浙江理工大学2013－2014 学年第 2 学期 《概率论与数理统计A 》期末试卷(A)卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：________________ 学 号:_______________ 班 级:_______________

题 号	一	二	三（1）	三（2）	三（3）	三（4）	三（5）	总 分
分 数								
计分人								

一 选择题 (每空 3分，共 21 分)

1. 设A, B, C是三个随机事件，则在下列选项中不正确的是____________.
   (A) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ (B) $(A\cup B)\cap C=A\cup(B\cap C)$
   (C) $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$ (D) $A\cap(\overline{B\cap C})=(A\cap\bar{B})\cup(A\cap\bar{C})$

2. 设事件A与自身独立，则A的概率为________.
   (A) 0 (B) 1 (C) 0 或 1 (D) 1/2

3. 设$f(x)$和$g(x)$ 为两个概率密度函数，则下述还是密度函数的是 ________
   (A)$f(x)/g(x)$ (B)$f(x)-g(x)$ (C) $(f(x)+g(x))/2$ (D)$(1+f(x))(1-g(x))$

4. 随机变量 X 和Y 独立， Y 和Z 独立，且都有期望和方差，则必有________
   (A) X 和Z 独立 (B) X 和Z 不相关
   (C) X 和Z 相关 (D) $\mathrm{Cov}(X, Y)=0$

5. 设$0<P(B)<1$, 则$P(A|B)=P(A|\bar{B})$成立的充分必要条件是 ________.
   (A) $P(AB)=P(A)P(B)$ (B) $P(A+B)=P(A)+P(B)$
   (C) $P(A)=P(B)$ (C) $P(A)=P(\bar{B})$

6. 设 $X_1,\ldots,X_n$ 为来自均匀分布$\mathrm{U}(-\theta,\theta)$ 的一组样本， θ为未知参数，则下述为统计量的是 ________.
   (A) $\overline{X}-\theta$ (B)$\max\limits_{1\le i\le n}(X_i-\theta)-\min\limits_{1\le i\le n}(X_i-\theta)$
   (C) $\max\limits_{1\le i\le n}(X_i-\theta)$ (D) $\min\limits_{1\le i\le n}(X_i-\theta)$.

7. 假设密度函数为$f_\theta(x)$, 其中θ 为参数， 若X 为来自该总体的样本，则下述不正确的是________.
(A) 固定X 时$f_\theta(x)$为似然函数　(B) 固定θ时$f_\theta(x)$为似然函数
(C) 固定θ 时$f_\theta(x)$为密度函数　(D)$f_\theta(x)$ 衡量了不同θ下观察到X的可能性大小.

二、 填空题 (每空 3分，共 21 分)

1. 设三次独立试验中, 事件A出现的概率相等. 若已知A至少出现一次的概率为19/27, 则事件A在一次试验中出现的概率为_______.

2. 设随机变量X 服从参数为 1 的指数分布, 则数学期望$E(X^2)=$ _______.

3. 设$X\sim N(\mu,\sigma^2)$, 其密度函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\dfrac{(x+1)^2}{4}\right\}$, 则$\mu=$ _______, $\sigma=$ _______.

4. 设随机变量 $X\sim U(0,2)$, $Y\sim U(2,4)$, 且 X 和 Y 独立，则 $\mathrm{E}(XY)=$ _______.

5. 设随机变量 X 与Y 独立， 且$\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(Y)=0$, $\mathrm{Var}(X)=\mathrm{Var}(Y)=1$. 若令 $W=X-Y$, 则Y 与W 的相关系数是 _______.

6. 设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$, $X_1,\ldots,X_n$ 来自 X 的样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别是该样本的样本均值和样本方差， 则$\overline{X}\sim$ _______, $\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim$ _______.

7. 设总体 X 在$(\theta,\theta+1)$ 上服从均匀分布，$(X_1,\ldots,X_n)$ 为一样本， 则θ 的矩估计为 _______.

三、 计算题 (共 68 分)

1. (16分)　有12 个新的乒乓球，每次比赛时取出3个，用完之后再放回去。

   (1) 设第二次比赛时取到X 个新球，试求X 的分布律;

   (2) 若第三次比赛时取到 3个新球，问第二次比赛时取出的3个球都是新球的概率是多少？

2. (10 分)　设昆虫产卵数目服从参数为1的 Poisson 分布， 而每个卵孵化为幼虫的概率为 p,各卵是否孵化相互独立，试求：一个昆虫产生m个幼虫的概率。

3. (10分）设连续型随机向量(X, Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(3x+4y)} & x>0, y>0 \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

求：

(1) 系数A;

(2) 落在区域D: $\{0<x\leq 1, 0<y\leq 2\}$ 的概率.

4. (16分)　设随机变量X, Y 相互独立，且$X \sim \mathrm{U}(-1,1)$, Y 服从均值为$1/2$ 的指数分布，则

(1) 求随机变量$Z=(X+1)Y$ 和 X 的相关系数.

(2) 求条件概率$P(Z>1|X=0)$.

5. (16分) 当 PM2.5 值全天监测平均在 35 微克/立方米以内时，空气质量属于一级，现观测到杭州下沙经济开发区 2014 年 4 月 13 日到 4 月22 日 10 天内 日平均 PM2.5 值分别为 51, 52, 64, 65, 115, 71, 40, 46, 31, 49. 若假设杭州下沙经济开发区日平均 PM2.5 值 X 服从正态分布，各天日均 PM2.5 值相互独立 .

(1) 试给出日均值PM2.5 值得95% 置信上限（已知：$t_{0.05}(9) = 1.833$, $t_{0.05}(10) = 1.812$, $t_{0.025}(9) = 2.26$, $t_{0.025}(10) = 2.23$）.

(2) 若感兴趣空气质量为一级的概率 $p = P(X \leq 35)$, 试基于观测的日均数据给出 p 的极大似然估计（已知：$\Phi(1.06) = 0.8554$）.