

浙江理工大学 2014—2015 学年第二学期

《概率论与数理统计》期末试卷 (A) 卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：_____ 学号：_____ 班级：_____

一、填空题 (满分 21 分)

1. 设事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) = P(B)$, $P(A \cup B) = \frac{7}{16}$, $P(A) = P(B)$, 则 $P(A) =$ _____.
2. 假设 $X \sim B(5, 0.5)$ (二项分布), $Y \sim N(2, 36)$, 则 $E(X+Y) =$ _____.
3. 设 $Var(X) = 25, Var(Y) = 36, \rho_{XY} = 0.2$, 则 $Var(X - Y) =$ _____.
4. 对随机变量 $X, E(X) = 3, Var(X) = 3$ 由切比雪夫不等式, 则有 $P(0 < X < 6) \geq$ _____.
5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本, 则样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 服从_____ (需写出参数).
6. 设总体 $X \sim N(\mu, 1), (x_1, x_2, x_3)$ 为其样本, 若估计量 $\hat{\mu} = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + kx_3$ 为 μ 的无偏估计量, 则 $k =$ _____.
7. 设随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 X 的特征函数为 $\varphi(t) =$ _____.

二、选择题 (满分 21 分)

1. 对于任意两事件 A 和 B , 则下列结论正确的是 ()
(A) 若 $AB = \emptyset$, 则 A, B 一定不独立; (B) 若 $AB \neq \emptyset$, 则 A, B 有可能独立
(C) 若 $AB \neq \emptyset$, 则 A, B 一定独立; (D) 若 $AB = \emptyset$, 则 A, B 一定独立.
2. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, X 的分布函数为 $\Phi(x)$, 则 $P(|X| > 2)$ 的值为 ()
(A) $2[1 - \Phi(2)]$. (B) $2\Phi(2) - 1$.
(C) $2 - \Phi(2)$. (D) $1 - 2\Phi(2)$. ()
3. 设 X 的密度函数为 $f(x)$, 分布函数为 $F(x)$, 且 $f(x) = f(-x)$, 那么对任意给定的 a 都有

$$(A) f(-a) = 1 - \int_0^a f(x)dx; \quad (B) F(-a) = 2F(a) - 1;$$

$$(C) F(a) = F(-a); \quad (D) F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x)dx.$$

4. 设随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-x}e^{-2y}, & x > 0, y > 0; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$ 则 $A =$ ()

$$(A) \frac{1}{2} \quad (B) 1 \quad (C) \frac{3}{2} \quad (D) 2$$

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_{500} 是独立同分布的随机变量, 且 $X_i \sim B(1, p)$, $i = 1, 2, \dots, 500$, 则下列不正确的为 ()

$$(A) \sum_{i=1}^{500} X_i \sim B(500, p); \quad (B) \sum_{i=1}^{500} X_i \text{ 近似服从正态分布};$$

$$(C) P(a < \sum_{i=1}^{500} X_i < b) \approx \Phi(b) - \Phi(a);$$

$$(D) P(a < \sum_{i=1}^{500} X_i < b) \approx \Phi\left(\frac{b - 500p}{\sqrt{500p(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - 500p}{\sqrt{500p(1-p)}}\right).$$

6. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 未知, X_1, X_2, X_3, X_4 为其样本, 下列各项不是统计量的是_____

$$(A) \bar{X} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 X_i \quad (B) K = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^4 (X_i - \bar{X})^2$$

$$(C) X_1 + X_4 - 2\mu \quad (D) S^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^4 (X_i - \bar{X})$$

7. 在假设检验问题中, 犯第一类错误的概率 α 的意义是 ()

(A) 在 H_0 不成立的条件下, 经检验 H_0 被拒绝的概率

(B) 在 H_0 不成立的条件下, 经检验 H_0 被接受的概率

(C) 在 H_0 成立的条件下, 经检验 H_0 被拒绝的概率

(D) 在 H_0 成立的条件下, 经检验 H_0 被接受的概率

三、已知一批产品中 90% 是合格品, 检查时, 一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05, 一个次品被误认为是合格品的概率为 0.02, 求 (1) 一个产品经检查后被认为是合格品的概率;

(2) 一个经检查后被认为是合格品的产品确是合格品的概率. (8 分)

四、设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} 6x, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求

(1) X, Y 的边缘密度函数; (2) $P(X + Y \leq 1)$; (3) 协方差 $\text{cov}(X, Y)$. (11 分)

五、设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布列为

		X		
		0	1	2
Y	1	0.1	0.2	0.1
	2	a	0.1	0.2

试求：(1) a 的值；(2) (X, Y) 分别关于 X 和 Y 的边缘分布列；(3) X 与 Y 是否独立？为什么？(4) $X+Y$ 的分布列. (12 分)

六、设 $(X, Y) \sim N(\mu, \mu, \sigma^2, \sigma^2, 0)$ ，求 $E(XY^2)$ (7 分)

七、设总体 X 的分布函数为：
$$F(x, \beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\beta}, & x > 1, \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$$
 其中 $\beta > 1$ ， X_1, \dots, X_n 是来自于 X

的简单随机样本，如果取得样本观测值为 x_1, x_2, \dots, x_n ，求 β 的矩估计值和极大似然估计值.

(10 分)

八、设某机器生产的零件长度（单位：cm） $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，今抽取容量为 16 的样本，测得样本均值 $\bar{x} = 10$ ，样本方差 $s^2 = 0.16$ 。（1）求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间；（2）检验假设 $H_0: \sigma^2 \leq 0.1$ （显著性水平为 0.05）。（10 分）

（附注： $t_{0.95}(15) = 1.753$, $t_{0.975}(15) = 2.132$, $t_{0.95}(16) = 1.746$, $t_{0.975}(16) = 2.120$

$\chi_{0.95}^2(16) = 26.296$, $\chi_{0.95}^2(15) = 24.996$, $\chi_{0.975}^2(16) = 28.845$, $\chi_{0.975}^2(15) = 27.488$))