Probabilidad
y
Distribuciones

Unidad de Competencia II

Introducción a la probabilidad

Se llama "experimento" tanto a los verdaderos experimentos que se pueden provocar como a fenómenos observables en el mundo real; en este último caso, la propia acción de observar el fenómeno se considera como un experimento. Por ejemplo, la comprobación del sexo de un recién nacido se puede considerar como la realización de un experimento.

Los experimentos se clasifican en: deterministas y aleatorios. Los primeros son aquellos que, realizados en las mismas circunstancias sólo tienen un resultado posible. Por el contrario, un ***experimento aleatorio*** se caracteriza por la posibilidad de dar lugar, en idénticas condiciones, a diferentes efectos. Los posibles resultados de un experimento aleatorio son llamados ***eventos*** pueden ser *simples* o *compuestos*. Se considera **evento simple** cuando no pueden descomponerse en otros más simples en cambio un **evento compuesto** puede descomponerse en dos o más **eventos simples** por medio de operaciones lógicas como la conjunción, disyunción o negación.

El conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio se denomina **espacio muestral** o evento seguro. Suele representarse mediante la letra E. Por ejemplo, el espacio muestral obtenido al lanzar un dado sería E= {1, 2, 3, 4, 5,6}. Este espacio muestral es finito, pero se puede considerar un espacio muestral con infinitos resultados posibles. Por ejemplo, la duración de una lámpara podría variar en un intervalo continuo [0, 1000], donde hay infinitos puntos. Otros casos serían el peso o la talla de una persona tomada al azar de una población. Puesto que el evento seguro consta de todos los resultados posibles, siempre se verifica. Teóricamente también se puede pensar en un suceso que nunca pueda ocurrir,como obtener un 7 al lanzar un dado ordinario. Esto se llama suceso imposible.

Todos los resultados posibles de un experimento dan origen a la noción de **variable aleatoria** cuyos valores dependen de estos resultados.

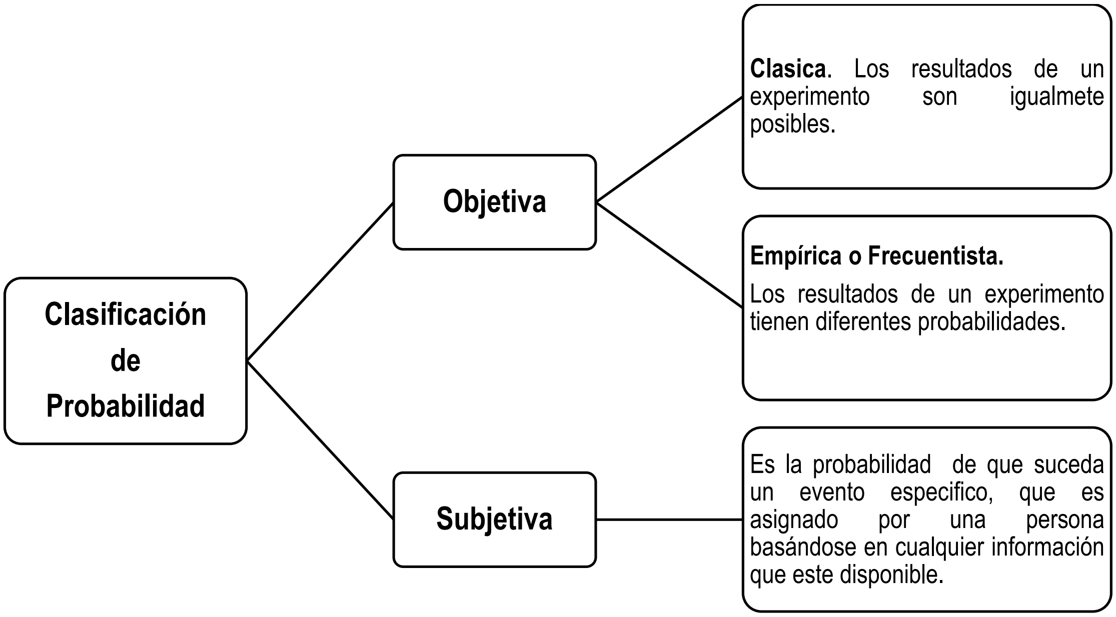
Concepto de Probabilidad

Probabilidad es la asignación de un valor comprendido entre “0” y “1” que indica la posibilidad de que ocurra un evento en un experimento.

El evento seguro siempre ocurre y el evento imposible no puede ocurrir. Se asigna una probabilidad “0” a un evento que nunca puede ocurrir, por ejemplo, que salga un 7 al lanzar el dado. Se asigna un “1” a un evento que ocurre siempre que se realiza el experimento; por ejemplo, al lanzar una moneda es seguro que saldrá o "cara o cruz". Entre estos dos casos se encuentran el resto de los eventos asociados a cada experimento. A pesar de que no se sabe cuál de ellos ocurrirá en una prueba particular, algunos de ellos merecen más confianza que otros, en función de los conocimientos sobre las condiciones de realización del experimento. Por medio de la probabilidad se cuantifica el grado de creencia acerca de la ocurrencia de cada uno de los eventos asociados a un experimento. A cualquier otro evento distinto del "imposible" y del "seguro" se le asigna un número entre 0 y 1.

Este valor se asigna de acuerdo con la información y la creencia que se tenga en la ocurrencia del evento. Por ello, diferentes personas podrían asignar una probabilidad distinta al mismo evento. Por ejemplo, si se pregunta por la probabilidad de que una cierta persona llegue a cumplir 25 años, se puede decir que es muy alta. Pero, si su médico sabe que esta persona sufre una enfermedad incurable dará un valor bajo para esta misma probabilidad.

$$Probabilidad\ de\ un\ evento\ = \frac{Número\ de\ resultados\ favorables}{Número\ de\ resultados\ posibles}$$



Referencia:Batanero, C. y Godino, J.D. (2001). Análisis de datos y su didáctica. Universidad de Granada. Recuperado de https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Apuntes.pdf

Técnicas de Conteo

Las técnicas de conteo permiten conocer el número de eventos posibles de un experimento, estas técnicas son: Regla de multiplicación, combinación y permutación.

Regla de multiplicación. Considerando que un experimento se realiza en dos etapas. Si la primera etapa se efectúa en *m* formas y, para cada una de éstas, la segunda etapa se logra en n formas, entonces hay *m x n* formas para efectuar el experimento.

Regla de permutación. Una permutación es una secuencia ordenada de *n* objetos distintos. La regla permite obtener el número de formas en que se puede acomodar *n* objetos distintos tomando una cantidad *r* a la vez.

$$\boldsymbol{n\,P\,r} = \frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{n-r}!}$$

Regla de combinación. Dado un conjunto de *n* objetos distintos, cualquier subconjunto no ordenado de tamaño *k* de los objetos se llama combinación. En las combinaciones el orden de aparición de los objetos es irrelevante.

$$n\,C\,r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Diagrama de árbol. Representación gráfica en donde se puede observar todos los posibles eventos de un experimento. Para su construcción se parte de una raíz de la que salen diferentes caminos denominados, *ramas de primera generación* Estas ramas deben representar todas las posibilidades que pueden aparecer en la primera fase de la construcción del diagrama y termina en vértices denominados *nodos*. A su vez de estos nodos pueden nacer nuevas ramas, denominadas ramas de segunda generación que vuelven a terminar en nuevos nodos hasta llegar a los nodos terminales de donde ya no salen más ramas, lo cual representa el final del fenómeno representado.

Axiomas de Probabilidad

1. A todo suceso A le corresponde una probabilidad de P(A), número comprendido entre 0 y 1.
2. La probabilidad del suceso seguro es 1.
3. La probabilidad de un seceso que es unión de sucesos incompatibles (eventos que no pueden suceder al mismo tiempo) es la suma de las probabilidades de los sucesos que lo componen.

Reglas para estimar probabilidades

Regla de la Adición:
Para aplicar esta regla los eventos deben de ser mutuamente excluyentes

P (A o B) = PA + PB

Regla del Complemento:
Para aplicar esta regla los eventos deben de ser mutuamente excluyentes

P (A) = 1- P (~A)

Regla General de la Adición:
Se refiere a los eventos que no son mutuamente excluyentes

P (A o B) = P(A) + P (B) – P (A y B)

Regla Especial de la Multiplicación:
Requiere que dos eventos sean independientes (A y B) la ocurrencia de uno no altera la probabilidad de que el otro suceda.

P (A y B) = P(A) P(B)

Regla General de la multiplicación:
Se basa en la probabilidad condicional.

P (A y B) = P (A) P (B I A)

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD PARA VARIABLES DISCTRETAS

Variable Aleatoria

Una *variable aleatoria* es aquella cuyos valores dependen del resultado de un experimento aleatorio. Frecuentemente el resultado de un experimento se expresa de forma numérica y, en consecuencia, tal resultado es una variable aleatoria. Por ejemplo: "observar la temperatura diaria a las 8 h”, si esta observación se realiza durante una semana se podrán obtener diferentes valores para la variable temperatura, ya que este sería un experimento aleatorio.

Distribuciones de Probabilidad.

Los eventos de interés de un experimento tienen una determinada probabilidad de ocurrir, el conjunto de probabilidades del espacio muestral recibe el nombre de *“Distribución de Probabilidad”* de la variable aleatoria discreta. Numerosos experimentos muestran características similares y generan variables aleatorias con el mismo tipo de distribución de probabilidad. En consecuencia, el conocimiento de las distribuciones de probabilidad para variables aleatorias asociadas con tipos comunes de experimentos eliminará la necesidad de resolver los mismos problemas de probabilidad una y otra vez.

Parámetros de la Distribución

Al estudiar las variables estadísticas, se consideran una serie de valores o características que sirven de resumen de la distribución de frecuencias. Igualmente es de interés definir las características de una variable aleatoria, como una serie de valores que resumen toda la distribución. Uno o varios de estos valores sirven, además, para especificar completamente la distribución de probabilidad y se suelen llamar *parámetros de la distribución.*

Parámetro	Formula
Media	$\mu = \sum x\, p(x)$
Varianza	$\sigma^2 = \sum (x-\mu)^2 p(x)$
Desviación Estándar	$\sigma = \sqrt{\sum (x-\mu)^2 p(x))}$
Donde x es cada observación y $p(x)$ la probabilidad de ocurrencia de cada observación.	

Distribución Binomial

Algunos experimentos consisten en la observación de una secuencia de intentos idénticos e independientes, cada uno de los cuales puede resultar en una de dos salidas posibles. Por ejemplo cada artículo que sale de la línea de producción de manufacturas puede clasificarse como defectuoso o no defectuoso.

Un *experimento binomial* presenta las siguientes propiedades:

1. Consiste en un número fijo, n, de pruebas idénticas.
2. Cada prueba resulta en uno de dos resultados: éxito o fracaso.
3. La probabilidad de éxito en una sola prueba es igual a algún valor p y es el mismo de una prueba a la otra. La probabilidad de fracaso es igual a $q = (1 - p)$.
4. Las pruebas son independientes.
5. La variable aleatoria de interés, es el número de éxitos observado durante las n pruebas.

Es importante señalar que ***"éxito"* no es necesariamente algo bueno**, como podría interpretarse comúnmente. En este caso **es simplemente un nombre para uno de los dos posibles resultados** (el que interesa analizar) de un experimento binomial.

Distribución Binomial $P(x) = (nCx)p^x q^{(n-x)}$	n= Número de pruebas del experimento. x= Éxitos. p= Probabilidad de éxito. q= Probabilidad de fracaso.
Parámetros	$\mu = np$ $\sigma^2 = npq$ $\sigma = \sqrt{npq}$

La distribución de probabilidad binomial tiene muchas aplicaciones por que el experimento binomial se presenta al muestrear defectos en control de calidad industrial, en el muestreo de preferencias de los consumidores o en poblaciones de votantes entre otras.

Distribución hipergeométrica

Está distribución se utiliza cuando n es grande respecto a N y se puede estimar a través de teoremas combinatorios, donde se establece el número de formas de seleccionar un subconjunto de n de entre una población N, otra característica de esta distribución implica que las probabilidades son condicionales por lo tanto las pruebas no son independientes.

$p(x) = \dfrac{(rCx)(N - rCn - x)}{NCn}$	N= Población n= Muestra r= Éxitos de la población x= Éxitos de la muestra
Parámetros	$\mu = \dfrac{nr}{N}$

	$\sigma^2 = n\left(\frac{r}{N}\right)\left(\frac{N-r}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ $\sigma = \sqrt{n\left(\frac{r}{N}\right)\left(\frac{N-r}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$

Distribución de Poisson

Las probabilidades de esta distribución representan los éxitos observados en el experimento en un intervalo de tiempo definido. La media en este caso se estima con la siguiente expresión: $\mu = np$.

$p(x) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}$	$\mu = Media$ $x = Número\ de\ éxitos$ $e = 2.718281828$

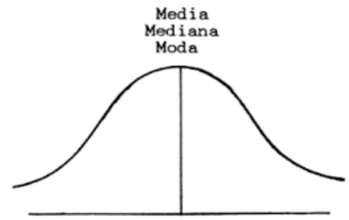
DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD PARA VARIABLES CONTINUAS

Uno de los modelos estadísticos más importantes es la *"Distribución Normal"* debido a su utilidad para describir variables que surgen en problemas reales en distintos campos, por ejemplo:

Tipos de problemas	Descripción
Biológicos	Distribución de la tallas, pesos y otras medidas físicas de un conjunto numeroso de personas de una determinada edad.
Psicológicos	Coeficiente de inteligencia, tiempo de reacción, puntuaciones en un examen o test, amplitud de percepción.
Físicos	Distribución de los errores de observación o medida que aparecen en los estudios acerca de fenómenos meteorológicos, físicos, astronómicos, etc.
Datos económicos	Distribución de las fluctuaciones de los índices de precio o de las cotizaciones en bolsa de un cierto valor alrededor de la línea de tendencia.
Técnicos	Distribución de las medidas de piezas manufacturadas, etc

Características de la distribución

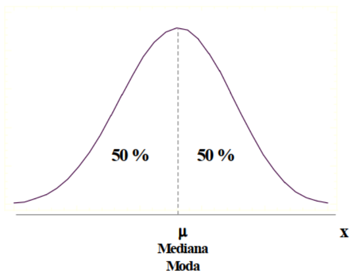
Forma:



Tiene forma de campana, en el centro de la distribución se localizan la media, mediana y moda, es asíntota al eje x, los valores van desde $-\infty < X < +\infty$. La función de densidad de una variable aleatoria x, con media μ y desviación σ, es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)[(x-\mu/\sigma)]^2}$$

Simetría:



La función de densidad normal es simétrica, respecto a un eje que pasa por μ, debido a que en su fórmula aparece una exponencial al cuadrado. La simetría es importante en la distribución normal, pues permite que el cálculo de áreas resulte más sencillo. A continuación veremos algunas propiedades derivadas de la simetría:

La distribución normal es simétrica respecto del eje vertical que pasa por su valor medio. Las dos áreas que se forman al dividir la gráfica por el eje de simetría (área superior e inferior), son iguales y cada una de ellas representa el 50 % de casos en el conjunto de datos. Es decir: existe la misma proporción de casos por encima y por debajo de la media, siendo el área total bajo la curva igual 1.

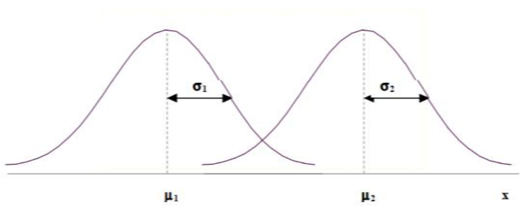
La mediana en un conjunto de datos es el valor tal que la mitad de los datos son menores o iguales y el resto mayores o iguales que la mediana. En consecuencia, la mediana de una curva de densidad es el punto que la divide en áreas iguales y la probabilidad de ser menor a ella es igual a ½. En la distribución normal, por tanto, la mediana coincide con la media.

La moda, que es el punto sobre el eje horizontal donde la curva tiene su máximo, en la distribución normal coincide con la media. Por tanto los valores cercanos a la media son los que alcanzan la máxima probabilidad.

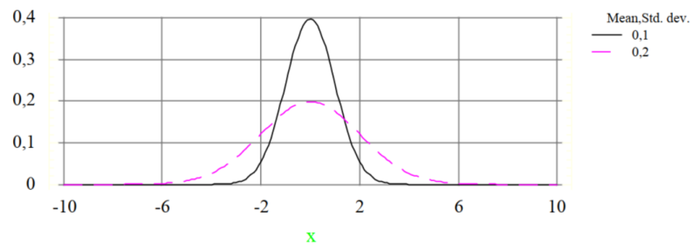
Puesto que la media, mediana y moda, en las distribuciones simétricas coinciden en un mismo punto, por lo tanto son iguales en las distribuciones normales.

Efectos de la media y desviación estándar:

Dos curvas normales con la misma desviación típica pero diferentes medias, son idénticas pero se centran en diferentes posiciones a lo largo del eje horizontal. Si las curvas tienen igual media y distintas desviaciones típicas, la curva con desviación típica mayor es más baja y más extendida, porque los datos están más dispersos, pero ambas curvas tienen su centro sobre el mismo valor del eje horizontal.



Distribuciones con diferente media
y
misma desviación



Distribuciones con la misma media
y
diferente desviación

Distribución de casos en relación con la desviación :

Una característica importante de las distribuciones normales es que la proporción de casos que se encuentran en el intervalo $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$ es siempre constante. Esta propiedad sirve para determinar entre qué valores podemos situar un porcentaje dado de casos centrales. También se utiliza para identificar la posición de un valor determinado con respecto a la media, o para saber si un determinado valor o intervalo es representativo o no de la distribución. En cualquier distribución normal con media μ y desviación σ, se establece lo siguiente:

• El 68 % de las observaciones están a una distancia de la media μ igual o menor que la desviación σ

• El 95 % de los datos están a una distancia igual o menor que 2 σ de la media μ.

• El 99,7 % de los datos están a una distancia igual 3σ de la media μ.

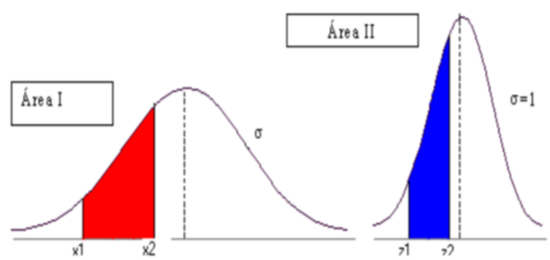
Distribución Normal Tipificada

La regla 68 – 95 – 99,7 sugiere que todas las distribuciones normales son, en cierto modo, equivalentes, si se usa como unidades de medida la desviación típica σ, y como origen de coordenadas la media μ. Esto *puede ser útil en situaciones de comparación de variables diferentes. Cuando se realiza lo anterior se lleva* a cabo una tipificación. Para tipificar un valor, se resta a éste la media de la distribución y se divide por la desviación típica.

En resumen: si x es una observación de una distribución que tiene media μ y desviación típica σ, el valor tipificado de x es: $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

Cuando se tipifica una variable que tiene una distribución normal, se obtiene una nueva variable que tiene distribución normal estándar o tipificada. Una distribución normal típica tiene *media 0* y *desviación típica igual a 1.*

En síntesis, cuando se tipifican varias variables con distribución normal, que, en principio tenían escalas diferentes, se consigue pasar a un nuevo conjunto de variables que tienen una escala común. Para comparar dos valores originales de variables diferentes, se puede pasar a los valores transformados, ya que se conservan las probabilidades, con la ventaja de poder ahora trabajar en una escala única. La principal razón para tipificar valores de una variable aleatoria es tener escalas comparables.



Referencias:

Wackerly, D. (2010). Estadística matemática con aplicaciones. Cengage Learning Editores, México, D. F

Actividad 17. Para cada uno de los ejercicios que se presentan a continuación realiza lo que se solicita.

1. Considerando el lanzamiento de un dado, ¿cuáles son los posibles resultados y sus correspondientes probabilidades?¿las probabilidades son iguales o diferentes?

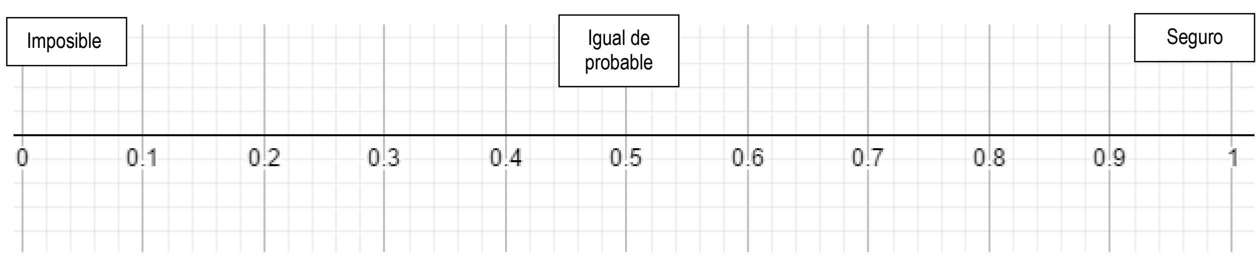
2. Considerando el lanzamiento de dos dados, estima las probabilidades cuando la suma de puntos es la que se muestra en la tabla. ¿Las probabilidades son iguales o diferentes?

Suma de puntos	Probabilidad
5	
7	
10	

3. Asigna un valor de probabilidad a cada una de las siguientes palabras o expresiones y ubícalas en la siguiente escala.

Cierto Posible Bastante probable Hay alguna posibilidad Seguro Es imposible

Casi imposible Incierto Hay igual probabilidad Puede ser Sin duda



Actividad 18. Indica el tipo de probabilidad que corresponde a cada uno de los siguientes enunciados.

En cada uno de los siguientes casos, indique si se utilizó la probabilidad clásica, empírica o subjetiva.

a) Un jugador de béisbol consigue 30 hits en 100 turnos al bate. La probabilidad de que consiga un hit en su siguiente turno es de 0.3.

b) Para estudiar problemas ambientales se forma un comité de estudiantes con siete miembros. ¿Cuál es la probabilidad de que cualquiera de los siete sea elegido vocero del equipo?

c) Usted compra uno de 5 millones de boletos vendidos por el Lotto Canada. ¿Cuáles son las posibilidades de que gane un millón de dólares?

d) La probabilidad de un terremoto al norte de California en los próximos 10 años es de 0.80.

Actividad 19.

1. En una compañía productora de computadoras, se tomó una muestra de 1,000 y se observó que la producción semanal de computadoras portátiles fue de 49%, la semana siguiente se realizó otro muestreo con 1,000 elementos y se encontró que el 51% fue de producción de computadoras portátiles. ¿Se debe concluir que la producción cambio durante la semana ocurrida entre los muestreos?, justificar.

2. Si en la misma compañía productora de computadoras, se tomó una muestra de 1,000 y se observó que la producción semanal de computadoras portátiles fue de 75%, la semana siguiente se realizó otro muestreo con 1,000 elementos y se encontró que el 30% fue de producción de computadoras portátiles. ¿Se debe concluir que la producción cambio durante la semana ocurrida entre los muestreos?, justificar.

3. Un inspector de control de calidad selecciona una pieza para probarla, luego la declara aceptable, reparable o inservible. Tomar en cuenta que el inspector ha seleccionado dos piezas y contesta lo siguiente.

   a) ¿Cuántos eventos simples puede haber?

   b) ¿Cuáles son esos eventos?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos piezas hayan sido aprobadas?

   d) ¿Cuál es la probabilidad de qué siempre la primera pieza seleccionada haya sido aprobada?

   e) Indica el tipo de probabilidad utilizado en los incisos c y d.

4. En una empresa se requiere formar un comité de dos personas para realizar las modificaciones de cierto producto, si el departamento cuenta con 2 mujeres y 2 hombres.

   a) ¿Cuántos eventos simples puede haber?

   b) ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de qué el comité se conforme solamente por mujeres?¿Es un evento simple o compuesto?

   d) Indica cuales son los eventos compuestos del experimento y estima sus probabilidades.

   e) ¿Qué tipo de probabilidad utilizaste en el inciso anterior?

Actividad 20. Se requiere comprar una tarjeta de circuito impreso, para ello se cuenta con un listado de 30 posibles proveedores.

a) ¿En cuántas formas se pueden elegir tres proveedores de los 30?
b) ¿En cuántas formas se pueden elegir 15 proveedores de los 30?
c) Se sabe que de los proveedores la mitad ofrece la misma calidad de las tarjetas, por lo que se ha tomado la decisión de considerar al primero que sea seleccionado para solicitarle otros productos. ¿De cuantas formas se pueden elegircinco proveedores que garanticen la misma calidad de las tarjetas?

Actividad 21. Resuelve los siguientes ejercicios usando las técnicas de conteo de resultados.

1. Las fallas en los teclados de computadoras pueden ser atribuidas a defectos eléctricos o mecánicos. Un taller de reparación cuenta con 25 teclados averiados, de los cuales 6 tienen defectos eléctricos y 19 tienen defectos mecánicos.
   a) ¿Cuántas maneras hay de seleccionara al azar cinco de estos teclados para una inspección completa (sin tener en cuenta el orden)?
   b) ¿De cuántas maneras puede seleccionarse una muestra de cinco teclados, de manera que solo dos tengan un defecto eléctrico?
   c) Si se selecciona al azar una muestra de 5 teclados, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 4 de éstos tengan un defecto mecánico?

d) Considerando que se seleccionó una muestra de 3 teclados utiliza un diagrama de árbol para representar los posibles eventos e indica sus probabilidades.

2. Una empresa productora emplea 10 trabajadores en el turno de día, 8 en el turno de la tarde y 6 en el turno de media noche. Un consultor de control de calidad seleccionará 5 de estos trabajadores para entrevistarlos. Suponga que la selección se hace de tal modo que cualquier grupo particular de 5 trabajadores tiene la misma oportunidad de ser seleccionado al igual que cualquier otro grupo (escogiendo 5 de entre 24 sin remplazo).
   a) ¿Cuántas selecciones resultarán en las que los 5 trabajadores seleccionados provengan de un turno de día?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que los 5 trabajadores seleccionados sean del mismo turno?
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos turnos diferentes estén representados entre los trabajadores seleccionados?
   d) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los turnos no esté representado en la muestra de trabajadores?
   e) Considerando que se seleccionó una muestra de 3 teclados utiliza un diagrama de árbol para representar los posibles eventos e indica sus probabilidades.

3. Poco tiempo después de ser puestos en servicio, algunos autobuses fabricados por una cierta Compañía presentaron grietas debajo del chasis principal. Suponga que una ciudad particular utiliza 25 de estos autobuses y que en 8 de ellos aparecieron grietas.
   a) ¿Cuántas maneras existen de seleccionar una muestra de 5 autobuses de entre los 25 para una inspección completa?
   b) ¿De cuántas maneras puede una muestra de 5 autobuses contener exactamente 4 con grietas visibles?
   c) Si se elige una muestra de 5 autobuses al azar, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de los 5 tengan grietas visibles?
   d) Si los autobuses se seleccionan como en el inciso “c”, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 4 de los seleccionados tengan grietas visibles?

Actividad 22. Resuelve los siguientes ejercicios utilizando las reglas de probabilidad.

1. La inspección visual humana de uniones soldadas en un circuito impreso puede ser muy subjetiva. Una parte del problema se deriva de los numerosos tipos de defectos de soldadura (p. ej., almohadilla seca, visibilidad en escuadra, picaduras) e incluso el grado al cual una unión posee uno o más de estos defectos. Por consiguiente, incluso inspectores altamente entrenados pueden discrepar en cuanto a la disposición particular de una unión particular. En un lote de 10000 uniones, el inspector A encontró 724 defectuosas, el inspector B, 751 y 1159 de las uniones fueron consideradas defectuosas por cuando menos uno de los inspectores. Suponga que se selecciona una de las 10000 uniones al azar.

   a. ¿Cuál es la probabilidad de que la unión seleccionada no sea juzgada defectuosa por ninguno de los dos inspectores?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que la unión seleccionada sea juzgada defectuosa por el inspector B pero no por inspector A?
   c. Si la unión seleccionada fue juzgada como defectuosa por el inspector B ¿Cuál es la probabilidad de que la unión seleccionada también sea juzgada como defectuosa por el inspector A?
   d. ¿Cuál es la probabilidad de que la unión seleccionada sea juzgada como defectuosa sólo por uno de los inspectores?
   e. Si la unión seleccionada fue juzgada como defectuosa por algunos de los inspectores ¿Cuál es la probabilidad de que la unión seleccionada sea juzgada defectuosa por ambos inspectores?

2. En cierta fábrica se trabajan tres turnos diferentes. Durante el año pasado ocurrieron en la fábrica 200 accidentes algunos de ellos pueden ser atribuidos, al menos en parte, a condiciones de trabajo inseguras mientras que las otras no se relacionan con condiciones de trabajo. La siguiente tabla muestra el porcentaje de accidentes que ocurren en cada tipo de categoría.

Turno	Condiciones Inseguras	No vinculadas a las condiciones
Diurno	10%	35%
Mixto	8%	20%
Nocturno	5%	22%

Suponga que uno de los 200 reportes de accidentes se selecciona al azar de un archivo de reportes.

a) ¿Cuáles son los eventos simples?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente seleccionado se atribuya a condiciones inseguras?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente seleccionado no haya ocurrido en turno diurno?

3. En una empresa se requiere formar un comité de cuatro personas para realizar las modificaciones de cierto producto, si el departamento cuenta con 15 mujeres y 10 hombres.

a) ¿Cuántos posibles eventos puede haber?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos un miembro del comité sea mujer?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que las cuatro personas del comité sean mujeres?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que máximo haya un hombre en el comité?

4. Como parte de un programa de servicio de salud para losempleadosde cierta empresa, se efectúan anualmente exámenes físicos de rutina. Se descubrió que el 8% de los empleados necesitaban zapatos correctivos; 15% un trabajo dental importante y el 3 % requerían tanto zapatos correctivos como un trabajo dental mayor.

¿Cuál es la probabilidad de que un empleado seleccionado al azar necesite calzado correctivo o un trabajo dental considerable?

5. En la producción de varillas de aluminio. Existen varias especificaciones para la longitud. Para cada una de estas la longitud puede ser demasiado corta, demasiado larga o estar bien. En una población de mil varillas se encontró que 18 estaban demasiado cortas, 942 estaban bien y 40 estaban demasiado largas.Si se toman 3 varillas de manera consecutiva, contesta lo siguiente:

a) ¿cuál es la probabilidad de qué la primera sea demasiado corta, la segunda esté bien y la tercera sea demasiado larga?
b) ¿Cuál es la probabilidad de qué las dos primeras estén bien y la tercera esté demasiado corta?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres estén bien?

6. En un colegio de 4000 alumnos de “primaria”, “secundaria” y “bachillerato” se realiza una encuesta sobre la actitud hacia la selectividad. Los resultados obtenidos son los siguientes:

	Primaria	Secundaria	Bachillerato	
A favor	1250	465	270	1985
En contra	1530	350	135	2015
	2780	815	405	4000

Si se extrae un sujeto al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que este a favor de la selectividad?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de primaria o de Secundaria?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que este a favor, y que sea de secundaria o bachillerato?

7. Una clase tiene 10 niños y 5 niñas. Se escogen tres estudiantes de la clase al azar, uno tras otro. Hallar la probabilidad de que.

a) Los dos primeros sean niños y la tercera niña.

b) El primero y el tercero sean niños y el segundo niña.

c) El primero y el tercero sean del mismo sexo y el segundo no.

Actividad 23. Teorema de Bayes

Actividad 24. Resuelve los siguientes ejercicios utilizando las técnicas de conteo de resultados, las reglas de probabilidad y teorema de Bayes.

1. Un fabricante de automóviles desea probar cuatro tipos de cubiertas diferentes con dibujos diferentes en tres clases diferentes de superficies de carreteras y a cinco velocidades distintas.
   a) ¿Cuántos eventos simples puede haber?
   b) Después de realizar varias pruebas, se seleccionaron dos tipos de cubiertas diferentes dos clases diferentes de superficies de carreteras y dos velocidades distintitas. Considerando los criterios anteriores, elabora un diagrama de árbol para indicar el espacio maestral y estima las probabilidades para cada uno de los eventos.
   c) En los eventos simples, ¿las probabilidades son iguales o diferentes?
2. ¿Cuántas banderas tricolores se pueden formar con tres franjas de tela, una de color rojo otra de color azul y otra de color amarillo, pudiéndose repetir los colores, pero sin poner dos bandas consecutivas del mismo color?
3. En una población el, el 60% tiene el pelo negro y el resto son rubios. Entre los morenos, el 90 % tiene los ojos castaños y el 10% azules. Entre los rubios, el 80% tiene los ojos azules y el 20% verdes. Se elige una persona al azar , calcule las siguientes probabilidades:
   a) De que tenga el pelo negro.
   b) Tenga los ojos castaños.
   c) Tenga los ojos azules.
   d) Tenga los ojos verdes o castaños.
4. En una determinada época, en un hospital el 50% de enfermos ha ingresado por bronquitis, 30% con neumonía y 20% con gripe. La probabilidad de curación completa de cada una de estas enfermedades es, respectivamente, 0,8; 0,9; 0,95. Un enfermo internado en el hospital ha sido dado de alta completamente sano. Hallar la probabilidad de que el enfermo dado de alta ingresara con bronquitis.
5. En una determinada población, el 40% estudia francés, el 30% inglés y el 25% italiano. El 14% estudia francés e inglés, el 11% francés e italiano, el 13% inglés italiano. Y el 5% las tres lenguas. Se elige una persona al azar, calcule las probabilidades siguientes:

a) Estudie al menos una lengua.

b) Estudie únicamente francés.

c) Estudie inglés o italiano, pero no francés.

6. Una compañía aplica un examen a un grupo de 40 de sus empleados, que aspiran a cierta posición, para calificarlos. La siguiente tabla resume los resultados divididos por género:

	Masculino	Femenino
Aprobó	7	2
Reprobó	18	13

Si uno de estos empleados es seleccionado al azar, estime la probabilidad de que:

a. Sea masculino o aprobó el examen

b. Sea femenino o reprobó

7. Una compañía que produce radios sabe que el 2.5% salen defectuosos. Si seleccionamos al azar uno de estos radios, ¿cuál es la probabilidad de que el radio no esté defectuoso?

Actividad 25. Indica las distribuciones de probabilidad para los siguientes ejercicios.

1. Cuando el departamento de salud examinó pozos privados en un condado en busca de dos impurezas que comúnmente se hallan en el agua potable, se encontró que 20% de los pozos no tenían ninguna impureza, 40% tenían la impureza *A* y 50% tenían la impureza *B*. (Obviamente, algunos tenían ambas impurezas.) Si un pozo de los existentes en el condado se escoge al azar, encuentre la distribución de probabilidad para *Y*, el número de impurezas halladas en el pozo.
2. Un supervisor en una planta manufacturera tiene tres hombres y tres mujeres trabajando para él y desea escoger dos trabajadores para un trabajo especial. Para no mostrar sesgo en su selección, decide seleccionar los dos trabajadores al azar. Encuentra la distribución de probabilidad considerando todos los eventos posibles, considerando que el orden de ocurrencia no es relevante.
3. Se sabe que en un grupo de cuatro componentes dos de ellos son defectuosos. Una inspectora prueba los componentes uno por uno hasta hallar los dos defectuosos. Una vez que los localiza, suspende la prueba pero el segundo defectuoso es probado para asegurar la precisión. Encuentre la distribución de probabilidad para los componentes defectuosos, considerar que el orden si es relevante.
4. Las personas que entran a un banco de sangre son tales que 1 de cada 3 tienen tipo de sangre O+ y 1 de cada 15 tienen sangre tipo O–. Considere tres donantes seleccionados al azar para el banco de sangre. Denote con X el número de donadores con sangre tipo O+ y denote con Y el número con sangre tipo O–. Encuentre las distribuciones de probabilidad para X y Y. Considerar que el orden no es relevante.
5. Para verificar la exactitud de sus cuentas financieras, las empresas emplean regularmente auditores para verificar asientos de contabilidad. Los empleados de la compañía hacen asientos erróneos 5% de las veces. Suponga que un auditor verifica al azar tres asientos. Encuentre la distribución de probabilidad para el número de errores detectados por el auditor. Considerar que el orden no es relevante.

Actividad 26. Estima la media, varianza y desviación estándar, indica las distribuciones de probabilidad en caso de ser necesario.

1. Aproximadamente 10% de las botellas de vidrio que salen de una línea de producción presentan defectos serios en el vidrio. Si dos botellas se seleccionan al azar, encuentre la media y la varianza del número de botellas que presentan defectos serios.
2. La vida máxima de la patente para un nuevo medicamento es 17 años. Si restamos el tiempo requerido por la FDA para someter a pruebas y aprobar el medicamento, se obtiene la vida real de la patente para el medicamento, es decir, el tiempo que la compañía tiene para recuperar los costos de investigación y desarrollo y para obtener una utilidad. La distribución de los tiempos de vida reales de las patentes para nuevos medicamentos se da a continuación:

Años, x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$p(x)$	.03	.05	.07	.10	.14	.20	.18	.12	.07	.03	.01

   a) Encuentre la vida media de la patente para un nuevo medicamento.
   b Encuentre la desviación estándar.
3. Una compañía manufacturera envía su producto en camiones con remolques de dos tamaños diferentes. Cada embarque se hace en un remolque con dimensiones de 8 pies × 10 pies × 30 pies o de 8 pies × 10 pies × 40 pies. Si 30% de sus envíos se hacen usando remolques de 30 pies y 70% en remolques de 40 pies, encuentre el volumen medio enviado en cada remolque y su desviación estándar. (Suponga que los remolques siempre están llenos.)
4. Suponga que un lote de 5000 fusibles eléctricos contiene 5% de piezas defectuosas. Si se prueba una muestra de 5 fusibles, encuentre la media y desviación estándar de la distribución.

Actividad 27. Resuelve los siguientes ejercicios sobre distribución binomial.

1. Un sistema de detección de alarma temprana para aviones consta de cuatro unidades de radar idénticas que operan de manera independiente entre sí. Suponga que cada una tiene una probabilidad de .95 de detectar un avión intruso. Cuando un avión intruso entra en escena, la variable aleatoria de interés es X, el número de unidades de radar que no detecta el avión. ¿Es éste un experimento binomial?

2. Suponga que 40% de una población grande de votantes registrados está a favor del candidato Jones. Una muestra aleatoria de n = 10 votantes será seleccionada y se ha de observar X, el número de quienes están a favor de Jones. ¿El experimento satisface los requisitos de un experimento binomial?.

3. La experiencia ha demostrado que 30% de todas las personas afectadas por cierta enfermedad se recuperan. Una empresa fabricante de medicamentos ha inventado una nueva medicina. Diez personas con la enfermedad se seleccionaron al azar y recibieron la medicina; nueve se recuperaron al poco tiempo. Suponga que la medicina no es eficaz en absoluto. ¿Cuál es la probabilidad de que se recuperen al menos nueve de entre diez que recibieron la medicina? **R=0.0001**

4. Un lote grande de fusibles contiene solo el 5% de defectos. Si n = 20 fusibles se muestrean al azar de este lote, encuentre la probabilidad de que se observen al menos cuatro defectuosos. **R= 0.0159**

5. El fabricante de una bebida láctea de bajo contenido de calorías desea comparar el atractivo del gusto de una nueva fórmula (fórmula B) con el de la fórmula estándar (fórmula A). A cada uno de cuatro jueces se les dan tres vasos en orden aleatorio, dos de ellos con la fórmula A y el otro con la fórmula B. A cada uno de los jueces se les pide indicar cuál vaso fue el que disfrutó más. Suponga que las dos fórmulas son igualmente atractivas. Sea X el número de jueces que indican una preferencia por la nueva fórmula.
   a. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos tres de los cuatro jueces indique una preferencia por la nueva fórmula? **R=0.1082**
   b. Encuentre el valor esperado de X. **R=1.32**
   c. Encuentre la varianza de X. **R=0.8844**
6. Se construye un complejo sistema electrónico con cierto número de piezas de respaldo en sus subsistemas. Un subsistema tiene cuatro componentes idénticos, cada uno con una probabilidad de .2 de fallar en menos de 1000 horas. El subsistema va a operar si dos de los cuatro componentes están operando. Suponga que los componentes operan de manera independiente. Encuentre la probabilidad de que:

a) Exactamente dos de los cuatro componentes duren más de 1000 horas. **R=0.1536**

b) El subsistema opere más de 1000 horas. **R=0.9728**

7. Una empresa de exploración petrolera se forma con suficiente capital para financiar diez exploraciones. La probabilidad de que una exploración particular sea exitosa es 0.1. Suponga que las exploraciones son independientes. Encuentre la media y la varianza del número de exploraciones exitosas. $\boldsymbol{\mu = 1, \sigma^2 = 0.9487}$

8. Diez motores se empacan para su venta en cierto almacén. Los motores se venden en $100 cada uno, pero una garantía de devolución del doble de su dinero es efectiva por cualquier unidad defectuosa que el comprador pueda recibir. Encuentre la ganancia neta esperada para el vendedor si la probabilidad de que cualquier motor sea defectuoso es .08. (Suponga que la calidad de cualquier motor es independiente de la de los otros.) **R=Ganancia promedio= $840, Ganancia mínima= $668.52**

9. Una concentración particular de un producto químico detectado en agua contaminada se encuentra que es letal para 20% de los peces que queden expuestos a la concentración durante 24 horas. Veinte peces se colocan en un tanque que contiene esta concentración del producto químico en agua.
   a) Encuentre la probabilidad de que exactamente 14 sobrevivan. **R=0.1091**
   b) Encuentre la probabilidad de que al menos 10 sobrevivan. **R=.9994**
   c) Encuentre la probabilidad de que a lo sumo 16 sobrevivan. **R=0.5886**
   d) Encuentre la media y la varianza del número que sobrevive. **R=** $\boldsymbol{\mu = 16, \sigma^2 = 3.2}$

10. Goranson y Hall (1980) explican que la probabilidad de detectar una grieta en el ala de un avión es el producto de p_1, la probabilidad de inspeccionar un avión con una grieta en un ala; p_2, la probabilidad de inspeccionar el detalle donde se ubica la grieta; y p_3 la probabilidad de detectar el daño. Suponer que $p_1 = 0.9$, $p_2 = 0.8$ y $p_3 = 0.5$ para cierta flota de aviones. Si se inspeccionan tres aviones de esta flota, encuentre la probabilidad de que una grieta en el ala sea detectada en al menos uno de ellos. **R=0.7379**

Actividad 28. Resuelve los siguientes ejercicios utilizando distribución hipergeométrica.

1. Suponga que 40% de una población grande de votantes registrados está a favor del candidato Jones. Una muestra aleatoria de n = 10 y otra de n=30 votantes será seleccionada y se ha de observar X, el número de quienes están a favor de Jones. ¿Qué sucede con las probabilidades en ambas muestras?

2. Un producto industrial se envía en lotes de 20. Es costoso realizar pruebas para determinar si un artículo es defectuoso y, por tanto, el fabricante muestrea su producción en lugar de usar un plan de inspección al 100%. Un plan de muestreo, construido para minimizar el número de piezas defectuosas enviadas a los clientes, exige muestrear cinco artículos de cada lote y rechazar el lote si se observa más de una pieza defectuosa. (Si el lote es rechazado, cada artículo del mismo se prueba posteriormente.) Si un lote contiene cuatro piezas defectuosas.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea rechazado?
   b) ¿Cuál es el número esperado de piezas defectuosas en la muestra?
   c) ¿Cuál es la varianza del número de piezas defectuosas de la muestra?

3. Un almacén contiene diez máquinas impresoras, cuatro de las cuales son defectuosas. Una compañía selecciona cinco de las máquinas al azar pensando que todas están en buenas condiciones. ¿Cuál es la probabilidad de que las cinco no sean defectuosas?

4. En el sur de California, un número creciente de personas que tratan de obtener credenciales de profesores están escogiendo internados pagados en vez de los programas tradicionales de enseñanza a estudiantes. Un grupo de ocho candidatos para tres plazas de enseñanza locales estaba formado por cinco que se habían inscrito en internados pagados y tres que se inscribieron en programas tradicionales de enseñanza a estudiantes. Los ocho candidatos parecen estar igualmente capacitados, de modo que se seleccionan tres al azar para ocupar las plazas abiertas. Sea X el número de candidatos capacitados en internados que son contratados.
   a) ¿Tiene X una distribución hipergeométrica o binomial? ¿Por qué?
   b) Encuentre la probabilidad de que sean contratados dos o más candidatos capacitados en internados.
   c) ¿Cuáles son la media y la desviación estándar de X?

5. Un grupo de seis paquetes de software que hay para resolver un problema de programación ha sido clasificado del 1 al 6 (del mejor al peor). Una firma de ingeniería, no informada de la clasificación, selecciona al azar y luego compra dos de los paquetes. Denote con X el número de paquetes comprados por la empresa que están clasificados 3, 4, 5 o 6. Dé la distribución de probabilidad para X.

6. Es frecuente que las semillas sean tratadas con fungicidas para protegerlas en ambientes húmedos y con desecación defectuosa. Un intento a pequeña escala, que comprende cinco semillas tratadas y cinco

no tratadas, fue realizado antes de un experimento a gran escala para explorar cuánto fungicida aplicar. Las semillas se plantaron en un suelo húmedo y se contó el número de plantas que brotaron. Si la solución no era efectiva y cuatro plantas brotaron en realidad.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que a las cuatro plantas brotaran de semillas tratadas?
b) Tres o menos brotaran de semillas tratadas?
c) Al menos una brotara de semillas no tratadas?

7. En una producción de línea de ensamble de robots industriales se pueden instalar conjuntos de cajas de engranes en un minuto cada una si los agujeros han sido taladrados correctamente en las cajas y en diez minutos si deben taladrarse agujeros. Hay veinte cajas de engranes en existencia, 2 con agujeros taladrados de manera incorrecta. Cinco cajas de engranes deben seleccionarse de entre las 20 disponibles para instalarse en los siguientes cinco robots.
   a) Encuentre la probabilidad de que las 5 cajas de engranes ajusten correctamente.
   b) Encuentre la media, la varianza y la desviación estándar del tiempo que toma instalar estas 5 cajas de engranes.

8. Suponga que un radio contiene seis transistores, dos de los cuales están defectuosos. Se seleccionan al azar tres transistores, se retiran del radio y se inspeccionan. Sea X igual al número de defectuosos observado, donde X = 0, 1 o 2. Encuentre la distribución de probabilidad para X.

9. Unas fotocopiadoras usadas son enviadas al proveedor, limpiadas y luego devueltas según convenios de renta. No se hacen reparaciones importantes y en consecuencia algunos clientes reciben máquinas que no funcionan bien. Entre ocho fotocopiadoras disponibles hoy, tres de ellas están funcionando mal. Un cliente desea rentar cuatro máquinas de inmediato. Para satisfacer la fecha límite fijada por el cliente, cuatro de las ocho máquinas se seleccionan al azar y, sin más pruebas, son enviadas al cliente.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente reciba máquinas que no funcionen mal?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente reciba al menos una máquina que funcione mal?

10. Se tienen seis canicas dentro de una caja, dos están defectuosas y cuatro no defectuosas. Si tres son seleccionadas al azar, realizar lo siguiente:
   a) Elaborar la distribución para el número de canicas defectuosas.
   b) Realizar una simulación del experimento con 100 repeticiones para ello utilizar el archivo de Excel “Ejercicio 10_Distribución Hipergeométrica” y contestar lo siguiente:

Tamaño de muestra = 40		
Defectos	Frecuencia	Probabilidad
0		
1		
2		

Tamaño de muestra = 60		
Defectos	Frecuencia	Probabilidad
0		
1		
2		

Tamaño de muestra = 100		
Defectos	Frecuencia	Probabilidad
0		
1		
2		

Actividad 29. Resuelve los siguientes ejercicios utilizando distribución poisson.

1. Se diseña un sistema aleatorio de patrulla de policía para que un oficial pueda estar en un lugar de su ruta X = 0, 1, 2, 3, . . . veces por periodo de media hora, con cada lugar visitado un promedio de una vez por periodo. Estime la probabilidad de que el oficial de patrulla:
   a) No llegue a un lugar determinado durante un periodo de media hora.
   b) Un lugar sea visitado una vez.

c) Un lugar sea visitado al menos una vez.

2. En cierta empresa ocurren accidentes industriales con un promedio de tres accidentes por mes.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran 10 accidentes?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran máximo 3?

3. Llegan clientes a un mostrador de salida en una tienda de departamentos con un promedio de siete por hora. Durante una hora determinada, estime las siguientes probabilidades:

   a) No lleguen más de tres clientes.
   b) Lleguen al menos dos clientes.
   c) Lleguen exactamente cinco clientes.

4. Aproximadamente 4% de las obleas de silicio producidas por un fabricante tienen menos de dos defectos grandes. Si un lote consta de 200 obleas. ¿Qué proporción de las obleas tiene más de cinco defectos grandes? .

5. El número de errores mecanográficos hechos por una secretaria en promedio es de cuatro errores por página. Si en una página se dan más de cuatro errores, la secretaria debe volver a escribir toda la página. ¿Cuál es la probabilidad de que una página seleccionada al azar no tenga que volver a ser escrita?.

6. Cierto tipo de árbol tiene plantas que han crecido de semillas dispersas al azar en una superficie grande, siendo aproximadamente de cinco por yarda cuadrada. Si en esa zona un guardabosques localiza al azar diez regiones de muestreo de 1 yarda cuadrada, encuentre la probabilidad de que ninguna de las regiones contenga plantas que hayan crecido de semillas.

7. A una caseta de pago de peaje llegan en promedio 80 autos por hora. Si el empleado hace una llamada telefónica de 1 minuto, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 1 auto llegue durante la llamada?.

8. El número de nudos en un tipo particular de madera tiene un promedio de 1.5 nudos en 10 pies cúbicos de madera. Encuentre la probabilidad de que un bloque de 10 pies cúbicos de madera tenga a lo sumo 1 nudo.

9. El número medio de automóviles que entran al túnel de una montaña por periodo de dos minutos es uno. Un número excesivo de autos que entren al túnel durante un breve tiempo produce una situación peligrosa. Encuentre la probabilidad de que el número de autos que entran durante un periodo de dos minutos exceda de tres.

10. En la producción diaria de cierta clase de cuerda, el número de defectos tiene una media de 2. Estime la probabilidad de que máximo haya un defecto.

Actividad 30. Estimar las siguientes probabilidades utilizando la distribución normal.

1. Las puntuaciones obtenidas en un test de inteligencia por un grupo de alumnos siguen una distribución normal con media 100 y desviación típica 15.

   a) ¿Qué proporción de alumnos tiene puntuación por encima de 100 ?

   b) Obtener los valores de las puntuaciones tales que el 95% central de los casos esté comprendido entre dichos valores.

   c) Una persona con una medida de CI que excede los 130 puntos es considerada superdotada. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida en forma aleatoria esté dentro de esta categoría?

2. La temperatura media en Noviembre en Nueva York sigue una distribución normal con 8 grados de media y 3 grados de desviación típica.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura esté un día comprendida entre 5 y 11 grados?

b) ¿Y entre 2 y 14 grados?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura sea menor que 2 grados?

3. Las puntuaciones obtenidas por 300 niños de un colegio al aplicarles un test de aritmética siguen una distribución normal de media 24 y desviación 4. Calcular:

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener puntuación igual o inferior a 16?

b) ¿Cuántos niños de dicho colegio tienen igual o mayor puntuación que 28?

4. Las medidas repetidas de la misma cantidad física generalmente tienen una distribución aproximadamente normal. A continuación se reproducen 29 medidas hechas por Cavendish de la densidad de la Tierra, realizadas en 1798 (Los datos dan la densidad de la Tierra como un múltiplo de la densidad del agua).

4.88	5.29	5.36	5.47	5.58	5.68
5.07	5.29	5.39	5.5	5.61	5.75
5.1	5.3	5.42	5.53	5.62	5.79
5.26	5.34	5.44	5.55	5.63	5.85
5.27	5.34	5.46	5.57	5.65	

a) Representa estos datos mediante un histograma y observa si una distribución normal puede ajustarse a estos datos.

b) Comprueba tus conclusiones por medio de la regla 68 – 95 – 99,7.

- Para ello, calcula $\bar{x}$ y s, luego realiza el conteo del número de observaciones que caen dentro de los intervalos $\bar{x} \pm s, \bar{x} \pm 2s, \bar{x} \pm 3s$. Compara los porcentajes de cada intervalo con los de la regla antes mencionada.

Actividad 31. Estimación de probabilidades para variables aleatorias continúas (valores tipificados)

1. Denote con Z una variable aleatoria normal con media 0 y desviación estándar 1.
   a) Encuentre $P(Z > 2)$.
   b) Encuentre $P(-2 \leq Z \leq 2)$.
   c) Encuentre $P(0 \leq Z \leq 1.73)$.

2. Las calificaciones para un examen de admisión a una universidad están normalmente distribuidas con media de 75 y desviación estándar 10. ¿Qué fracción de las calificaciones se encuentra entre 80 y 90?.

3. Una compañía que manufactura y embotella jugo de manzana usa una máquina que automáticamente llena botellas de 16 onzas. Hay alguna variación, no obstante, en las cantidades de líquido que se ponen en las botellas que se llenan. Se ha observado que la cantidad de líquido está normalmente distribuida en forma aproximada con media de 16 onzas y desviación estándar de 1 onza. Determinar la proporción de botellas que tendrán más de 17 onzas.

4. Se observó que la cantidad semanal de dinero gastado por una compañía durante largo tiempo en mantenimiento y reparaciones, está normalmente distribuida en forma aproximada con media de $400 y desviación estándar de $20. Si están presupuestados $450 para la próxima semana. ¿Cuál es la probabilidad de que los costos reales rebasen la cantidad presupuestada?

5. Una operación de maquinado produce cojinetes con diámetros que están normalmente distribuidos con media de 3.0005 pulgadas y desviación estándar de .0010 pulgadas. Las especificaciones requieren que los diámetros de los cojinetes se encuentren en el intervalo 3.000 ± 0.0020 pulgadas. Los cojinetes que estén fuera de este intervalo son considerados de desecho y deben volver a maquinarse. Con el ajuste de la máquina existente. ¿Qué fracción de la producción total se desechará?

6. Se especifica que los cables manufacturados para usarse en un sistema de computadora deben tener resistencias entre 0.12 y 0.14 ohms. Las resistencias medidas reales de los cables producidos por la compañía A tienen una distribución de probabilidad normal con media de 0.13 ohms y desviación estándar .005 ohm.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cable seleccionado al azar de la producción de la compañía A satisfaga las especificaciones?

b) Si cuatro de estos cables se usan en el sistema de cada computadora y todos son seleccionados de la compañía A, ¿cuál es la probabilidad de que los cuatro en un sistema seleccionado al azar satisfagan las especificaciones?

7. El ancho de rollos de tela está normalmente distribuido con media de 950 mm (milímetros) y desviación estándar de 10 mm. ¿Cuál es la probabilidad de que un rollo seleccionado al azar tenga un ancho de entre 947 y 958 mm?

8. Una máquina empleada para llenar cajas de cereal despacha, en promedio 250 g. con desviación de 2g, ¿Cuál es la probabilidad de que las cajas de cereal excedan de 256 g.?

9. La media de los pesos de 500 estudiantes de un Instituto es 70 kg y la desviación típica 3 kg. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente, hallar cuántos estudiantes pesan:

a) Entre 60 kg y 65 kg.

b) Más de 90 kg.

10. En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de junio sigue una distribución normal, con media 23° y desviación típica 5°. Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21° y 27°.