浙江理工大学2013－2014 学年第 2 学期 《概率论与数理统计A 》期末试卷(A)卷答案

一、 选择题 (每空 3分，共 21 分)

1. B　2. C　3. C　4. D　5. A　6. B　7. B

二、 填空题 (每空 3分，共 21 分)

1. 1/3　2. 2　3. $\mu=-1,\sigma=2$　4. 3　5. 1　6. $\mathrm{N}(\mu,\sigma^2/n)$, $t(n-1)$

7. $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}$.

三、 计算题 (共 68 分)

1. (1) $P(X=k)=\dfrac{\begin{pmatrix}9\\k\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3-k\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}12\\3\end{pmatrix}},\quad k=0,1,2,3$

   (2) Bayes 公式 $=0.23$

2. 设随机变量表示一只昆虫所生的虫卵数，随机变量Y 一只昆虫所生的幼虫数.

   (1) $X\sim\mathrm{Pois}(1)$，

   $$P(X=n)=\frac{1}{n!}e^{-1},\quad n=0,1,2,\cdots;$$

   且

   $$P(Y=m|X=n)=C_n^m p^n(1-p)^{m-n},\quad m=0,1,2,\quad n;$$

   注意到当 $n<m$ 时， $P(Y=m|X=m)=0$, 则有

   $$P(Y=m)=\frac{p^k}{k!}e^{-p},\quad k=0,1,\cdots.$$

3. (1) 12

   (2) $(1-e^{-3})\,(1-e^{-8})$

4. (1) 由 $E(X)=0$ 及 $\mathrm{Var}(X)=1/3$， 可知 $E(X^2)=1/3$; 由 $E(Y)=2$ 及 $\mathrm{Var}(Y)=4$, 可知$E(Y^2)=8$.

   $$\begin{aligned}\mathrm{Cov}(Z,X) &= E[(X+1)YX]-E[(X+1)Y]E(X)\\ &= 2/3\end{aligned}$$

   $$\begin{aligned}\mathrm{Var}(Z) &= E\left[(X+1)Y\right]^2-\left[E(X+1)Y\right]^2\\ &= 20/3\end{aligned}$$

   $$\rho_{X,Z} = \frac{\mathrm{Cov}(Z,X)}{\sqrt{\mathrm{Var}(Z)\mathrm{Var}(X)}}=\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

(2)

$$P(Z>1|X=0)=P\left((X+1)Y>1|X=0\right)=P(Y>1)=e^{-1/2}.$$

5. (1) $\overline{x}=58.4$, $s=23.2484$, $(s/\sqrt{n})t_{\alpha/2}=16.615$, 所以95%的置信上限为75.105.

(2) $\hat{\mu}=58.4$, $\hat{\sigma}=22.055$, 因此

$$\hat{p}=\int_{-\infty}^{35}\frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}}}\exp\{-\frac{(x-\hat{\mu})^2}{\hat{\sigma}^2}dx\doteq 0.1446$$