C).$

ullet Khi A,B,C là các biến cố xung khắc từng đôi, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C).$$

 \bullet Nếu A_1, A_2, \ldots, A_n là các biến cố xung khắc từng đôi thì

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \cdots + \mathbb{P}(A_n).$$

 \bullet Khi A,B,C là các biến cố xung khắc từng đôi, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C).$$

 \bullet Nếu A_1, A_2, \ldots, A_n là các biến cố xung khắc từng đôi thì

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \cdots + \mathbb{P}(A_n).$$

ullet Nếu A,B là hai biến cố độc lập thì

$$\mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B).$$

 \bullet Khi A,B,C là các biến cố xung khắc từng đôi, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C).$$

 \bullet Nếu A_1, A_2, \ldots, A_n là các biến cố xung khắc từng đôi thì

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \cdots + \mathbb{P}(A_n).$$

ullet Nếu A,B là hai biến cố độc lập thì

$$\mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B).$$

• Nếu A_1, A_2, \ldots, A_n là các biến cố độc lập thì

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 \dots A_n) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) \dots \mathbb{P}(A_n).$$

