AdaBoost-KNN Project Report

Author: Maythics ID: unknown

Repository

本次作业的 notebook 代码以及报告等相关内容均已经上传至我的仓库,如有疑问请访问 https://github.com/Maythics/AdaKNN-report

Introduction

Method

概述方法: Adaboost 本来用于二分裂问题,但是 KNN 则是针对多分类(KNN 二分类也没什么意思),因此需要知道如何让 Adaboost 支持多分类,下面是(详见 reference)简单陈述:

对于多维,将样本的标签也设置为多维的,比如:
$$y = \begin{cases} 1 & y \in k \text{ family} \\ -\frac{1}{k-1} & \text{else} \end{cases}$$

修改传统的 Adaboost 中的指数损失函数为:

$$L(y,f(x)) = \sum_i \exp\biggl(-\frac{1}{k} \vec{y}_i \cdot \vec{f}_{m(x_i)}\biggr)$$

把当前的分类器拆分成之前的加上最近一步的:

$$f_{m(x)} = f_{m-1}(x) + \alpha_m g_{m(x)}$$

然后代入,看看损失函数在正确与否的情况下分别是多少,得到一个能用事情函数表达出来的式子,再对 α 求偏导,思路和李航书中 Adaboost 相同.....

最终,得到的算法如下:

- 1. 初始化权重 w_i
- 2. 在权重w,下训练分类器
- 3. 计算错误率error = $\sum_{i} w_i \frac{I(g_m \neq \vec{y}_i)}{\sum_{i} w_i}$
- 4. 计算子分类器权重 $\alpha_m = \ln\left(\frac{1-\text{error}}{\text{error}}\right) + \ln(N-1)$, N是类别数
- 5. 更新样本点权重 $w_i = w_i \exp(\alpha_m I(g_m \neq \vec{y}_i))$
- 6. 归一化权重, 然后循环往复

下面还要解决一个问题,就是如何将 KNN 用于优化,因为 KNN 基于的是固定的 k 个最近邻,好像没什么参数可以调的,于是这里使用的是 weigthed KNN,这样就有权重了

具体含义

例子: 比如 k=3 , 则先找三个最邻近的点,它们权重分别为 A(0.3), A(0.6), B(0.7), 0.3+0.6=0.9>0.7 因此,以最后选择归到 A 类中

可以看出, 其实这就是一个投票池系统, 每来一个新的点, 就先找 k 个最近, 然后再发动这 k 个代表带权投票, 投票值最大的类胜出; 再来一个点, 再发动一次找最近, 最近的几个再带权投票......

在本 Project 中, 训练时采用的是随机滚动洗牌的方法, 输入某些带有标签的数据后, 这样训练:

- 1. 第一轮, 先人为地从数据中分出一个测试集, 剩余的当模型点集
- 2. 根据模型点集中的点,尝试用 weighted KNN 分类测试集
- 3. 根据在测试集上的表现,更新测试集的权重(按照上面的 Adaboost)
- 4. 归一化权重, 我这里是将训练集+模型点集一起归一化
- 5. 将模型集与训练集合并, 然后洗牌, 重新分出测试集和模型集, 重复

在某一轮分错的点,其权重会增大,之后的几轮中,它被洗牌到模型集之后,就会在投票时获得更大的票数。也就是,"之前的分错会导致之后投票时话语权更大",这样就实现了 weighted KNN 的变权重,之后会更加照顾分错点的意见

Reference

我参考了两篇文献以及 CSDN 论坛

- 一篇是改进的 AdaBoost 集成学习方法研究[D].暨南大学,2021.DOI:10.27167/d.cnki.gjinu.2020.001350.
- 一篇是 Zhu, H. Zou, S. Rosset, T. Hastie, "Multi-class AdaBoost", 2009.

CSDN 内容: https://blog.csdn.net/weixin_43298886/article/details/110927084

CODES AND RESULTS

experiment environment

我使用 Anaconda 中的环境,使用 jupyternotebook 进行编辑,使用了 torch 库,其版本为 2.2.1

```
[23]: print("PyTorch 版本:", torch.__version__)
PyTorch 版本: 2.2.1
```

Figure 1: 检查版本

Codes

代码如下:

```
import torch.nn as nn
import torch.nn.functional as F
import math

class KNN(nn.Module):
    def __init__(self, k):
        super(KNN, self).__init__()
        self.k = k

    def forward(self, x_train, y_train, x_test,w_train):
        dists = torch.cdist(x_test, x_train) # 计算测试样本与训练样本之间的距离,输出是: 第一行是test 中
        b第一个和 train 中的每一个分别的欧氏距离,第二行是 test 中第二个和 train 中每一个的欧氏距离
        _, indices = torch.topk(dists, self.k, largest=False) # 选择最近的 K个样本的索引,存在
indices 中

        knn_labels = y_train[indices] # 获取最近的 K个样本的标签
        # print(y_train[indices])
```

```
vote pool=torch.zeros(x test.size()[0],x train.size()[0]) #新建一个投票池,列数本来应该是类
的个数,但因为未知类的个数,不妨就取 train 几个样本,就有几个列,因为样本数一定大于类的个数,因此,类别数不能乱写,
比如一共就4个样本。不能有样本是第9类的
       #print("vote init", vote pool)
       #print("hey",indices.size()[0])
       for j in range(0, indices.size()[0]):
          # print("this is j",j)
          for i in indices[j]: #对于每一个 X_test 都有各自的投票池,这是给第 j 个池子投票
              #print("this",i) #i的含义就是哪几个是 k 个最近点
             vote_pool[j][y_train[i]] += w_train[i] # y_train[i]表示 i 所在类的那个指标, 往这个类的
投票箱子里投权重那么多票
       #print("vote number",vote_pool)
       #下面开始每一行各归某一行统票
      max indices = torch.argmax(vote pool, dim=1) #torch.argmax 对于 dim=1 这个维度考察, 找到票数最
多的,存入1行多列的 max indices 中
       #print("max indices",max indices)
       #这个 max indices 代表胜出的类,第一个分量就是 X test 中的第一个点应该归到的类,第二个分量就是 X test
中第二个点应该归到的类
       return max indices
def adjust_weight(pred_labels,y_test,w_train,w_test,N): # 传入参数 N, 即分类的总个数, 相当于上图中的 N
   #方法是,根据上面得到的 pred labels 和我的 y test 一个分量一个分量对比过去,如果第 i 个分量不同,就代表第 i 个
数据是归类错误的
   error index=torch.nonzero(pred labels-y test)
  # print("error_index",error_index)
   # 先计算分类错误率, error (就是上图中的 r_error)
   numerator=0
              #分子先设置为 0
   for i in error_index:
     #print("index=",i.item())
     #print("w test[i.item()]",w test[i.item()])
     numerator += w test[i.item()]
     # print("numerator is", numerator)
   error = numerator/sum(w_test).item() #分母是 test 集中的权重之和, 分子是 tets 集里分错的权重之和
   print("error",error)
   #下面计算 alpha
   if error >0 and error < 1 :
     alpha = math.log((1-error)/error)+math.log(N-1) #这里的几段是为了防止分母为 0 的报错, error 得
在 0,1 中间
   #print("alpha",alpha)
   elif error==1:
       alpha=0
   else:
                #此时 error=0. 证明训练很好了,给它安排较大的权重。比如 10
       alpha = 1000
   #下面更新测试的样本权重,仅仅对于分错的遍历就行了,因为分对的那些权重是不变的(见上面的公式)
   for i in error_index:
```

```
w_test[i.item()]=w_test[i.item()]*math.exp(alpha)
   #print("new wieght",w test)
   #下面归一化权重, 此时是将所有的样本一起归一化, 要包括 train 和 test 两者
   totalsum=sum(w_train)+sum(w_test)
   w_train=w_train/totalsum
   w_test=w_test/totalsum
   #print("new wieght",w_train,w_test)
   return w train, w test, alpha
# 先打乱
def generate_test_and_train(x_data,y_data,w_data):
   permuted_indices = torch.randperm(x_data.size(0)) #这里取其他的几个也是可以的,反正列数都是一样的
   #print(permuted_indices)
   # 使用这个排列对张量进行重新排列
   x data = x data[permuted indices]
   y_data = y_data[permuted_indices]
   w_data = w_data[permuted_indices]
   #打乱后把前3个分出去,代表test,剩下的代表train
   x_{train} = x_{data}[4:]
   y_{train} = y_{data}[4:]
   w_train = w_data[4:]
   x_{test} = x_{data}[:4]
   y_test = y_data[:4]
   w test = w data[:4]
   #print("随机打乱第0维度后的张量:\n", x data,y data,w data)
   #print(x_test,x_train)
   #print(y_test,y_train)
   return x_train,x_test,y_train,y_test,w_train,w_test # 输出一共6个变量
class ModelStructure:
   def __init__(self, tensor1, tensor2, tensor3,tensor4):
       self.tensor1 = tensor1
       self.tensor2 = tensor2
       self.tensor3 = tensor3
       self.tensor4 = tensor4
classifier_array = []
def Classify(classifier_array,x_data,y_data,knn):
   # 构造一个大投票池
   big_vote_pool = torch.zeros(x_data.size()[0],3) #x_data().size()[0]行3列,3其实是分的类别数,每
一行代表考察的样本,那一行就是他的投票池
   for subclassifier in classifier_array:
     pred_labels = knn(subclassifier.tensor1, subclassifier.tensor2, x_data ,
subclassifier.tensor3)
```

```
#这里,带预测的数据就是 X data 原本的样本集,而其他三个位置分别是 Classifier array 中的某一个结构体中的几
个张量
     #print("pred labels",pred labels,"alpha",subclassifier.tensor4)
     for row in range(0, x data.size()[0]): #对于每一个样本遍历, 此时是某一个固定的子分类器上台投票
         big_vote_pool[row][pred_labels[row]] += subclassifier.tensor4 # 投出大小为 alpha 的一票
   #print(big vote pool)
   final decision = torch.argmax(big vote pool, dim=1)
   #print(final decision)
   predict error index=torch.nonzero(final decision-y data)
   print(predict error index.size(0))
   print("error rate",predict_error_index.size(0)/final_decision.size(0))
def main():
   #这是原始输入数据, 请在此自拟
   x_{data} = torch.tensor([[1.0, -2.0], [-2.0, 3.0], [3.0, 4.0], [1.2, -0.5], [-3.2, 4.5], [0.02, -2.0])
3.5], [1.0, 2.0], [4,12], [10,-2], [3,14], [2.7,6], [5,1], [-4,2], [6,-2], [-0.5,2], [2,8],
                        [3,0], [2,1], [-2,2], [-1.5,5], [2,4.7], [3.8,10], [0.5,3], [0.6,1.8], [2,3],
[0.2,1.5],[-0.5,1],[-0.8,0.8],[-1,2.1]])
   y data = torch.tensor([0,2,1,0,2, 2,1,1,0,1, 1,0,2,0,2,1, 0,0,2,2,1, 1,2,1,1,1,1,1,2])
   初始权重。可以自己设置
   knn = KNN(3) #knn 中 k 取几
   for cnt in range(0,5):
       x_train,x_test,y_train,y_test,w_train,w_test =
generate_test_and_train(x_data,y_data,w_data)
       pred_labels = knn(x_train, y_train, x_test,w_train)
       w_train, w_test,alpha = adjust_weight(pred_labels,y_test,w_train,w_test,3) #一失3类进行
测试
       #print("weight_train",w_train,"weight_test",w_test)
       #把这个子分类器存起来,存在一个 classifier[]内部,要的就是 X_train,y_train,w_train和 alpha,这几个
量表征了这个子分类器
       classifier_array.append(ModelStructure(x_train,y_train,w_train,alpha))
       #把数据集和训练集重新拼起来, 以便下一轮打乱
       x_data = torch.cat((x_train, x_test), dim=0)
       y_data = torch.cat((y_train, y_test), dim=0)
       w data = torch.cat((w train, w test), dim=0)
       # print(x data,y data,w data )
   print("\n\n Here is my classifier\n")
   for item in classifier_array:
       print("x_train:", item.tensor1)
       print("y_train:", item.tensor2)
       print("w_train:", item.tensor3)
```

```
print("alpha:", item.tensor4)

# 预测,试试看效果

# 这是在原给数据集上的预测表现
print("-------in the original data set, the prediction result is------")
Classify(classifier_array,x_data,y_data,knn)

print("------now lets test it with new input dots, the prediction result is------")

#接下来这两个是全新的样本点,与之前是毫无关系的,纯粹是看看能否预测
testdata_x = torch.tensor([[1.0, -1.0], [-2.0, 1.2], [3.0, 10], [1.2, 0],[-1,2], [1.0, -1.5], [-1.7, 0.5], [3, 3], [1, 0.1],[-1,2.4]])
testdata_y = torch.tensor([0,2,1,0,2,0,1,1,0,2])
Classify(classifier_array,testdata_x ,testdata_y ,knn)
main()
```

Explanation

代码解释: 主要的函数是这几个:

- 1. KNN 与 knn, 这个类是用来生成某一个 knn 的, 比如: knn = KNN(3)就能创建一个找出 3 个最近点的函数 knn, 而 knn 函数的输入是模型点集和其标签和其权重(x_train, y_train, w_train), 以及无标签的预测点集(x_test), 返回的是一个张量 pred_labels, 存有个根据这个 weighted knn 得出的点集 x_test 预测出的标签结果
- 2. adjust_weight,该函数是用来更新权重,算出 alpha 之类的数据的。输入是之前预测点集的标签 pred_labels,以及预测点集实际的标签 y_test,模型点集目前的权重 w_train,测试点集目前的权重 w_test,还有本次分类的类别数 N;输出是更新后的模型点集的权重 w_train,更新后的测试点集权重 w_test,以及本次更新对应的 alpha
- 3. generate_test_and_train 该函数用于洗牌, 重新划分谁是模型点集, 谁是测试点集, 输入就是整合后的点集和其标签和其目前的权重 (x_data 以及 y_data,w_data)
- 4. main 主函数, 首先是输入数据 x_data, y_data, w_data 的给出, 然后是产生一个 knn 函数。下面开始循环: 每一次都先调用 generate_test_and_train 函数, 根据 x_data, y_data, w_data 得到本轮的模型集和测试集, 然后把它们输入 knn 中, 得到测试集的预测结果,接着要根据预测的好坏调整权重,调用 adjust_weight 函数,得到更新后的权重。最后,把新权重、点集、标签全部再合并起来(torch.cat)得到新的 x_data, y_data, w_data(和之前的区别就是权重已更新,而且顺序不同),开始下一轮

Data set

我采用了如下图所示的训练样本点(x_data),其中不同颜色代表不同的类别,绿色代表 0 类,红色代表 1 类,蓝色代表 2 类

```
x_data = torch.tensor([[1.0, -2.0], [-2.0, 3.0], [3.0, 4.0], [1.2, -0.5], [-3.2,4.5], [0.02, 3.5],
[1.0, 2.0], [4,12], [10,-2], [3,14], [2.7,6], [5,1], [-4,2], [6,-2], [-0.5,2], [2,8], [3,0], [2,1], [-2,2],
[-1.5,5], [2,4.7], [3.8,10], [0.5,3], [0.6,1.8], [2,3], [0.2,1.5], [-0.5,1], [-0.8,0.8], [-1,2.1]])
y_data = torch.tensor([0,2,1,0,2, 2,1,1,0,1, 1,0,2,0,2,1, 0,0,2,2,1, 1,2,1,1,1,1,1,2])
```

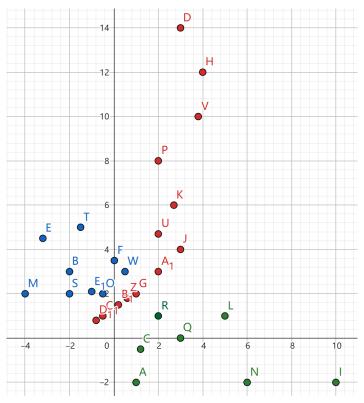


Figure 2: 代码中的 data

而测试样本点则是这10个点:

```
testdata_x = torch.tensor([[1.0, -1.0], [-2.0, 1.2], [3.0, 10], [1.2, 0], [-1,2], [1.0, -1.5], [-1.7, 0.5], [3, 3], [1, 0.1], [-1,2.4]])

testdata_y = torch.tensor([0,2,1,0,2,0,1,1,0,2])
```

设置本数据集原因在于:红色类是一个倾斜的狭窄的区域,插入到了蓝色和绿色两类中间,这给分类会带来一定挑战,使用普通的 KNN 算法很难处理红蓝绿交汇地带数据点的分类,如果经过 Adaboost 提升的 KNN 可以达到较好的分类效果,说明得到了一个较强的分类器,本方法有效。

Results

for cnt in range(0,5)迭代5次时的输出:(这几个 error tensor 分别代表这几轮更新时的犯错率,打印出的一长串张量是我的模型.最后底部是最终模型的效果)

```
[-2.0000, 3.0000],
        [ 2.0000, 8.0000],
        [5.0000, 1.0000],
        [ 1.0000, -2.0000],
        [-2.0000, 2.0000],
        [ 3.0000, 4.0000],
        [-1.5000, 5.0000],
        [-1.0000, 2.1000],
        [-3.2000, 4.5000],
        [ 1.0000, 2.0000],
        [0.5000, 3.0000],
        [-4.0000, 2.0000],
        [ 0.0200, 3.5000],
        [ 2.0000, 4.7000],
        [-0.5000, 1.0000],
        [ 3.8000, 10.0000],
        [ 4.0000, 12.0000]])
y_train: tensor([1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 2, 1, 0, 0, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 1, 1,
        1])
w_train: tensor([0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294,
        0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294,
        0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294, 0.0294])
alpha: 1.791759469228055
x_train: tensor([[ 0.2000, 1.5000],
        [10.0000, -2.0000],
        [ 2.0000, 3.0000],
        [ 2.7000, 6.0000],
        [-2.0000, 3.0000],
        [ 0.6000, 1.8000],
        [ 3.0000, 0.0000],
        [-0.5000, 1.0000],
        [ 3.8000, 10.0000],
        [-0.8000, 0.8000],
        [ 0.5000, 3.0000],
        [1.0000, -2.0000],
        [-1.5000, 5.0000],
        [ 3.0000, 4.0000],
        [-3.2000, 4.5000],
        [ 2.0000, 8.0000],
        [-1.0000, 2.1000],
        [ 1.2000, -0.5000],
        [ 4.0000, 12.0000],
        [-2.0000, 2.0000],
        [ 5.0000, 1.0000],
        [ 3.0000, 14.0000],
        [ 0.0200, 3.5000],
        [ 2.0000, 4.7000],
        [ 1.0000, 2.0000]])
y_train: tensor([1, 0, 1, 1, 2, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 0, 2, 1, 2, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 1,
w_train: tensor([0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323,
        0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323,
        0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323, 0.0323])
alpha: -0.5596155346157144
x_train: tensor([[ 0.6000, 1.8000],
        [ 4.0000, 12.0000],
```

```
[-0.8000, 0.8000],
        [ 0.0200, 3.5000],
        [-4.0000, 2.0000],
        [ 3.0000, 14.0000],
        [ 2.0000, 8.0000],
        [-1.5000, 5.0000],
        [ 2.0000, 4.7000],
        [ 3.0000, 0.0000],
        [ 1.0000, -2.0000],
        [ 2.0000, 1.0000],
        [-3.2000, 4.5000],
        [ 5.0000, 1.0000],
        [ 6.0000, -2.0000],
        [ 1.0000, 2.0000],
        [-1.0000, 2.1000],
        [ 3.8000, 10.0000],
        [-0.5000, 1.0000],
        [-2.0000, 2.0000],
        [10.0000, -2.0000],
        [ 3.0000, 4.0000],
        [ 2.0000, 3.0000],
        [-0.5000, 2.0000],
        [ 2.7000, 6.0000]])
y_train: tensor([1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 1, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 1, 2, 1, 1, 2, 0, 1, 1, 2,
w_train: tensor([0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303,
        0.0303, 0.0303, 0.0173, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303,
        0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.0303, 0.1039, 0.0303])
alpha: 0.6931471805599453
x train: tensor([[-1.0000, 2.1000],
        [-4.0000, 2.0000],
        [-3.2000, 4.5000],
        [ 5.0000, 1.0000],
        [-2.0000, 2.0000],
        [ 3.0000, 4.0000],
        [ 2.0000, 3.0000],
        [ 2.0000, 4.7000],
        [ 2.0000, 8.0000],
        [ 2.0000, 1.0000],
        [ 3.0000, 14.0000],
        [ 1.2000, -0.5000],
        [ 0.5000, 3.0000],
[-0.5000, 2.0000],
        [ 2.7000, 6.0000],
        [6.0000, -2.0000],
        [ 0.2000, 1.5000],
        [ 1.0000, 2.0000],
        [-0.8000, 0.8000],
        [1.0000, -2.0000],
        [ 0.0200, 3.5000],
        [ 3.8000, 10.0000],
        [ 3.0000, 0.0000],
        [-1.5000, 5.0000],
        [-0.5000, 1.0000]]
y_train: tensor([2, 2, 2, 0, 2, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 2, 2, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 2, 1, 0, 2,
        1])
```

```
w_train: tensor([0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263,
        0.0150, 0.0263, 0.0263, 0.0526, 0.0902, 0.0263, 0.0263, 0.0526, 0.0263,
        0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263])
alpha: 1.791759469228055
x_train: tensor([[ 1.0000, 2.0000],
        [ 0.0200, 3.5000],
        [-1.0000, 2.1000],
        [ 6.0000, -2.0000],
        [ 0.2000, 1.5000],
        [ 0.5000, 3.0000],
        [-0.5000, 1.0000],
        [ 1.2000, -0.5000],
        [-1.5000, 5.0000],
        [-2.0000, 2.0000],
        [5.0000, 1.0000],
        [ 3.0000, 14.0000],
        [ 2.0000, 8.0000],
        [-3.2000, 4.5000],
        [10.0000, -2.0000],
        [-0.5000, 2.0000],
        [ 3.0000, 0.0000],
        [ 3.8000, 10.0000],
        [-4.0000, 2.0000],
        [-0.8000, 0.8000],
        [ 2.0000, 1.0000],
        [ 4.0000, 12.0000],
        [ 3.0000, 4.0000],
        [ 2.0000, 3.0000],
        [-2.0000, 3.0000]])
y train: tensor([1, 2, 2, 0, 1, 2, 1, 0, 2, 2, 0, 1, 1, 2, 0, 2, 0, 1, 2, 1, 0, 1, 1, 1,
w_train: tensor([0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0526, 0.0526, 0.0263, 0.0263, 0.0263,
        0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0902, 0.0263, 0.0263,
        0.0263, 0.0263, 0.0150, 0.0263, 0.0263, 0.0263, 0.0263])
alpha: -5.960464655174746e-08
----in the original data set, the prediction result is-----
error rate 0.06896551724137931
-----now lets test it with new input dots, the prediction result is------
error rate 0.1
更改循环次数, cnt 设置为 for cnt in range(0,10)以及 for cnt in range(0,20)
                      y_train: tensor([2, 2, 1, 1, 1, 0, 2, 2, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 1, 0, 1, 2, 0,
                            01)
                      w_train: tensor([0.0267, 0.0067, 0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.0067, 0.0267, 0.0267,
                            0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.0267,
                            0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.0267, 0.1600, 0.0267, 0.1600])
                       -----in the original data set, the prediction result is------
                      error rate 0.034482758620689655
                            ---now lets test it with new input dots, the prediction result is------
                      error rate 0.0
```

Figure 3: 迭代 10 次后结果

```
[ 0.2000, 1.5000],
        [ 1.0000, -2.0000],
        [ 1.2000, -0.5000],
        [ 3.8000, 10.0000],
        [ 2.7000, 6.0000],
        [ 3.0000, 4.0000]])

y_train: tensor([2, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 0, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1])

w_train: tensor([0.0861, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0082, 0.0808, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236, 0.0236,
```

Figure 4: 迭代 20 次后结果

可见,当迭代 5 次时,在原始样本集合上就有 0.069 的错误率,而在测试样本上有 0.1 的错误率;当迭代 10 次时,在原始样本上有 0.0345 的错误率,而在测试样本上全部分类正确;当迭代 20 次时,在原始训练集上达到完全正确分类,在测试样本上也完全正确,这说明本方法有效。