1 Problema 1

2 Problema 2

Ejercicio 2. La puntuación obtenida por 50 personas que se presentaron a una prueba de selección, sumadas las puntuaciones de los distintos tests fueron:

174, 185, 166, 176, 145, 166, 191, 175, 158, 156, 156, 187, 162, 172, 197, 181, 151, 161, 183, 172, 162, 147, 178, 176, 141, 170, 171, 158, 184, 173, 169, 162, 172, 181, 187, 177, 164, 171, 193, 183, 173, 179, 188, 179, 188, 179, 167, 178, 180, 168, 148, 173.

POBLACIÓN: Las personas que se presentaron a la prueba de selección
TAMAÑO: 50
MODALIDADES: Los intervalos que contienen las notas que han obtenido las personas en la prueba

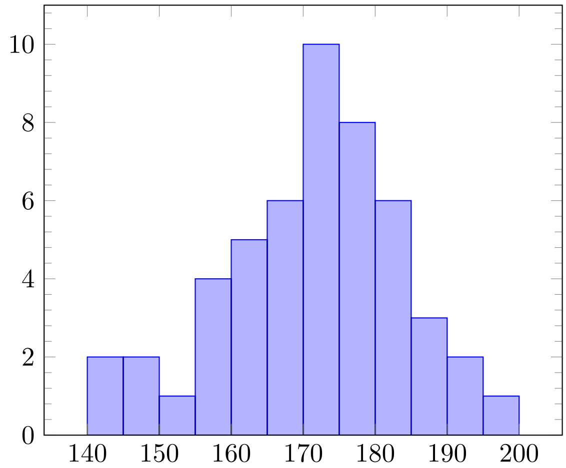
a) Agrupar los datos en intervalos de amplitud 5 desde 140 a 200 y dar la tabla de frecuencias.

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
(140-145]	2	2	0,04	0,04
(145-150]	2	4	0,04	0,08
(150-155]	1	5	0,02	0,1
(155-160]	4	9	0,08	0,18
(160-165]	5	14	0,1	0,28
(165-170]	6	20	0,12	0,4
(170-175]	10	30	0,2	0,6
(175-180]	8	38	0,16	0,76
(180-185]	6	44	0,12	0,88
(185-190]	3	47	0,06	0,94
(190-195]	2	49	0,04	0,98
(195-200]	1	50	0,02	1

Establecemos los intervalos de amplitud 5, empezando con 140 y terminando con 200. Para cada intervalo, contamos cuantas personas han obtenido una puntuación que esté dentro de dicho intervalo. Estas son las frecuencias absolutas (n_i). Para la frecuencia absoluta acumulada (N_i), sumamos la frecuencia absoluta de la modalidad que estamos analizando a la frecuencia absoluta acumulada de la modalidad anterior. O lo que es lo mismo, sumamos las frecuencias absolutas de todas las modalidades hasta la que estamos analizando: $N_i = n_1 + n_2 + ... + n_i$. Para frecuencia relativa, dividimos cada n_i entre n, es decir, entre N_{12}, la frecuencia absoluta acumulada de la última modalidad. Para la frecuencia relativa acumulada hacemos lo mismo que para la absoluta acumulada pero con la frecuencia relativa: sumamos las frecuencias relativas de todas las modalidades hasta la que estamos analizando: $F_i = f_1 + f_2 + ... + f_i$.

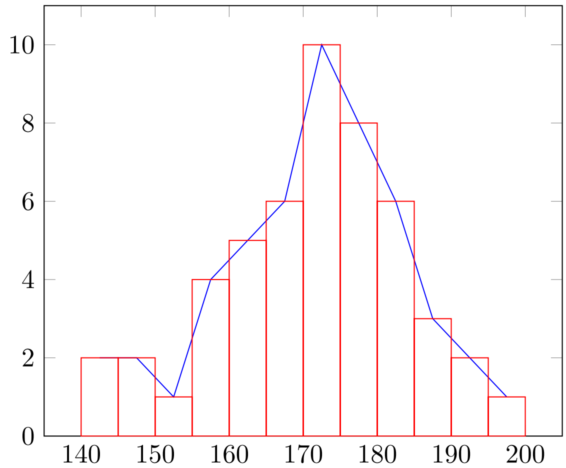
b) Representar la distribución mediante un histograma, poligonal de frecuencias y curva de distribución.

Histograma



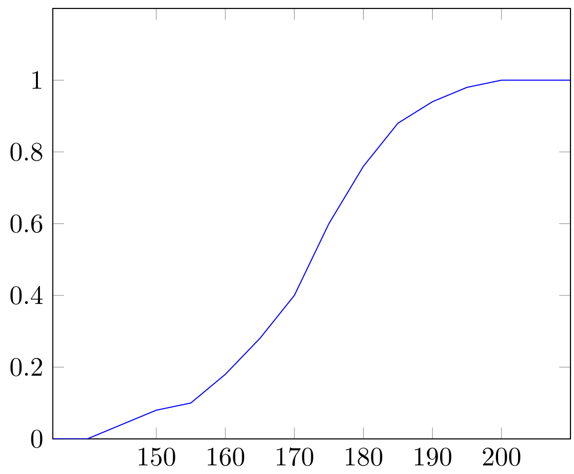
Para el histograma, en el eje x tenemos las modalidades (x_i) y en el eje y un múltiplo de hi $(hi = \frac{fi}{a})$. En este caso, las amplitudes de todos los intervalos son iguales: 5.

Poligonal de frecuencias



Para el poligonal de frecuencias, los ejes son los mismos que para el histograma. En este caso, unimos los puntos que corresponden a las marcas de los intervalos en el histograma. Para hallar las marcas de los intervalos: $c_i = \frac{e_{i-1}+e_i}{2}$.

Curva de distribución



En la curva de distribución, en el eje x tenemos los extremos superiores de los intervalos (e_i) y en el eje y, $F(e_i)$. Pintamos la curva que une los puntos tal que $F(e_i) = \sum_{j=1}^{i} f_j = F_i$. En este caso tenemos que la curva es continua. $F(e_i)$ es 0 para valores menores que e_1 y 1 para valores mayores que el último intervalo e_k.

3 Problema 3

4 Problema 4

5 Problema 5

Escribamos las tablas con los datos que nos pueden interesar para la resolución del ejercicio:

$I_i^{(1)}$	$c_i^{(1)}$	$n_i^{(1)}$	$N_i^{(1)}$
$(0,1]$	0.5	12	12
$(1,2]$	1.5	13	25
$(2,3]$	2.5	11	36
$(3,4]$	3.5	8	44
$(4,5]$	4.5	6	50

$I_i^{(2)}$	$c_i^{(2)}$	$n_i^{(2)}$	$N_i^{(2)}$
$(0,1]$	0.5	1	1
$(1,3]$	2	6	7
$(3,6]$	4.5	7	14
$(6,10]$	8	12	26
$(10,12]$	11	2	28

Apartado a)

La media aritmética de una variable es la suma de sus valores entre en número total de observaciones. Como los datos están organizados en intervalos de clase, para calcular la media aritmética vamos a suponer que todos los datos de un intervalo son idénticos a la marca de clase de cada intervalo. Por tanto, la media la calculamos de la siguiente manera:

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i c_i$$

Para la primera distribución, $n = 50$, luego la media aritmética es 2.082.

Para la segunda, $n = 28$, luego la media aritmética será 5.786.

La media armónica se usa para promediar datos de magnitudes relativas. La definimos como la inversa de la media aritmética de los valores inversos de la variable (en nuestro caso, usamos las marcas de clase):

$$H = \frac{n}{\frac{n_1}{c_1} + \frac{n_2}{c_2} + ... + \frac{n_k}{c_k}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{c_i}}$$

Para la primera distribución: H = 1.223.

Para la segunda distribución: H = 3.399.

Finalmente la media geométrica se usa cuando se desea promediar datos de una variable que tiene efectos multiplicativos acumulativos en la evolución de una determinada característica con un valor inicial fijo.

Es la raíz n-ésima del producto de los n valores (o marcas de clase) de la distribución:

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{k} c_i^{n_i}}$$

Para no perder precisión en el resultado, la calcularemos sabiendo que el logaritmo de la media geométrica es la media aritmética de los logaritmos de los valores de la variable:

$$\log G = \log \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{k} c_i^{n_i}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i \log c_i$$

Para la primera distribución: G = 1.685.

Para la segunda distribución: G = 1.562.

Apartado b)

Se nos pide calcular la moda de las distribuciones, es decir, el valor de mayor frecuencia:

En el caso primero, este es el intervalo (1,2], luego tomamos su marca de clase como la moda: 1.5.

En el segundo caso la moda proviene del intervalo (6, 10] luego será 8.

Apartado c)

Si miramos las frecuencias absolutas acumuladas tendremos que tomar la parte inferior del intervalo donde se encuentre $n/2$:

Para la primera distrubución: $n/2 = 25$ luego el 50% de la población supera el valor 2.

Para la segunda distrubución: $n/2 = 14$ luego el 50% de la población supera el valor 6.

Apartado d)

6 Problema 6

Consideremos un cuerpo que se mueve entre dos puntos A y B, alejados una distancia $d > 0$, con una velocidad v_1 para ir desde A hasta B y una velocidad v_2 para ir desde B hasta A. La velocidad de un cuerpo es una magnitud física que se define como la rapidez con la que varía la posición de un cuerpo. Su expresión matemática viene dado por la siguiente expresión: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, donde v es la velocidad del cuerpo, s es la distancia recorrida y t es el tiempo transcurrido.

La velocidad media del cuerpo viene determinado por la expresión $v_{media} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Para determinar dicha velocidad, tengamos en cuenta que el cuerpo recorre dos veces la distancia d, una para ir desde A hasta B y otra para ir desde B hasta A. Por tanto, sabemos que $s = 2d$. Por otra parte, sabemos que el tiempo invertido sería $t = t_1 + t_2$, donde t_1 es el tiempo invertido para ir desde A a B y t_2 es el tiempo invertido para ir desde B hasta A. Por tanto, deducimos que $v_{media} = \frac{2d}{t_1+t_2}$. Obedeciendo a las expresiones $t_1 = \frac{d}{v_1}$ y $t_2 = \frac{d}{v_2}$, además de dividir numerador y denominador por la distancia $d > 0$, obtenemos:

$$v_{media} = \frac{2d}{\frac{d}{v_1}+\frac{d}{v_2}} \Rightarrow v_{media} = \frac{2}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}}$$

Por tanto, tenemos que la velocidad media del móvil es la **media armónica** de las dos velocidades. Tomando $v_1 = 60\frac{km}{h}$ y $v_2 = 70\frac{km}{h}$, tenemos que la velocidad media del recorrido sería:

$$v_{media} = 64,61\frac{km}{h} \tag{1}$$

7 Problema 7

8 Problema 8

9 Problema 9

10 Problema 10