

## CHƯƠNG 2: TÍN HIỆU RỜI RẠC THEO THỜI GIAN

Nội dung chính:

- ☐ *Biểu diễn các tín hiệu rời rạc cơ bản.*
- ☐ *Thực hiện các phép toán đơn giản.*
- ☐ *Tính năng lượng của tín hiệu.*
- ☐ *Xác định các tính chất của hệ rời rạc.*

Các hàm Matlab liên quan:

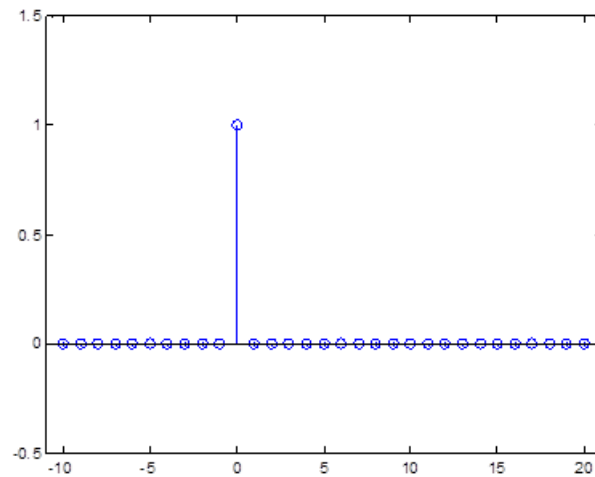
- ♣ **stemp**: vẽ dãy dữ liệu như các que theo trục x
- ♣ **sum**: Xác định tổng của tất cả các phần tử của một vector
- ♣ **min**: Xác định phần tử nhỏ nhất của một vector
- ♣ **max**: Xác định phần tử nhỏ nhất của một vector
- ♣ **zeros**: cấp phát một vector hoặc ma trận với các phần tử 0
- ♣ **subplot**: Chia đồ thị ra thành nhiều phần nhỏ, mỗi phần vẽ một đồ thị khác nhau
- ♣ **title**: Thêm tên tiêu đề cho đồ thị
- ♣ **xlabel**: Viết chú thích dưới trục x trong đồ thị 2D
- ♣ **ylabel**: Viết chú thích dưới trục y trong đồ thị 2D
- ♣ **Hàm impz(num, den, N+1)**: Hàm xác định đáp ứng xung đơn vị của một hệ thống
- ♣ **Hàm filter(num, den, x, ic)**: lọc dữ liệu với mạch lọc IIR hoặc FIR

### 2.1 CÁC TÍN HIỆU CƠ BẢN

**Bài 2.1** Hàm xung đơn vị:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

```
n = -10:20;
delta=[zeros(1,10) 1 zeros(1,20)];
stem(n,delta);
axis([-11 21 -0.5 1.5]);
```



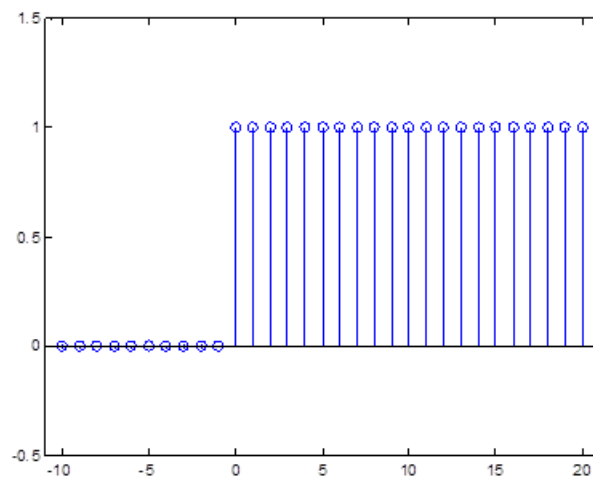
Hình 2.1 Hàm xung đơn vị

**Bài 2.2.** Tín hiệu hàm bước nhảy đơn vị  $u(n)$ .

Hàm bước nhảy đơn vị:

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

```
n=-10:20;
u=[zeros(1,10) ones(1,21)];
stem(n,u);
axis([-11 21 -0.5 1.5]);
```

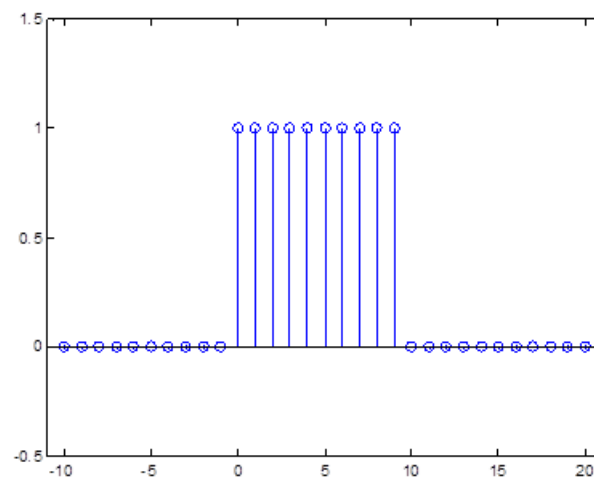


Hình 2.2 Hàm bước nhảy đơn vị

**Bài 2.3:** Tạo dãy xung chữ nhật

$$rect_N(n) = \begin{cases} 1: N-1 \geq n \geq 0 \\ 0: n < 0 \end{cases}$$

```
n=-10:10;
L=10;% dãy xung có chiều dài N=10
rec=[zeros(1,10) ones(1,L) zeros(1,20-L+1)];
stem(n,rec);
axis([-11 21 -0.5 1.5]);
```

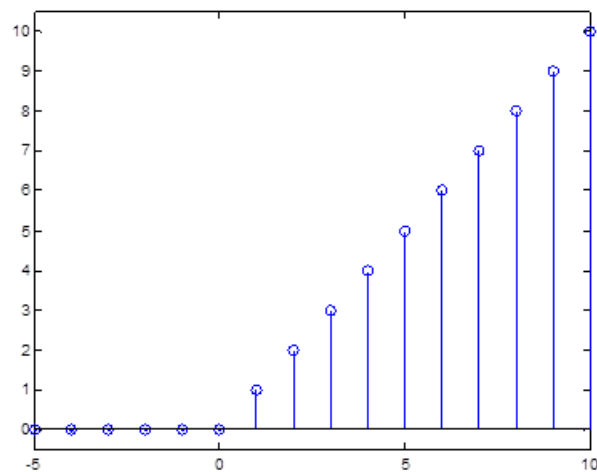


Hình 2.3 Dãy xung chữ nhật rect10(n)

**Bài 2.4 :** Tạo dãy dốc đơn vị

$$r(n) = \begin{cases} n: n \geq 0 \\ 0: n < 0 \end{cases}$$

```
n=-5:10;
m=[zeros(1,5) 0:10];
u=[zeros(1,5) ones(1,11)];
r=m.*u;
stem(n,r);
axis([-5 10 -0.5 10.5]);
```



Hình 2.4 Hàm dốc đơn vị

**Bài 2.5.** Tín hiệu hàm mũ thực

Hàm mũ:

$$x(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} = a^n u(n)$$

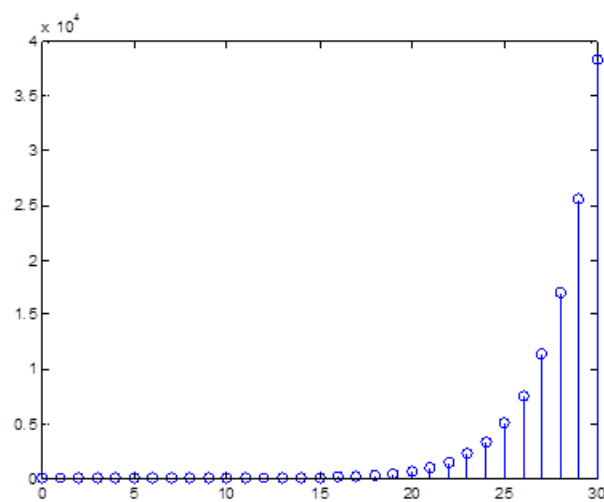
`n=0:30;`

`a=1.5;`

`K=0.2;`

`x=K*a.^n; %Hàm mũ x= K.an`

`stem(n,x);`



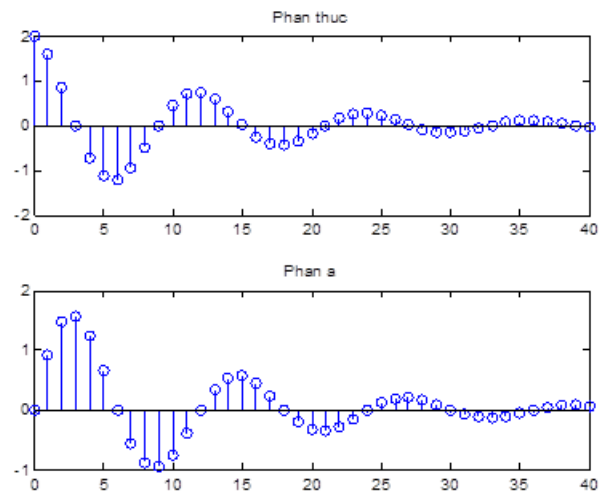
Hình 2.5 Hàm mũ thực

**Bài 2.6.** Tín hiệu hàm mũ phức

```

n=0:30;
s=-(1/12)+(pi/6)*i;
K=2;
n=0:40;
x=K*exp(s*n);
subplot(211);
stem(n,real(x));
title('Phan thuc');
subplot(212);
stem(n,imag(x));
title('Phan ao');

```



Hình 2.6 Hàm mũ phức

**Bài 2.7** Tạo dãy xung vuông và dãy xung răng cưa tuần hoàn có chiều dài L, biên độ đỉnh A, chu kỳ N

```

A=input('Bien do dinh='); %A=3
L=input('Chieu dai day=');%100
N=input('Chu kỳ của day=');%15%
Fs=input('tan so lay mau mong muon=');%20kHz
DRX=input('Do rong cua xung vuong=');%60

```

```

Ts=1/Fs;
t=0:L-1;
x=A*sawtooth(2*pi*t/N);
y=A*square(2*pi*t/N,DRX);
subplot(211);
stem(t,x);
xlabel(['Thoigian',num2str(Ts),'giay']);
ylabel('Bien do');
title('Day xung rang cua');
subplot(212);
stem(t,y);
xlabel(['Thoigian',num2str(Ts),'giay']);
ylabel('Bien do');
title('Day xung vuong');

```

Kết quả mô phỏng cho các thông số của tín hiệu như sau :

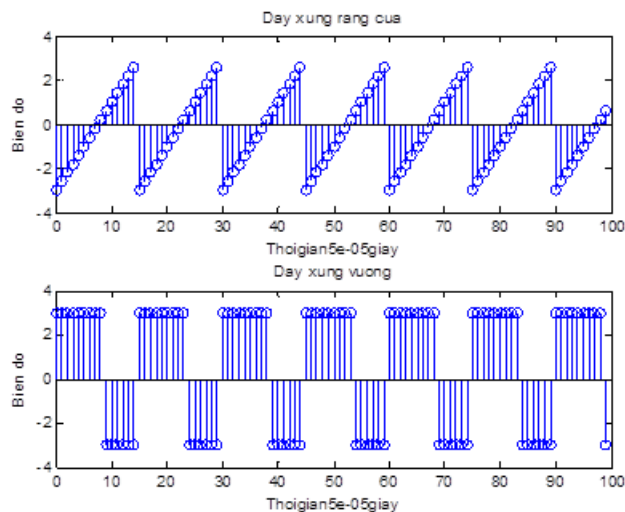
Bien do dinh=3

Chieu dai day=100

Chu ky cua day=15

tan so lay mau mong muon=20000

Do rong cua xung vuong=60



Hình 2.7 Dãy xung răng cưa và dãy xung vuông

**Bài 2.8** Tạo tín hiệu hình sin  $y(n) = A\cos(\omega_0 n + \varphi)$

```
A=input('Bien do dinh=');
L=input('Chieu dai day=');
omeg=input('Tan so goc=');
if ((omeg<=0)|(omeg>=pi)),error('Tan so goc khong
hop le');end;
pha=input('Goc pha=');
if ((pha<0)|(pha>(2*pi))),error('Pha khong hop
le');end;
n=0:L-1;
arg=omeg*n-pha;
x=A*cos(arg);
stem(n,x);
axis([0 50 -2.5 2.5]);
title('Day sin tuan hoan');
xlabel('Thoi gian roi rac n');
ylabel('Bien do');
```

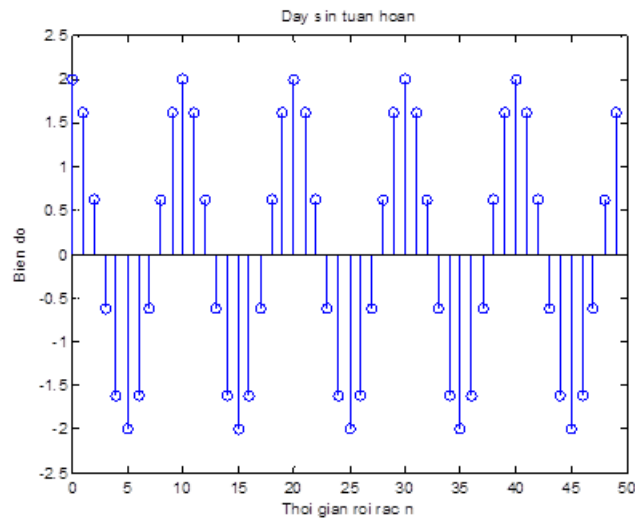
**Kết quả:**

Bien do dinh=2

Chieu dai day=50

Tan so goc=0.2\*pi

Goc pha=0



Hình 2.8 Dãy xung tín hiệu hình sin

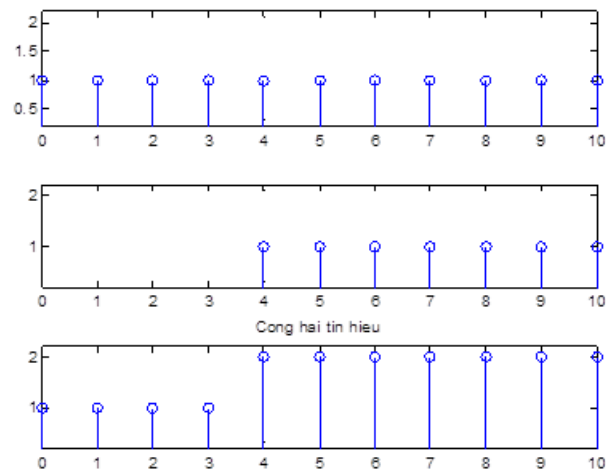
## 2.2 CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TÍN HIỆU

- Dịch:  $x(n)$  k xung:  $x(n - k)$
- Ảnh gương:  $x(n)$   $x(-n)$
- Co trên miền thời gian:  $x(n)$  :  $x(an)$
- Cộng:  $y(n) = x_1(n) + x_2(n)$
- Nhân:  $y(n) = x_1(n)x_2(n)$
- Co biên độ:  $y(n) = Ax(n)$

**Bài 2.9.** Cộng hai tín hiệu cộng :

```
n=0:10;
h1=[ones(1,11)];
h2=[zeros(1,4) ones(1,7)];
h=h1+h2;
stem(n,h);
```

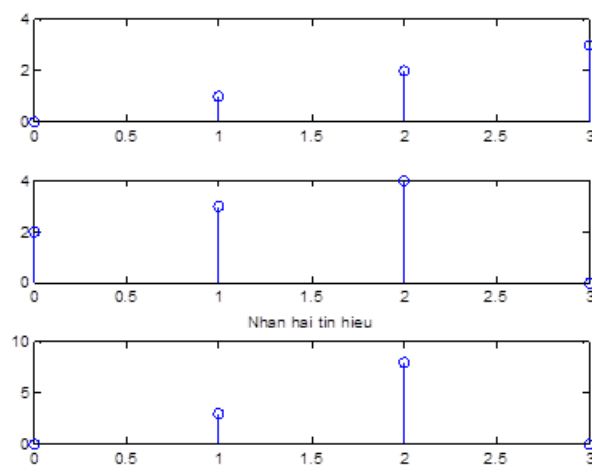




Hình 2.9 Cộng hai tín hiệu bước nhảy đơn vị và dãy xung chữ nhật

**Bài 2.10.** Nhân hai tín hiệu :

```
x1=[0 1 2 3];
x2=[2 3 4 0];
x=x1.*x2;
n=0:length(x)-1;
stem(n,x);
```

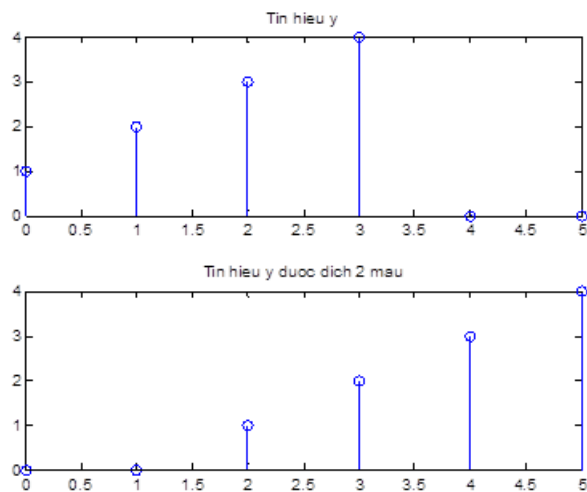


Hình 2.10 Nhân hai tín hiệu bài 2.10

**Bài 2.11** Dịch tín hiệu  $y(n)$  thành  $y(n-d)$

```
d=2;
```

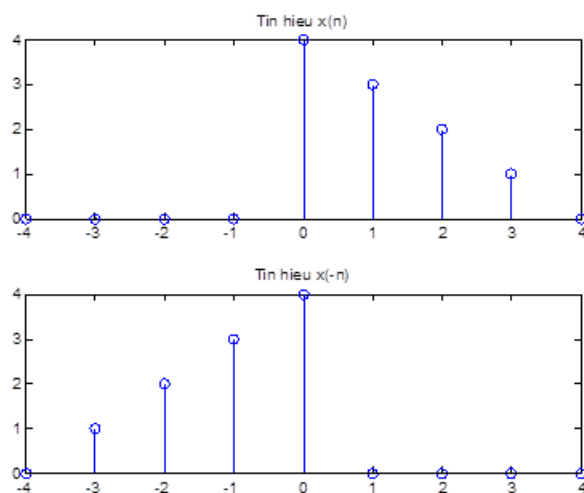
```
y=[1 2 3 4];
yd=zeros(1,d) y];
```



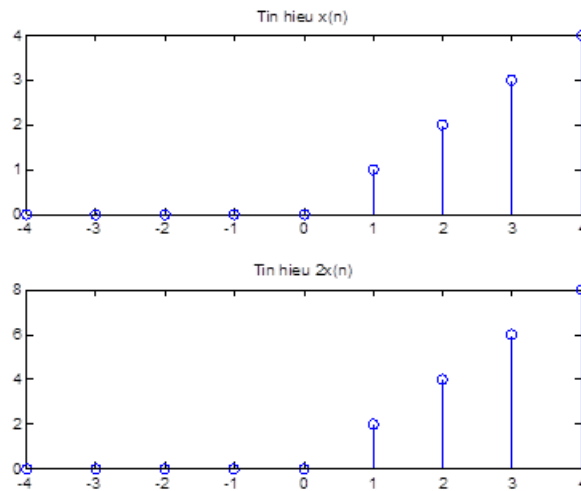
Hình 2.11 Dịch phải xung  $y(n)$  2 đơn vị

**Bài 2.12.** Vẽ các tín hiệu  $x(-n)$ ,  $2x(n)$

```
x=[0 1 2 3 4];
n=0:length(x)-1;
y=fliplr(x);
m=-fliplr(n);
subplot(211); stem(n,x);
subplot(212); stem(m,y);
```



Hình 2.12 Tín hiệu  $x(n]$  và  $x(-n]$



Hình 2.13 Tín hiệu  $x(n]$  và  $2x(n]$

**Bài 2.13.** Cộng và nhân 2 tín hiệu. Ví dụ thực hiện cho 2 tín hiệu  $x_1(n) = \{1, -1, 2, 3, -2\}$  và  $x_2(n) = \{-2, -2, 1, 1, -4\}$

$$x_1 = [1 \ -1 \ 2 \ 3 \ -2]$$

$$x_2 = [-2 \ -2 \ 1 \ 1 \ -4]$$

$$y_1 = x_1 + x_2$$

$$y_2 = x_1 \cdot x_2$$

**Kết quả:**

$$y_1 = [-1 \ -3 \ 3 \ 4 \ -6]$$

$$y_2 = [-2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 8]$$

### 2.3 KIỂM TRA TÍNH CHẤT TUYẾN TÍNH VÀ BẤT BIẾN

Hệ thống H bất biến theo thời gian nếu và chỉ nếu:

$$y(n) = H[x(n)] \rightarrow y(n - k) = H[x(n - k)]$$

Hệ thống là tuyến tính nếu và chỉ nếu:

$$H[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = a_1H[x_1(n)] + a_2H[x_2(n)]$$

**Bài 2.14.** Xét hệ thống  $y(n) = nx(n)$ .

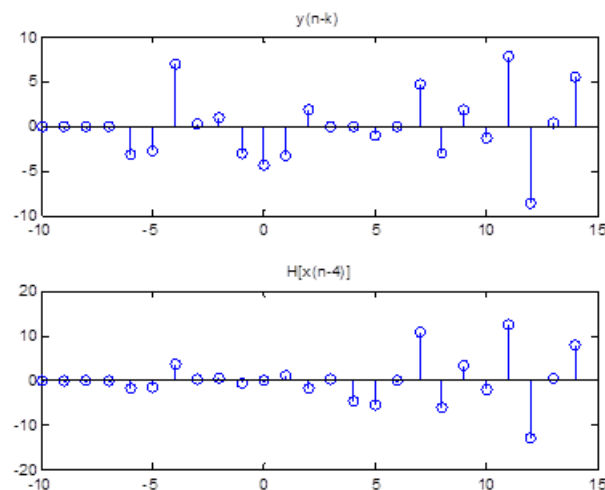
$$n = -10:10;$$

```

x = randn(size(n)); %Tín hiệu x ngẫu nhiên
y = n.*x; %y(n) = nx(n)
ynk = [0 0 0 0 y]; %Dịch phải y(n) 4 mẫu -> y(n - 4)
x1 = [0 0 0 0 x]; %Dịch phải x(n) 4 mẫu
n1 = [n 11:14]; % Bổ sung thêm giá trị cho n
yn = n1.*x1; % yn = H[x(n - 4)]
subplot(211), stem(n1,ynk), title('y(n - k)');
subplot(212), stem(n1,yn), title('H[x(n - k)]');

```

Kiểm tra tính chất bất biến theo thời gian của  $y(n) = nx(n)$ .



Hình 2.14 Tính chất không bất biến theo thời gian của  $y(n) = nx(n)$

**Bài 2.15.** Xét hệ thống  $y(n) = nx(n)$ .

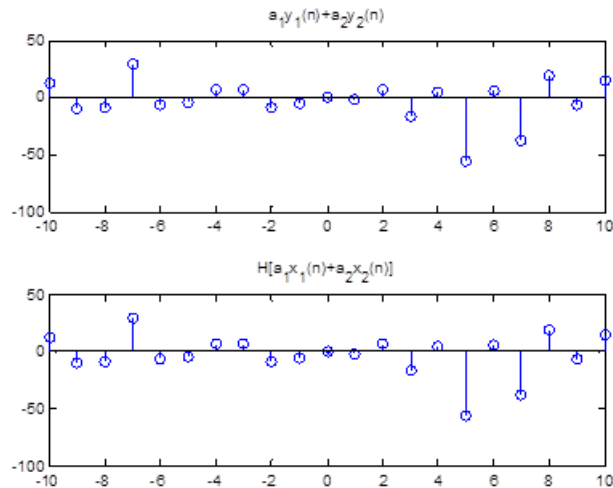
```

clf
n = -10:10;
x1 = randn(size(n)); %Tín hiệu x1 ngẫu nhiên
x2 = randn(size(n)); %Tín hiệu x2 ngẫu nhiên
a1 = 3; a2 = -2; %a1, a2 tùy ý
y1 = n.*x1;
y2 = n.*x2;
y = n.*(a1*x1 + a2*x2);
subplot(211), stem(n,a1*y1+a2*y2);

```

```
title('a_1y_1(n)+a_2y_2(n)');
subplot(212), stem(n,y);
title('H[a_1x_1(n)+a_2x_2(n)]');
```

Kết luận về tính chất tuyến tính của  $y(n) = nx(n)$ .



Hình 2.15 Tính chất tuyến tính của  $y(n) = nx(n)$ .

## 2.4 Hệ LTI

Phương trình sai phân:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

**Bài 2.16.** Xét hệ thống có phương trình sai phân:

$$y(n) = 0.3x(n) + 0.2x(n-1) - 0.3x(n-2) - 0.9y(n-1) + 0.9y(n-2).$$

Xác định đáp ứng xung đơn vị của hệ thống.

```
N = 40;
num = [0.3 0.2 -0.3];
den = [1 0.9 -0.9];
h = impz(num,den,N); % N: số lượng mẫu tính toán
stem(h);
```

Xác định ngõ ra khi biết đáp ứng xung và ngõ vào:

```
x = randn(1,10);
y = conv(x,h);
subplot(311),stem(x);
subplot(312),stem(h);
subplot(313),stem(y);
```

Bài trên sử dụng hàm **conv** để tính tích chập giữa hai tín hiệu rời rạc x và h.

**Bài 2.17.** Kiểm tra tính giao hoán và kết hợp:

```
h1 = [1 2 -2 -3]; Hệ thống 1
h2 = [-2 0 3 1]; Hệ thống 2
h = conv(h1,h2);
N = 30;
x = randn(1,N);
y11 = conv(x,h1);
y1 = conv(y11,h2);
y21 = conv(x,h2);
y2 = conv(y21,h1);
y = conv(x,h);
subplot(311),stem(y1);
title('y(n) = (x*h_1(n))*h_2(n)');
subplot(312),stem(y2);
title('y(n) = (x*h_2(n))*h_1(n)');
subplot(313),stem(y);
title('y(n) = x*(h_1(n)*h_2(n))');
```

**Bài 2.18** Tính tương quan chéo của hai tín hiệu

```
x=[1 2 3 2 1];
y=[1 -1 1 -1];
N1=length(y)-1;
N2=length(x)-1;
rxy=conv(x,flipr(y));
```

---

```

k=(-N1):N2';
n1=0:N1;n2=0:N2;
subplot(311);
stem(n2,x);
subplot(312);
stem(n1,y);
subplot(313)
stem(k, rxy)

```

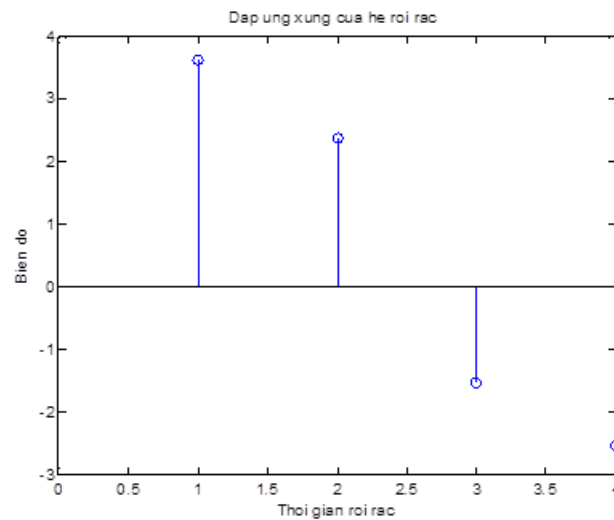
Bài này tính tương qua chéo của hai tín hiệu rời rạc dùng lệnh **conv** và **fliplr**.

**Bài 2.19** Dùng hàm **impz** vẽ đáp ứng xung của hệ từ phương trình sai phân

```

N=input('Chieu dai dap ung xung mong muon');
p=input('Gia tri vector p=');
d=input('Gia tri vector d=');
[h,t]=impz(p,d,N);
disp(h);
n=0:N-1;
stem(n,h);
xlabel('Thoi gian roi rac');
ylabel('Bien do');
title('Dap ung xung cua he roi rac ');
Nhập các giá trị:
N = 5
p=[2.25 2.5 2.25];
d=[1 -0.5 0.75];

```



Hình 2.16 Đáp ứng xung của hệ

**Bài 2.20** Xét tính ổn định của hệ thống từ đáp ứng xung rời rạc  $h(n)$  bài 2.19

```
sum=0;
for k=1:N+1;
sum=sum+abs(h(k));
end
disp('Gia tri tong =');
disp(abs(h(k)));
```

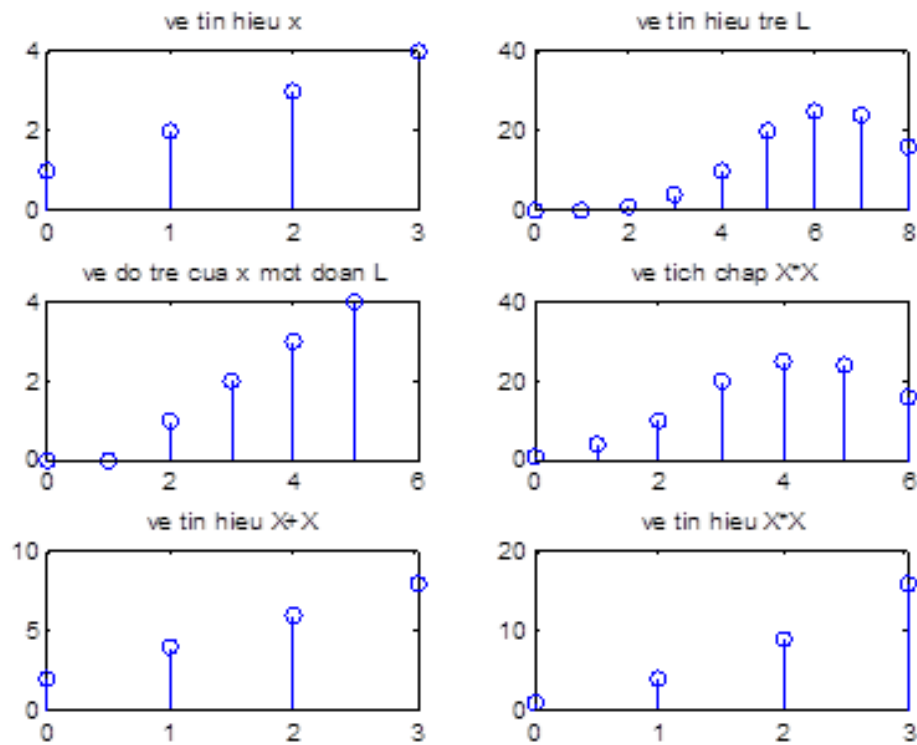
Kết quả:

Gia tri tong = 2.2500

Suy ra hệ thống ổn định.

**Bài 2.21.** Chương trình Matlab tính tích chập của 2 dãy có chiều dài hữu hạn. Kết quả của tích chập được trễ đi  $d$  mẫu. Vẽ tín hiệu  $y(n)*h(n)$  và  $y(n-d)$





Hình 2.17 Kết quả mô phỏng của bài 2.21

**Bài 2.22** Cho hai hệ thống có phương trình sai phân hệ số hằng như sau:

Hệ thống 1:

$$y[n] = 0.5 x[n] + 0.27 x[n-1] + 0.77 x[n-2]$$

Hệ thống 2:

$$y[n] = 0.45 x[n] + 0.5 x[n-1] + 0.45 x[n-2] + 0.53 y[n-1] - 0.46 y[n-2]$$

Chương trình Matlab tính đầu ra của hai hệ thống trên với đầu vào:

$$x[n] = \cos\left(\frac{20\pi n}{256}\right) + \cos\left(\frac{200\pi n}{256}\right)$$

n=0:299

```
% bai2_22
```

```
clf;
```

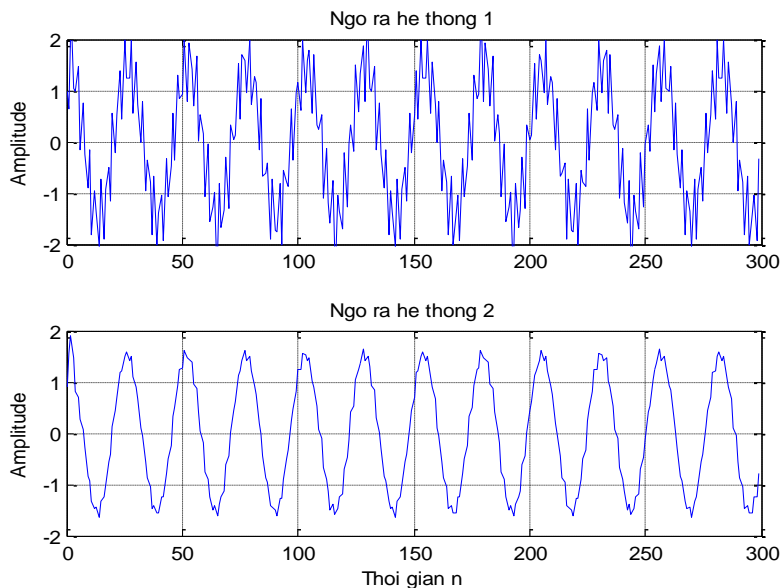
```
n = 0:299;
```

```
x1 = cos(2*pi*10*n/256);
```

```
x2 = cos(2*pi*100*n/256);
```

```
x = x1+x2;
```

```
% Compute the output sequences
num1 = [0.5 0.27 0.77];
y1 = filter(num1,1,x); % Output of System No. 1
den2 = [1 -0.53 0.46];
num2 = [0.45 0.5 0.45];
y2 = filter(num2,den2,x); % Output of System No. 2
% Plot the output sequences
subplot(2,1,1);
plot(n,y1);axis([0 300 -2 2]);
ylabel('Amplitude');
title('Ngo ra he thong 1');grid;
subplot(2,1,2);
plot(n,y2);axis([0 300 -2 2]);
xlabel('Thoi gian n'); ylabel('Amplitude');
title('Ngo ra he thong 2');grid;
```



Hình 2.18 Kết quả mô phỏng của bài 2.22

## 2.5 BÀI TẬP

**Bài tập 1:** Viết chương trình Matlab nhập tín hiệu  $x$  từ bàn phím, tìm và vẽ thành phần chẵn và lẻ của tín hiệu  $x$ :

$$x_{\text{even}}(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)]$$

$$x_{\text{odd}}(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)]$$

**Bài tập 2:** Sử dụng Matlab để thực hiện ghép nối hai hệ thống LTI sau

$$y_1(n) + 0.9y_1(n-1) + 0.8y_1(n-2) = 0.3x(n) - 0.3x(n-1) + 0.4x(n-2)$$

và

$$y_2(n) + 0.7y_2(n-1) + 0.85y_2(n-2) = 0.2y_1(n) - 0.5y_1(n-1) + 0.3y_1(n-2)$$

Cho tín hiệu ngõ vào  $x=(0.8)^n u(n)$ , xác định và vẽ tín hiệu ngõ ra của hệ.