

## 浙江理工大学 2015—2016 学年第二学期

### 《概率论与数理统计》期末试卷 (A) 卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_

#### 一、填空题 (满分 21 分)

1. 设  $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|\bar{A})=0.8$ ，则  $A, B$  至少发生一个的概率为\_\_\_\_\_.

2. 设  $X \sim N(2, \sigma^2)$ ，且  $P\{2 < x < 4\} = 0.3$ ，则  $P\{x < 0\} =$  \_\_\_\_\_.

3. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为  $f(x, y) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 0, -1 \leq y \leq 0; \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则  $P(X+Y > -1/2) =$  \_\_\_\_\_.

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_m, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(0, 1)$  的简单随机样本，令  $Y_n = a(X_1 + X_2 + \dots + X_m)^2 + b(X_{m+1} + \dots + X_n)^2$  ( $m < n$ ) 为使  $Y_n$  服从  $\chi^2$  分布，则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

5. 设测量零件的长度产生的误差  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ，今随机地测量 16 个零件，得样本均值  $\bar{X} = 0.5$ ， $\sum_{i=1}^{16} (X_i - \bar{X})^2 = 60$ 。在置信度 0.95 下， $\mu$  的置信区间为\_\_\_\_\_.

( $t_{0.95} = 1.7531, t_{0.975} = 2.1315$ )

6. 设随机变量  $X$  服从泊松分布  $P(\lambda)$ ，则  $Y = aX + b (a \neq 0)$  的特征函数为  $\varphi_Y(t) =$  \_\_\_\_\_.

7. 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中  $\mu$  未知， $X_1, X_2, \dots, X_n$  为其样本。若假设检验问题为  $H_0: \sigma^2 = 1 \leftrightarrow H_1: \sigma^2 \neq 1$ ，则采用的检验统计量应\_\_\_\_\_.

#### 二、单项选择题 (满分 21 分)

1. 已知  $P(A) = 0.8, P(B) = 0.7, P(A|B) = 0.8$ ，则下列结论正确的是 ( )

(A) 事件  $A$  和  $B$  互斥

(B) 事件  $A$  和  $B$  相互独立

$$(C) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (D) \quad A \subset B$$

2. 设二维随机变量  $(X, Y) \sim N(1, 2^2; 2, 3^2; -\frac{1}{2})$ , 则  $D(2X - Y + 1) = ( \quad )$ .

(A) 37, (B) 19, (C) 14, (D) 13.

3. 假设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x)$ , 密度函数为  $f(x)$ . 若  $X$  与  $-X$  有相同的分布函数, 则下列各式中正确的是 ( )

$$(A) \quad F(x) = F(-x);$$

$$(B) \quad F(x) = -F(-x);$$

$$(C) \quad f(x) = f(-x);$$

$$(D) \quad f(x) = -f(-x).$$

4. 设随机变量  $X \sim U[0, 6]$ ,  $Y \sim B(12, \frac{1}{4})$  且  $X, Y$  相互独立, 根据切比雪夫不等式有

$$P(X - 3 < Y < X + 3) \quad ( \quad )$$

$$(A) \geq \frac{5}{12}. \quad (B) \leq \frac{5}{12}. \quad (C) \geq 0.75. \quad (D) \leq 0.25.$$

5. 在单因子方差分析中, 设因子  $A$  有  $r$  个水平, 每个水平测得一个容量为  $m_i$  的样本, 则下列说法正确的是 \_\_\_\_

(A) 方差分析的目的是检验方差是否相等

(B) 方差分析中的假设检验是双边检验

(C) 方差分析中  $S_e = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$  包含了随机误差外, 还包含效应间的差异

(D) 方差分析中  $S_A = \sum_{i=1}^r m_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y})^2$  包含了随机误差外, 还包含效应间的差异

6. 设  $X_i = \begin{cases} 0, & \text{事件A不发生} \\ 1, & \text{事件A发生} \end{cases} (i=1, 2, \dots, 10000)$ , 且  $P(A)=0.8$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{10000}$  相互独立, 令

$Y = \sum_{i=1}^{10000} X_i$ , 则由中心极限定理知  $Y$  近似服从的分布是 ( )

(A.)  $N(0, 1)$  (B)  $N(8000, 1600)$  (C)  $N(1600, 8000)$  (D)  $N(8000, 40)$

7. 设总体  $X \sim N(\mu, 1)$ ,  $(X_1, X_2, X_3)$  是  $X$  的样本, 则下列  $\mu$  的无偏估计中最有效的估计为 ( )

$$(A) \quad \hat{\mu}_1 = \frac{1}{2} X_1 + \frac{1}{4} X_2 + \frac{1}{4} X_3$$

$$(B) \quad \hat{\mu}_2 = \frac{1}{5} X_1 + \frac{2}{5} X_2 + \frac{2}{5} X_3$$

$$(C) \quad \hat{\mu}_3 = \frac{1}{2} X_1 + \frac{1}{3} X_2 + \frac{1}{6} X_3$$

$$(D) \quad \hat{\mu}_4 = \frac{1}{3} X_1 + \frac{1}{3} X_2 + \frac{1}{3} X_3$$

三、解答题（满分 58 分）

1. 设某地区成年居民中肥胖者占 10% ,不胖不瘦者占 82% ,瘦者占 8% ,又知肥胖者患高血压的概率为 20%,不胖不瘦者患高血压病的概率为 10% ,瘦者患高血压病的概率为 5%, 试求 :
- (1) 该地区居民患高血压病的概率;
- (2) 若知某人患高血压, 则他属于肥胖者的概率有多大? (9 分)

2.已知随机变量  $X$  和  $Y$  的分布列分别为:

$X$	-1	0	1	$Y$	0	1
$p$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$p$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

且已知  $P(XY = 0) = 1$ , 试求: (1)  $X$ 与 $Y$  的联合分布列; (2)  $X$ 与 $Y$  的协方差  $Cov(X,Y)$ .

(12 分)

3. 已知随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立，且  $X \sim N(0, 2)$ ， $Y \sim U(0, 2)$ ，求  $E(X - 3Y)$ ， $Var(X - 3Y)$  和  $E[(X + Y)^2]$ . (10 分)

4. 设总体  $X$  的分布列为

$X$	0	1	2	3
$p$	$\theta^2$	$2\theta(1-\theta)$	$\theta^2$	$(1-2\theta)$

其中  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{1}{2}$ ) 是未知参数，利用总体的如下样本值：

3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3

求  $\theta$  的矩估计值和最大似然估计值. (10 分)

5. 已知总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为从总体  $X$  抽取的一个简单随机样本,

(1) 对给定的置信度  $1-\alpha$ , 请写出在总体方差  $\sigma^2$  已知和未知两种情形下总体均值  $\mu$  的双侧置信区间; (2) 简述对总体均值  $\mu$  的假设检验与区间估计的异同. (9 分)

6. 某种动物的体重服从正态分布  $N(\mu, 9)$ , 今抽取 9 个动物考察, 测得平均体重为 51.3 公斤, 问: 能否认为该动物的体重平均值为 52 公斤. ( $\alpha = 0.05$ ) (8 分)

(参考数据  $u_{0.95} = 1.645$   $u_{0.975} = 1.96$ )