

浙江理工大学 2014 —2015 学年第二 学期

《概率论与数理统计》期末试卷（A）卷标准答案和评分标准

一、填空题（满分 24 分）

1. 0.25 2. 4.5 3. 49 4. $\frac{1}{4}$ 5. $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ 6. $\frac{1}{6}$ 7. $\frac{1}{it}(e^{it} - 1)$

二、选择题（满分 21 分）

1. B 2. A 3. D 4. D 5. C 6. B 7. C

三、解：设 $A =$ ‘任取一产品，经检验认为是合格品’

$B =$ ‘任取一产品确是合格品’

则 (1) $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$

$$= 0.9 \times 0.95 + 0.1 \times 0.02 = 0.857.$$

$$(2) P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.9 \times 0.95}{0.857} = 0.9977 \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

四、解：(1) 当 $0 < x < 1$ 时 $f_X(x) = \int_x^1 6xdy = 6x(1-x)$ 故

$$f_X(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$\text{当 } 0 < y < 1 \text{ 时, } f_Y(y) = \int_0^y 6xdx = 3y^2 \text{ 故 } f_Y(y) = \begin{cases} 3y^2 & 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$(2) P(X+Y \leq 1) = \int_0^{1/2} 6xdx \int_x^{1-x} dy = \int_0^{1/2} 6x(1-2x)dx = \frac{1}{4} \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

$$(3) E(X) = 1/2, E(Y) = 3/4, E(XY) = 2/5, \text{ 所以 } \text{cov}(X, Y) = 1/40. \dots\dots\dots (11 \text{ 分})$$

五、解 (1) $a = 0.3 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

(2)

X	0	1	2
p	0.4	0.3	0.3

Y	1	2
p	0.4	0.6

$\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

(3) X 与 Y 不独立 $\dots\dots\dots (9 \text{ 分})$

(4)

X+Y	1	2	3	4
p	0.1	0.5	0.2	0.2

.....(12 分)

六、由题意可知 $X \sim N(\mu, \sigma^2), Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 $\text{corr}(X, Y) = 0$, 即 X 与 Y 不相关, 从而

X 与 Y 独立..... (4 分)

故 $E(XY^2) = E(X)E(Y^2) = \mu(\mu^2 + \sigma^2)$ (7 分)

七、 X 的密度函数为: $f(x, \beta) = \begin{cases} \frac{\beta}{x^{\beta+1}}, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$,(2 分)

$$\text{由于 } E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x, \beta)dx = \frac{\beta}{\beta-1}$$

令 $E(X) = \frac{\beta}{\beta-1}$, 得 β 的矩估计量为 $\hat{\beta} = \frac{\bar{x}}{\bar{x}-1}$ (6 分)

似然函数为 $L(\beta) = \begin{cases} \frac{\beta^n}{x_1 x_2 \dots x_n}, & x_i > 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ (7 分)

取对数求导后求解得 $\hat{\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}$ (10 分)

八、(1) μ 的置信度为 $1-\alpha$ 下的置信区间为

$$(\bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}) \dots\dots\dots(3 \text{ 分})$$

$$\bar{X} = 10, s = 0.4, n = 16, \alpha = 0.05, t_{0.025}(15) = 2.132$$

所以 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 (9.7868, 10.2132)(5 分)

(2) $H_0: \sigma^2 \leq 0.1$ 的拒绝域为 $\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2(n-1)$ (8 分)

$$\chi^2 = \frac{15S^2}{0.1} = 15 \times 1.6 = 24, \chi_{0.05}^2(15) = 24.996$$

因为 $\chi^2 = 24 < 24.996 = \chi_{0.05}^2(15)$, 所以接受 H_0 (10 分)