

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

a) Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liên kế tiếp theo của hoán vị $(4, 5, 8, 7, 9, 6, 3, 2, 1)$.

b) Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 5 hoán vị liên kế tiếp theo của hoán vị $(2, 3, 6, 8, 9, 7, 5, 4, 1)$.

Giải

a) Có $n = 9$, hoán vị xuất phát $= (4, 5, 8, 7, 9, 6, 3, 2, 1)$.

Sử dụng phương pháp sinh tìm 4 hoán vị kế tiếp của hoán vị xuất phát:

(1) $i = 4, a_i = 7; k = 5, a_k = 9 \Rightarrow (4, 5, 8, \underline{9}, \underline{7}, 6, 3, 2, 1) \Rightarrow (4, 5, 8, 9, 1, 2, 3, 6, 7)$

(2) $i = 8, a_i = 6; k = 9, a_k = 7 \Rightarrow (4, 5, 8, 9, 1, 2, 3, \underline{7}, \underline{6}) \Rightarrow (4, 5, 8, 9, 1, 2, 3, 7, 6)$

(3) $i = 7, a_i = 3; k = 9, a_k = 6 \Rightarrow (4, 5, 8, 9, 1, 2, \underline{6}, 7, \underline{3}) \Rightarrow (4, 5, 8, 9, 1, 2, 6, 3, 7)$

(4) $i = 8, a_i = 3; k = 9, a_k = 7 \Rightarrow (4, 5, 8, 9, 1, 2, 6, \underline{7}, \underline{3}) \Rightarrow (4, 5, 8, 9, 1, 2, 6, 7, 3)$

b) Có $n = 9$, hoán vị xuất phát $= (2, 3, 6, 8, 9, 7, 5, 4, 1)$.

Sử dụng phương pháp sinh tìm 5 hoán vị kế tiếp của hoán vị xuất phát:

(1) $i = 4, a_i = 8; k = 5, a_k = 9 \Rightarrow (2, 3, 6, \underline{9}, \underline{8}, 7, 5, 4, 1) \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, 5, 7, 8)$

(2) $i = 8, a_i = 7; k = 9, a_k = 8 \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, 5, \underline{8}, \underline{7}) \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, 5, 8, 7)$

(3) $i = 7, a_i = 5; k = 9, a_k = 7 \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, \underline{7}, 8, \underline{5}) \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, 7, 5, 8)$

(4) $i = 8, a_i = 5; k = 9, a_k = 8 \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, 7, \underline{8}, \underline{5}) \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, 7, 8, 5)$

(5) $i = 7, a_i = 7; k = 8, a_k = 8 \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, \underline{8}, \underline{7}, 5) \Rightarrow (2, 3, 6, 9, 1, 4, 8, 5, 7)$

2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

a) Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liên tiếp theo của tổ hợp $(4, 6, 7, 9)$.

b) Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 5 tổ hợp chập 4 liên tiếp theo của tổ hợp $(1, 5, 6, 8)$.

Giải

a) Có $n = 9$, $k = 4$, tổ hợp cuối cùng $= (6, 7, 8, 9)$,

tổ hợp xuất phát $= (4, 6, 7, 9)$.

Sử dụng phương pháp sinh tìm 4 tổ hợp kế tiếp của tổ hợp xuất phát:

(1) $i = 3$, $a_i = 7 \Rightarrow (4, 6, \underline{8}, 9)$

(2) $i = 2$, $a_i = 6 \Rightarrow (4, \underline{7}, 8, 9)$

(3) $i = 1$, $a_i = 4 \Rightarrow (\underline{5}, 6, 7, 8)$

(4) $i = 4$, $a_i = 8 \Rightarrow (5, 6, 7, \underline{9})$

b) Có $n = 9$, $k = 4$, tổ hợp cuối cùng $= (6, 7, 8, 9)$,

tổ hợp xuất phát $= (1, 5, 6, 8)$.

Sử dụng phương pháp sinh tìm 5 tổ hợp kế tiếp của tổ hợp xuất phát:

(1) $i = 4$, $a_i = 8 \Rightarrow (1, 5, 6, \underline{9})$

(2) $i = 3$, $a_i = 6 \Rightarrow (1, 5, \underline{7}, 8)$

(3) $i = 4$, $a_i = 8 \Rightarrow (1, 5, 7, \underline{9})$

(4) $i = 3$, $a_i = 7 \Rightarrow (1, 5, \underline{8}, 9)$

(5) $i = 2$, $a_i = 5 \Rightarrow (1, \underline{6}, 7, 8)$

3. Cho xâu nhị phân $X = (1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Sử dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, tìm 4 xâu nhị phân liên kế tiếp theo của X .

Giải

Có $n = 9$, xâu nhị phân xuất phát $= (1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.

Sử dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, tìm 4 xâu nhị phân liên kế tiếp theo của xâu nhị phân xuất phát:

$$(1) i = 2, x_i = 0 \Rightarrow (1, \underline{1}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$(2) i = 9, x_i = 0 \Rightarrow (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \underline{1})$$

$$(3) i = 8, x_i = 0 \Rightarrow (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, \underline{1}, 0)$$

$$(4) i = 9, x_i = 0 \Rightarrow (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, \underline{1})$$

4. Cho xâu nhị phân $X = (1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$. Sử dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, tìm 5 xâu nhị phân liên kế tiếp theo của X .

Giải

Có $n = 9$, xâu nhị phân xuất phát = (1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1).

Sử dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, tìm 5 xâu nhị phân liên kế tiếp theo của xâu nhị phân xuất phát:

(1) $i = 6, x_i = 0 \Rightarrow (1, 0, 1, 1, 0, \underline{1}, 0, 0, 0)$

(2) $i = 9, x_i = 0 \Rightarrow (1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, \underline{1})$

(3) $i = 8, x_i = 0 \Rightarrow (1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, \underline{1}, 0)$

(4) $i = 9, x_i = 0 \Rightarrow (1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, \underline{1})$

(5) $i = 7, x_i = 0 \Rightarrow (1, 0, 1, 1, 0, 1, \underline{1}, 0, 0)$

5. Trình bày thuật toán quay lui liệt kê các hoán vị của tập hợp $\{1, 2, \dots, n\}$. Kiểm nghiệm thuật toán với $n = 3$.

Giải

Kiểm nghiệm thuật toán với $n = 3$:

Lần lặp	a[1]	a[2]	a[3]
1	1	2	3
2	1	3	2
3	2	1	3
4	2	3	1
5	3	1	2
6	3	2	1

Kết luận: Có 6 hoán vị của tập hợp $\{1, 2, 3\}$ là:

(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1).

6. Trình bày thuật toán quay lui liệt kê các tổ hợp chập k của tập hợp $\{1, 2, \dots, n\}$.
Kiểm nghiệm thuật toán với $n = 5$ và $k = 3$.

Giải

Kiểm nghiệm thuật toán với $n = 5$, $k = 3$:

Lần lặp	a[1]	a[2]	a[3]
1	1	2	3
2	1	2	4
3	1	2	5
4	1	3	4
5	1	3	5
6	1	4	5
7	2	3	4
8	2	3	5
9	2	4	5
10	3	4	5

Kết luận: Có 10 tổ hợp chập 3 của tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ là:

(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 3, 4), (1, 3, 5), (1, 4, 5), (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 4, 5), (3, 4, 5).

7. Trình bày thuật toán quay lui liệt kê các xâu nhị phân có độ dài n. Kiểm nghiệm thuật toán với $n = 3$.

Giải

Kiểm nghiệm thuật toán với $n = 3$:

Lần lặp	x[1]	x[2]	x[3]
1	0	0	0
2	0	0	1
3	0	1	0
4	0	1	1
5	1	0	0
6	1	0	1
7	1	1	0
8	1	1	1

Kết luận: Có 8 xâu nhị phân độ dài 3: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 111.