浙江理工大学 2015 —2016 学年第二学期

《概率论与数理统计》期末试卷（A）卷标准答案和评分标准

一、填空题（满分 21 分）

1. 0.9　　2. 0.2　　3. $\frac{1}{8}$　　4. $a=\frac{1}{m}, b=\frac{1}{n-m}$　5. (−0.56575, 1.56575)　6.

$\varphi_Y(t)=e^{ibt}e^{\lambda(e^{iat}-1)}$　7. $(n-1)s^2$ 或 $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$

二、单项选择题（满分 21 分）

1. B　　2. A　　3. C　　4. A　　5. D　6. B　7. D

三、计算题（满分 58 分）

1. A_i (i= 1，2， 3) 分别表示居民为肥胖者，不胖不瘦者，瘦者

B ：“ 居民患高血压病 ” ………………1 分

则 $P(A_1)=0.1$，　$P(A_2)=0.82$，　$P(A_3)=0.08$

$P(B|A_1)=0.2$，　$P(B|A_2)=0.1$，　$P(B|A_3)=0.05$

由全概率公式

$$P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)=0.106$$ ………………5 分

由贝叶斯公式

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=\frac{10}{53}$$ ………………9 分

2. （1） X与Y 的联合分布列为

X	0	1
−1	0.25	0
0	0	0.5
1	0.25	0

……………………6 分

（2） $E(X)=0, E(Y)=0.5, E(XY)=0,$ ……………………10 分

故 $Cov(X,Y)=0$.………………12 分

3. 由题意知 $E(X)=0.Var(X)=2,E(Y)=1,Var(Y)=\frac{2^2}{12}=\frac{1}{3}$,………3 分

故 $E(X-3Y)=-3,Var(X-3Y)=Var(X)+9Var(Y)=5$………6 分

$E[(X+Y)^2]=Var(X+Y)+[E(X+Y)]^2=Var(X)+Var(Y)+(0+1)^2=\frac{10}{3}$

………10 分

4. 先求矩估计值

因 $E(X)=0\times\theta^2+1\times2\theta(1-\theta)+2\times\theta^2+3\times(1-2\theta)=3-4\theta$，………1 分

$\bar{x}=\frac{1}{8}(3+1+3+0+3+1+2+3)=2$ ……………………………………………2 分

令 $E(X)=\bar{x}$，得 $\hat{\theta}=\frac{1}{4}$ ……………………………………………………………………5 分

再求最大似然估计值.

似然函数为

$$\begin{aligned}L(\theta)&=P(X=0)\times[P(X=1)]^2\times P(X=2)\times[P(X=3)]^4\\&=\theta^2\times[2\theta(1-\theta)]^2\times\theta^2\times(1-2\theta)^4\\&=4\theta^6(1-\theta)^2(1-2\theta)^4\end{aligned}$$ …………7 分

取对数得 $\ln L(\theta)=\ln4+6\ln\theta+2\ln(1-\theta)+4\ln(1-2\theta)$

令 $\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{6}{\theta}-\frac{2}{1-\theta}-\frac{8}{1-2\theta}=0$，……………………………………9 分

解得 $\theta=\frac{7\pm\sqrt{13}}{12}$，因 $\frac{7+\sqrt{13}}{12}>\frac{1}{2}$ 不合题意，

故 θ 的最大似然估计值为 $\hat{\theta}=\frac{7-\sqrt{13}}{12}$. ………………………………10 分

5.（1）σ^2 已知情形，总体均值 μ 的双侧置信区间为 $(\overline{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}},\overline{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}})$，其中 $\overline{X}$ 为

样本均值，$u_{\frac{\alpha}{2}}$ 为标准正态分布的 $\frac{\alpha}{2}$ 上侧分位点，……2 分

σ^2 未知情形，总体均值 μ 的双侧置信区间为 $(\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$，其中

S^2 为样本方差，$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ 为自由度为 n 的 t 分布的 $\frac{\alpha}{2}$ 上侧分位点，……4 分

（2）不同点：参数区间估计中假定参数 μ 是未知的，要用样本对其进行估计，而假设检验对参数值 μ 作了假设，认为它是已知的，用样本对提出的假设作检验。在某种意义上假设检验是参数区间估计的反面，假设检验重点关注的是拒绝域，而参数区间估计关注的是置信区间，某种意义上可认为两者互补。……7 分

相同点：假设检验中所用的检验统计量与区间估计中所用的枢轴量形式上完全相同，它们的分布也相同。……9 分

6. 解：$H_0: \mu = \mu_0 = 52$，$H_1: \mu \neq \mu_0$ ……1 分

$$\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{51.3-52}{\frac{3}{\sqrt{9}}} = -0.7$$ ……4 分

$\mu_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ ……5 分

$|-0.7| = 0.7 < \mu_{0.025} = 1.96$ ……8 分

所以接受 H_0，即可以认为该动物的体重平均值为 52……9 分