

# Solución de un Problema de Programación Lineal

---

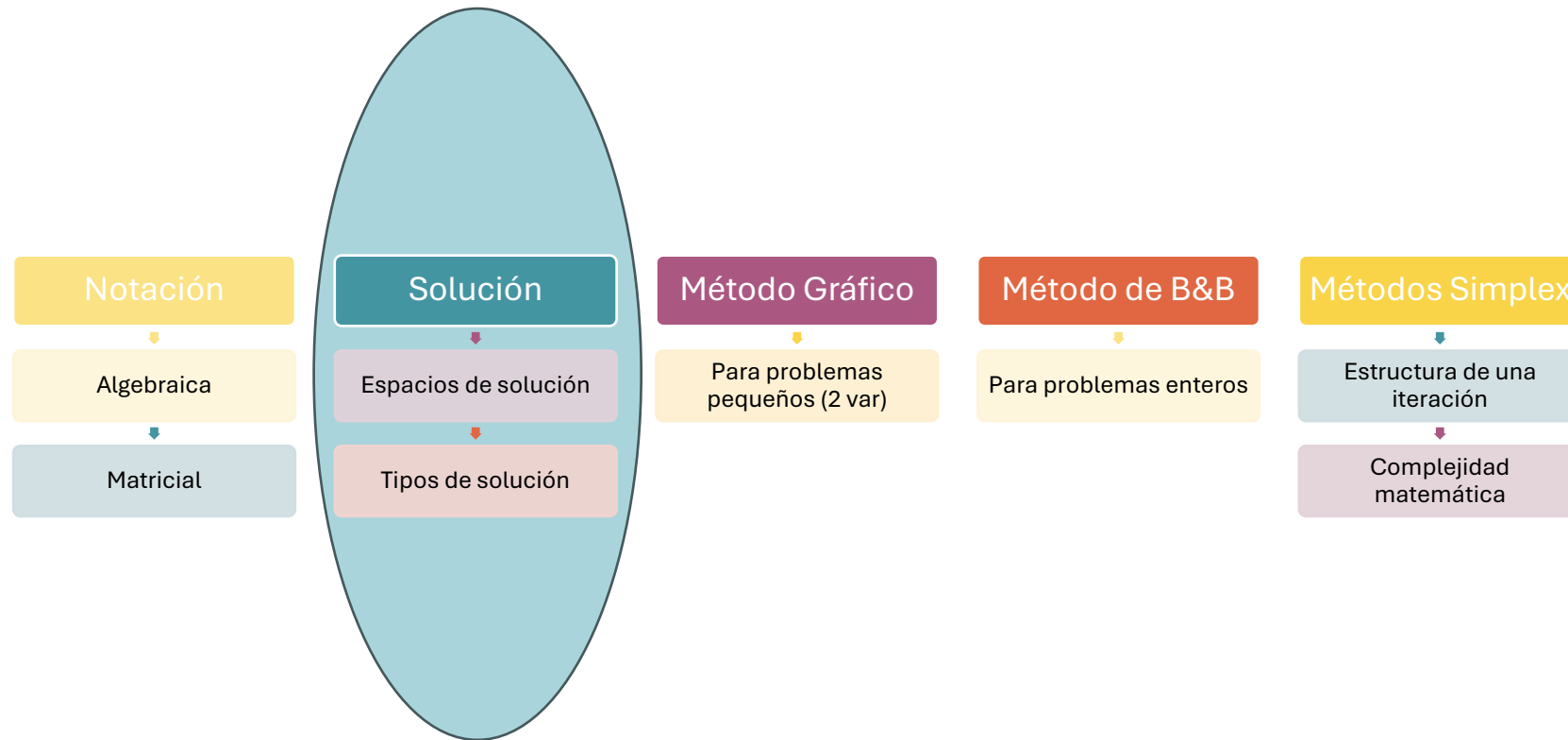
Profesor name

Optimización de Procesos Industriales

Escuela de Ingeniería y Ciencias

Tecnológico de Monterrey

# Métodos de Solución - Contenido



# LP Concepts

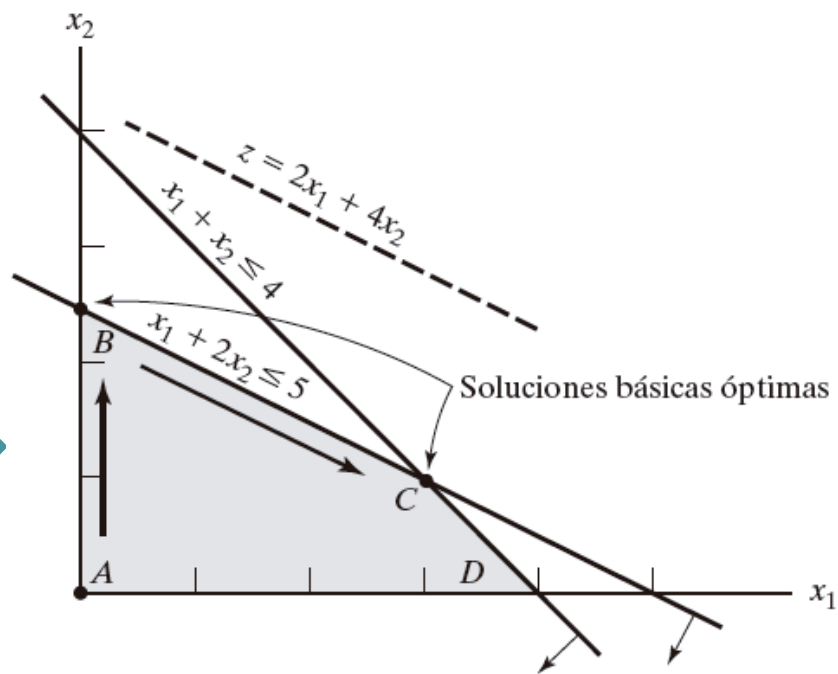
- *Solución factible:*  
Vector que satisface todas las restricciones
- *Espacio de solución (región factible)*  
Conjunto de TODAS las soluciones factibles
- Si un PPL tiene una solución, una solución óptima se puede encontrar en un vértice de la región factible
- *Vértice == Solución básica factible* (BFS: por sus siglas en inglés)
- *Solución degenerada:*  
Vértice formado por más de  $n$  límites de restricciones.  
 $n$  = dimensión del espacio de solución.

# Conceptos de Programación Lineal

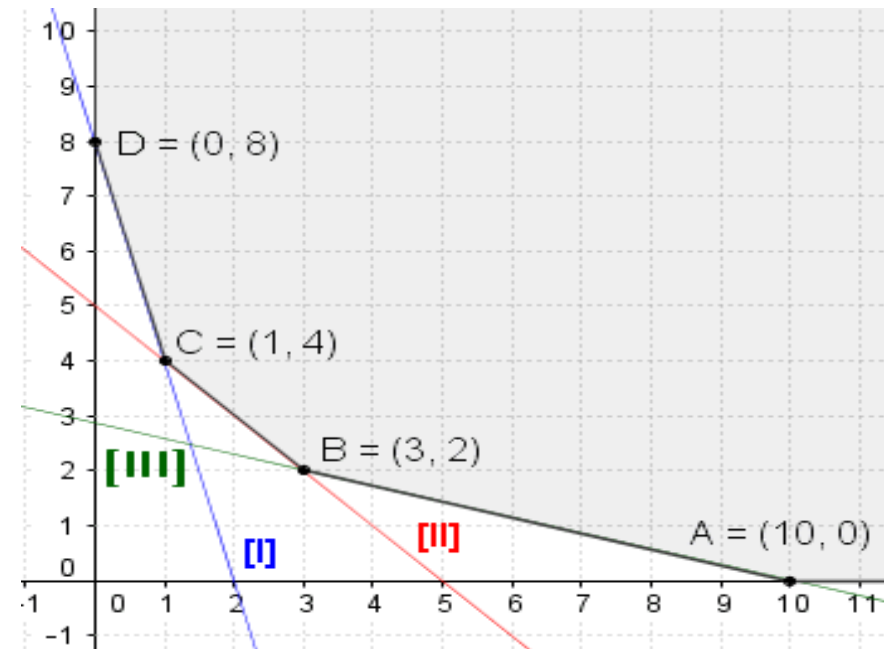
- Región factible
  - Acotada
  - No acotada
- Solución de un PPL
  - Solución factible
  - Soluciones básicas factibles (vértices)
  - Solución óptima
  - Soluciones óptimas múltiples
  - Solución degenerada
- PPL Infactible

# Espacios de solución

## Región factible acotada



## Región factible no acotada



# Solución no acotada

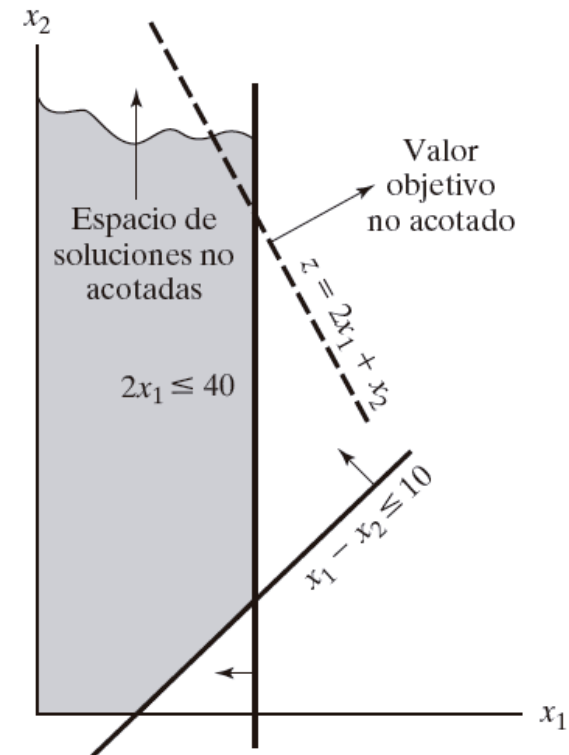
- En algunos modelos de programación lineal, el espacio de soluciones es *no acotado* en por lo menos una variable, es decir que las variables pueden incrementarse de forma indefinida sin violar ninguna de las restricciones. En este caso el valor objetivo asociado también puede ser no acotado.
- Un espacio de soluciones no acotado casi siempre indica que el modelo está mal construido. La irregularidad más probable en tales modelos es que no se han tomado en cuenta algunas restricciones clave. Otra posibilidad es que las estimaciones de los coeficientes de las restricciones quizá no sean precisas.

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + x_2$$

$$x_1 - x_2 \leq 10$$

$$2x_1 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



$x_1 = 20$ , pero  $x_2$  se va al infinito

# Solución múltiple

- Un problema de PL puede tener una cantidad infinita de *óptimos alternativos* cuando la función objetivo es paralela a una restricción *obligatoria* no redundante.

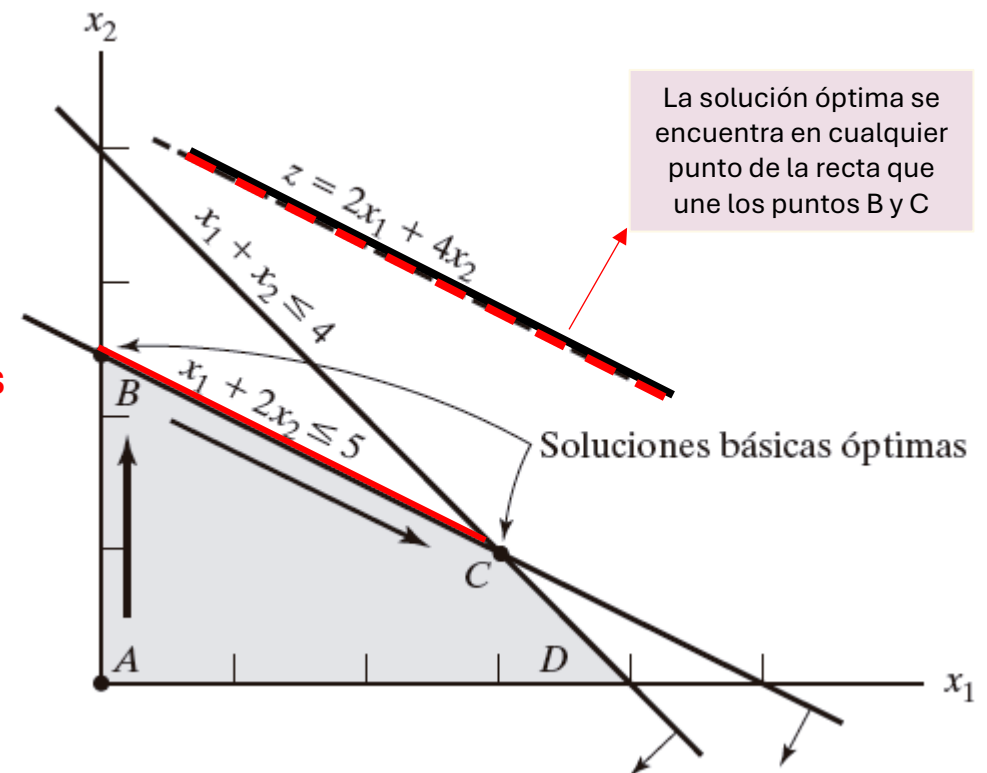
Maximizar  $z = 2x_1 + 4x_2$  (F.O.)

$$x_1 + 2x_2 \leq 5 \quad \text{(R1)}$$

$$x_1 + x_2 \leq 4 \quad \text{(R2)}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Paralelas



# Solución degenerada

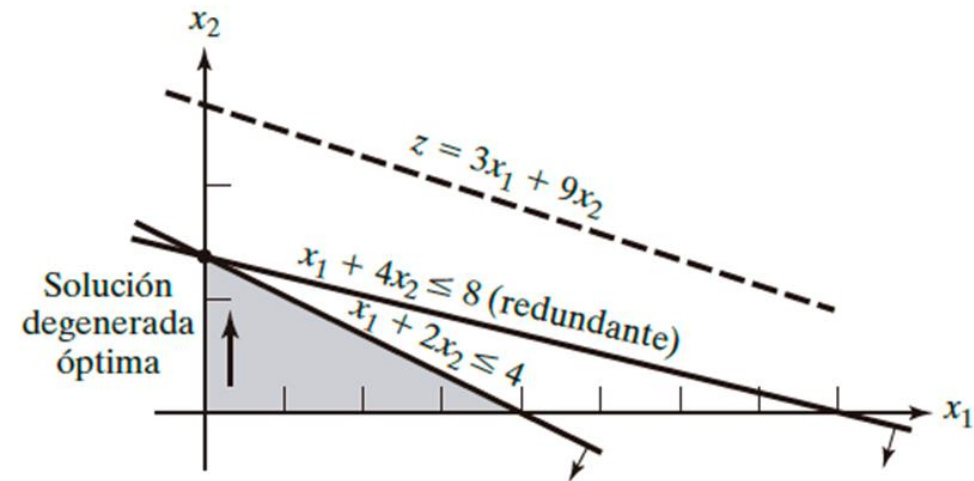
- Ocurre cuando existen soluciones redundantes en el modelo y un punto extremo toca simultáneamente la frontera de 3 o mas restricciones.

Maximizar  $z = 3x_1 + 9x_2$  (F.O.)

s.a.  $x_1 + 4x_2 \leq 8$  (R1)

$x_1 + 2x_2 \leq 4$  (R2)

$x_1, x_2 \geq 0$



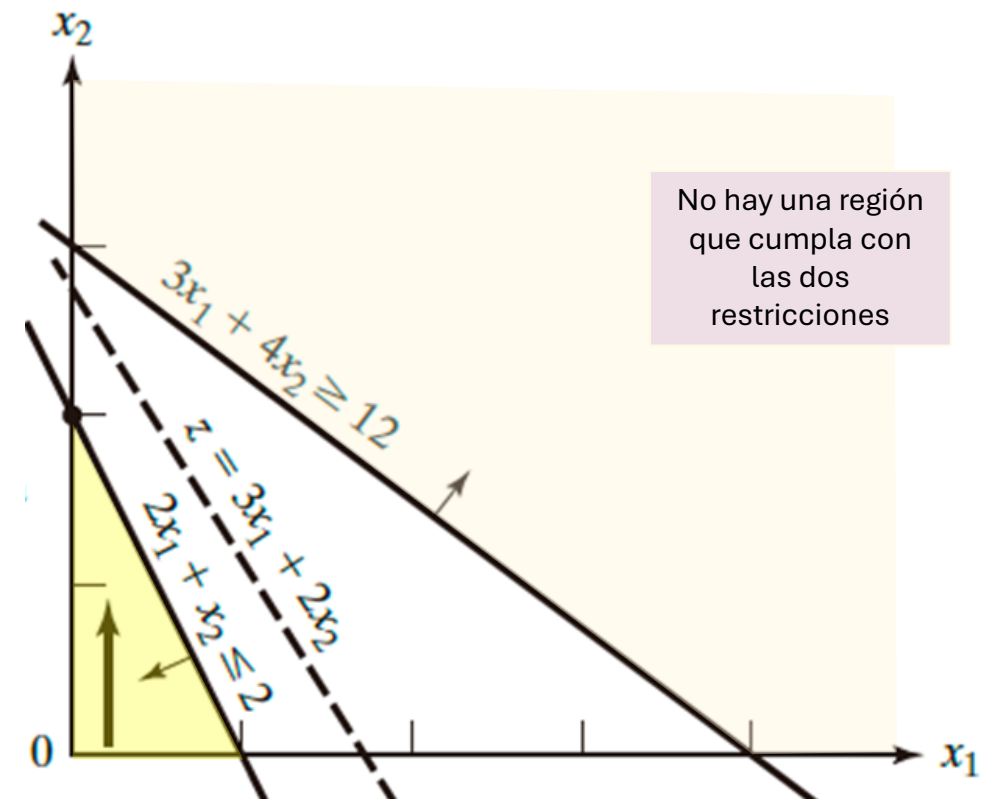
La restricción R1 no es realmente necesaria.  
R2 garantiza que se cumpla R1



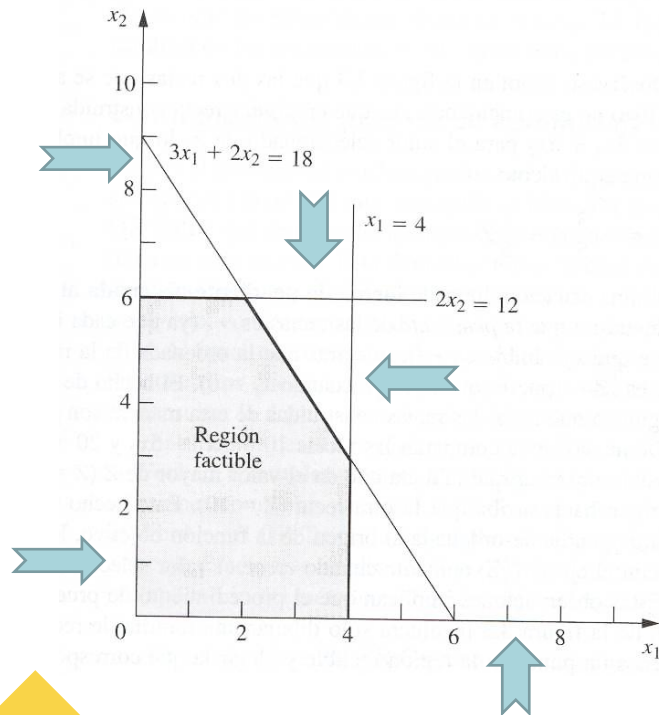
# Solución no factible

- Los modelos PL con restricciones inconsistentes no tienen una región factible.
- Desde el punto de vista práctico, un espacio no factible apunta hacia la posibilidad de que el modelo se formuló de manera incorrecta.

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar } z = 3x_1 + 2x_2 & \text{(F.O.)} \\ \text{s.a.} & \\ & 2x_1 + x_2 \leq 2 \quad \text{(R1)} \\ & 3x_1 + 4x_2 \geq 12 \quad \text{(R2)} \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$



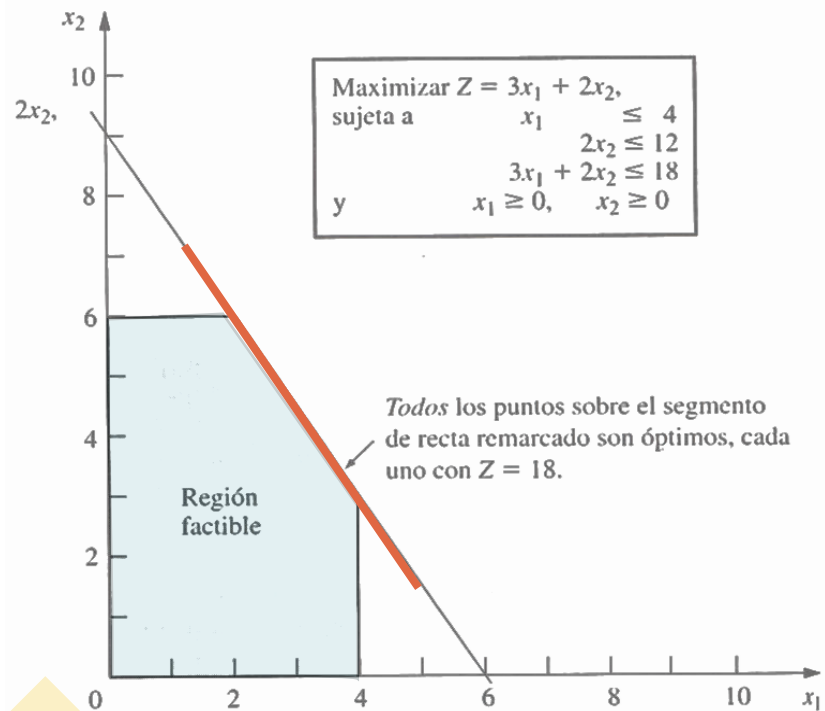
# Ejercicio



## Identifica:

- Región factible: Acotada o no acotada?
- Valor óptimo: finito o infinito?
- Soluciones básicas factible: ¿cuántas? ¿cuáles?
- Soluciones degeneradas: ¿cuántas? ¿cuáles?

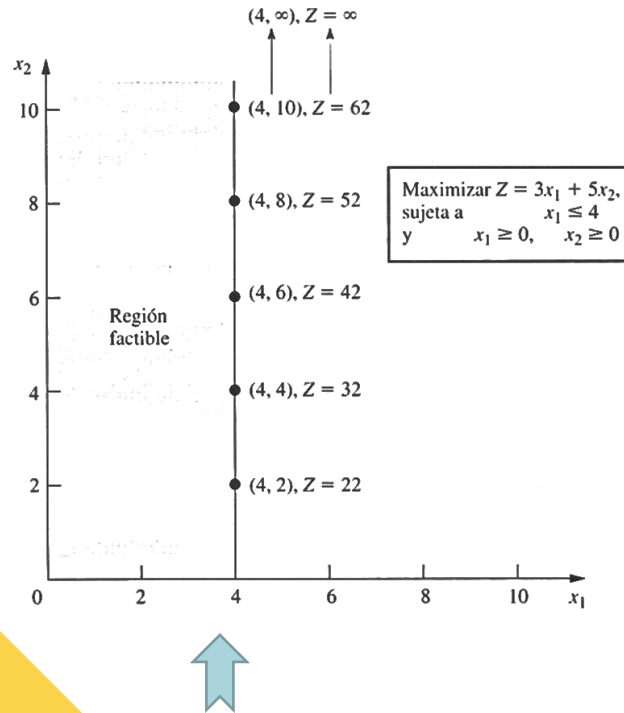
# Ejercicio



## Identifica:

- Región factible: Acotada o no acotada?
- Valor óptimo: finito o infinito?
- Soluciones básicas factible: ¿cuántas? ¿cuáles?
- Soluciones degeneradas: ¿cuántas? ¿cuáles?
- Soluciones óptimas: ¿única? ¿múltiples?
- Soluciones básicas factibles y óptimas: ¿cuántas? ¿cuáles?

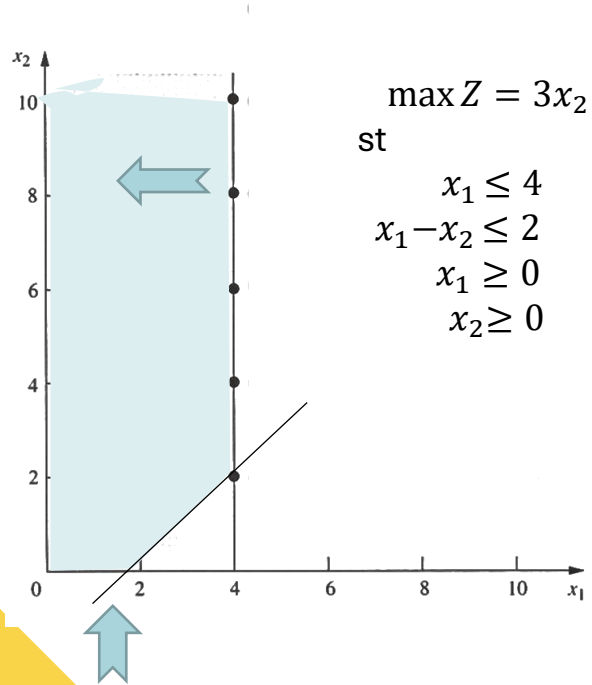
# LP Concepts



## Identifica

- Región factible: Acotada o no acotada?
- Valor óptimo: finito o infinito?
- Soluciones básicas factible: ¿cuántas? ¿cuáles?
- Soluciones degeneradas: ¿cuántas? ¿cuáles?
- Soluciones óptimas: ¿única? ¿múltiples?
- Soluciones básicas factibles y óptimas: ¿cuántas? ¿cuáles?

# LP Concepts



## Identifica

- Región factible: Acotada o no acotada?
- Valor óptimo: finito o infinito?
- Soluciones básicas factible: ¿cuántas? ¿cuáles?
- Soluciones degeneradas: ¿cuántas? ¿cuáles?
- Soluciones óptimas: ¿única? ¿múltiples?
- Soluciones básicas factibles y óptimas: ¿cuántas? ¿cuáles?