样卷 2

一、选择题

1．设 $P(B|A)=1$ ，则下列命题成立的是__________

A． $A\subset B$　B． $B\subset A$　C．$A-B=\Phi$　D． $P(A-B)=0$

2．设随机变量的概率密度 $f(x)=\begin{cases}\mathrm{T}x^{-2} & x>1\\ 0 & x\le 1\end{cases}$，则 T=（　）。

(A)1/2　(B)1　(C)-1　(D)3/2

3．设连续型随机变量的分布函数和密度函数分别为 $F(x)$ 、$f(x)$，则下列选项中正确的是__________

A． $0\le F(x)\le 1$　B． $0\le f(x)\le 1$　C． $P\{X=x\}=F(x)$　D． $P\{X=x\}=f(x)$

4．设 X_1，X_2 独立，$P\{X_{\mathrm{i}}=0\}=\dfrac{1}{2}$，$P\{X_{\mathrm{i}}=1\}=\dfrac{1}{2},(\mathrm{i}=1,2)$，下列结论正确的是__

A． $X_1=X_2$　B． $P\{X_1=X_2\}=1$　C． $P\{X_1=X_2\}=\dfrac{1}{2}$　D．以上都不对

二、填空题

1．设有 10 件产品，其中有 1 件次品，今从中任取出 1 件为次品的概率为（　）。

2．设 A、B 为互不相容的随机事件 $P(A)=0.2,P(B)=0.5,$ 则 $P(A\cup B)=$（　）。

3．设随机变量 X 的概率密度 $f(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$　则 $P\{X>0.3\}=$（　）。

4．设 D(ξ)=4，D(η)=9，$\rho_{\xi\eta}=0.5$，则 D($\xi+\eta$)=（　）。

三、计算题（本大题共 6 小题，每小题 10 分，总计 60 分）

1．有两个口袋，甲袋中盛有 2 个白球，1 个黑球；乙袋中盛有 1 个白球，2 个黑球。由甲袋中任取一球放入乙袋，再从乙袋任取一球，问取得白球的概率是多少?

2．设连续型随机变量 X 的密度为 $f(x)=\begin{cases}\mathrm{M}e^{-5x}, & x>0\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$

(1)确定常数 M　(2)求 $P\{X>0.2\}$　(3)求分布函数 F(x).

3．设 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}e^{-y}, x>0, y>x\\ 0, \quad \text{其他}\end{cases}$

求（1） X 与 Y 的边缘分布密度；（2）问 X 与 Y 是否独立

4．设随机变量 X 服从指数分布，其概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-x/\theta}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，其中 $\theta>0$，求 D(X)，E(X)。

四．证明题

1．设若随机变量 X_1，X_3，…相互独立，$E(X_K)=\mu$，$D(X_K)=\sigma^2$ (k=1,2, …)，设 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k$，

证明：对 $\forall\ \varepsilon>0$，有 $\lim_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k-\mu\right|<\varepsilon\right\}=1$.

参考答案

一、选择题

1．D　　2．B　　3．A　　4．C

二、填空题

1．0.1　　2．0.7　　3．0.7。　　4．N(0,1)

三、计算题

1．解：设取得白球事件为 A，则由全概率公式

P(A)=2/3×2/4+1/3×1/4=5/12

2　① $\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(x)dx=\int_{-\infty}^{0}0dx+\int_{0}^{+\infty}\mathrm{M}e^{-5x}dx=\frac{1}{5}\mathrm{M}=1$　故 M =5　。

② $P(\xi>0.2)=\int_{0.2}^{+\infty}5e^{-5x}dx=e^{-1}\approx 0.3679.$

③当 x<0 时, F(x)=0;

当 $x\geq 0$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}\varphi(x)dx=\int_{-\infty}^{0}dx+\int_{0}^{x}5e^{-5x}dx$

$=1-e^{-5x}$

故 $F(x)=\begin{cases}1-e^{-5x}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$.

3．解：(1) ∵当 x>0 时，$\mathrm{f_X}(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{f}(x,y)dy=\int_{x}^{+\infty}e^{y}dy=e^{-x}$　∴ $\mathrm{f_X}(x)=\begin{cases}e^{-x}, & \text{x>0}\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

同理有　$\mathrm{f_Y}(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{f}(x,y)dx=\begin{cases}\int_{0}^{y}e^{-y}=ye^{-y}, & \text{y>0}\\ \int_{-\infty}^{+\infty}0dx=0, & \text{其他}\end{cases}$

∴X 与 Y 不独立。

4．　$\mathrm{E(X)}=\int_{0}^{\infty}\mathrm{x}\frac{1}{\theta}\mathrm{e}^{-\mathrm{x}/\theta}\mathrm{dx}=\theta$, $\mathrm{D(X)}=\mathrm{E(X^{w2})}-[\mathrm{E(X)}]^2=\theta^2$

四．证明题（本大题共 2 小题，总计 10 分）

1．由于

$\mathrm{E}\left[\frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{n}}\mathrm{X_k}\right]=\mu$，　$\mathrm{D}\left[\frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{n}}\mathrm{X_k}\right]=\frac{\sigma^2}{\mathrm{n}}$，

由契比雪夫不等式可得 $\mathrm{P}\left\{\left|\frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{n}}\mathrm{X_k}-\mu\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\frac{\sigma^2/\mathrm{n}}{\varepsilon^2}$，

在上式中令 n→∞. 即得

$\lim_{\mathrm{n}\to\infty}\mathrm{P}\left\{\left|\frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{n}}\mathrm{X_k}-\mu\right|<\varepsilon\right\}=1.$